

5237

ea

USP  
BCRP

BIBLIOTECA CENTRAL  
Faculdade de Economia, Administração e  
Contabilidade de Ribeirão Preto - USP

14 MAI 2001

# ECONOMIA APLICADA

BRAZILIAN JOURNAL OF APPLIED ECONOMICS

Vol. 5 - Nº 1

Janeiro - Março 2001

## ***Instrução Superior e Mercado de Trabalho no Brasil***

Reynaldo Fernandes, Renata Del Tedesco Narita

## ***Movimentos da Estrutura a Termo da Taxa de Juros Brasileira e Imunização***

Gyorgy Varga, Marcos Valli

## ***Precificação de Opções de Commodities Agropecuárias no Brasil: O Caso do Café Arábica***

Dalton Rodrigues da Silva Leite, João Gomes Martines Filho, Carlos José Caetano Bacha

## ***O Agronegócio nos Estados da Região Sul no Período de 1985 a 1995***

Marco Antonio Montoya, Andrea Oltramari, Cássia Barichello Pasqual, Nadia M. Bogoni

## ***Metas de Inflação: Uma Análise Preliminar para o Caso Brasileiro***

Helder Ferreira de Mendonça

## ***Metas de Inflação e Mecanismos de Transmissão de Política Monetária: O Caso Brasileiro***

Carlos Eduardo Soares Gonçalves

### ***Notas:***

## ***Leilões de Objetos Idênticos com Demanda Unitária: Resultados Introdutórios***

Alexandre R. Kosbiau, Marilda Sotomayor

## ***Credit Channel Without the LM Curve***

Victorio Y. T. Chu, Márcio I. Nakane

### ***Pesquisa***

## ***Eficiência nos Gastos do Setor Público***

Ivo Torres, Luiz Martins Lopes

### ***Como Eu Pesquiso:***

## ***Simple Tools for Complex Economic Problems***

Arnold Harberger

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA FEA-USP/ FIPE



708122

*ea*

---

# ECONOMIA APLICADA

Vol. 5 - Nº 1

Janeiro - Março 2001

ISSN 1413-8050

USP

Remeter este cupom preenchido para:

*ea*

---

ECONOMIA  
APLICADA

## Departamento de Assinaturas

Depto. de Economia FEA/USP FIPE - Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas  
Av. Prof. Luciano Gualberto, 908 FEA II 2º andar  
Cidade Universitária São Paulo SP • CEP 05508-900

---

Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas

C.G.C.M.F. 43.942.358/0001-46

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA FEA-USP/ FIPE



# ECONOMIA APLICADA

A Revista ECONOMIA APLICADA é uma publicação trimestral do Depto. de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo e da FIPE - Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas.

## Editor:

Carlos Roberto Azzoni (cazzoni@usp.br)

## Conselho Editorial:

Affonso Celso Pastore (USP),  
Antônio Barros de Castro (UFRJ), Cássio F. Camargo Rolim (UFPR),  
Cláudio Monteiro Considera (UFF), Clélio Campolina Diniz (CEDEPLAR),  
Denisard C. de Oliveira Alves (USP), Eleutério F. S. Prado (USP),  
Fernando de Holanda Barbosa (FGV-UFF), Geoffrey J. D. Hewings (University of Illinois),  
Geraldo Sant'ana de Camargo Barros (ESALQ/USP), Gustavo Maia Gomes (IPEA),  
José Marcelino da Costa (NAEA/PA), José A. Scheinkman (Princeton University),  
Juan Hersztajn Moldau (USP), Marcelo Portugal (UFRGS), Maria José Willumsen (Flórida International University),  
Márcio Gomes Pinto Garcia (PUC/RJ), Mário Luiz Possas (UFRJ),  
Paulo César Coutinho (UnB), Paulo Nogueira Batista Júnior (FGV/SP),  
Pierre Perron (Boston University), Pedro Cezar Dutra Fonseca (UFRGS),  
Ricardo R. Araújo Lima (UnB), Robert E. Evenson (Yale University),  
Roberto Smith (UFCE), Rodolfo Hoffmann (ESALQ/USP), Rogério Studart (UFRJ),  
Russell E. Smith (Washburn University), Sérgio Werlang (FGV/RJ),  
Tomás Málaga (FGV/SP), Victor Bulmer-Thomas (University of London),  
Werner Baer (University of Illinois), Wilson Suzigan (Unicamp).

**Secretaria:** Rute Neves

**Divulgação:** Maria de Jesus Antunes Soares

**Revisão:** Eny Elza Ceotto (português)

**Editoração:** Sandra Vilas Boas

**Projeto Gráfico:** Christof Gunkel

**Gráfica:** Gráfica Editora Camargo Soares

## Endereço para correspondência:

Revista de Economia Aplicada  
Depto. de Economia FEA/USP FIPE Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas  
Av. Prof. Luciano Gualberto, 908 - FEA II Departamento de Publicações Fipe Cidade Universitária São Paulo SP  
CEP 05508-900  
Fone: (011) 3818-5867 e 3818-6072 - Fax (011) 3818-6073 E-mail: revecap@usp.br • www.fipe.com/revecap

## Assinaturas:

Brasil: R\$ 40,00

Exterior: Individual US\$ 80,00 • Instituições - US\$ 100,00 (incluído porte aéreo)

A assinatura anual dá direito a 4 números de revista ECONOMIA APLICADA e a eventuais números especiais. A revista também atende a pedidos de exemplares...



# ALGUMAS INFORMAÇÕES SOBRE O PROCESSO EDITORIAL DE *ECONOMIA APLICADA*

## INICIANDO O QUINTO ANO!

### Pontual, como sempre!

Objetivando maior visibilidade internacional, a partir do Volume 4 a revista passou a utilizar também o título em inglês “*Brazilian Journal of Applied Economics*”, com o qual está catalogada no *EconLit*, e a apresentar títulos e resumos de todos os artigos naquele idioma.

### Como os artigos são analisados?

*Economia Aplicada* utiliza o regime de *double-blind review*, com todos os artigos, notas e comunicações sendo examinados por dois pareceristas anônimos, de vários centros acadêmicos do Brasil e do exterior.

Além dos artigos, notas e comunicações, que são submetidos ao citado sistema de *referee*, a revista conta com as seções **Debates**, em que temas de interesse acadêmico são abordados por especialistas de renome; **Pesquisa**, em que os resultados de pesquisas de interesse realizadas neste Departamento são divulgados; e **Como eu Pesquiso**, em que economistas acadêmicos de larga experiência descrevem seus métodos de trabalho e demais aspectos de suas carreiras. Os trabalhos dessas seções não são submetidos ao sistema de *referee*.

### Quem publica em Economia Aplicada?

Dos **artigos, notas e comunicações** (excluindo-se, portanto, os trabalhos que não passaram pela análise de *referees*) até aqui publicados, apenas 28% são de professores do Departamento de Economia da USP, sendo os demais do exterior (12%) ou de outras escolas brasileiras (60%). A participação de artigos de autores de fora daquele Departamento vem aumentando paulatinamente, tanto que no Volume 4, referente ao ano 2000, apenas 20% dos artigos eram “da casa”

## **Qual a taxa de rejeição de trabalhos de Economia Aplicada?**

Recebemos até hoje 267 artigos para análise, sendo que 238 já completaram o processo decisório. Destes, apenas 41% foram aceitos para publicação, ou seja, a **taxa de rejeição foi de 59%**.

## **Quanto tempo demora o processo de avaliação dos artigos?**

Outro aspecto positivo de Economia Aplicada é a rapidez no processo de análise dos artigos: **o tempo médio para a decisão é de 5 meses**. Esse tempo inclui a análise das versões revistas dos artigos.

A revista tem sido absolutamente pontual em sua publicação, o que contribui para que o prazo entre decisão e publicação seja também muito baixo.

Os números de dezembro têm sido distribuídos, **antecipadamente**, nos encontros da Anpec, aproveitando a presença maciça de economistas acadêmicos naquele evento.

# Sumário

## ARTIGOS

<b>Instrução Superior e Mercado de Trabalho no Brasil .....</b>	<b>7</b>
Reynaldo Fernandes, Renata Del Tedesco Narita	
<b>Movimentos da Estrutura a Termo da Taxa de Juros Brasileira e Imunização .....</b>	<b>33</b>
Gyorgy Varga, Marcos Valli	
<b>Precificação de Opções de Commodities Agropecuárias no Brasil: O Caso do Café Arábica .....</b>	<b>55</b>
Dalton Rodrigues da Silva Leite, João Gomes Martines Filho, Carlos José Caetano Bacha	
<b>O Agronegócio nos Estados da Região Sul no Período de 1985 a 1995.....</b>	<b>99</b>
Marco Antonio Montoya, Andrea Oltramari, Cássia Barichello Pasqual, Nadia M. Bogoni	
<b>Metas de Inflação: Uma Análise Preliminar para o Caso Brasileiro .....</b>	<b>129</b>
Helder Ferreira de Mendonça	
<b>Metas de Inflação e Mecanismos de Transmissão de Política Monetária: O Caso Brasileiro .....</b>	<b>159</b>
Carlos Eduardo Soares Gonçalves	

---

## NOTAS

<b>Leilões de Objetos Idênticos com Demanda Unitária: Resultados Introdutórios .....</b>	<b>177</b>
Alexandre R. Kosbiau, Marilda Sotomayor	
<b>Credit Channel Without the LM Curve.....</b>	<b>213</b>
Victorio Y. T. Chu, Márcio I. Nakane	

---

## PESQUISA

<b>Eficiência nos Gastos do Setor Público .....</b>	<b>229</b>
Ivo Torres, Luiz Martins Lopes	

---

## COMO EU PESQUISEI

<b>Simple Tools for Complex Economic Problems .....</b>	<b>247</b>
Arnold Harberger	

Revista Economia Aplicada/Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo e Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas.

--v. 5, n. 1 (2001)-

--São Paulo: FEA/USP-FIPE, 2001--

Trimestral

ISSN 1413-8050

1. Economia. I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. Departamento de Economia. II. Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas.

**CDD - 330**

# Instrução superior e mercado de trabalho no Brasil<sup>§</sup>

Reynaldo Fernandes<sup>§</sup>  
Renata Del Tedesco Narita<sup>□</sup>

## RESUMO

O artigo avalia a inserção, no mercado de trabalho, das pessoas com instrução superior. As informações indicam que o retorno do ensino superior é alto e crescente mesmo para aqueles que não trabalham em empregos típicos de sua formação. Verificou-se que mais da metade dos que concluem o segundo grau não ingressam no ensino superior, o que constitui indício de que o ensino superior no País e, principalmente, os mecanismos de financiamento público para pessoas de baixa renda devem ser reavaliados. Os resultados mostram que a proporção de pessoas com instrução superior exercendo ocupações típicas de sua formação é baixa e decrescente, podendo ser vista como evidência favorável à tese de que existe um descompasso entre as formações tradicionais e as ocupações do mercado de trabalho. Entretanto, foi verificado um rendimento mais elevado para aqueles que exercem ocupações típicas relacionadas à sua formação.

**Palavras-chave:** ensino superior, mercado de trabalho, ocupações, retorno da educação.

## ABSTRACT

The paper evaluates the higher education labor market insertion. It was showed that the return to higher education in Brazil is high and it has increased in the last decade. The return also shows to be high even taking into account people without a typical job for higher education. The high return to higher education seems inconsistent with its low attainment, since more than a half of high school graduated do not go to college. This fact points to existence of barriers to access, like imperfection in credit market, and the need to reform the system. The parcel of people with higher education in a typical job is low and it has decreased in the last years, this can be an indication of an unbalance between traditional college degree and occupation in the labor market. However, it was showed that earnings is higher to people with a typical job.

**Key words:** higher education, labor market, occupations, return to education.

**JEL classification:** I21, J24, J31.

---

\* Os autores agradecem os comentários de dois pareceristas anônimos.

§ Professor do Departamento de Economia da FEA/USP, *campus* de Ribeirão Preto.

□ Graduanda em Economia pela FEA/USP, *campus* de Ribeirão Preto.

Recebido em maio de 2000. Aceito em dezembro de 2000.



## I Introdução

As estatísticas disponíveis apontam que o Brasil possui um dos mais elevados, ou, mesmo, o mais elevado grau de desigualdade de renda do mundo. O papel desempenhado pela educação para tal quadro tem sido destacado na literatura especializada.

Uma sistematização dos principais aspectos da desigualdade de renda no Brasil pode ser encontrada em Barros e Mendonça (1996), onde pode-se observar que a eliminação dos diferenciais de renda por nível educacional reduziria a desigualdade salarial em torno de 35% a 50%, redução que é muito mais elevada do que o que se conseguiria com a eliminação dos diferenciais de renda provocados por fatores como gênero, raça, setor de atividade, região, idade etc.<sup>1</sup>

A grande influência da educação sobre a desigualdade salarial brasileira ocorre por dois motivos: a elevada desigualdade educacional entre os trabalhadores e a elevada sensibilidade dos salários em relação ao nível educacional. O grau de desigualdade educacional no Brasil é cerca de seis vezes superior ao observado nos Estados Unidos,<sup>2</sup> enquanto que o crescimento salarial por ano adicional de estudo está em torno de 15%. Esta taxa é bem mais elevada do que a observada internacionalmente, mesmo quando se atém apenas aos países subdesenvolvidos.<sup>3</sup>

A taxa média de retorno da educação tem permanecido relativamente estável nas últimas duas décadas. Entretanto, vários estudos têm apontado para o fato de que tanto o nível como o comportamento temporal da taxa de retorno da educação apresentam sensíveis diferenças dependendo do nível de instrução considerado.<sup>4</sup> O retorno da educação superior tem apresentado uma tendência de crescimento desde o início dos anos 80, enquanto o retorno dos demais níveis de instrução ou tem se mantido relativamente estável ou tem apresentado quedas acentuadas. O crescimento salarial esperado por ano adicional de estudo superior é hoje o mais elevado entre todos os níveis de escolaridade, ultrapassando a taxa de 20%.

