

CHOQUES TRANSITÓRIOS EM VARIÁVEIS ECONÔMICAS*

Erik Alencar de Figueirêdo[§]
Paulo Amilton Maia Leite Filho[□]

RESUMO

Esse estudo objetiva testar a existência de raiz quase unitária e persistência local em diversas variáveis centrais de modelos econômicos (mercado de produto, CCAPM e derivação da fórmula de opção de compra de Black-Scholes). Argumenta-se que a rejeição da hipótese de raiz unitária não necessariamente implicará a aceitação de um comportamento estacionário e ergódico para a série temporal. Para tanto, selecionou-se o modelo de raiz quase unitária desenvolvido por Phillips, Moon e Xiao (2001) e uma estratégia de estimação envolvendo: a) o teste DF-GLS, sugerido por Elliott, Rothenberg e Stock (1996); b) a seleção ótima de *lags* proposta por Ng e Perron (2001) e; c) a correção não-paramétrica para termos de perturbação não *i.i.d.*, a partir do *kernel smoothing*. Os resultados empíricos evidenciaram, para algumas séries, uma caracterização do processo gerador dos dados (PGD) a partir da persistência local.

Palavras-chave: persistência local, raiz quase unitária, produto interno bruto, modelo CCAPM, fórmula de Black-Scholes.

ABSTRACT

This study aims to test the existence of near unit roots and local persistence in several important variables of economic models (Product Market, CCAPM and Black-Scholes' formula). It is argued that the rejection of the unit root hypothesis will not necessarily imply in accepting a stationary and ergodic behavior for the time series. In order to do that, the near unit root model developed by Phillips, Moon and Xiao (2001) was selected and an estimation strategy was used. Such strategy is described as follows: a) the DF-GLS test, suggested by Elliott, Rothenberg and Stock (1996); b) optimal selection of lags used by Ng and Perron (2001); c) the non parametric correction for terms of perturbation non *i.i.d.*, from the kernel smoothing. The empirical results show, for some series, a characterization of the DGP from the local persistence.

Key words: local persistence, near unit root, gross domestic product, CCAPM model, Black-Scholes' formula.

JEL classification: C22, C14, E32, E34.

* Os autores gostariam de agradecer aos professores Luiz Renato Lima, Ricardo G. Silva, Sinézio Maia e Luciano Silva. No entanto, os erros e omissões são de nossa inteira responsabilidade.

§ Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Bolsista CNPq – Brasil. End. para correspondência: Av. João Pessoa, 52/3º andar, 90040-000, Porto Alegre – RS – Brasil. Endereço Eletrônico: erik_cme@yahoo.com.br

□ Professor do Programa de Pós-Graduação em Economia. Universidade Federal da Paraíba – PPGE/CME/UFPB.

Recebido em julho de 2004. Aceito em junho de 2005.

1 INTRODUÇÃO

A hipótese da raiz unitária tem sido largamente considerada nos estudos macroeconômicos, assumindo, com isso, lugar de destaque na literatura especializada.¹ Grosso modo, a detecção de um comportamento não estacionário em uma série econômica resulta em importantes implicações teóricas e empíricas. Um exemplo notório é o estudo específico do mercado de produto.² Outra importante consequência se dá em modelos econômicos/financeiros que formulam hipóteses quanto à estacionariedade das variáveis, tais como taxas de crescimento do consumo, juros e inflação, podendo-se citar, entre outros: a) a abordagem de Lucas (1978) para o comportamento intertemporal do consumo (*Consumption Capital Asset Pricing Model – CCAPM*) e; b) a derivação da fórmula de opção de compra de Black e Scholes (1973).

De fato, desde o influente estudo de Nelson e Plosser (1982) inúmeras investigações empíricas destacaram a presença de raiz unitária em séries econômicas e financeiras. No entanto, esses resultados, bem como os métodos econométricos utilizados para a sua obtenção, têm sido largamente contestados, essencialmente por estudos desenvolvidos no âmbito da estatística bayesiana.

No campo teórico, Dejong *et al.* (1992a), por exemplo, evidenciam o baixo poder dos testes clássicos para raiz unitária,³ situando-se abaixo de 50% e algumas vezes abaixo de 10%. Resultados similares também são observados em Diebold e Rudebusch (1990), quando se consideram processos fracionários, e Dejong *et al.* (1992b), para processos alternativos de raiz quase unitária. Do lado empírico, destacam-se Dejong e Whiteman (1991) e Kwiatkowski *et al.* (1992), que reanalisando as séries estudadas por Nelson e Plosser obtiveram resultados substancialmente diferentes.

Ng e Perron (2001) reafirmaram a pertinência do ceticismo quanto aos resultados de raiz unitária, não só por conta dos argumentos anteriores, mas pelas grandes distorções causadas quando se observa conjuntamente: a) uma grande raiz negativa no polinômio de médias móveis da série estudada e; b) uma seleção inapropriada do truncamento auto-regressivo.

Todo esse debate, no entanto, conduz a outro desdobramento: a rejeição da hipótese de raiz unitária não necessariamente implicará a aceitação de um comportamento estacionário e ergódico para a série temporal. Este fato decorre da possibilidade de o processo gerador dos dados (PGD) ser constituído por uma raiz quase (e não exatamente) unitária com persistência local. Logo, em uma investigação direcionada a variáveis macroeconômicas, a análise tradicional para a raiz unitária pode apresentar resultados inconclusivos.

Sendo assim, em estudos que considerem esse tipo de análise devem-se destacar: a) o ceticismo quanto aos resultados de raiz unitária, buscando na literatura o método mais “robusto” de estimação e; b) no caso da rejeição da hipótese nula, ou seja, inexistência de raiz unitária, um teste apropriado para a pertinência da caracterização quase estacionária da variável.

Resumidamente, espera-se que as séries econômicas e financeiras aqui selecionadas sejam caracterizadas: a) por um processo com raiz quase unitária e; b) pela existência de regiões de persistência, ou seja, que os efeitos das inovações não se dêem indefinitivamente, desaparecendo no longo (ou longuíssimo) prazo, o que de fato tem sido largamente observado.⁴

Para testar tais hipóteses utilizam-se variáveis nacionais e internacionais, tais como PIB real, taxa de crescimento do consumo real, taxa de juros nominal e inflação. Buscou-se em Phillips,

1 Ver Campbell e Perron (1991).

2 Tradicionalmente, as flutuações nas variáveis reais (notadamente o produto) eram concebidas como transitórias em torno de uma tendência polinomial determinista (linear ou exponencial) (ver Lucas, 1977).

3 Notadamente os testes DF, ADF e Phillips-Perron.

4 Ver, por exemplo, Lanne (2000) e Lima e Xiao (2002).

Moon e Xiao (2001) uma alternativa aos modelos tradicionais de raiz quase unitária e persistência, discutidos, respectivamente, por Phillips (1987b) e Cochrane (1988).

O estudo comporta três seções além dessa introdução. Na segunda seção apresentam-se: a) as implicações teóricas da raiz unitária em modelos econômicos e financeiros e; b) o modelo de raiz quase unitária e persistência local, com seus respectivos métodos de estimação, tanto paramétricos como não-paramétricos. A terceira seção é reservada à discussão dos resultados e, a quarta, às considerações finais. Devem ser destacadas ainda algumas notações utilizadas a seguir: “:=”, “ \xrightarrow{P} ”, “ \xrightarrow{L} ” e “ \Rightarrow ” significam, respectivamente, igualdade por definição e convergências em probabilidade, distribuição e fraca.

2 ASPECTOS TEÓRICOS

Nesta seção apresentam-se os referenciais teóricos do estudo. Em um primeiro momento busca-se discutir as implicações teóricas da existência de uma raiz unitária em séries econômicas. Em seguida, dá-se atenção especial ao modelo de raiz quase unitária e persistência local proposto por Phillips, Moon e Xiao (2001), no qual se destacam: a) a obtenção do parâmetro auto-regressivo (casos quase estacionário e com raiz unitária) e; b) sua respectiva estimação paramétrica, conjugando o método de inferência proposto por Elliott, Rothenberg e Stock (1996) e o critério ótimo de seleção de *lags* desenvolvido por Ng e Perron (2001).