---

1 Cabe ressaltar que esse impacto da educação sobre a desigualdade foi obtido por uma análise de decomposição univariada, portanto, pode estar captando o efeito de outras variáveis correlacionadas com a educação.

2 Ver Barros e Mendonça (1996).

3 Ver, por exemplo, Barros e Mendonça (1996), Ramos e Vieira (1996) e Lam e Levinson (1990).

4 Ver, por exemplo, Barros e Ramos (1996), Ramos e Vieira (1996) e Fernandes e Menezes Filho (1999).

O aumento do prêmio salarial para aqueles que obtêm instrução superior tem sido verificado para uma série de países. Por exemplo, nos Estados Unidos o diferencial de salário entre homens jovens com e sem instrução superior aumentou cerca de 30% entre 1979 e 1987 (Katz e Murphy, 1992). Isto se deu apesar da expansão na proporção de pessoas com instrução superior, indicando que a demanda relativa por esses trabalhadores vem se expandindo nos Estados Unidos. Nesta questão, o padrão de inovações tecnológicas aparece como a principal explicação para tal aumento de demanda.<sup>5</sup> No Brasil, a proporção de pessoas com instrução superior - apesar de baixa para o nível de renda do País<sup>6</sup> - vem também se expandindo.

A necessidade de ampliar a escolaridade do trabalhador brasileiro tem sido ressaltada por praticamente todos aqueles que se debruçaram sobre os temas de desenvolvimento socioeconômico, desigualdade e pobreza no Brasil. Entretanto, quando se fala de expansão do nível de escolaridade, pensa-se logo em políticas voltadas para o ensino de primeiro e segundo graus, especialmente aquelas visando combater a evasão e a repetência. São nestes níveis de ensino onde tem sido diagnosticado o principal entrave para o progresso educacional do País. Não se nega a tese de que o ensino básico e médio são prioritários em relação ao ensino superior, contudo, acredita-se ser necessário efetuar algumas qualificações.

Em primeiro lugar, poder-se-ia argumentar que a baixa proporção de trabalhadores com instrução superior é um reflexo do baixo desempenho escolar do País nos níveis educacionais anteriores. Isto porque a grande maioria de nossos jovens sequer conseguem concluir o segundo grau. Neste ponto cabe ressaltar que, como será mostrado adiante, uma parcela significativa dos jovens que concluem o segundo grau não ingressam no ensino superior, apesar da elevada taxa de retorno que este nível de instrução parece fornecer. Assim, existiria um espaço para expansão do ensino superior que é independente da regularização do fluxo escolar nos níveis inferiores de ensino. Além disso, a expansão do ensino fundamental e médio, mesmo que não na velocidade desejada, vem ocorrendo no País, de modo que a questão da expansão do ensino superior já mereceria ser incluída na “pauta de discussões”

---

5 Ver, entre outros, Bound e Johnson (1992), Johnson (1997), Katz e Murphy (1992) e Murphy e Welch (1992).

6 Dados do Banco Mundial mostram que, em 1996, apenas 11% dos brasileiros com idade apropriada estavam matriculados em um curso superior. Esta taxa para o conjunto da América Latina e Caribe foi de 19%. Por outro lado, o produto *per capita* brasileiro, em 1997, foi de US\$ 4.790, enquanto que para o conjunto da América Latina e Caribe ele foi de US\$ 3.940.

Outro ponto a ser destacado refere-se à questão da heterogeneidade do ensino superior. Se do ponto de vista social a questão do ensino fundamental e médio é mais urgente, a questão do que deve ser ensinado para nossas crianças e adolescentes nestes níveis de ensino parece ser conceitualmente mais simples em comparação com o ensino superior. O ensino superior tem um caráter mais profissionalizante e é subdividido em uma diversidade de cursos.<sup>7</sup>

Isto levanta duas importantes questões para as quais este artigo pretende trazer alguma contribuição. A primeira é que a taxa de retorno do ensino superior apresentada acima é uma taxa média, que pode apresentar sensíveis variações a depender do curso freqüentado. A segunda, de algum modo relacionada à primeira, diz respeito à relação entre o que é oferecido nos cursos e as “necessidades” do mercado de trabalho. O mercado valoriza mais habilidades gerais, como raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas, ou conhecimentos específicos de uma determinada profissão? Qual o grau de especialização desejado que um curso de nível superior deve ter?

Nas discussões sobre ensino superior, uma palavra que vem ganhando espaço no discurso de especialistas, autoridades e na mídia: “flexibilização”. Ela vem imbuída de conteúdo crítico em relação ao sistema atual, que possuiria currículos extremamente rígidos e defasados. As escolas não estariam dando uma formação adequada em face da “flexibilidade” exigida pelo mercado de trabalho; existiria um descompasso entre a formação dada pela escola e as ocupações que de fato as pessoas exercem no mercado de trabalho. As melhores ocupações do mercado de trabalho seriam preenchidas por pessoas que possuem habilidades mais gerais do que aquelas específicas das diversas profissões. A probabilidade de uma pessoa exercer uma função para a qual seu curso superior o preparou seria cada vez menor.

Autores, como Macedo (1999), defendem uma mudança radical no sistema universitário brasileiro, com o fim do vestibular específico e da especialização “prematura” e “excessiva”. A idéia seria ter um sistema universitário mais próximo ao dos Estados Unidos, onde as pessoas ingressariam na universidade sem necessidade de escolha prévia da carreira. Na universidade os alunos teriam que escolher uma área de concentração (um *major*), que possuiria um currículo mínimo. Entretanto, o grau de especialização exigido para concluir o *major* seria bem menor que o do atual sistema brasileiro. Segundo Macedo, este novo sistema possuiria duas vantagens em relação ao sistema atual: postergaria a escolha da área de

---

7 Macedo (1999) apresenta uma lista contendo mais de cem cursos oferecidos por instituições de nível superior.

formação e possibilitaria uma formação mais adequada, que “casaria” melhor os interesses pessoais com as necessidades do mercado de trabalho.

Em relação à questão da escolha prematura, tem sido observado que a evasão no ensino superior é elevada. Macedo (1999) mostra que na Universidade de São Paulo, no ano de 1996, o número de formandos foi cerca de 60% do número de novos ingressantes, isto num período em que as vagas permaneceram praticamente estáveis, o que implicaria uma elevada taxa de evasão.

A hipótese de que parcela dessa evasão pode ser explicada por pessoas que perceberam ter feito uma escolha errada é plausível e, por isto, mereceria ser melhor investigada. Se a postergação da escolha, possibilitando que o aluno tenha mais informações no momento de tomá-la, contribuísse para a redução da evasão, ela seria uma medida que possibilitaria reduzir o custo do ensino superior no País. Trata-se, portanto, de uma questão de fundamental importância, mas que não será tratada neste artigo.

A questão do descompasso entre escola e mercado de trabalho constitui-se em um dos objetos deste trabalho. Como mencionado acima, está é uma idéia que vem ganhando terreno nas discussões atuais sobre o ensino superior. Entretanto, ela parece estar, em grande parte, fundamentada em percepções pessoais, de analistas e de profissionais de mercado, e não em pesquisas que avaliem resultados efetivos de mercado para diferentes tipos de aprendizado.

A tese de que é vantajoso para uma pessoa ter capacidade de realizar diversas funções no mercado de trabalho, especialmente em ambientes de contínuas mudanças, é bastante intuitiva. Existe um princípio em economia que diz que a diversificação reduz risco, embora à custa de um retorno esperado menor. Por outro lado, existe outro princípio - o das vantagens comparativas - que diz que a especialização é produtiva. Assim, definir o grau de especialização desejado e avaliar em que medida mudanças do sistema educacional aproximam-nos do grau ideal de especialização, são questões que, para nós, estão longe de serem óbvias.

Neste artigo não se tem a pretensão de dar respostas para as questões acima colocadas. Trata-se apenas de um estudo exploratório, buscando organizar informações disponíveis que, talvez, possam contribuir para o avanço das discussões deste importante tema para o País. O objetivo aqui é, pois, apresentar um quadro geral da evolução recente do ensino superior no Brasil, tanto em relação à participação de trabalhadores com este nível de instrução como em relação à inserção destes no mercado de trabalho (no que se refere aos rendimentos e aos tipos de ocupações). Dada a heterogeneidade do ensino superior, uma análise da inserção no mercado de trabalho é realizada para trabalhadores com diferentes formações. Neste ponto

cabe uma ressalva. As informações de rendimento por formação e a relação entre formação e ocupação foram obtidas por meio dos censos demográficos, que estão disponíveis apenas até 1991. Sabe-se que o mercado de trabalho brasileiro sofreu grandes alterações na década de 90. Assim, é necessário muita cautela em tirar conclusões, pois a situação atual pode apresentar sensíveis diferenças em relação aos dados apresentados.

## **II O mercado de trabalho para pessoas com instrução superior: uma análise agregada**

O objetivo desta seção é efetuar, com base nos dados da PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios), uma primeira avaliação da inserção no mercado de trabalho das pessoas com instrução superior. A análise é realizada de forma agregada, ou seja, desconsiderando-se os diferentes tipos de formações. A PNAD é uma pesquisa elaborada pelo IBGE, baseada em uma amostra probabilística de domicílios. A pesquisa tem âmbito nacional e periodicidade anual, à exceção dos anos em que foram realizados os censos demográficos. A cada ano a PNAD possui uma amostra de cerca de 100.000 domicílios, correspondendo a mais de 300.000 indivíduos. Neste trabalho utilizaram-se os anos de 1982, 1987, 1992 e 1997.

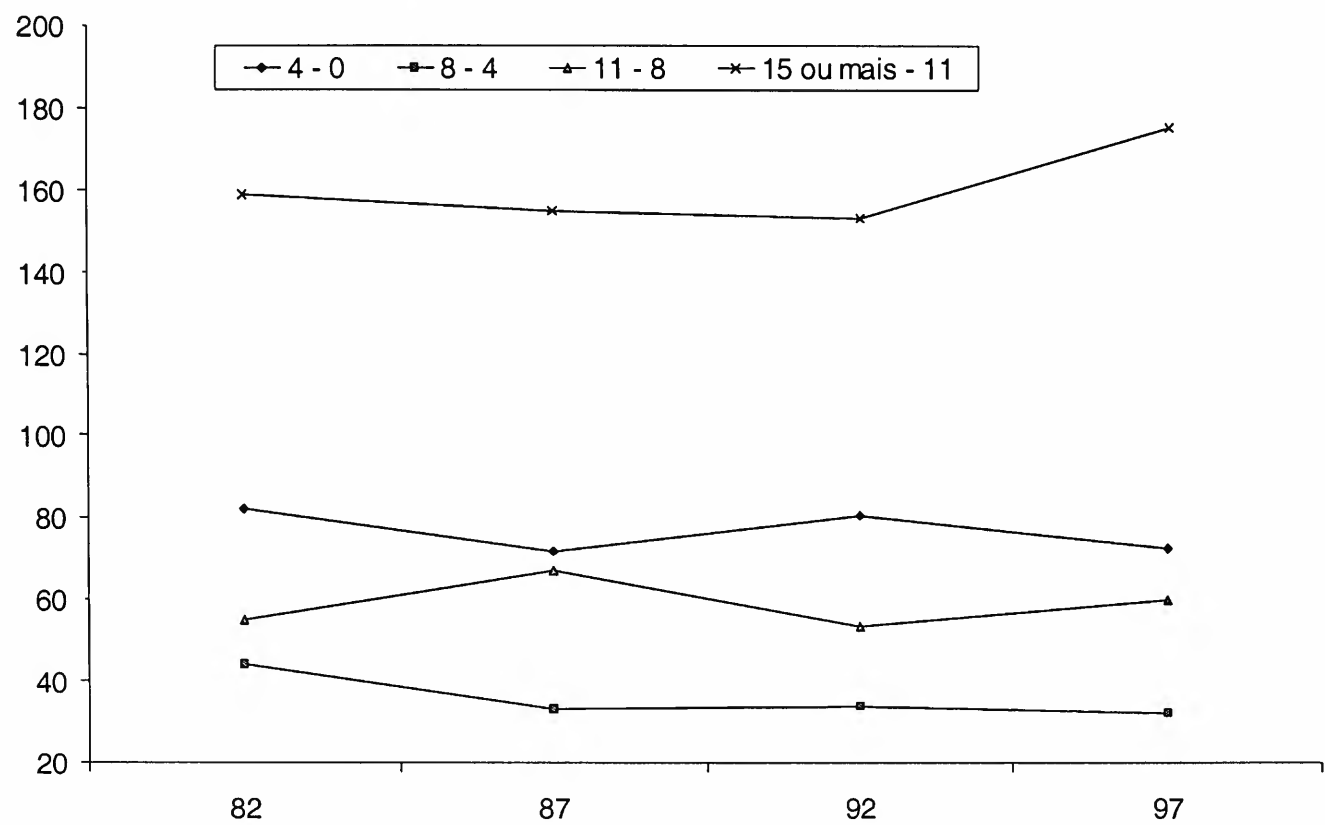
A Figura 1 apresenta as diferenças de médias dos rendimentos do trabalho<sup>8</sup> para grupos educacionais específicos. Pode-se observar que o rendimento médio das pessoas com terceiro grau (15 ou mais anos de estudo) é mais do que 150% superior ao rendimento médio das pessoas com segundo grau completo (11 anos de estudo). Este diferencial é o maior entre todas as comparações realizadas, mesmo se se levar em conta que o número de anos necessários para concluir o ensino superior é, em média, mais elevado do que os demais níveis considerados. Além de elevado, o diferencial de rendimentos entre terceiro e segundo grau é o único que apresentou uma tendência de crescimento.

---

8 Foram consideradas apenas as pessoas residindo em regiões urbanas e que trabalhavam mais de 20 horas. Utilizou-se o rendimento do trabalho (salário, rendimento de conta própria e *pró labore* do empregador) na ocupação principal, o qual foi ajustado pelas horas normalmente trabalhadas.



**Figura 1**  
**Evolução dos Diferenciais de Rendimentos por**  
**Nível de Instrução (sem controle) - Brasil Urbano (%)**



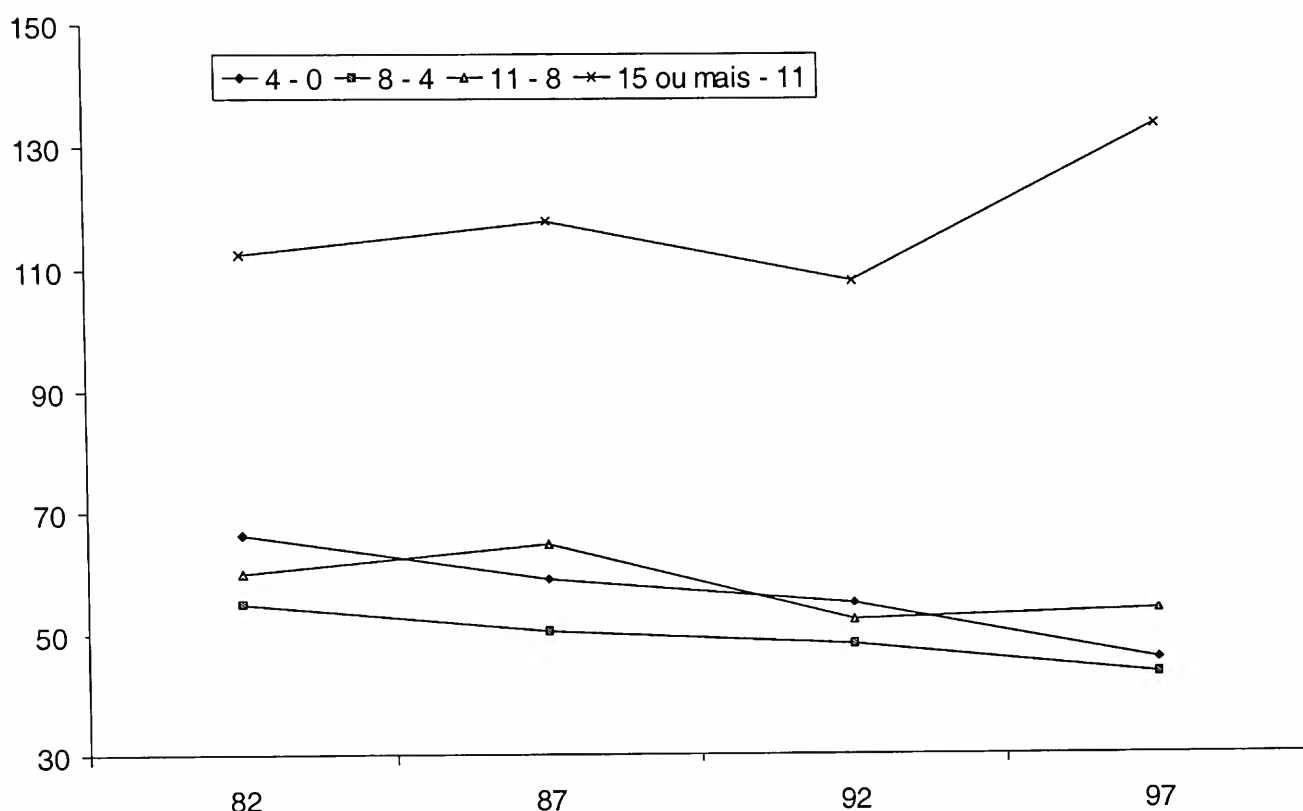
É possível que estes diferenciais estejam “contaminados” por efeitos de composição da população ocupada: as pessoas com instrução superior podem estar super-representadas em grupos de gênero, cor ou raça, idade e região de residência que apresentem rendimentos mais elevados. Na tentativa de isolar estes efeitos foram computados os diferenciais de rendimentos controlados, os quais fornecem os diferenciais esperados de rendimentos para pessoas de mesma idade, mesmo gênero, mesma cor ou raça e residindo na mesma grande região do País.

O procedimento adotado foi estimar, para cada comparação realizada e para cada ano, uma equação linear dos log-rendimentos por hora em relação às seguintes variáveis: idade, quadrado da idade, uma variável *dummy* para gênero (1. homem, 0: mulher); uma variável *dummy* para cor (1. branco, 0: não-branco); quatro variáveis *dummies* para as grandes regiões do País<sup>9</sup> e uma variável *dummy* educacional. Por exemplo, no caso da comparação entre superior e segundo grau, foram selecionadas apenas as pessoas com 11 ou com 15 ou mais anos de estudo, sendo que a *dummy* educacional assumiu valor 1 para aqueles com 15 ou mais

9 A região Norte ficou como a região de referência.

anos de estudo. Tal procedimento permite comparar o diferencial de renda entre cada um dos níveis de educação considerado (sem instrução, “primário”, “ginásio”, ensino médio e superior), para pessoas de mesmo gênero; cor; idade e região de residência.<sup>10</sup>

**Figura 2**  
**Evolução dos Diferenciais de Rendimentos por Nível de Instrução**  
**(com controle) - Brasil Urbano (%)**



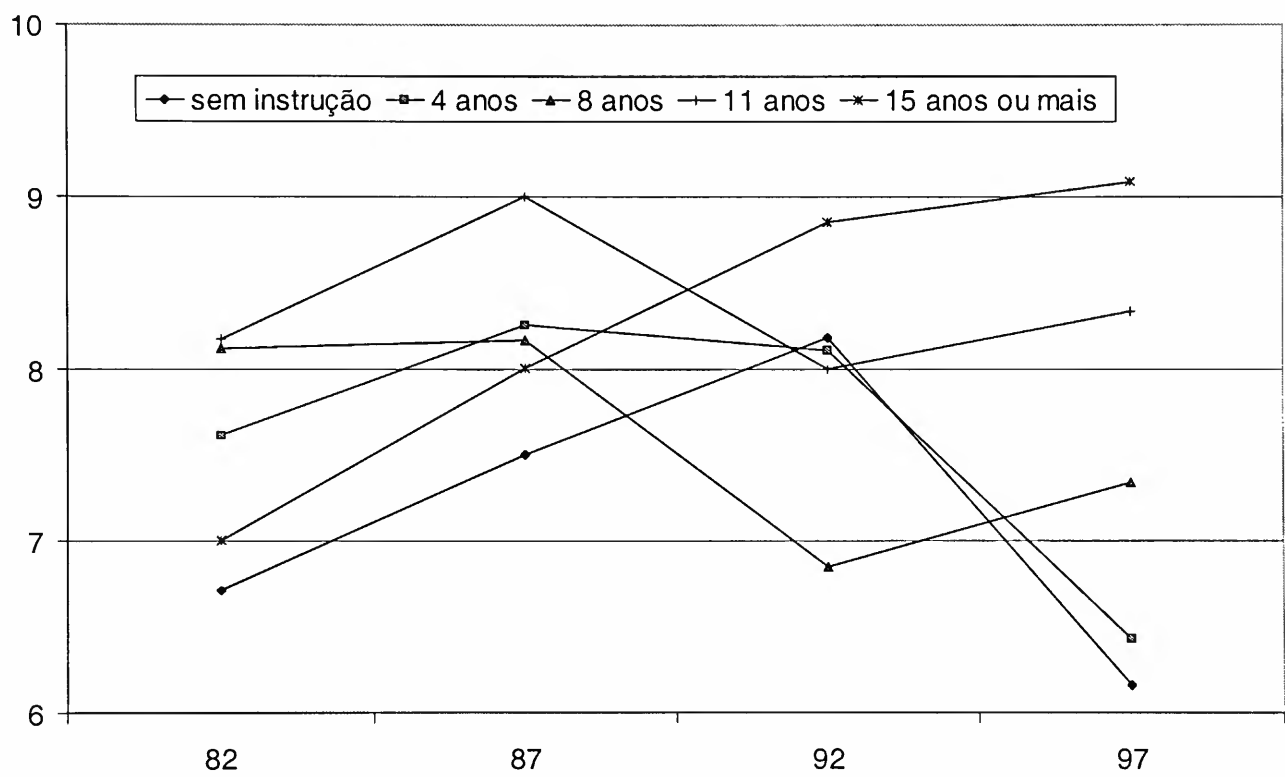
A medida de diferencial controlado de rendimento aqui utilizada está baseada no “anti-log” do coeficiente estimado para a *dummy* educacional, a qual fornece uma estimativa para os diferenciais de rendimentos entre médias geométricas. Os resultados deste procedimento estão apresentados na Figura 2, onde se pode observar que as conclusões anteriores pouco são alteradas. O diferenciais de rendimentos se reduzem um pouco após os controles, mas a tendência anterior é mantida. Em 1997, o diferencial controlado de rendimento entre superior e segundo grau foi de 133,5%, o que representa uma taxa de retorno de 18% ao ano, caso sejam considerados 5 anos para a conclusão do curso superior, ou de 23,6%, caso sejam considerados 4 anos.

10 Ao se trabalhar apenas com os indivíduos cujo nível educacional coincide com o término de um ciclo (0, 4, 8, 11 e 15 ou mais anos de estudo) existe uma perda de informação, no sentido de que uma parcela significativa das pessoas são retiradas da amostra. Entretanto, tal procedimento possui a vantagem de ser menos restritivo em termos de imposição de forma funcional.

A Figura 3 apresenta a evolução da desigualdade de rendimentos dentro de cada grupo educacional considerado. Utilizou-se a razão 90/10, que é a razão do rendimento do trabalho do indivíduo situado no nono décimo da distribuição de rendimentos sobre o rendimento do indivíduo situado no primeiro décimo desta distribuição.<sup>11</sup>

Dada a grande diversidade de cursos existentes no ensino superior, poderia se esperar uma maior desigualdade de rendimentos neste grupo em relação aos demais. De fato, isto ocorre quando se observam os anos de 1992 e 1997. Entretanto, este índice variou sensivelmente no período considerado entre os diversos grupos. Por exemplo, em 1982 a desigualdade entre as pessoas com instrução superior foi uma das mais baixas.

**Figura 3**  
**Desigualdade de Rendimentos - Razão 90/10 -Brasil Urbano**



\* O índice foi obtido pela razão entre o salário do nono décimo e o salário do primeiro décimo.

11 Esta medida, quando comparada à razão entre a renda média dos décimos da distribuição, apresenta a vantagem de ser menos sensível aos erros de medida que eventualmente estejam presentes nos extremos da distribuição de rendimentos do trabalho.

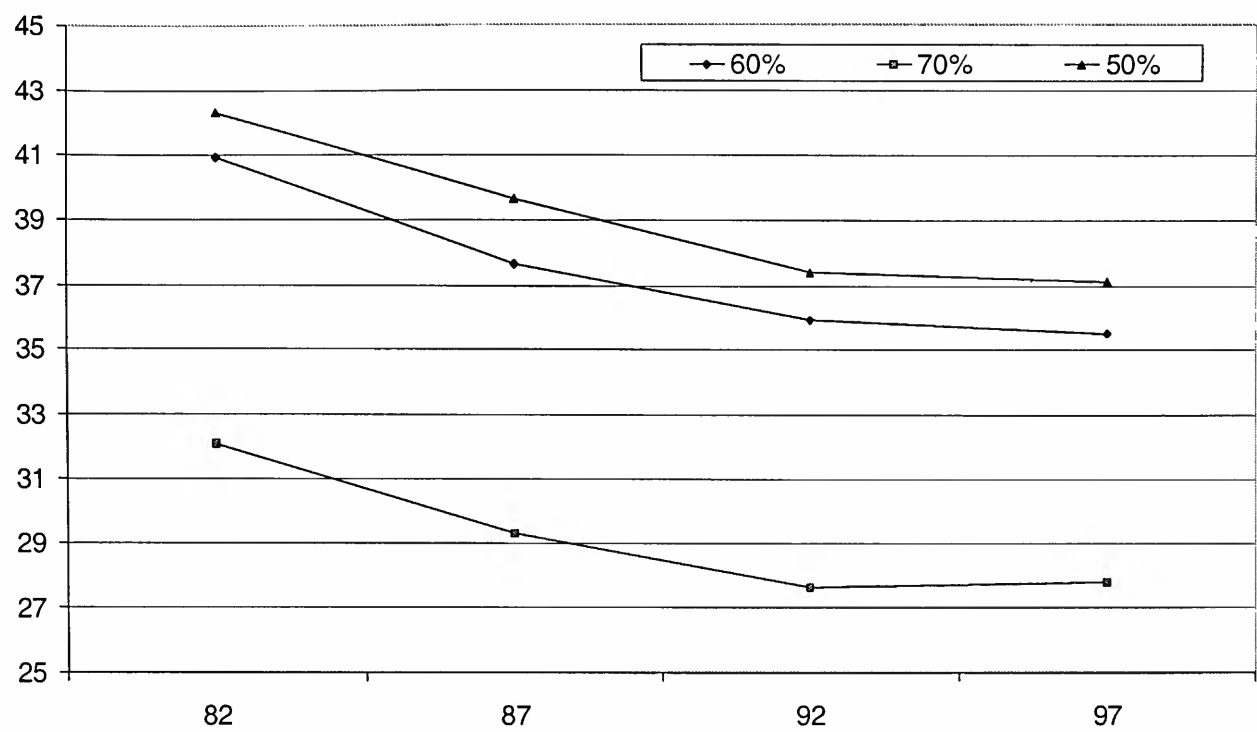
Numa primeira tentativa de avaliar, para trabalhadores com instrução superior, a relação entre formação e ocupação, os 382 grupos ocupacionais reportados pela PNAD foram divididos entre típicos e não típicos de ensino superior. Consideraram-se os grupos ocupacionais típicos de ensino superior todos aqueles que em 1997 tinham 60% ou mais pessoas com este nível de instrução.<sup>12</sup> Esta definição possui alguns problemas, pois em muitos casos os grupos ocupacionais da PNAD são ainda muito heterogêneos. Entretanto, ela pode servir como uma primeira aproximação para se avaliar a proporção de pessoas que exercem funções típicas da sua formação. A Figura 4 apresenta a evolução desta proporção, onde é possível observar que menos de 40% dos trabalhadores com instrução superior foram classificados como exercendo uma função típica deste nível de instrução. Esta baixa proporção pode ser uma indicação de que muitas pessoas com instrução superior exercem funções que, em princípio, não necessitariam de tal formação.<sup>13</sup> Para efeito de comparação, utilizou-se, também, como critério de classificação das profissões típicas de ensino superior o conjunto de ocupações com mais de 50% e mais de 70% de pessoas com nível superior de instrução. Pode-se observar que não faz muita diferença utilizar como critério de corte 50% ou 60%. Por outro lado, quando o critério de corte utilizado é 70% a proporção de pessoas com instrução superior exercendo uma ocupação típica deste nível de instrução se reduz significativamente.