2.1 Raiz unitária: implicações econômicas

A análise da existência de raiz unitária tem tomado lugar de destaque na literatura econômica, podendo-se citar inúmeras aplicações empíricas e conseqüências teóricas advindas de sua observação. No entanto, destacam-se, nessa subseção, as implicações específicas para o mercado de produto e para uma classe de modelos econômicos/financeiros. Em resumo, pretende-se justificar, economicamente, o estudo mais aprofundado dos modelos de raiz unitária e persistência.

2.1.1 Mercado de produto

Em termos econômicos, a detecção de uma raiz unitária na série temporal do produto indica que os fatores reais possuem influência sobre os movimentos cíclicos de curto prazo.⁵ Ou seja, contesta-se a hipótese da dicotomia entre as políticas de curto e longo prazos e a concepção de flutuações estacionárias do produto em torno de seu nível potencial.

Outra importante implicação relaciona-se ao efeito de longo prazo das políticas de estabilização. Isto é, devido ao comportamento estocástico do produto, os agentes econômicos serão obrigados a conviver indefinitivamente com políticas de estabilização ineficientes. Além do mais, previsões sobre o comportamento futuro do produto somente serão exequíveis para pequenos horizontes de tempo, tornando delicada a implantação da política econômica.

Tais conseqüências fomentaram o desenvolvimento de inúmeras investigações empíricas, destacando-se os artigos de Nelson e Plosser (1982), Cochrane (1988), Hamilton (1989), entre outros. No caso específico da investigação do mercado de produto brasileiro, têm-se: Cribari-Neto (1990, 1992 e 1993), Fava e Cati (1995) e Cati (1998) e Aguirre e Ferreira (2001).

5 Os movimentos dos ciclos são aqueles associados às políticas de curto prazo, seja política fiscal ou monetária; já os fatores reais são associados a: acumulação de capital, crescimento populacional, desenvolvimento tecnológico, recursos naturais etc.

2.1.2 Modelos econômicos/financeiros

Em modelos econômicos/financeiros, a caracterização do processo gerador das séries temporais a partir de uma raiz unitária conduz a importantes distorções. Lima e Xiao (2003), por exemplo, enumeraram uma classe de modelos suscetíveis a esse viés. A motivação desses autores se faz presente neste estudo ao considerar-se o CCAPM e a derivação da fórmula de opção de compra de Black-Scholes.

Lucas (1978) apresentou o modelo de CCAPM como um problema geral de um agente representativo, em que os planos de consumo futuro envolvem a retenção de riqueza (ativos), seus respectivos retornos e o grau de aversão ao risco. Foge do escopo desse estudo uma investigação aprofundada em torno desse modelo.⁶ Pretende-se, apenas, destacar a importância da hipótese da estacionariedade das taxas de consumo, juros e inflação para o seu funcionamento. Isto posto, considera-se a maximização condicional, dada por:

$$\max_{\{C_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}, \{\theta_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}} E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u[C_{t+j}] \right], \text{ sujeito a,} \quad (2.1.1)$$

$$C_{t+j} + q_{t+j} \theta_{t+j+1} \leq [q_{t+j} + q_{t+j}^*] \theta_{t+j} + y_{t+j}, \quad \forall j = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1.2)$$

onde, em uma economia com N ativos, $E_t(\bullet)$ corresponde à esperança condicional; β é a taxa de desconto intertemporal [$\beta \in (0, 1)$]; C_{t+j} representa o consumo agregado no tempo $t+j$; θ_{t+j} corresponde ao vetor de quantidades de ativos no tempo $t+j$; q_{t+j} é o vetor de preços dos ativos no tempo $t+j$; q_{t+j}^* é o vetor de dividendos desses ativos e; y_{t+j} corresponde à renda exógena recebida.

Resolvendo o problema de maximização (2.1.1) sujeito a (2.1.2), tem-se:

$$E_t \left[\beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (1 + R_{i,t+1}) \right] = 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (2.1.3)$$

onde (2.1.3) corresponde às N equações de Euler; $R_{i,t+1} := \frac{q_{t+1} q_{t+1}^*}{q_t} - 1$ à taxa de retorno real do ativo i no tempo $t+1$ e γ é o coeficiente de aversão relativa ao risco. Aplicando o logaritmo em (2.1.3), e estendendo a análise em termos da taxa de juros nominal (r_i), tem-se:

$$\log \beta - \gamma E_t \left(\log \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right) \right) + E_t \left(\log \left(\frac{q_t}{q_{t+1}} \right) \right) + E_t \left(\log (r_{i,t+1}) \right) = 0 \quad (2.1.4)$$

De acordo com Rose (1988), a observação de (2.1.4) sugere que a taxa de crescimento do consumo, inflação e juros nominais possuem uma mesma ordem de integração, ambas estacionárias ou, no caso I(1), necessariamente co-integradas.

⁶ O leitor mais interessado encontrará uma discussão teórica em Lucas (1978). Para uma análise empírica do caso brasileiro, ver Issler e Piqueira (2000).

A derivação da fórmula de opção de compra de Black-Scholes também assume restrições sobre o comportamento da taxa de juros, notadamente relacionadas à sua estacionariedade e distribuição gaussiana.⁷ A idéia básica de Black e Scholes (1973) era analisar uma opção de compra, sob determinadas características do mercado financeiro europeu, cujo preço fosse modelado em dois componentes: um determinista e outro aleatório. Dessa forma, a taxa de retorno do ativo será composta por uma parte determinista conhecida e uma parte aleatória seguindo um processo estocástico estacionário, de modo que essa taxa seja estacionária e normalmente distribuída.

Buscou-se a obtenção do **preço racional**, ou seja, aquele que torna possível o gerenciamento da carteira a partir de uma estratégia autofinanciadora, de forma a obter o mesmo retorno no final da **vida da opção**, além de possibilitar a arbitragem sem nenhum risco de perda. Para tanto, partiu-se da escolha de uma estratégia autofinanciadora, mesclando ativos com e sem risco. Os ativos isentos de risco possuem um retorno constante capitalizado continuamente, de modo a se obter uma carteira com risco neutro e retorno igual ao do ativo sem risco. Sendo assim, empregando a fórmula de Ito, obtém-se a equação diferencial parcial de Black-Scholes, sendo sua solução (fórmula de Black-Scholes) obtida por diversos métodos.⁸

Pode-se notar que, assim como no modelo CCAPM, não se buscou a demonstração algébrica detalhada e, sim, destacar as hipóteses relativas à estacionariedade das variáveis. No caso específico da derivação da fórmula de Black-Scholes, ainda se deve considerar a hipótese da normalidade da distribuição. No entanto, este ponto não será discutido por este estudo, podendo o leitor mais interessado buscar essa discussão em Lima e Xiao (2003).

2.2 Raiz quase unitária e persistência local

Os modelos de raiz quase unitária, especificadamente aqueles nos quais se considera a captação de processos de persistência local, têm atraído uma maior atenção em anos recentes, por fornecer uma maior flexibilidade na modelagem de séries temporais não-estacionárias. Sua forma mais simples consiste em:

$$y_t = ay_{t-1} + u_t, \quad a = 1 + \frac{c}{n}, \quad t = 1, \dots, n, \quad u_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2) \quad (2.2.1)$$

Note que $a \rightarrow 1$ quando $n \rightarrow \infty$, e que, para amostras finitas, o sistema possui comportamentos diversos, devido à localização de c , ou seja: quase estacionário ($c < 0$); explosivo ($c > 0$); e com raiz unitária ($c = 0$). Phillips, Moon e Xiao (2001) destacaram que o parâmetro c é identificável, porém não pode ser estimado consistentemente. Dessa forma, propuseram a seguinte reparametrização para (2.2.1):

$$y_{k,t} = \alpha y_{k,t-1} + u_{k,t}, \quad t \in T_m; k \in \mathbb{K}_K \quad (2.2.2)$$

$$y_{k,0} = y_{k-1,m}$$

$$\alpha = e^{\frac{c}{m}} \sim 1 + \frac{c}{m}$$

7 Uma discussão sobre a derivação da fórmula de opção de compra sob a hipótese de distribuições não-gaussianas foi desenvolvida por Borland (2002).

8 Por exemplo: Método de Merton, Fórmula de Feynman-Kac e aproximação binomial.

onde $T_m = \{1, \dots, m\}$, implicando que o sistema é composto por uma seqüência de blocos com m observações e $\mathbb{k}_K = \{-K, -K+1, \dots, 0, 1, \dots, M\}$, com $K \geq 0$. Com relação a k , postula-se a existência de um passado infinito e de um bloco observável $k = 1, \dots, M$, de modo que a série temporal seja definida por $\{y_{k,t} : t \in T_m; k = 1, \dots, M\}$ e a amostra total, $n = mM$. Dessa forma, podem-se escrever blocos particulares $y^k = (y_{k,1}, \dots, y_{k,m})$ e a combinação desses M blocos como $y = (y^1, y^2, \dots, y^M)$.

Tomando $m = n^d$, tem-se no parâmetro d a magnitude da persistência do processo, sendo $0 < d < 1$. Sabe-se que os choques podem afetar a trajetória de longo prazo das séries temporais econômicas. No entanto, entende-se que esses choques não possuem um efeito de ordem infinita. Ou seja, admite-se a existência de regiões de persistência de ordem $O(n^d)$, para n igual ao tamanho da amostra.

Observa-se, ainda, que o modelo (2.2.2) possui uma interação completa entre os processos $I(0)$ e $I(1)$ e suas respectivas taxas de convergência $O(\sqrt{n})$ e $O(n)$. No modelo tradicional (2.2.1), a taxa de convergência do parâmetro auto-regressivo é exatamente a mesma, seja em processos estacionários ou com de raiz unitária [$O(n)$], sendo que somente nas situações em que $c \rightarrow -\infty + \infty$ é que se têm processos respectivamente estacionários e explosivos.⁹ De outro lado, o novo modelo possui uma taxa de convergência do parâmetro auto-regressivo igual a $O(n^d)$ para $d \in [1/2, 1]$. Por fim, destaca-se que em (2.2.2), assim como em (2.2.1), é importante a localização do parâmetro c . No entanto, no caso específico desse estudo serão considerados apenas os casos: a) quase estacionário, isto é, $c < 0$, e; b) com a presença de raiz unitária ($c = 0$). Sendo assim, passa-se à demonstração dos resultados relativos à estimação dos parâmetros.

2.2.1 Parâmetro auto-regressivo ($c < 0$ e $c = 0$)

Nesta subseção,¹⁰ serão consideradas duas situações. A primeira assume a quase estacionariedade das séries ($c < 0$), ou seja, a rejeição da existência de uma raiz unitária não necessariamente implicará a aceitação de um comportamento de covariância estacionária para a série, o que de fato será determinado pela magnitude e significância do parâmetro de persistência local d . Em um segundo momento admite-se a existência de raiz unitária ($c = 0$).

Introduzindo-se uma correção não-paramétrica no estimador de OLS (*ordinary least squares*), tem-se o estimador de α em (2.2.2) dado por:

$$\hat{\alpha}^+ = \frac{\sum_{k=1}^M (y_{t-1}^{k'} y_t^k - m \hat{\lambda}_k)}{\sum_{k=1}^M y_{t-1}^{k'} y_{t-1}^k} \quad (2.2.3)$$

onde se destacam as propriedades de $\hat{\lambda}_k$, ou seja: a) $\hat{\lambda}_k \xrightarrow{P} \lambda_k$ quando $m \rightarrow \infty$, $\forall k$; b) $\sqrt{mh}(\hat{\lambda}_k - \lambda_k) \xrightarrow{L} N(0, V_k)$ quando $m \rightarrow \infty$, $\forall k$, sendo h o tamanho da janela usada para a construção do estimador $\hat{\lambda}_k$ (isto é, o *bandwidth parameter*) e; c) $\sup_k V_k < \infty$. As hipóteses (a) e

⁹ Ver Phillips (1987b).

¹⁰ O desenvolvimento desta subseção baseia-se na articulação dos argumentos de Phillips, Moon e Xiao (2001) e Phillips (1987a e 1987b).

(b) satisfazem a classe de estimadores não-paramétricos para λ_k sob um processo linear¹¹ e (c) sugere que V_k possui variância finita. Tradicionalmente, utiliza-se o *kernel smoothing* para a estimação de λ_k .¹² Sendo assim, a convergência de $\hat{\alpha}^+$ para o seu valor populacional é dada por:

$$\sqrt{M}m(\hat{\alpha}^+ - \alpha) \Rightarrow N(0, V_\alpha)$$

Ou seja, observa-se uma convergência para uma distribuição normal com média zero e variância V_α .¹³ De fato, como já ressaltado anteriormente, a taxa de convergência do estimador $\hat{\alpha}^+$ situa-se entre as taxas de convergência do processo estacionário e com raiz unitária. Por exemplo, escrevendo m e M como função da amostra total n , ou seja, $m = n^\varphi$ e $M = n^{1-\varphi}$, com $0 \leq \varphi \leq 1$. Tem-se então $\sqrt{M}m = n^d$, com $d = \frac{1}{2} + \frac{\varphi}{2}$. Dessa forma, conclui-se que (2.2.2) é parte constituinte da classe dos modelos intermediários, entre os estacionários e os que possuem raiz unitária.

Os resultados anteriores são possíveis, dada a hipótese da quase estacionariedade do processo, $c < 0$. Caso a série seja caracterizada pela existência de uma raiz unitária, isto é, $c = 0$ em (2.2.2), tem-se um comportamento similar ao modelo de raiz unitária convencional, com uma taxa de convergência para $\hat{\alpha}^+$ correspondente a $O(n = mM)$.

Em suma, a estimação do parâmetro auto-regressivo requer a utilização de procedimentos paramétricos e não-paramétricos. A estimação não-paramétrica dá-se a partir da correção do parâmetro auto-regressivo (equação 2.2.3), onde $\hat{\lambda}_k = 1/2(\hat{\sigma}_u^2 - \hat{\omega}_u^2)$, sendo $\hat{\sigma}_u^2$ e $\hat{\omega}_u^2$ estimadores consistentes para as variâncias de curto e longo prazos do erro. A variância de longo prazo será estimada a partir da variância do *kernel smoothing Epanechnikov* dado por:

$$K = \frac{3}{4}(1-u^2)I(|u| \leq 1)$$

onde u é o argumento da função *kernel* e I a variável de indicador que assume valor um se o argumento é verdadeiro e zero caso contrário. No entanto, caso o termo de erro seja *i.i.d.*, tem-se $\lambda_k = 0$, podendo-se empregar, apenas, o método de estimação paramétrico, que no caso específico deste estudo envolve o DF-GLS discutido na seção seguinte.

2.3 Estimação do parâmetro auto-regressivo: procedimentos paramétricos

Nesta seção busca-se apresentar um método eficaz para a estimação do parâmetro auto-regressivo α . Para tanto, conjugam-se os resultados obtidos por Elliott, Rothenberg e Stock (1996), isto é, o desenvolvimento do teste DF-GLS, e o critério ótimo de seleção de *lags* apresentado por Ng e Perron (2001). Para tornar a exposição mais elucidativa devem ser tomadas como ponto de

11 Ver Park e Phillips (1988).

12 Ver Xiao *et al.* (2002).

13 O V_α envolve uma razão de processos de difusão gaussianos de Ornstein-Uhlenbeck, que no limite assumem, em um caso especial, um valor constante igual a $-2c$.

partida algumas considerações básicas do modelo padrão de Dickey e Fuller (1979) e Said e Dickey (1984). Ou seja, considerando, inicialmente, um processo gerador para y_t dado por:

$$y_t = d_t + \rho y_{t-1} + u_t, \quad u_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i} + e_t + \sum_{j=1}^q \theta_j e_{t-j} \quad (2.3.1)$$

onde $e_t \sim i.i.d.(0, \sigma_e^2)$; $\{u_t\}$ é uma seqüência estacionária, invertível e sem raízes (α_i e θ_j) comuns e $d_t = \psi' z_t$, onde z_t representa o conjunto de variáveis deterministas, e ψ , os seus respectivos parâmetros, ou seja, $d_t = \sum_{i=0}^p \psi_i t^i$. Pode-se, assim, obter a seguinte representação:

$$\Delta y_t = d_t + \beta_0 y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j u_{t-j} + e_{tk}$$

Nessa especificação, os coeficientes $\beta_j (j=1, \dots, \infty)$ são funções dos parâmetros $\{\alpha_i, \theta_j; i=1, \dots, p, j=1, \dots, q\}$. Sob a hipótese nula ($\rho=1$), tem-se o PGD representado por um ARIMA (p,1,q) [note que sob essa hipótese $\Delta y_t = u_t$]. Desta forma, as ordens desconhecidas do modelo (p,q) poderão ser aproximadas por trucagens auto-regressivas (k), de modo que o teste padrão consista na observação do valor da estatística t para $\beta_0 = 0$ na equação a seguir:

$$\Delta y_t = d_t + \beta_0 y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta y_{t-j} + e_{tk} \quad (2.3.2)$$

Devem ser destacados dois aspectos centrais nesse processo: a) a estimação dos parâmetros deterministas é realizada por OLS, mesmo sem informações quanto às presenças de auto-correlação e heteroscedasticidade nos dados e; b) a importância de uma seleção apropriada para trucagem k , de modo a obter uma melhor aproximação para PGD verdadeiro. A não consideração desses tópicos pode conduzir o teste de estacionariedade a importantes distorções, como foi demonstrado em Elliott, Rothenberg e Stock (1996) e Ng e Perron (2001).