---

12 A Tabela 6 define, com base na PNAD 1997, as profissões que possuem no mínimo 60% de indivíduos com nível superior.

13 Isto não significa dizer que pessoas com instrução superior não sejam, em média, melhores nestas ocupações. Por exemplo, um vendedor técnico não necessitaria, rigorosamente, ser um engenheiro, o que não quer dizer que os conhecimentos de engenharia não melhorem o desempenho neste tipo de ocupação. Se um vendedor técnico que é engenheiro vende 50% a mais que outro vendedor com instrução secundária, esses dois trabalhadores seriam substitutos perfeitos à taxa de 1,5 para 1. Isto é totalmente diferente da relação entre um médico cirurgião e um trabalhador com instrução média num centro cirúrgico. Neste último caso não há qualquer substituíbilidade entre estes trabalhadores.

**Figura 4**  
**Percentual de Pessoas com Curso Superior que Trabalham em Funções Típicas**



Essa figura mostra, também, que esse porcentual vem se reduzindo com o tempo, independentemente do critério de corte utilizado. A interpretação de que isso revela uma redução de oportunidades para os graduados de nível superior não é muito compatível com a elevação da taxa de retorno apresentada anteriormente. Uma outra alternativa é que estejam ocorrendo mudanças do lado da demanda, de modo que as ocupações que antes não exigiam instrução superior hoje exigem. Mudanças técnicas podem aumentar o grau de complexidade de tarefas que antes eram feitas por trabalhadores com qualificação intermediária. De qualquer modo, este é um ponto que merece ser melhor avaliado.

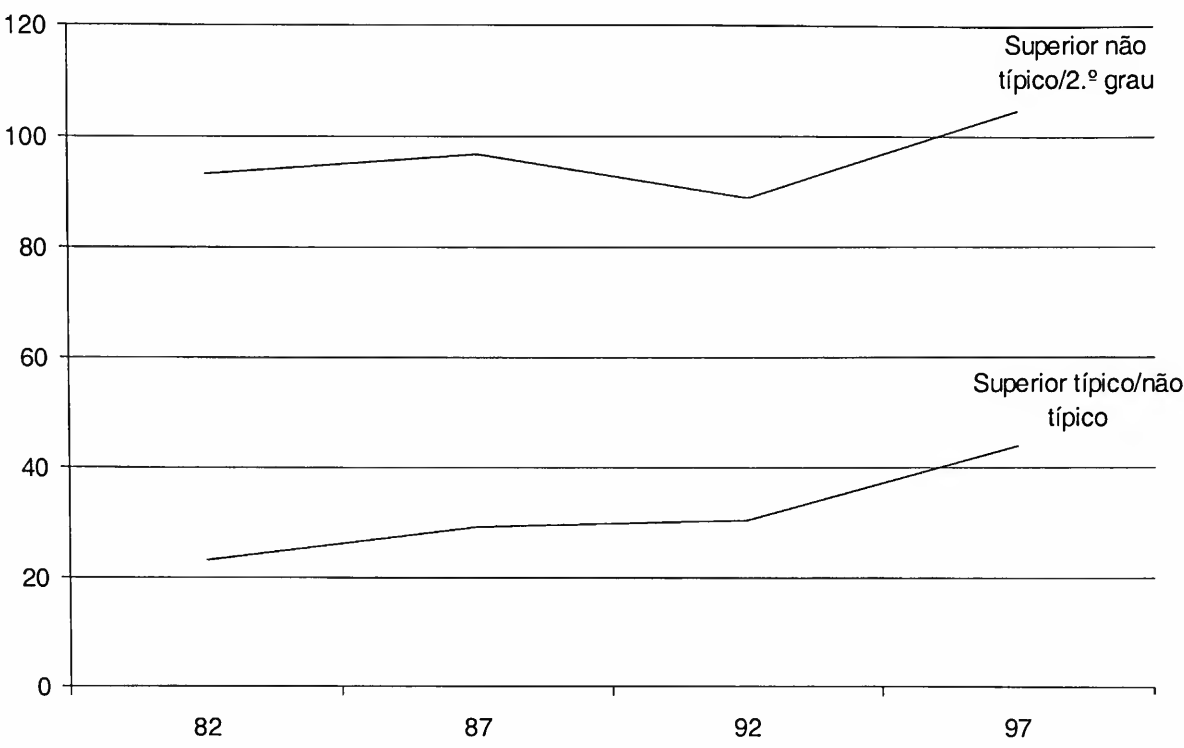
As estimativas de diferenciais de rendimentos, apresentadas na Figura 5, mostram que o prêmio por se cursar o ensino superior é grande mesmo para aqueles trabalhadores que não foram classificados como ocupando uma função típica deste nível de ensino. Este diferencial se mostrou muito maior do que aquele entre trabalhadores de escolaridade superior com e sem uma ocupação típica.<sup>14</sup> É possível que tais estimativas apresentem problemas de

14 Cabe ressaltar que o padrão verificado na Figura 5 não apresentou mudanças significativas quando o critério de corte, para definir ocupações típicas de ensino superior, foi 50% ou 70%.

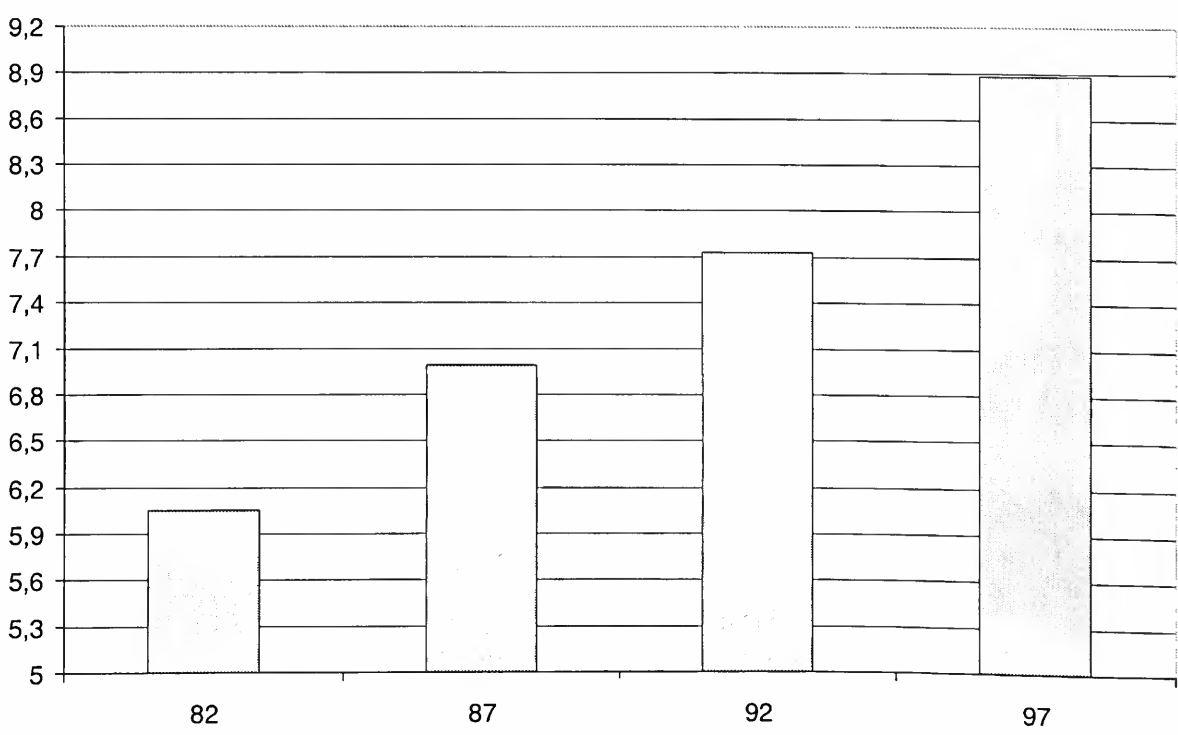


composição. Entretanto, ela é uma primeira indicação de que o mais importante é obter um diploma de curso superior, independentemente de se conseguir uma ocupação típica.

**Figura 5**  
**Diferenciais Controlados de Rendimentos - Brasil Urbano (%)**



**Figura 6**  
**Porcentual dos Ocupados com Curso Superior - Brasil Urbano**



Como pode ser observado na Figura 6, o crescimento do retorno econômico do ensino superior ocorreu simultaneamente com o aumento da proporção de trabalhadores com este nível de instrução, o que pode estar indicando que a demanda relativa por estes trabalhadores vem se expandindo mais rapidamente. Estas informações sugerem que uma expansão mais acelerada do ensino superior vigente traria ganhos sociais e econômicos muito grandes, podendo, inclusive, levar à conclusão de que essa é a questão mais premente. Evidentemente, mudanças que melhorem a qualidade do sistema são bem-vindas, entretanto a questão da expansão parece ser ainda mais fundamental.<sup>15</sup>

Como mencionado na introdução, um problema para a expansão do ensino superior é que a maioria dos jovens brasileiros não chega a completar o ensino secundário. Dados da PNAD para 1997 apontam que no Brasil urbano cerca de 70% das pessoas entre 20 e 30 anos não tinham segundo grau completo. Entretanto, a Figura 7 mostra que para o Brasil urbano mais da metade das pessoas com segundo grau completo não estão matriculadas e nunca completaram uma série do ensino superior.<sup>16</sup> Essa proporção é ainda mais elevada para a população com menos de 30 anos e apresentou um crescimento sensível nos últimos 15 anos.

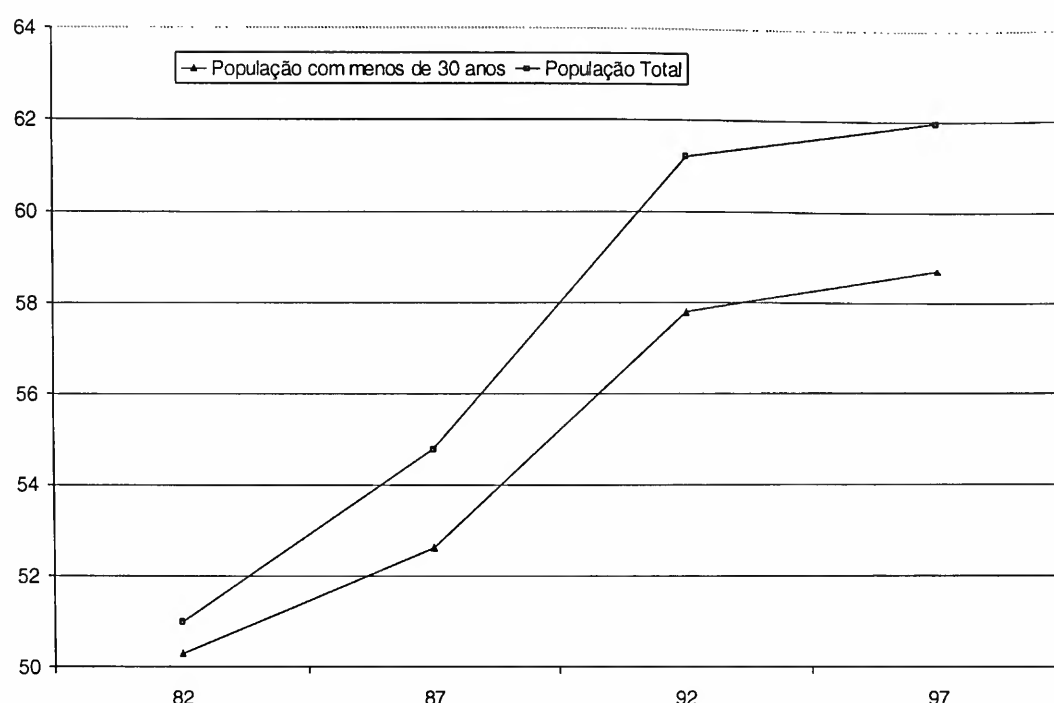
Assim, uma parcela expressiva dos que completam o segundo grau não ingressam no ensino superior e, portanto, existiria um espaço para expansão mais acelerada do sistema que é independente da universalização do ensino médio.

---

15 Evidentemente, é possível que o ganho de renda por se cursar o ensino superior, apresentado na Figura 2, para aqueles com ensino médio, esteja superestimado em virtude de características não observáveis. Ou seja, as pessoas com instrução superior possuíam, em média, outras características - além de idade, gênero, cor e região de residência - que seriam positivamente correlacionadas com a renda e, portanto, o salário dos que possuem ensino superior não se apresentaria como uma boa previsão dos salários daqueles com ensino médio, caso os últimos tivessem cursado a universidade.

16 Nesta figura calculou-se a proporção de pessoas que não estavam estudando e tinham exatamente 11 anos de estudo com aquelas com 11 ou mais anos de estudo.

**Figura 7**  
**Porcentual de Pessoas com Segundo Grau não Ingressantes**  
**no Ensino Superior - Brasil Urbano**



A análise até aqui realizada não considerou as diferentes formações entre as pessoas com instrução superior, o que será feito na seção seguinte com o auxílio dos dados censitários de 1980 e 1991.

### III A situação ocupacional dos trabalhadores com formação superior

Nesta seção, assim como na próxima, estar-se-á analisando a inserção, no mercado de trabalho, de pessoas com instrução superior para cada uma das 38 formações do ensino superior reportadas pelos censos demográficos de 1980 e 1991. A utilização dos censos se deu justamente em virtude de os mesmos, diferentemente das PNADs, incluírem a variável formação. Além de possuir informações para os diferentes tipos de formação superior, o tamanho da amostra (25% da população) possibilitou que tal análise pudesse ser conduzida. O universo considerado é o de pessoas com instrução superior, residindo em áreas urbanas e trabalhando 15 ou mais horas por semana.<sup>17</sup> Na presente seção avalia-se a posição na ocupação, enquanto que na seguinte avaliam-se os diferenciais de renda por formação.

<sup>17</sup> Diferentemente das PNADs e do censo de 1991, o censo de 1980 não possui uma variável contínua para horas semanalmente trabalhadas. Nesse ano a variável horas trabalhadas por semana foi classificada de acordo com a seguinte agregação: menos de 15, de 15 a 29, de 30 a 39, de 40 a 48 e mais de 49 horas. Para efeito de padronização, adotou-se o mesmo procedimento para o censo de 1991. Enquanto na seção anterior o universo foi definido para as pessoas trabalhando 20 ou mais horas por semana, nesta e na próxima seção foram consideradas as pessoas com 15 ou mais horas trabalhadas por semana.

A Tabela 1 apresenta as proporções de trabalhadores por conta própria e de empregados, por tipo de formação, bem como o diferencial controlado de rendimentos entre essas posições ocupacionais.<sup>18</sup> Para o conjunto dos ocupados, os trabalhadores por conta própria são freqüentemente considerados como em uma situação inferior aos empregados com carteira assinada. Em muitos trabalhos, os conta próprias são classificados como informais. Entretanto, essa visão muda para o caso dos trabalhadores com instrução superior. Um trabalhador por conta própria que possui diploma do ensino superior é considerado um profissional liberal, o que possui uma conotação positiva.

As informações da Tabela 1 mostram que, em praticamente todas as formações, a proporção de trabalhadores por conta própria é baixa. Em 1991, apenas 8 formações, das 38 consideradas, apresentaram uma participação de conta próprias superior a 15% e apenas odontologia teve essa participação acima dos 50%. Para o conjunto de formações, essa taxa de participação foi de 11,84%, portanto, inferior à taxa verificada para o total de ocupados, que foi, neste período, superior aos 20%. Mesmo o crescimento verificado entre 1980 e 1991 não é algo específico para os trabalhadores com instrução superior, uma vez que esse movimento ocorreu para o conjunto dos ocupados.

Em relação aos diferenciais de rendimento, os dados mostram que, para a grande maioria das formações, o rendimento dos empregados é superior ao dos conta próprias. O diferencial de rendimento controlado por formações - além dos controles por idade, gênero, cor ou raça e região - foi de -11,01% em 1980 e de -8,32% em 1991, portanto, uma ligeira redução da vantagem dos empregados. De qualquer modo, muito do que se divulga sobre a tendência e as vantagens de se trabalhar por conta própria, para pessoas com instrução superior, não pode ser constatado por nossas informações. Entretanto, é possível que esse quadro tenha se alterado nos anos 90.

A Tabela 2 mostra a proporção de pessoas que trabalham em ocupações específicas de sua formação.<sup>19</sup> Os dados mostram que em 1991 apenas 38% dos trabalhadores com instrução superior estavam alocados em uma ocupação típica de sua formação, enquanto que em 1980 essa proporção foi de 44,24%. Note que esse padrão não se altera muito para os

---

18 A classificação dos trabalhadores foi realizada com base na ocupação principal.

19 Para todas as formações considerou-se pesquisador e professor universitário como uma ocupação típica, sendo que em alguns casos incluiu-se, também, professor de primeiro e segundo grau. Uma relação (Tabela 5) contendo as ocupações consideradas típicas para cada formação está disponível no apêndice.

profissionais mais jovens, aqueles com menos de 30 anos, e é muito similar aos dados apresentados na Figura 4. Assim, selecionar as ocupações típicas do ensino superior como aquelas contendo 60% ou mais pessoas com este nível de instrução parece ser um procedimento bastante razoável e as considerações feitas com base naquela figura são mantidas aqui.

Por outro lado, os dados da Tabela 2 mostram que a proporção de trabalhadores alocados em ocupações típicas de sua formação varia sensivelmente entre as diversas formações. Existem formações - como medicina e odontologia - para as quais essa proporção ultrapassou os 80%, e formações - como agrimensura, filosofia, pedagogia e artes - onde essa proporção ficou abaixo dos 15%.

O fato de uma determinada formação apresentar uma baixa proporção de pessoas alocadas em ocupações típicas não significa, necessariamente, um indicador de que a mesma é relativamente pouco valorizada no mercado, pois é possível que esses profissionais sejam relativamente bem remunerados. A questão dos diferenciais de rendimentos entre formações é o assunto discutido na seção subsequente.

#### IV Diferenciais de rendimentos entre formações de nível superior

Os dados apresentados nesta seção tem como base o rendimento de todos os trabalhos. Para se calcular os diferenciais controlados de rendimentos entre formações, o procedimento adotado foi estimar uma equação linear dos log-rendimentos em relação as seguintes variáveis: idade, quadrado da idade, uma *dummy* para gênero (1: homem, 0: mulher), uma *dummy* para cor ou raça (1: branco, 0: não-branco), quatro *dummies* para grandes regiões (norte = região de referência), três *dummies* de grupos de horas trabalhadas por semana (15 a 29 horas = grupo de referência)<sup>20</sup> e trinta e sete *dummies* de formação (agronomia = formação de referência). Com base nos “anti-logs” dos coeficientes das *dummies* de formação foram obtidos os diferenciais de rendimentos esperados para cada formação em relação à agronomia.<sup>21</sup>

---

20 A equação inclui 3 *dummies* (30 a 39, 40 a 48, 49 ou mais), todas estas em relação ao grupo de referência (15 a 29).

21 O coeficiente da *dummy* de uma formação específica fornece uma estimativa da diferença entre os log-rendimentos da formação considerada em relação à agronomia, condicionada ao fato que os indivíduos possuam a mesma idade, mesmo gênero, mesma cor ou raça, o mesmo grupo de horas trabalhadas e residam na mesma região. O anti-log deste coeficiente é, então, uma estimativa da razão entre médias geométricas dos rendimentos dessas formações, sujeitas às mesmas condições.



O inconveniente deste procedimento é que não é muito interessante comparar os rendimentos das diversas formações em relação a uma formação específica. Entretanto, se se calculasse o diferencial controlado de rendimentos dos agrônomos em relação à média dos trabalhadores com nível superior poder-se-ia converter as estimativas de diferenciais em relação aos agrônomos em diferenciais em relação à média. Foi esse o procedimento aqui adotado.

Para se calcular o diferencial controlado de rendimentos dos agrônomos em relação à média computou-se a média dos log-rendimentos observados de todos os indivíduos da amostra. Em seguida, utilizando-se os coeficientes da regressão acima, exceto aqueles relacionados às *dummies* de formação, foi calculado um log-rendimento para cada indivíduo da amostra e, então, extraiu-se a média. Ou seja, simulou-se qual seria a média desses log-rendimentos caso todas as pessoas na amostra tivessem formação em agronomia, mas mantidas as demais características observadas.

A diferença entre esta média e aquela dos log-rendimentos observados produz o diferencial esperado dos log-rendimentos entre os com formação em agronomia e a amostra total, controlado pelas demais características. Assim, o diferencial de rendimentos dos agrônomos em relação à média amostral foi obtido com base no anti-log desta diferença. E ainda, utilizando os coeficientes das *dummies* de formação foi possível calcular os diferenciais de cada formação em relação à média dos indivíduos com curso superior. Os resultados deste procedimento estão apresentados na Tabela 3.

Pode-se observar nesta tabela que os diferenciais de renda por formação são bastante significativos. Em 1991, os formados em medicina apresentaram um rendimento quase duas vezes superior à média dos trabalhadores com instrução superior e quase três vezes superior ao dos formados em geografia. Note que as formações que apresentaram rendimentos mais elevados são justamente aquelas mais concorridas no vestibular. Deste modo, parte destes diferenciais pode ser devido a habilidades não observadas.

Se se desconsiderar a formação em teologia, cujo objetivo de mercado deve ser muito pequeno, geografia foi a formação que apresentou menor rendimento médio em 1991. É interessante observar que mesmo essa formação possui um prêmio razoável em relação aos trabalhadores que possuem apenas o segundo grau. As estimativas apresentadas na Figura 2 indicavam que, em 1992, as pessoas com instrução superior ganhavam, em média, 107,8% a mais do que aquelas com segundo grau. Tendo esse valor como referência, significaria dizer que, em média, os formados em geografia ganham 35,7% a mais do que os com segundo grau, o que dá uma taxa de retorno anual de 7,7%. Para calcular estes rendimentos em termos anuais, foi utilizada a média dos anos de estudo necessários para concluir cada um dos 38

curso analisados.<sup>22</sup> A Tabela 4 apresenta os rendimentos médios anuais por formação. Pode-se verificar que, em 1991, as mais elevadas taxas de retorno, por ano adicional de estudo do ensino superior, foram as de odontologia, com 31%, ciência da computação, com 28,7%, engenharias mecânica e química, em torno de 26,5% e, em quinto lugar, medicina, com um retorno anual de 26,1%. O curso de medicina representava (Tabela 3) o maior diferencial em relação à média dos rendimentos dos indivíduos que cursaram o ensino superior em 1991. Quando considerados os rendimentos por ano de estudo, medicina apresentou uma taxa de retorno inferior à dos cursos de odontologia, ciência da computação e engenharias mecânica e química. Isto ocorre porque os cursos de medicina possuem uma média de anos de estudo superior à dos demais cursos. Em geral, o *ranking* das demais formações teve pouca alteração, mesmo considerando os diferentes tempos médios de conclusão de curso.<sup>23</sup>

Outro aspecto a observar é que as formações com maiores rendimentos são justamente aquelas em que a probabilidade de “conseguir” um emprego típico é maior. O coeficiente de correlação entre proporção de pessoas em emprego típico e diferencial de rendimento foi sempre positivo: para o total da amostra ele foi de 0,39 em 1980 e 0,54 em 1991, enquanto que para as pessoas com menos de 30 anos ele foi de 0,60 em 1980 e 0,62 em 1991.

Por fim, os trabalhadores alocados em uma ocupação típica apresentaram, em média, um prêmio de rendimento. Para calcular esse prêmio, a regressão de log-rendimentos foi reestimada, incluindo uma *dummy* para emprego típico. O valor estimado desse prêmio foi, para o conjunto da amostra, de 13,66% em 1980 e 13,48% em 1991, e para os com idade inferior a 30 anos, de 20,86% em 1980 e 23,24% em 1991.

## V Considerações finais

Este trabalho realizou uma avaliação da inserção no mercado de trabalho das pessoas com instrução superior. Verificou-se que o retorno pecuniário do ensino superior é alto e crescente, mesmo para aqueles que não conseguem obter um emprego típico de sua formação. Foi

---

22 O tempo de duração varia para os cursos superiores, podendo ser de 3, 4, 5 ou 6 anos.

23 Os coeficientes de correlação entre os diferenciais de rendimentos de cada formação em relação à média (Tabela 3) e os rendimentos médios anuais (Tabela 4) apresentaram-se relativamente alto tanto em 1980 ( $r=0,92$ ) quanto em 1991 ( $r=0,902$ ).

observado, também, que as formações com menor retorno no mercado de trabalho possuem, ainda, um retorno econômico razoável.

A participação de trabalhadores com instrução superior é muito baixa no Brasil, sendo que sua expansão vem, aparentemente, se dando a uma velocidade inferior ao aumento da demanda relativa por estes trabalhadores. Grande parte da explicação para a baixa proporção de trabalhadores com instrução superior está relacionada ao fraco desempenho educacional do País nos níveis de educação anteriores. Entretanto, foi observado que mais da metade dos que concluem o segundo grau não ingressam no ensino superior, sendo que essa proporção tem se elevado nos anos recentes. Conclui-se que a expansão do ensino superior é, ainda, a questão mais urgente a ser enfrentada. Neste ponto, parece importante sugerir que os mecanismos de financiamento público do ensino superior, especialmente para aqueles de classes menos favorecidas e que conseguem completar o segundo grau, sejam reavaliados.