No primeiro caso (a), busca-se reduzir o viés na estimação de ψ a partir de uma inferência alternativa (*Generalized Least Squares – GLS*), dado que, regra geral, não se conhece a natureza dos componentes deterministas. Para tanto, considerando a série y_t e seus componentes deterministas z_t , definiu-se: $y_t^{\bar{\alpha}} = (y_0, (1 - \bar{\alpha}L)y_t)$ e $z_t^{\bar{\alpha}} = (z_0, (1 - \bar{\alpha}L)z_t)$, $t=0, \dots, n$, sendo a estimação dos parâmetros deterministas obtida a partir da minimização de $S^*(\psi, \bar{\alpha}) = \sum_{t=0}^n (y_t^{\bar{\alpha}} - \psi' z_t^{\bar{\alpha}})^2$. Em resumo, o procedimento consiste na obtenção do valor mínimo para o quadrado dos resíduos em um conjunto de regressões GLS, no qual se impõem duas hipóteses: $\alpha = \bar{\alpha} = 1 + c/n$ e $\alpha = 1$.

Realizada a estimação eficiente para os parâmetros deterministas, obtém-se o resíduo do processo, ou seja, $y_t^d \equiv y_t - \widehat{\psi}' z_t$, e se emprega o procedimento padrão [observa-se o valor da estatística t para $\theta_0 = 0$ em (2.3.3)].

$$\Delta y_t^d = \theta_0 y_{t-1}^d + \sum_{j=1}^k \theta_j \Delta y_{t-j}^d + e_{tk} \quad (2.3.3)$$

Com relação ao segundo aspecto (b), considera-se um critério ótimo para a seleção do truncamento k . Tradicionalmente, a literatura vem recorrendo aos critérios de seleção de Akaike (*Akaike Information Criterion*) e Schwarz (*Bayesian Information Criterion*). No entanto, Ng e Perron (2001) demonstraram que tais critérios tendem a selecionar baixos valores para k , quando se tem uma grande raiz negativa (próximo a -1) no polinômio de médias móveis da série. De forma geral, esse comportamento conduz os testes de raiz unitária a importantes distorções.¹⁴

Esse fato motivou o desenvolvimento de um critério alternativo para a seleção do truncamento auto-regressivo (*Modified Information Criteria – MIC*), de modo a minimizar as distorções no processo de estimação. Tal procedimento pode ser representado por:

$$MIC(k) = \ln(\widehat{\sigma}_k^2) + \frac{C_n(\tau_n(k) + k)}{n - k_{max}} \quad (2.3.4)$$

onde $\widehat{\sigma}_k^2 = (n - k_{max})^{-1} \sum_{t=k_{max}+1}^n \widehat{e}_{tk}^2$; $C_n > 0$ e $C_n/n \rightarrow 0$, quando $n \rightarrow \infty$; $\tau_n(k) = (\widehat{\sigma}_k^2)^{-1} \widehat{\theta}_0^2 \sum_{t=k_{max}+1}^n (y_{t-1}^d)^2$.

O valor de k_{max} é obtido por $k_{max} = \text{int}(12(n/100)^{1/4})$ (ver Schwert, 1989). Note que fazendo $C_n = 2$ ou $C_n = \ln(n - k_{max})$, têm-se, respectivamente, os critérios modificados de Akaike e Schwarz.

Em suma, o procedimento de estimação paramétrico consiste em: a) obter o resíduo para a série a ser estimada (extrair os componentes deterministas por GLS); b) estimar (2.3.3) por OLS utilizando o valor ótimo para k obtido por (2.3.4) e o intervalo amostral $n - k_{max}$; e c) por fim, observar o valor da estatística t para $\theta_0 = 0$.

2.4 Estimação e significância estatística do parâmetro de persistência local

Considerando o modelo (2.2.2) com $m = n^d$, sabe-se que a magnitude da persistência está associada ao valor do parâmetro d . Ou seja, para valores de d próximos a 1, tem-se uma longa persistência. Por conveniência, assume-se um valor de $c = -1$. Sendo assim, $1 - \alpha = n^{-d}$. Extraíndo o logaritmo da expressão anterior, observa-se a estimação consistente¹⁵ para d dada por:

$$d = -\frac{\ln(1 - \alpha)}{\ln(n)} \quad (2.4.1)$$

14 A investigação quanto aos efeitos de grandes raízes negativas no componente MA do PGD foi promovida teoricamente por Nabeya e Perron (1994). Observou-se que caso o PGD seja caracterizado por um ARMA(1,1), com MA próximo a -1, tem-se uma estimação inconsistente do parâmetro auto-regressivo [testes ADF e Phillips-Perron].

15 A prova para a consistência de d encontra-se em Lima e Xiao (2002).

Sua significância estatística é obtida a partir de um teste de hipótese baseado na soma cumulativa de y_i , onde se confronta a hipótese nula de um processo caracterizado por covariância estacionária ($H_0 : d = 0$) diante da hipótese alternativa ($H_1 : 0 < d \leq 1$). Este teste é determinado por:

$$Q_n = \max_{1 \leq v \leq n} \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{1}{\hat{\omega}_y} \left| \sum_{i=1}^v y_i - \frac{v}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right| \quad (2.4.2)$$

onde $\hat{\omega}_y$ é o estimador para o desvio padrão de longo prazo de y_i (*kernel smoothing*), e v , ao CUSUM (*cumulative summation*). Informações sobre o comportamento assintótico e valores críticos de Q_n encontram-se em Lima e Xiao (2002).

3 RESULTADOS EMPÍRICOS

Os resultados das estimações realizadas nesta seção confrontam as hipóteses da existência de raiz unitária ante a caracterização quase estacionária das séries temporais. Em suma, admite-se que a rejeição da hipótese da raiz unitária não necessariamente implicará a aceitação de um comportamento estacionário e ergódico para a série temporal. Sendo assim, para testar tal suposição selecionaram-se as seguintes variáveis: produto interno bruto real, taxa de juros nominal, inflação e taxa de crescimento do consumo real. A pertinência da escolha dessas variáveis foi discutida na seção 2.1.

A análise será procedida em dois blocos. O primeiro referente à economia brasileira e o segundo às economias internacionais. Os dados do primeiro bloco foram obtidos nos endereços eletrônicos do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA (<http://www.ipeadata.gov.br>) e da Fundação Getúlio Vargas (<http://www.fgvdados.br>). O PIB real anual compreende o intervalo entre 1900 e 2002; a taxa de juros (retorno dos títulos públicos federais) compreende o período de 1975:01 a 2003:11; a taxa de inflação (IGP-DI para o período de 1944:02 a 2003:02) possui periodicidade mensal; a taxa de crescimento do consumo familiar real anual comporta o período de 1948 a 2002.

O bloco internacional refere-se aos dados da Alemanha, Canadá, Estados Unidos, França, Itália e Japão, obtidos nos diversos endereços eletrônicos.¹⁶ Os dados de produto real (1965:01 a 2002:02) e taxa de inflação (1957:02 a 2003:02) possuem periodicidade trimestral e a taxa de crescimento do consumo real (1964 a 1999) possui periodicidade anual.

Selecionou-se uma grande quantidade de taxas de juros com diversas maturidades, são elas: Canadá – *paper rate* comercial com um (M-1) e três meses (M-3) de maturidade (1971:01 a 2002:12); EUA – *paper rate* comercial com um mês (M-1) de maturidade (1971:04 a 2003:11), bônus governamental com maturidades de três (M-3) e dez (M-10) anos (1975:01 a 1999:01 – trimestral); Japão – bônus governamental com maturidade dez (M-10) anos (1985:10 a 2003:10); e Alemanha, França e Itália com taxas *Call Money* (1975:01 a 1999:01 – trimestral).

Utilizou-se, no processo de estimação, o *software Statistics Data Analysis* (STATA 8.0), sendo estabelecidas duas estratégias. O ponto de partida para ambas envolve o teste DF-GLS. Este primeiro passo servirá como um indicativo para a determinação da ordem de integração das séries. Caso o PGD seja caracterizado pela existência de uma raiz unitária, tem-se um processo de longa persistência. No entanto, rejeitando-se essa hipótese, parte-se para a obtenção dos parâmetros quase unitários e de persistência local, considerando: a) um termo de perturbação *i.i.d.*; e b) não *i.i.d.*.

16 Os dados de PIB e inflação foram obtidos no IPEA; os dados de consumo, na Macrodata (<http://www.fgn.unisg.ch/eumacro/macrodata/dmtrxneu.htm>) e as taxas de juros, nos endereços de Bancos Centrais e instituições financeiras. São eles: (<http://www.bankofcanada.ca/en/>), (<http://www.bancaditalia.it>), (<http://www.boj.or.jp/cn/index.htm>), (<http://www.federalreserve.gov.htm>) e (<http://www.globalfindata.com>).

O teste DF-GLS será conduzido a partir da seguinte estratégia: a) identifica-se a especificação correta da série, ou seja, com flutuações em torno de uma tendência ou de uma média; b) realiza-se a estimação considerando todas as truncagens estabelecidas entre 0 e k_{max} , sendo k_{max} obtido a partir do método de Schwert (1989); c) escolhe-se o k ótimo utilizando o *Modified Information Criteria* (MIC), sugerido por Ng e Perron (2001) e, por fim; d) reestima-se o parâmetro auto-regressivo no intervalo $n - k_{max}$, comparando sua estatística t com os valores críticos contidos em Elliott, Rothenberg e Stock (1996).

A estimação dos parâmetros α e d , como ressaltado anteriormente, será realizada de duas formas. Na primeira admitir-se-á uma seqüência $\{u_t\}$ *i.i.d.*. Neste caso, $\hat{\lambda}_k$, em (2.2.3), será igual a zero e o parâmetro auto-regressivo será obtido a partir da equação objetivo do teste DF-GLS (isto é, envolvendo as truncagens ótimas). A partir desse parâmetro, denotado $\hat{\alpha}$, obtêm-se o grau da persistência local (\hat{d}) e sua significância estatística (teste Q_n). Este procedimento foi tomado, por exemplo, por Lima e Xiao (2002).

A segunda estimação considerará um termo de erro não *i.i.d.*. Sendo assim, adota-se a correção não-paramétrica descrita em (2.2.3). Ou seja, estimam-se consistentemente as variâncias de curto e longo prazos para u_t e se aplica essa correção ao parâmetro auto-regressivo da equação (2.2.2).¹⁷ Conseqüentemente, obtêm-se os parâmetros quase unitários ($\hat{\alpha}^+$) e de persistência local (\hat{d}^+) diferenciados dos anteriores. A variância de longo prazo para u_t será obtida a partir do *kernel smoothing Epanechnikov*.¹⁸ O mesmo método de estimação será empregado na correção do teste Q_n .¹⁹

3.1 Evidência empírica para o Brasil

A análise será efetuada em dois momentos. No primeiro, discutem-se os resultados relativos ao mercado de produto, buscando-se confrontá-los com as evidências estabelecidas na literatura. No segundo momento, analisam-se os resultados referentes às taxas de crescimento do consumo real, juro nominal e inflação.

3.1.1 Mercado de produto

Os estudos de Cribari-Neto (1990, 1992 e 1993) constituem um importante referencial na investigação da existência de um comportamento estocástico no PIB brasileiro. Utilizando, essencialmente, o teste padrão ADF e as medidas de persistência paramétricas e não-paramétricas o autor conclui em favor da existência de raiz unitária e longa persistência na série do produto (1900 a 1993). Este resultado foi, em parte, contestado por Fava e Cati (1995), estudo no qual foram encontradas evidências de estacionariedade em subperíodos anteriores à década de 1980, e amplamente refutado por Aguirre e Ferreira (2001) a partir de uma abordagem alternativa (*changing growth model*).

Porém, parte dos estudos anteriores tem em comum a hipótese de mudanças estruturais na função determinista, incluindo-se, portanto, variáveis de intervenção em suas estratégias de estimação. Não se observou, no entanto, as possíveis distorções causadas por: a) uma caracterização quase unitária no PGD; b) uma grande raiz negativa no polinômio de médias móveis; c) o desconheci-

17 Vale ressaltar que, nesse caso, a equação objetivo não contém truncagens auto-regressivas.

18 Considerado como kernel ótimo, ele é dado por $K_{opt}(x) = 3/4(1-x^2)$.

19 Ver fórmula (2.4.2).

mento quanto à presença de autocorrelação e heteroscedasticidade nos dados; d) uma seleção inapropriada no número de trucagens auto-regressivas, e; e) a possibilidade de que, caso se rejeite a hipótese da raiz unitária, se observe um processo com persistência local. Deve-se, portanto, lançar um olhar crítico quanto a seus resultados.

A Tabela 1 apresenta os resultados da estimação dos testes de raiz unitária para diversos subperíodos, em sua maioria já analisados na literatura.²⁰ Regra geral, não se observaram problemas de polinômios de médias móveis negativos. Os testes indicam a não-rejeição da hipótese de existência de raiz unitária em praticamente todos os períodos considerados. Esses resultados mostram-se conflitantes com os obtidos por: a) Fava e Cati (1995), no que se refere aos subperíodos 1900 a 1985, 1900 a 1980 e 1947 a 1980 e; b) Aguirre e Ferreira (2001), para o período de 1950 a 1997. Sendo assim, a hipótese da associação entre a raiz unitária e a situação econômica observada no período pós-década de 1980, levantada por Fava e Cati (1995), mostra-se não condizente com o processo de estimação alternativo adotado neste estudo.

Tabela 1 – Raiz unitária para o PIB real brasileiro

Período	Logaritmo do Produto Interno Bruto Real Brasileiro						
	<i>n</i>	Especificação	AR	MA	Lag máximo	Lag ótimo	DF ^{GLS}
1900-2000	103	Tendência	1,00	0,18	12	11	-2,17
1900-1993	94	Tendência	1,00	0,18	11	11	-2,02
1947-1993	47	Tendência	0,98	0,28	9	2	-1,59
1947-2002	56	Tendência	0,98	0,29	10	1	-0,57
1900-1985	86	Tendência	1,00	0,13	11	1	-1,03
1900-1980	81	Tendência	1,01	0,05	11	11	-0,99
1947-1985	39	Tendência	0,99	0,29	9	2	-2,97*
1947-1980	34	Tendência	1,00	0,35	9	1	-2,05
1950-1997	48	Tendência	0,98	0,28	9	2	-1,27

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese da existência de raiz unitária respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância.

Observou-se, no entanto, a rejeição da hipótese de raiz unitária para o período compreendido entre 1947 a 1985. Tal comportamento conduz à estimação do parâmetro de persistência local (Tabela 2). Esse teste indicará o grau de persistência de um choque, confrontando as hipóteses de uma caracterização covariância estacionária ($H_0 : d = 0$) ante a persistência local ($H_1 : 0 < d \leq 1$). Em ambas as estimações (adotando as correções paramétrica e não-paramétrica) observaram-se uma alta persistência, sendo esses parâmetros estatisticamente significativos.

20 Vale ressaltar que as estimações envolvendo um pequeno número de observações (abaixo de 50) podem apresentar vieses.

Tabela 2 – Parâmetros de raiz quase unitária e persistência local

Período	Logaritmo do Produto Interno Bruto Real Brasileiro					
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\alpha}^+$	\hat{d}	\hat{d}^+	$H_0 : d = 0$	$H_0 : d^+ = 0$
1947-1985	0,96	0,95	0,88	0,82	1,32*	1,53**

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese nula respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância. Os valores críticos encontram-se em Lima e Xiao (2002).

Em suma, os resultados mostram-se contraditórios com os estabelecidos em Fava e Cati (1995) e Aguirre e Ferreira (2001), reforçando a evidência da não-estacionariedade do PIB presente em Cribari-Neto (1990, 1992 e 1993). O único período no qual se observou estacionariedade (1947 a 1985) apresentou um alto coeficiente de persistência local, implicando a não aceitação da caracterização covariância estacionária para a série.