O artigo apresenta indicadores de que a proporção de pessoas com instrução superior exercendo ocupações típicas de sua formação é relativamente baixa e decrescente, o que poderia ser visto como uma evidência favorável à tese de que existe um descompasso crescente entre as formações tradicionais e as ocupações do mercado de trabalho. Entretanto, foi apresentado evidências de que as pessoas que exercem uma ocupação típica de sua formação possuem, em média, um rendimento mais elevado do que aquelas que não exercem. Além disso, existe uma correlação positiva entre formações com maior proporção de pessoas em ocupações típicas e formações com rendimentos mais elevados.

O artigo não explora o comportamento específico das diversas formações, embora os indicadores levantados possam ser úteis para isto. Por exemplo, o rendimento relativo dos médicos, além de elevado, teve um crescimento muito forte nos anos 80. Assim, um estudo sobre a oferta de vagas nas escolas para esta formação poderia ser interessante.

## Bibliografia

- Barros, R. P., Mendonça, R. Os determinantes da desigualdade no Brasil. *In: A economia brasileira em perspectiva*. Rio de Janeiro: IPEA, 1996.
- Barros, R. P., Ramos, L. Temporal evolution of the relationship between wages and education of Brazilian men. *In: Opportunity foregone: education in Brazil*. Washington: Inter-American Development Bank, 1996.

- Bound, J.; Johnson, G. Changes in the structure of wages in the 1980s: an evaluation of alternative explanations. *American Economic Review*, v. 82, junho de 1992.
- Fernandes, R., Menezes Filho, N. A. A evolução da distribuição dos rendimentos do trabalho no Brasil metropolitano: uma análise para o período de 1983 a 1997 *Anais do XXVII Encontro Nacional de Economia - ANPEC*. Belém (PA), dez. de 1999.
- Johnson, G. E. Change in earnings inequality: the role of demand shifts. *Journal of Economic Perspectives*, v. 11, n. 2, 1997
- Katz, L. F., Murphy, K. M. Changes in relative wages, 1963-1987: supply and demand factors. *Quarterly Journal of Economics*, v. 107, n. 1, 1992.
- Lam, D., Levinson, D. Idade, experiência e diferenciais de renda: Estados Unidos e Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 20, n. 2, 1990.
- Macedo, R. *Seu diploma sua prancha: como escolher a profissão e surfar no mercado de trabalho*. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 1999.
- Murphy, K. M.; Welch, F. The structure of wages. *Quarterly Journal of Economics*, v. 107, n. 1, 1992.
- Ramos, L., Vieira, M. L. A relação entre educação e salários no Brasil. In: *A economia brasileira em perspectiva*. Rio de Janeiro: IPEA, 1996.

Apêndice

Tabela 1  
Posição na Ocupação por Formação

Formações	% trabalhadores por conta própria		% de Empregados		Diferencial Controlado de Rendimentos entre Conta-Próprias e Empregados (%)	
	1980	1991	1980	1991	1980	1991
Biologia	2,2	4,8	94,0	89,0	-19,8	-5,3 *
Educação Física	4,9	7,4	90,2	85,3	-4,9	5,9
Enfermagem	1,9	3,0	94,9	93,4	-18,2	-29,8
Farmácia	3,8	9,4	81,0	70,3	-7,4	-4,5 *
Medicina	19,8	15,4	71,1	72,7	26,5	23,8
Odontologia	54,5	50,1	36,7	32,4	11,9	26,0
Fonoaudiologia	13,1	16,4	81,8	74,9	6,0	24,9
Arquitetura	26,7	29,4	60,7	54,3	-15,2	-9,0
Ciência da Computação	2,4	6,7	93,8	85,8	-26,9	-23,9
Eng. Civil	9,8	12,3	75,7	67,5	-26,8	-20,4
Eng. Elétrica/Eletrônica	2,9	7,0	90,9	81,2	-39,1	-31,8
Eng. Mecânica	2,7	6,8	89,2	78,6	-42,9	-38,2
Eng. Química/Química Industrial	2,9	6,2	88,1	82,5	-38,5	-41,6
Estatística	2,5	5,8	94,5	89,6	-14,8	-8,4
Física	1,8	5,1	93,6	88,3	-25,2	-26,4
Geologia	3,8	9,7	91,1	77,3	-38,9	-28,0
Matemática	2,1	4,1	94,3	91,0	-27,8	-6,8
Química	3,2	7,8	88,3	83,1	-30,2	-16,9
Agronomia	8,1	14,2	81,3	67,7	-18,9	-9,7
Medicina Veterinária	14,1	19,6	78,7	63,6	-18,7	-0,8 *
Agrimensura	16,5	16,1	72,3	65,3	-10,1	-17,8
Administração	4,2	8,5	85,3	76,7	-23,5	-16,9
Biblioteconomia	1,6	4,3	96,3	91,1	-17,5	-8,5 *
Contábeis	9,0	9,5	80,3	78,0	-14,8	-12,7
Economia	5,6	8,0	82,7	77,1	-26,9	-27,4
Sociologia/Antropologia	2,6	5,3	93,5	89,4	-3,6	-1,1 *
Comunicação Social	6,0	11,2	87,6	79,4	-12,1	-10,3
Direito	24,4	25,0	63,8	60,3	-20,9	-18,3
Filosofia	3,6	7,5	89,4	82,6	-9,6	-0,6
Geografia	2,1	4,3	94,4	91,5	-19,2	2,6 *
História	1,9	3,6	94,2	92,8	-11,0	-16,2
Pedagogia	1,3	3,4	95,1	92,2	-16,0	-9,0
Psicologia	13,4	18,9	79,6	71,2	11,5	33,2
Serviço Social	1,3	3,5	95,9	92,0	-11,7	-16,9
Teologia	2,5	13,4	69,3	68,2	27,1	10,8
Arqueologia/Museologia	7,5	10,7	85,5	83,2	-16,8	85,2
Letras	2,6	4,5	93,9	91,1	-13,5	-3,8
Artes	11,0	18,0	83,2	72,4	-16,1	3,8 *
Total	10,9	11,8	80,7	77,1	-11,0	-8,3

\* Valores não significativos no nível de 10%.

**Tabela 2**  
**Formações e Profissões Típicas Associadas**

Formações	% de pessoas que trabalham em prof. Típicas relacionadas à formação		% de pessoas que trabalham em prof. Típicas relacionadas à formação (pessoas com menos de 30 anos)	
	1980	1991	1980	1991
Biologia	38,1	29,5	37,6	28,6
Educação Física	62,7	60,5	66,9	63,8
Enfermagem	76,9	67,8	77,7	69,5
Farmácia	51,9	47,3	59,3	52,0
Medicina	73,3	86,6	76,3	84,7
Odontologia	84,9	87,9	91,2	90,0
Fonoaudiologia	63,9	70,6	70,7	76,3
Arquitetura	69,1	57,6	74,2	63,5
Ciência da Computação	53,1	54,3	57,4	58,4
Eng. Civil	68,7	53,6	76,7	54,2
Eng. Elétrica/Eletrônica	63,3	51,9	69,2	54,3
Eng. Mecânica	56,7	42,2	66,0	49,5
Eng. Química/Química Industrial	50,1	40,0	60,4	43,6
Estatística	41,1	25,7	37,8	26,9
Física	44,9	36,2	44,2	36,4
Geologia	67,1	51,6	72,7	47,9
Matemática	42,7	29,6	37,2	25,9
Química	45,7	34,1	52,8	34,9
Agronomia	48,6	44,9	54,9	42,7
Medicina Veterinária	67,7	59,1	72,9	61,3
Agrimensura	21,3	13,7	18,2	10,9
Administração	33,9	27,1	26,7	20,5
Biblioteconomia	63,9	56,5	65,5	50,2
Contábeis	37,4	29,6	36,0	25,7
Economia	23,8	16,0	26,0	12,8
Sociologia/Antropologia	6,4	15,7	4,9	3,1
Comunicação Social	24,8	25,3	25,8	28,7
Direito	42,5	42,8	44,7	44,9
Filosofia	4,2	4,3	2,5	3,4
Geografia	47,4	33,7	40,2	27,6
História	43,8	33,1	40,1	28,5
Pedagogia	18,0	12,2	13,4	8,2
Psicologia	48,0	27,7	49,5	30,8
Serviço Social	63,3	59,3	57,8	57,2
Teologia	70,7	54,9	63,5	47,5
Arqueologia/Museologia	10,6	20,6	12,1	14,3
Letras	37,1	28,5	31,7	23,9
Artes	8,9	7,6	6,2	7,4
<b>Total</b>	<b>44,2</b>	<b>38,0</b>	<b>45,3</b>	<b>37,3</b>

**Tabela 3**  
**Diferenciais Controlados de Rendimentos**  
**Desvios em Relação à Média do Ensino Superior (%)**

Formações	População Total		População com menos de 30 anos	
	1980	1991	1980	1991
Medicina	34,4	93,6	17,7	67,5
Odontologia	14,3	51,7	33,8	66,8
Eng. Mecânica	63,8	43,1	55,7	51,0
Eng. Química	48,6	38,3	42,0	38,7
Eng. Civil	49,3	36,5	38,7	29,7
Eng. Elétrica/Eletrônica	59,5	35,0	53,2	37,2
Ciência Da Computação	20,2	28,7	24,8	40,8
Arquitetura/Urbanismo	22,8	24,9	14,6	17,7
Geologia	47,8	23,2	50,6	47,8
Economia	18,5	16,8	9,9	10,3
Direito	2,0	15,3	-3,4	20,0
Estatística	17,5	11,2	13,9	18,9
Fonoaudiologia	-7,0	8,3	2,2	11,3
Administração	4,4	5,0	0,5	2,4
Psicologia	-0,2	3,9	-3,2	-1,6
Física	10,8	3,4	8,7	-6,9
Farmácia	-2,4	2,5	7,5	4,7
Medicina Veterinária	-1,7	2,5	1,6	8,9
Enfermagem	-10,9	1,7	4,5	9,6
Comunicação Social	-9,2	-0,8	-7,7	2,7
Agronomia	15,2	-1,8	18,8	-2,1
Química	11,9	-2,4	9,1	-5,1
Ciências Contábeis	-10,3	-10,0	-12,4	-9,7
Matemática	-9,6	-15,0	-4,0	-11,3
Serviço Social	-12,9	-15,2	-11,9	-14,6
Biblioteconomia	-6,1	-15,3	-2,1	-20,2
Artes	-23,8	-18,3	-18,4	-12,2
Agrimensura	-21,5	-18,5	-18,0	-13,9
Arqueologia	-16,4	-18,9	-16,1	-18,9
Biologia	-15,2	-21,2	-13,5	-20,9
Ed. Física	-23,9	-22,3	-19,6	-20,0
Letras	-23,6	-26,0	-20,1	-22,4
Pedagogia	-26,9	-30,5	-24,1	-27,5
Sociologia/Antropologia	-29,2	-31,8	-29,2	-34,4
Historia	-25,0	-33,3	-24,7	-29,6
Filosofia	-27,8	-33,5	-28,0	-34,5
Geografia	-21,4	-34,7	-20,1	-32,4
Teologia	-64,0	-62,4	-48,4	-48,8

**Tabela 4**  
**Rendimento Médio Anual por Formação (%)**

Formações	População Total		População com menos de 30 anos	
	1980	1991	1980	1991
Odontologia	23,9	31,0	28,7	34,0
Ciência da Computação	28,1	28,7	29,4	31,7
Eng. Mecânica	30,4	26,7	29,0	28,2
Eng. Química	28,8	26,4	27,6	26,5
Medicina	19,5	26,1	16,9	23,1
Eng. Elétrica/Eletrônica	29,6	24,9	28,5	25,3
Eng. Civil	27,0	24,8	25,1	23,4
Geologia	30,3	23,4	30,9	28,5
Economia	25,0	23,3	22,8	21,6
Arquitetura/Urbanismo	22,5	22,4	20,7	20,9
Estatística	25,0	22,3	24,0	24,4
Fonoaudiologia	19,6	22,3	22,6	23,1
Administração	22,1	21,2	21,0	20,4
Direito	18,1	20,8	16,8	21,8
Comunicação Social	18,5	19,8	19,0	20,9
Física	22,7	19,7	22,2	16,8
Enfermagem	16,7	19,6	21,3	21,8
Farmácia	19,0	19,2	21,7	19,8
Medicina Veterinária	18,4	18,3	19,4	19,9
Química	22,9	18,2	22,1	17,4
Psicologia	17,5	18,0	16,7	16,6
Agronomia	23,1	17,5	24,0	17,4
Contábeis	17,0	16,3	16,4	16,5
Biblioteconomia	21,6	16,1	23,1	14,2
Serviço Social	16,4	14,8	16,7	15,0
Matemática	17,3	14,8	19,1	15,9
Artes	13,8	14,6	15,9	16,7
Ed. Física	15,0	14,0	16,9	14,9
Agrimensura	14,4	13,7	15,8	15,2
Arqueologia	14,8	13,4	14,9	13,4
Biologia	15,4	12,5	16,0	12,7
Letras	13,6	11,7	14,9	13,1
Pedagogia	12,5	10,1	13,6	11,3
Sociologia/Antropologia	11,9	9,8	11,9	8,7
História	12,1	8,3	12,2	9,7
Filosofia	11,0	8,1	10,9	7,8
Geografia	13,3	7,7	13,8	8,6
Teologia	-6,2	-5,7	2,2	1,5

\* Utilizaram-se os dados da Tabela 3 (diferenciais de rendimentos de cada formação em relação à média dos que cursaram superior) e os dados apresentados na Figura 2 referentes a 1982 e 1992 (diferencial de rendimentos dos que cursaram ensino superior em relação àqueles que cursaram o ensino médio), respectivamente, de 112,34% e 107,8%. Uma relação entre estes dois dados nos dá, aproximadamente, para 1980 e 1991, o diferencial de rendimentos de cada formação em relação ao ensino médio. Considerando-se o tempo médio de formação com base nos Censo de 1980 e 1991, calculou-se então a taxa de retorno anual por formação.