3.1.2 Modelos econômicos/financeiros

A análise para as séries nacionais de taxa de inflação e taxas de juros²¹ apresenta uma dificuldade adicional devido à existência de *inliers*.²² Esta característica introduz um importante viés no processo de estimação convencional, ou seja, os testes tendem a rejeitar a hipótese da existência de raiz unitária. Por conta disso, os estudos, notadamente os relacionados à investigação do comportamento das taxas de inflação, defrontaram-se com o paradoxo da inexistência da raiz unitária conjuntamente à longa persistência (inércia inflacionária).²³

Nesse sentido, Campêlo e Cribari-Neto (2003) dão um passo à frente em relação a Cati, Garcia e Perron (1999), ao conduzir sua investigação sob o teste alternativo de Hasan e Koenker (1997), permitindo uma melhor performance dada a sua não-sensibilidade à presença de *inliers*.

Os resultados da Tabela 3 corroboram os resultados não robustos presentes na literatura, ou seja, se aceita a hipótese da estacionariedade da série para o período de 1944:02 a 2003:03. Quando se observa apenas o período pós Plano Real, tem-se a aceitação da raiz unitária. Comportamento similar é observado na série de taxa de juros (Tabela 4). Têm-se a rejeição e a aceitação da hipótese de raiz unitária para os períodos de 1975:01 a 2003:11 e 1994:08 a 2003:11, respectivamente. Em ambos os casos, inflação e juros, não serão calculados os parâmetros de persistência local, dado que os resultados relativos à estacionariedade são viesados.

Tabela 3 – Raiz unitária para a taxa de inflação brasileira

Período	Taxa de Inflação – IGP-DI						
	n	Especificação	AR	MA	Lag máximo	Lag ótimo	DF ^{GLS}
44:02-03:03	710	Constante	0,91	0,04	19	18	-2,35**
94:08-03:03	104	Constante	0,53	0,08	12	8	-0,83

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese da existência de raiz unitária respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância.

21 Optou-se pela taxa de retorno dos títulos públicos federais, seguindo uma orientação de Issler e Piqueira (2000).

22 Intervenções governamentais que desviam as taxas de sua trajetória **natural**.

23 Vale salientar que existe uma explicação alternativa para esse comportamento, onde se considera a longa dependência de série (ver Fava e Alves, 1998).

Tabela 4 – Raiz unitária para a taxa de juros brasileira

Período	Taxa de Juros – Retornos dos Títulos Públicos Federais						DF ^{GLS}
	<i>n</i>	Especificação	AR	MA	Lag máximo	Lag ótimo	
75:01-03:11	347	Constante	0,90	0,23	16	11	-1,98**
94:08-03:11	112	Constante	0,91	0,00	12	7	-0,12

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese da existência de raiz unitária respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância.

A taxa de crescimento do consumo real mostra-se estacionária (Tabela 5). Observam-se grandes raízes MA negativas e um polinômio auto-regressivo (AR) próximo a um, indicando que a série apresenta os dois problemas enunciados em Ng e Perron (2001). Têm-se, na Tabela 6, os parâmetros quase unitários iguais a 0,35 e 0,48 e os parâmetros de persistência local significativamente diferentes de zero.

Tabela 5 – Raiz unitária para a taxa de crescimento do consumo brasileira

Período	Taxa de Crescimento do Consumo						DF ^{GLS}
	<i>n</i>	Especificação	AR	MA	Lag máximo	Lag ótimo	
1948-2002	54	Constante	0,84	-0,49	10	5	-1,67*

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese da existência de raiz unitária respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância.

Tabela 6 – Parâmetros de raiz quase unitária e persistência local

Período	Taxa de Crescimento do Consumo					
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\alpha}^+$	\hat{d}	\hat{d}^+	$H_0 : d = 0$	$H_0 : d^+ = 0$
1948-2002	0,35	0,48	0,11	0,16	1,04***	20,86***

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese nula respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância. Os valores críticos encontram-se em Lima e Xiao (2002).

Os resultados desta subseção mostraram-se não condizentes com as hipóteses do modelo de CCAPM e da derivação da fórmula de Black-Scholes. No primeiro caso, excluindo-se a análise de co-integração, postulava-se a estacionariedade das taxas de inflação, juros e de crescimento do consumo, o que, de fato, não foi observado. Embora as estimações referentes à taxa de inflação e juros possuam um forte viés, principalmente no que se refere às estimações contendo toda a amostra, a literatura sinaliza em favor de suas não estacionariedades.²⁴ No segundo caso, fórmula de Black-

24 Tem-se observado que a presença de *inliers* e *outliers* contamina a distribuição das variáveis econômicas, viesando as estimações baseadas em OLS. Neste sentido, diversos testes têm sido desenvolvidos com o intuito de contornar tal adversidade. Estes testes compõem a chamada “inferência robusta”, e podem ser encontrados em Lucas (1995a,b), Hasan e Koenker (1997), Xiao (2001) e Lima e Xiao (2003).

Scholes, esperava-se encontrar uma taxa de juros estacionária, o que não foi observado mesmo para o subperíodo pós-Plano Real.

3.2 Evidência empírica internacional

Campbell e Mankiw (1989) foram pioneiros na investigação da persistência à inovação internacional. Seus resultados registraram a longa persistência nos produtos reais da Alemanha, Canadá, França, Itália e Japão. Sendo o produto norte-americano caracterizado por um processo de reversão gradual, ou seja, uma inovação (choque), esta seria revertida em um período de aproximadamente dez anos. Não se pretende aqui discutir de forma aprofundada a causa dessa diferenciação, nem tampouco mensurar o grau de persistência de uma inovação em cada país selecionado. O leitor mais interessado poderá obter uma melhor discussão sobre esses pontos nos diversos textos²⁵ contidos na bibliografia.

Os resultados da Tabela 7 destacam a não-estacionariedade dos PIBs internacionais. Grosso modo, as séries não apresentaram problemas relativos às raízes AR e MA. O resultado relativo aos EUA é condizente com o observado em Cheung e Chinn (1997), que utilizando DF-GLS, embora sem adotar o critério de seleção ótima MIC, aceitaram, parcialmente, a existência da raiz unitária.²⁶

Tabela 7 – Raiz unitária para os PIBs reais internacionais

Países	Logaritmo dos Produtos Internos Brutos Reais Internacionais - 1965:01-2002:02						
	<i>n</i>	Especificação	AR	MA	Lag máximo	Lag ótimo	DF ^{GLS}
Alemanha	150	Tendência	0,99	0,06	13	11	-2,05
Canadá	150	Tendência	0,99	0,40	13	9	-0,88
EUA	150	Tendência	0,99	0,20	13	4	-2,35
França	150	Tendência	0,99	-0,23	13	5	-0,76
Itália	150	Tendência	0,99	0,07	13	12	-0,92
Japão	150	Tendência	0,98	0,07	13	10	-0,96

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese da existência de raiz unitária respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância.

Em relação às taxas de inflação internacionais (Tabela 8), destacam-se: a) praticamente todas as séries apresentaram um MA negativo, situando-se entre $-0,03$ (França) e $-0,67$ (Japão) e; b) grosso modo, todas as séries apresentaram um AR inferior (próximo) a um.

As séries relativas à Alemanha, Canadá e EUA são estacionárias, devendo-se, portanto, proceder ao cálculo dos parâmetros de persistência local (Tabela 9). Estes resultados indicam uma alta e significativa persistência (0,88) quando se utiliza o método de estimação paramétrico (ou seja, DF-GLS como equação objetivo). Quando se adota a correção não-paramétrica para o termo de erro, obtêm-se parâmetros quase unitários com menor magnitude e menores persistências locais. Desta-

25 Por exemplo: Cochrane (1988), Hamilton (1989) e Cheung e Chinn (1997).

26 Diz-se parcialmente, pois ao adotarem o teste KPSS desenvolvido por Kwiatkowski *et al.* (1992), os autores aceitaram a caracterização tendência-estacionária.

ca-se o comportamento da série alemã, em que, no primeiro procedimento, aceita-se a hipótese de persistência local, rejeitando-a quando se emprega a correção não-paramétrica.

Deve-se destacar, no entanto, que os comportamentos dos polinômios MA sugerem uma possível distorção na estimação do parâmetro auto-regressivo, sendo, neste caso, preferível a correção via trucagens auto-regressivas.²⁷

Tabela 8 – Raiz unitária para as taxas de inflação internacionais

Países	Taxas de Inflação Internacionais – 1957:02-2003:02						
	<i>n</i>	Especificação	AR	MA	Lag máximo	Lag ótimo	DF ^{GLS}
Alemanha	185	Constante	0,06	0,33	13	11	-2,40**
Canadá	185	Constante	0,96	-0,62	13	8	-1,71*
EUA	185	Constante	0,93	-0,36	13	5	-2,82***
França	185	Constante	0,76	-0,03	13	13	-0,91
Itália	185	Constante	0,95	-0,44	13	13	-1,05
Japão	185	Constante	0,94	-0,67	13	11	-1,44

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese da existência de raiz unitária respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância.

Tabela 9 – Parâmetros de raiz quase unitária e persistência local

Países	Taxas de Inflação Internacionais – 1957:02-2003:02					
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\alpha}^+$	\hat{d}	\hat{d}^+	$H_0 : d = 0$	$H_0 : d^+ = 0$
Alemanha	0,99	0,34	0,88	0,08	4,41***	0,34
Canadá	0,99	0,74	0,88	0,26	3,32***	23,46***
EUA	0,99	0,83	0,88	0,34	15,77***	14,46***

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese nula respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância. Os valores críticos encontram-se em Lima e Xiao (2002).

Em relação às taxas de juros, apenas a alemã mostrou-se estacionária (Tabela 10) e com relativas e significativas baixas persistências (Tabela 11). Os dados, em geral, não apresentaram os problemas relativos ao parâmetro de médias móveis. As taxas de crescimento do consumo apresentaram um maior número de variáveis estacionárias (Tabela 12).

²⁷ Ver Ng e Perron (2001).

Tabela 10 – Raiz unitária para as taxas de juros internacionais

Países	Taxas de Juros Internacionais – Diversas Maturidades						
	<i>n</i>	Especificação	AR	MA	Lag máximo	Lag ótimo	DF ^{GLS}
Alemanha	97	Constante	0,96	0,35	11	1	-1,91*
Canadá M-1	384	Constante	0,99	0,09	16	13	-1,30
Canadá M-3	384	Constante	0,99	0,08	16	16	-1,41
EUA M-1	392	Constante	1,00	0,32	16	14	-1,56
EUA M-10	97	Constante	0,98	0,24	11	11	-0,86
EUA M-3	97	Constante	0,94	0,34	11	3	-1,58
França	97	Constante	0,98	0,24	11	11	-0,86
Itália	97	Constante	1,01	0,36	11	1	1,25
Japão M-10	217	Constante	0,98	0,09	14	7	0,80

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese da existência de raiz unitária respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância.

A estimação dos parâmetros \hat{d} indica uma caracterização de persistência local para os PGDs. No entanto, este parâmetro só se mostrou significativo para a Alemanha, Canadá e Itália. No caso dos Estados Unidos, o parâmetro \hat{d} é estatisticamente igual a zero. Logo, o processo é caracterizado pela covariância estacionária.

Tabela 11 – Parâmetros de raiz quase unitária e persistência local

Países	Taxas de Juros Internacionais – 1975:01-1999:01					
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\alpha}^+$	\hat{d}	\hat{d}^+	$H_0 : d = 0$	$H_0 : d^+ = 0$
Alemanha	0,84	0,87	0,40	0,45	1,77***	2,42***

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese nula respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância. Os valores críticos encontram-se em Lima e Xiao (2002).

Tabela 12 – Raiz unitária para as taxas de crescimento do consumo internacionais

Países	Taxas de Crescimento do Consumo Internacionais – 1964-1999						
	<i>n</i>	Especificação	AR	MA	Lag máximo	Lag ótimo	DF ^{GLS}
Alemanha	35	Constante	-0,36	0,58	9	1	-3,44***
Canadá	35	Constante	-0,39	0,72	9	1	-2,97***
EUA	35	Constante	0,17	0,19	9	1	-3,04***
França	35	Constante	0,90	-0,52	9	1	-1,51
Itália	35	Constante	-0,22	0,62	9	1	-3,40***
Japão	35	Constante	1,00	-0,63	9	9	0,72

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese da existência de raiz unitária respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância.

Tabela 13 – Parâmetros de raiz quase unitária e persistência local

Países	Taxas de Crescimento do Consumo Internacionais – 1964-1999					
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\alpha}^+$	\hat{d}	\hat{d}^+	$H_0 : d = 0$	$H_0 : d^+ = 0$
Alemanha	0,87	0,09	0,57	0,24	2,07***	2,94***
Canadá	0,94	0,26	0,79	0,44	9,45***	5,88***
EUA	0,95	0,31	0,84	0,52	0,72	0,60
Itália	0,95	0,33	0,84	0,52	16,70***	16,76***

Fonte: Dados da pesquisa. Resultados obtidos a partir do *software* STATA 8.0. (*), (**) e (***) rejeita-se a hipótese nula respectivamente a 10%, 5% e 1% de significância. Os valores críticos encontram-se em Lima e Xiao (2002).

Em geral, observou-se: a) a existência de raiz unitária nas séries dos PIBs reais internacionais; b) em um primeiro momento, as condições do modelo CCAPM só não seriam violadas para as séries alemãs, ou seja, as séries mostram-se integradas de mesma ordem (quase estacionárias) e; c) a derivação da fórmula de Black-Scholes também se torna comprometida, à exceção do caso alemão.

A dificuldade em se demonstrar a estacionariedade das taxas de juros tem sido recorrente na literatura especializada. Observou-se, para as economias canadense e norte-americana, que a taxa de juros foi a única variável financeira não-estacionária. Devido a essa característica, Lima e Xiao (2003) desenvolveram uma metodologia de estimação, na qual considerou-se a hipótese de inovações não-gaussianas. Seus resultados reforçaram a hipótese da estacionariedade das taxas de inflação e crescimento do consumo, porém não se pôde rejeitar a hipótese de raiz unitária para a taxa de juros norte-americana. No entanto, esta discussão foge do escopo deste estudo, constituindo um passo à frente em investigações futuras.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo pretendeu-se observar a pertinência da caracterização do processo gerador dos dados (PGD) a partir de uma raiz quase unitária com persistência local. Para tanto, selecionou-se o modelo teórico desenvolvido por Phillips, Moon e Xiao (2001) e uma estratégia de estimação envolvendo: a) o teste DF-GLS sugerido por Elliott, Rothenberg e Stock (1996); b) a seleção ótima de *lags* proposta por Ng e Perron (2001) e; c) a correção não-paramétrica para termos de perturbação não *i.i.d.*, a partir do *kernel smoothing*.

Optou-se por observar as implicações da não-estacionariedade das séries temporais para o mercado de produto e para dois modelos econômicos/financeiros, o CCAPM (*Consumption Capital Asset Pricing Model*) e a derivação da fórmula de opção de compra de Black-Scholes. Por conta disso, selecionaram-se as variáveis produto interno bruto real, taxa de juros nominal, inflação e taxa de crescimento do consumo real. Os dados foram constituídos por variáveis da economia brasileira e internacional (Alemanha, Canadá, Estados Unidos, França, Itália e Japão).

Tal procedimento decompôs a análise em dois blocos: o primeiro referente à economia brasileira e o segundo às economias internacionais. No primeiro bloco, identificou-se a existência de um forte componente estocástico no PIB brasileiro, não só em toda a amostra (1900 a 2002) como também nos diversos subperíodos selecionados (em geral, já investigados na literatura). Apenas no pe-

ríodo de 1947 a 1985 observou-se a estacionariedade, porém com um alto grau de persistência. Os resultados contradizem os obtidos por Fava e Cati (1995) e Aguirre e Ferreira (2001), corroborando as evidências apontadas por Cribari-Neto (1990, 1992 e 1993).

Em relação às variáveis econômicas e financeiras, constatou-se um forte viés no processo de estimação, devido à existência de *inliers* nas taxas de inflação e juros. Sendo assim, os resultados apenas reforçaram as evidências não robustas presentes na literatura.²⁸ A taxa de crescimento do consumo caracterizou-se por um processo de persistência local. Em suma, para o caso brasileiro, não se observaram as hipóteses do modelo de CCAPM e da derivação da fórmula de Black-Scholes, dado o comportamento não-estacionário das taxas de inflação e juros.