Tabela 5

Formações	Profissões Típicas relacionadas à formação (códigos Censos Demográficos 80 e 91)
Biologia	142 - 211 a 213
Educação Física	834 - 211 a 219
Enfermagem	153 - 211 - 212
Farmácia	143 - 122 - 211 212
Medicina	151 - 211 - 212
Odontologia	152 - 211 - 212
Fonoaudiologia	154 - 163 - 211 212
Arquitetura	102 - 211 - 212
Ciência da Computação	173 - 211 - 212 193 (censo 80) 194 (censo 91)
Eng. Civil	101 - 211 - 212
Eng. Elétrica/Eletrônica	101 - 211 - 212
Eng. Mecânica	101 - 211 - 212
Eng. Química/Química Industrial	101 121 - 211 212
Estatística	172 - 211 - 212
Física	123 - 211 a 213
Geologia	124 - 211 - 212
Matemática	171 - 211 a 214
Química	121 - 211 a 213
Agronomia	141 - 211 - 212
Medicina Veterinária	144 - 211 - 212
Agrimensura	103 - 211 - 212
Administração	183 - 21 - 30 a 39 - 211 - 212
Biblioteconomia	291 211 212
Contábeis	182 - 211 212
Economia	181 211 212
Sociologia/Antropologia	201 211 212
Comunicação Social	261 - 278 279 - 211 - 212
Direito	231 - 232 233 - 211 - 212
Filosofia	211 - 212
Geografia	203 - 211 a 214
História	211 a 214
Pedagogia	221 - 211 - 212
Psicologia	202 - 211 - 212
Serviço Social	204 - 211 - 212
Teologia	251 - 252 - 211 - 212
Arqueologia/Museologia	292 - 211 - 212
Letras	211 a 214
Artes	271 275 - 276 - 277 - 279 211 - 212

**Tabela 6**

Ocupações Típicas de Ensino Superior	Código – PNAD 1997
Geólogo	124
Juiz de Direito/Desembargador	231
Advogado	233
Médico	151
Professor Universitario	212
Psicólogo	202
Promotor Público	232
Farmacologista/ Bioquímico	143
Zoologista/ Paleontologista	142
Engenheiro Químico/ Químico Industrial	121
Engenheiro Agrônomo	141
Dentista	152
Médico Veterinário	144
Engenheiro	101
Arquiteto/ Urbanista	102
Farmacêutico	122
Fonoaudiólogo/ Nutricionista	154
Economista	181
Professor de Ensino Médio	213
Assistente Social	204
Jornalista	261
Professor Pesquisador	211
Analista de Pesquisa de Mercado/ Pessoal	293
Técnico de Administração	183
Delegado de Polícia	864
Contador/Auditor	182
Analistas de Sistemas	173
Coordenador de Ensino/Diretor Pedagógico	221
Bibliotecário	291
Enfermeiro/ Instrumentador Cirúrgico	153
Fisioterapeuta	163

# Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização\*

Gyorgy Varga<sup>§</sup>  
Marcos Valli<sup>□</sup>

## RESUMO

Este artigo utiliza um modelo de fatores, conhecido como Análise de Componentes Principais -ACP, para avaliar os movimentos da estrutura a termo brasileira. Com os fatores obtidos, aplicamos o procedimento de imunização para o mercado brasileiro de renda fixa e comparamos os resultados com um procedimento conhecido como duration hedge, o qual somente fornece proteção para movimentos paralelos produzidos pela curva de movimentos. A aplicação foi feita com os dados coletados durante a crise da Ásia.

**Palavras-chave:** estrutura a termo da taxa de juros, preço de títulos, métodos estatísticos e econométricos.

## ABSTRACT

This article uses a factor model known as Principal Component Analysis PCA to evaluate the Brazilian local yield curve movements. With the factors obtained we apply a immunization procedure for a local fixed income portfolio and compare this result to a more simple procedure known as duration hedge, which only provides protection for parallel yield curve movements. The application was held with data collected during the Asia crisis.

**Key words:** term structure of interest rates, asset pricing, statistical and econometric methods.

**JEL classification:** C49, E43, G12.

---

\* Agradecemos os comentários de Alexandre Barcinski (*University of Chicago*), Guilherme Arcoverde (Banco Central do Brasil) e dois pareceristas anônimos.

§ Professor da FGV-RJ. [varga@fce.com.br](mailto:varga@fce.com.br)

□ Doutorado (ABD) em Probabilidade pelo IMPA.

Recebido em abril de 2000. Aceito em setembro de 2000.

## Introdução

Neste trabalho é realizada uma avaliação dos movimentos da estrutura a termo (ET) da taxa de juros, por meio de um modelo de fatores conhecido como Análise de Componentes Principais - ACP, que busca explicar os movimentos da ET em um conjunto mínimo de fatores. Aplicando este procedimento à ET brasileira, verificamos que três fatores explicam 94,3% dos movimentos. Ademais, aplicamos um procedimento de eliminação do risco de taxa de juros, conhecido como imunização, baseado nesses três fatores. O resultado obtido foi comparado ao *duration hedge* que é um procedimento muito usado pelos praticantes do mercado.

Uma descrição mais detalhada e aplicações desse tipo de análise à ET podem ser encontradas em Rebonato (1996) e Campbell *et al.* (1997). Sua aplicação ao mercado norte-americano encontra-se em Litterman e Scheinkman (1991) ou, mais detalhadamente, em Knez, Litterman e Scheinkman (1994). Wilson (1994) fornece um resumo de várias aplicações de ACP em diversos países.

A técnica de ACP é uma ferramenta poderosa para a avaliação de risco de instrumentos de renda fixa e variáveis que já está sendo comercializado por várias empresas de consultoria, inclusive no Brasil.<sup>1</sup> Sua aplicação ao Brasil vem sendo cada mais fácil e útil: a) pela estabilidade recente da economia, o que facilita a aplicação de modelos criados para economias com baixa taxa de juros nominal; b) pela determinação do Banco Central do Brasil no sentido de melhor controlar o risco das instituições financeiras nacionais; e c) pelo natural desenvolvimento do mercado financeiro brasileiro. Este é um trabalho pioneiro, que procura mostrar a aplicação desta técnica ao mercado de renda fixa brasileiro.<sup>2</sup>

Na próxima seção apresentamos a análise de componentes principais; na seção 2, sua aplicação ao mercado brasileiro; na terceira, o procedimento de imunização; na quarta, um exemplo de imunização no mercado brasileiro de renda fixa; na quinta seção, uma comparação com o *duration hedge*; e, por fim, são apresentadas as considerações finais.

---

<sup>1</sup> Ver as funções e sistemas oferecidos pela FCE em [www.fce.com.br](http://www.fce.com.br), para avaliação de carteiras de renda fixa no mercado brasileiro.

<sup>2</sup> Esse trabalho foi originalmente apresentado no IV Encontro Brasileiro de Gerência de Risco no Banco Boavista, em maio de 1998.

## I Análise de Componentes Principais - ACP

Esta análise se utiliza, essencialmente, de um fato bastante conhecido em matemática, mais especificamente da álgebra linear, chamado de **método de diagonalização de matrizes**. Por meio deste método, e a partir de uma dada **matriz quadrada e simétrica**, obtemos uma segunda matriz quadrada e um vetor, chamados, respectivamente, de matriz de **autovetores** e de vetor dos **autovalores**. Esses três objetos algébricos satisfazem uma relação muito particular que, aliada a conhecidas propriedades algébricas das variáveis de distribuição normal, proporcionam resultados úteis para o estudo da dependência entre uma grande quantidade de variáveis aleatórias normais.

Definimos, inicialmente, a matriz sobre a qual aplicamos o método. Consideremos uma quantidade  $N$  (inteiro positivo) fixa de variáveis aleatórias normais:

$$X_1, X_2, \dots, X_N$$

Suponhamos que todas elas possuam média 0 (zero), e que sua matriz de co-variâncias seja representada por:

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} & \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} & \cdots & \sigma_1 \sigma_N \rho_{1N} \\ \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} & \sigma_2^2 & \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23} & \cdots & \sigma_2 \sigma_N \rho_{2N} \\ \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} & \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23} & \sigma_3^2 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \sigma_{N-1} \sigma_N \rho_{(N-1)N} \\ \sigma_1 \sigma_N \rho_{1N} & \sigma_2 \sigma_N \rho_{2N} & \cdots & \sigma_{N-1} \sigma_N \rho_{(N-1)N} & \sigma_N^2 \end{pmatrix},$$

onde:  $\sigma_i^2$  e  $\rho_{ij}$  são, respectivamente, a variância da  $i$ -ésima variável e a correlação entre a  $i$ -ésima e a  $j$ -ésima variáveis. Observemos que a matriz  $V$  é quadrada e simétrica em relação à diagonal composta pelas variâncias.

Nesse caso, o método de diagonalização de matrizes garante a existência de uma matriz quadrada

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{pmatrix}$$

e ortonormal, isto é,

$$A' A = I, \quad (1)$$

onde  $A'$  é a transposta de  $A$ , e  $I$ , a matriz-identidade. E também de um vetor:

$$\lambda = (\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_N) \text{ com } \lambda_1 > \lambda_2 > \cdots > \lambda_N$$

Ambos satisfazendo a seguinte relação com a matriz de covariância  $V$ :

$$V A = A \Lambda, \quad (2)$$

onde

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda)_{N \times N} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_2 & \\ 0 & & \lambda_N \end{pmatrix}$$

representa a matriz diagonal associada ao vetor  $\lambda$ . Os vetores  $a_i$  da matriz  $A$  são os autovetores de  $V$ , e os números  $\lambda_i$  são seus autovalores.

Das propriedades (1) e (2) obtemos a igualdade abaixo:

$$V = A \Lambda A' \quad (3)$$

Vale notar que

$$V_{ij} = a_i \Lambda a_j, \quad (4)$$

onde  $a_i$  é a  $i$ -ésima linha da matriz  $A$ , e  $a_j$  é a  $j$ -ésima coluna de  $A'$

Seja

$$F' = (F_1 \ F_2 \ \dots \ F_N)$$

um vetor-coluna cujos componentes são variáveis aleatórias normais independentes com média 0 (zero) e variância 1 (um).

Em seguida tomamos o vetor-coluna aleatório

$$\overline{X} = A \Lambda^{1/2} F, \quad (5)$$

onde

$$\Lambda^\alpha = \text{diag} \left( \lambda^\alpha \right)_{N \times N} \quad \forall \alpha \in R$$

Vale notar, novamente, que  $X_i = a_i \Lambda^{1/2} F$  e  $\text{Cov}(X_i, X_j) = a_i \Lambda a_j'$ , exatamente como em (4). Um choque aleatório de um desvio padrão no fator  $F_l$  ocasiona uma variação de  $\lambda_l^{1/2} a_l$  no vetor  $X$ , onde  $a_l$  é a  $l$ -ésima coluna de  $A$ .

Fazendo uso de (3) e (5) e das propriedades algébricas conhecidas das variáveis normais independentes, onde qualquer combinação linear de normais independentes também é normal, obtemos:

$$X \approx \overline{X} \quad \text{e} \quad F = \Lambda^{-1/2} A' \overline{X},$$

onde

$$X' = (X_1 \ X_2 \ \dots \ X_N)$$

A variância total pode ser obtida de (4) segundo  $\sum_{i=1}^N V_{ii}$ , e a variância explicada pelo  $l$ -ésimo fator é calculada por  $\lambda_l$ , logo, a explicação proporcionada pelo  $l$ -ésimo fator é de:

$$\frac{\lambda_l}{\sum_{i=1}^N V_{ii}}$$

Para definirmos um conjunto mínimo de fatores, tomamos um número (inteiro positivo)  $K < N$  tal que o vetor-coluna definido por

$$\tilde{X} = A_K \Lambda_K^{1/2} F_K \tag{6}$$

tenha as variâncias de suas coordenadas satisfazendo

$$\left| \frac{\text{Cov}(\tilde{X}_i, \tilde{X}_j) - \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j \rho_{i,j}} \right| < \xi \quad \forall i, j = 1, \dots, N,$$

onde

$$F_K = (F_1 \ F_1 \ \dots \ F_K), \quad A_K = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_K) \quad e \quad \Lambda_K^{1/2} = \text{diag} \left( \sqrt{\lambda} \right)_{K \times K}$$

para  $0 < \xi < 0,05$ . Diremos então que as coordenadas de  $F_K$  são as **K-componentes principais** das variáveis  $X$  com confiança de **95%**.

---

3 Optamos por trabalhar com taxas implícitas nos *Swaps* porque não há dados suficientes sobre os outros títulos prefixados. As taxas aqui tratadas foram gentilmente fornecidas pela BM&F.



## II Aplicação ao Brasil

Na aplicação da ACP para explicar os movimentos da ET da taxa de juros brasileira tomamos as taxas prefixadas implícitas em *Swap*<sup>3</sup> com prazo de até um ano. Escolhemos esse instrumento por ser um dos mais líquidos, entre os poucos existentes, no mercado brasileiro.<sup>4</sup> A amostra compreende o período 2/1/95 a 6/7/99, num total de 1.113 observações. Para cada dia, construímos uma ET com 12 taxas a intervalos de aproximadamente um mês entre cada uma.