As evidências internacionais apontaram a presença de raiz unitária nas séries do PIB real. As taxas de inflação mostraram-se estacionárias em três países (Alemanha, Canadá e EUA), no entanto, as estimções dos parâmetros de persistência local indicaram uma alta persistência quando adotada a estratégia de estimação paramétrica e uma baixa persistência quando se empregou a correção não-paramétrica (*kernel smoothing*). No entanto, o comportamento dos polinômios de médias móveis das séries sugere que a estimação paramétrica (isto é, com a inclusão das trucagens ótimas) mostra-se mais confiável.

Apenas para a taxa de juros alemã é que se rejeitou a hipótese da raiz unitária. Os parâmetros \hat{d} e \hat{d}^+ , estatisticamente diferentes de zero, indicaram a existência de persistência local. As taxas de crescimento do consumo mostraram-se estacionárias para a Alemanha, Canadá, EUA e Itália. No entanto, só a taxa dos EUA pôde ser caracterizada por um processo de covariância estacionária. Em geral, as evidências internacionais destacaram: a) a presença de raízes unitárias nos PIBs internacionais; b) a observação das hipóteses do modelo CCAPM e da derivação da fórmula de Black-Scholes para os dados da Alemanha.

Em suma, foram realizados 41 testes de estacionariedade. Destes, 12 rejeitaram a hipótese da raiz unitária, porém apenas um pôde ser caracterizado por processo covariância estacionária. Este fato reforçou o argumento levantado no início do estudo: a rejeição da hipótese de raiz unitária não necessariamente implicará a aceitação de um comportamento estacionário e ergódico para a série temporal. Isto indica que a investigação em séries temporais, especificadamente aquela destinada a determinar a ordem de integração das séries, deve: a) mostrar-se cética quanto aos resultados de raiz unitária, buscando-se sempre o método mais “robusto” de estimação; e b) no caso da rejeição da hipótese nula (inexistência de raiz unitária), testar a pertinência da caracterização quase estacionária com persistência local.

REFERÊNCIAS

- Aguirre, A.; Ferreira, A. The (in)existence of a unit root in Brazilian gross domestic product. *Applied Economics Letters*, v. 8, n. 10, 2001.
- Black, F.; Scholes, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, v. 81, 1973.
- Borland, L. A theory of non-Gaussian option pricing. *Quantitative Finance*, v. 2, 2002.
- Campbell, John Y.; Mankiw, N. Gregory. International evidence on the persistence of economic fluctuations. *Journal of Monetary Economics*, 23, 1989.
- Campbell, J.Y.; Perron, P. Pitfalls and opportunities: what macroeconomists should know about unit roots. *Working Paper* n. 100, Cambridge: National Bureau of Economic Research, 1991.

28 Ver Cati, Garcia e Perron (1999).

- Campêlo, Ana K.; Cribari-Neto, F. Inflation inertia and 'inliers': the case of Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, 2003.
- Cati, Regina C. Stochastic and segmented trends in Brazilian GDP from 1900 to 1993. *In: Anais do XX Encontro Brasileiro de Econometria*, Vitória – ES, 1998.
- Cati, Regina C.; Garcia, Márcio P.; Perron, P. Unit roots in the presence of abrupt governmental interventions with an application to Brazilian data. *Journal of Applied Econometrics*, v. 14, 1999.
- Cochrane, John H. How big is the random walk in GNP? *Journal of Political Economy*, v. 96, n. 5, 1988.
- Cheung, Yin-Wong; Chinn, Menzie D. Further investigation on the uncertainty unit root in GDP. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 15, 1997.
- Cribari-Neto, F. O comportamento estocástico do produto no Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 20, n. 2, 1990.
- _____. Persistência de inovações e política econômica: a experiência do II PND. *Revista Brasileira de Econometria*, v. 46, n. 3, 1992.
- _____. The cyclical component in Brazilian GDP. *Revista de Econometria*, v. 13, n. 1, 1993.
- Dejong, David N.; Whiteman, Charles H. Reconsidering 'trends and random walks in macroeconomic time series'. *Journal of Monetary Economics*, v. 28, 1991.
- Dejong, David N.; Nankervis, John C.; Savin, N. E.; Whiteman, Charles H. The power problems of unit root tests in time series with autoregressive errors. *Journal of Econometrics*, v. 53, 1992a.
- _____. Integration versus trend stationarity in macroeconomic time series. *Econometrica*, v. 60, 1992b.
- Dickey, David. A.; Fuller, Wayne. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with unit root. *Journal of the American Statistical Association*, v. 74, 1979.
- _____. Likelihood ratio statistics for auto-regressive time series with a unit root. *Econometrica*, v. 49, n. 4, 1981.
- Diebold, F. X.; Rudebusch, G. D. On the power of Dickey-Fuller tests against fractional alternatives. *Economic Letters*, v. 35, 1991.
- Elliott, G.; Rothenberg, Thomas J.; Stock, James H. Efficient tests for an autoregressive unit root. *Econometrica*, v. 64, n. 4, 1996.
- Fava, Vera L.; Cati, Regina C. Mudanças no comportamento do PIB brasileiro: uma abordagem econômica. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 25, n. 2, 1995.
- Fava, Vera L.; Alves, Denisard C. O. Longa persistência nas taxas de inflação. *Revista Brasileira de Econometria*, v. 18, n. 2, 1998.
- Hamilton, James D. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and business cycle. *Econometrica*, v. 57, n. 2, 1989.
- Hasan, M.; Koenker, R. Robust rank tests unit root hypothesis. *Econometrica*, v. 65, n. 1, 1997.
- Issler, João Victor; Piqueira, Natalia S. Estimating relative risk aversion, the discount rate, and the intertemporal elasticity of substitution in consumption for Brazil using three types of utility function. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 20, n. 02, 2000.
- Kwiatkowski, D.; Phillips, Peter C. B.; Schmidt, P.; Shin, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics*, v. 54, 1992.
- Lanne, M. Near unit roots, cointegration, and the term structure of interest rates. *Journal of Applied Econometrics*, v. 15, 2000.
- Lima, Luiz R.; Xiao, Z. Transitory shocks in processes with roots near unity. *In: Anais do XXIV Encontro Brasileiro de Econometria*, Nova Friburgo – RJ, 2002.
- _____. A unit root test based on partially adaptive estimation. *In: Anais do XXV Encontro Brasileiro de Econometria*, Porto Seguro – BA, 2003.

- Lucas Jr., Robert E. Understanding business cycles. *In: Carnegie-Rochester Conference on Public Policy*, v. 05, 1977.
- _____. Asset prices in an exchange economy. *Econometrica*, v. 46, 1978.
- Lucas, A. Unit root tests based on M estimators. *Econometric Theory*, v. 11, 1995a.
- _____. An outlier robust unit root test with an application to the Nelson-Plosser data. *Journal of Econometrics*, v. 66, 1995b.
- Nabeya, S.; Perron, P. Local asymptotic distribution relate to the AR(1) model with dependent errors. *Journal of Econometrics*, v. 62, 1994.
- Nelson, Charles R.; Plosser, Charles I. Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, v. 10, 1982.
- NG, S.; Perron, P. Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power. *Econometrica*, v. 69, 2001.
- Park, Joon Y.; Phillips, Peter C. B. Statistical inference in regressions with integrated process: part 1. *Econometric Theory*, v. 4, 1988.
- Phillips, Peter C. B. Time series regression with a unit root. *Econometrica*, v. 55, n. 2, 1987a.
- _____. Towards a unified asymptotic theory for autoregression. *Biometrika*, n. 74, v. 3, 1987b.
- Phillips, Peter C. B.; Perron, P. Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, n. 75, v. 2, 1988.
- Phillips, Peter C. B.; Moon, H.; Xiao, Z. How to estimate autoregressive roots near unity. *Econometric Theory*, v. 17, 2001.
- Rose, Andrew K. Is the real interest rate stable? *The Journal of Finance*, v. XLIII, n. 5, 1988.
- Said, S.; Dickey, David. A. Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika*, n. 71, 1984.
- Schwert, G. Tests for unit roots: a Monte Carlo investigation. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 7, 1989.
- Xiao, Z.; Liton, O.; Carroll, Raymond J.; Mammen, E. More efficient Kernel estimation in nonparametric regression with autocorrelated errors. *In: Cowles Foundation, Discussion Paper n. 1375*, New Haven, 2002.
- Xiao, Z. Likelihood-based inference in trending time series with a root near unity. *Econometric Theory*, v. 17, 2001.