A variação de cada uma dessas taxas constitui o vetor aleatório  $X$ , sendo esta a variação que tentaremos explicar com um conjunto mínimo de fatores. Tomando simplesmente a variação da taxa implícita em *Swaps* de mesmo prazo podemos estar introduzindo um viés<sup>5</sup> por superestimar a variância dos retornos, pois se a ET for positivamente (negativamente) inclinada, haverá uma variação positiva (negativa) na taxa implícita no *Swap*, mesmo não havendo nenhuma mudança nas expectativas do mercado. Esse efeito deve ser de pequeno tamanho; por exemplo, tomando-se uma ET positivamente inclinada e linearmente crescente de 20% aa a 25%aa, o viés introduzido na taxa anual para o *Swap* de um mês é de 0,05%, e para a taxa anual de um *Swap* de um ano, é de 0,02%. O procedimento mais apropriado seria tomar a taxa do mesmo *Swap* no dia útil seguinte e descontar essa taxa da taxa de um dia útil (*overnight*), obtendo-se, assim, o excesso de retorno do *Swap* (semelhante ao que é feito em Knez, Litterman e Scheinkman, 1994, p. 1866).

A Tabela 1a apresenta o percentual da variância total explicada por cada fator para cada prazo, onde se pode verificar que os três primeiros fatores explicam 94,3% dos movimentos da estrutura a termo. Tomamos os componentes principais como sendo esses três fatores.

---

4 Uma alternativa usada por Barcinski (2000) seria o contrato futuro de DI. Ocorre que este instrumento vez por outra não tem nenhum negócio em prazos maiores do que seis meses, enquanto o *Swap* costuma ser muito negociado para prazos até um ano. Também a utilização do futuro de DI demandaria algum tipo de interpolação de taxas, que implica hipóteses adicionais sobre os processos geradores das taxas de juros brasileiras.

5 Devemos essa observação a Alexandre Barcinski.

**Tabela 1a**  
**Porcentual da Variância Total Explicada por Cada Fator para Cada Prazo**

Prazo (dias úteis)	Variância	Proporção da variância explicada por cada fator			Explicação por três fatores
		1º Fator	2º Fator	3º Fator	
20	2,55	42,74%	34,94%	15,66%	93,33%
41	2,91	56,01%	28,97%	3,74%	88,72%
61	3,26	75,19%	10,96%	4,36%	90,51%
82	2,81	80,25%	6,86%	7,59%	94,70%
102	2,70	79,51%	4,17%	9,99%	93,67%
123	2,89	92,51%	3,84%	0,07%	96,42%
143	2,93	91,27%	5,00%	0,09%	96,36%
163	3,06	86,62%	4,69%	0,38%	91,69%
184	2,68	92,35%	3,95%	0,37%	96,67%
204	2,83	91,42%	5,75%	0,41%	97,58%
225	2,86	90,72%	5,95%	0,29%	96,97%
245	2,83	89,08%	5,47%	0,37%	94,92%
Média		80,64%	10,05%	3,61%	94,30%

Nota: Mostramos aqui quanto cada fator explica da variância total da ET. A primeira coluna mostra o prazo em dias úteis. A segunda coluna mostra a variância total da taxa de juros para cada prazo. A terceira, quarta e quinta colunas fornecem a explicação segundo cada fator. Na última coluna, vê-se o porcentual da variância explicada pelo total dos três primeiros fatores.

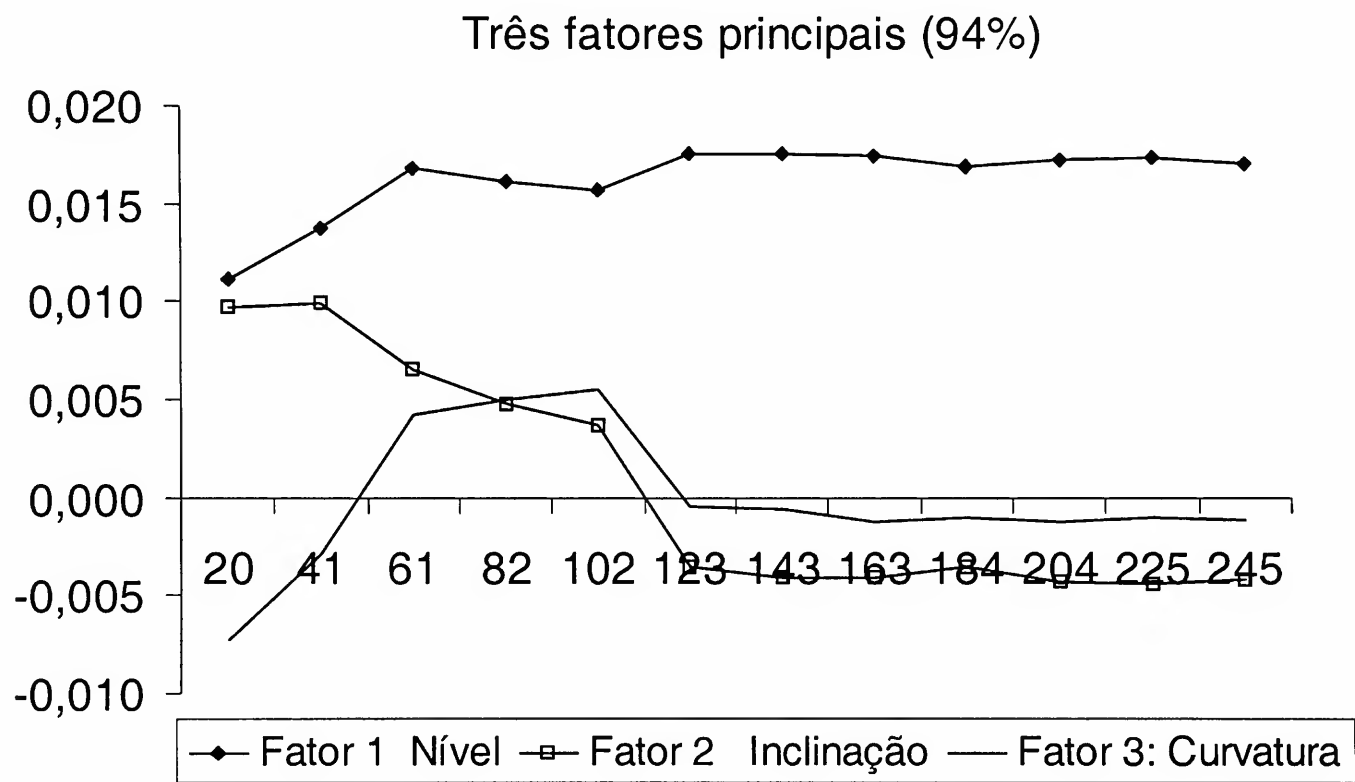
Os três primeiros autovetores que traduzem o impacto dos três primeiros fatores são mostrados na Tabela 1b.

**Tabela 1b**  
**Três Primeiros Autovetores**

$a_1$	$a_2$	$a_3$
0,1981	(0,5123)	0,5789
0,2425	(0,4989)	0,3027
0,2973	(0,3246)	(0,3457)
0,2849	(0,2383)	(0,4231)
0,2783	(0,1823)	(0,4763)
0,3104	0,1810	0,0399
0,3102	0,2077	0,0481
0,3091	0,2057	0,0993
0,2987	0,1767	0,0917
0,3054	0,2191	0,0992
0,3056	0,2239	0,0840
0,3016	0,2138	0,0939

É fácil interpretar o significado de cada fator, verificando seu efeito sobre toda a ET. No Gráfico 1, verificamos que choques aleatórios no fator 1 ocasionam movimentos paralelos da ET; logo, podemos dizer que o primeiro fator reflete movimentos **paralelos** na ET. O segundo fator, quando sofre um choque positivo, leva à diminuição na taxa de curto prazo e aumento na de longo prazo, implicando, assim, mudança na **inclinação** da ET. O terceiro fator, quando sofre choque positivo, leva a um aumento nas taxas curtas e longas e a uma diminuição na taxa intermediária, representando, assim, um movimento na **curvatura** da ET.

Gráfico 1  
Perfil dos Três Primeiros Fatores



Nota: São os três primeiros autovetores distribuídos segundo o prazo.

Quando dividimos a amostra em duas partes iguais verificamos que os três primeiros fatores têm um poder de explicação maior na segunda metade da amostra (Tabela 2), talvez associado a maior estabilidade econômica.

**Tabela 2**  
**Explicação por Fator**

Fator	1ª. metade		2ª. metade	
	por fator	Acumulada	por fator	acumulada
1	78,8%	78,8%	91,2%	91,2%
2	9,7%	88,5%	6,3%	97,5%
3	3,7%	92,2%	1,0%	98,5%
4	2,3%	94,4%	0,5%	99,0%
5	1,9%	96,3%	0,3%	99,3%
6	1,6%	97,9%	0,2%	99,5%
7	0,8%	98,7%	0,2%	99,7%
8	0,5%	99,2%	0,1%	99,8%
9	0,4%	99,6%	0,1%	99,9%
10	0,2%	99,8%	0,0%	100,0%
11	0,1%	99,9%	0,0%	100,0%
12	0,1%	100,0%	0,0%	100,0%

O resultado aqui apresentado é muito próximo ao obtido por Litterman e Scheinkman (1991) para o mercado norte-americano. Para uma amostra de taxas mensais com dados de 1984 a 1988, os autores verificaram que os três primeiros fatores explicam 88,0%, 8,4% e 2% da variância total da ET, respectivamente. É importante frisar que, apesar de ser uma amostra mensal, o prazo das taxas usadas por Litterman e Scheinkman atinge 30 anos; desse modo, embora os movimentos da ET no Brasil tenham direções parecidas, a ET é bem distinta, especialmente no tocante ao prazo das aplicações. Outra distinção importante entre esses dois mercados, não avaliada neste estudo, é o nível de volatilidade das taxas.

**III Imunização da carteira**

Imunização consiste em adicionar uma carteira de títulos à carteira corrente, de forma a eliminar o efeito de variações da taxa de juros sobre o valor da carteira original (veja Bierwag, 1977). Nesta seção, descreveremos como fazer a imunização em relação a cada um dos fatores tomando como exemplo uma carteira de *zero coupon*.<sup>6</sup> Uma aplicação para o mercado norte-americano pode ser encontrada em Barber e Copper (1996), e outra, muito mais detalhada, e recentemente aplicada ao mercado brasileiro, encontra-se em Barcinski (2000).

6 São títulos prefixados sem nenhum pagamento de juros, mas apenas o pagamento do principal no vencimento.

Representamos uma carteira de títulos do tipo *zero coupon*, pelos seus prazos de vencimento, no vetor:

$$\mathbf{T} = (T_1 T_2 \cdots T_N),$$

onde  $T_i$  representa o  $i$ -ésimo prazo (em ordem crescente), e o vetor

$$\mathbf{r} = (r_1 r_2 \cdots r_N)$$

representa o conjunto das taxas contínuas<sup>7</sup> médias para cada vencimento. Assim, o preço de um título que paga o valor 1 (um) fixo no final do  $i$ -ésimo prazo tem seu valor presente dado por:

$$P_i = e^{-r_i T_i},$$

onde  $P_i$  representa o preço do título com vencimento em  $T_i$ .

Consideremos, de fato, uma variação qualquer na estrutura a termo, representada aqui pelo vetor-coluna

$$\Delta \mathbf{r}' = (\Delta r_1 \Delta r_2 \cdots \Delta r_N)$$

e uma carteira de *zero coupon*

$$\mathbf{P} = (P_1 P_2 \cdots P_N).$$

Para todo  $i$  fixo sabemos, pela expansão em série de Taylor da função exponencial, que

$$\frac{\partial P_i}{\partial r_i} = -T_i \cdot P_i$$

---

7 Se  $R_i$  denota a taxa efetiva para o  $i$ -ésimo prazo, temos que ter  $r_i = \frac{1}{T_i} \ln(1+R_i)$ . Esse formato especial de expressar as taxas é bastante vantajoso, pois simplifica as expressões quando analisamos o retorno gerado por um determinado movimento na estrutura a termo. Para mais detalhes sobre taxas de juros, veja Faro (1990).

representa a aproximação linear<sup>8</sup> para a variação na quantia investida  $P_i$  como consequência de uma variação de uma unidade na taxa  $r_i$ . Portanto, como o valor da carteira é dado por

$$V(P) = \sum_{i=1}^N P_i,$$

a aproximação (de primeira ordem) na variação  $V(P)$  provocada pelo movimento  $D\mathbf{r}$  na estrutura a termo é dada por

$$D_P^{\Delta r} = D_P \cdot \Delta \mathbf{r} \quad (7)$$

onde

$$D_P = -(T_1 P_1 \quad T_2 P_2 \cdots T_N P_N).$$

Suponhamos que as variações nas taxas tenham distribuição normal, como as coordenadas do vetor  $\mathbf{X}$  da seção anterior sobre componentes principais.

Da fórmula (5), a  $j$ -ésima ( $1 \leq j \leq N$ ) coluna da matriz

$$A \Lambda^{1/2}$$

representa, em nossa aplicação, a variação nas taxas para um desvio padrão no  $j$ -ésimo fator. Denotaremos tal vetor-coluna por

$$\Delta \mathbf{r}^j = (\Delta r_1^j \quad \Delta r_2^j \quad \dots \quad \Delta r_N^j)^T$$

Seja  $T_L$  ( $1 \leq L \leq N$ ) um determinado prazo (por exemplo, o prazo de maior liquidez). Vamos supor que se queira saber quanto investir em contratos com esse prazo para imunizarmos a carteira resultante em relação ao  $j$ -ésimo fator. Pela fórmula (7), basta investirmos a quantia

$$Q_L = \frac{D_P^{\Delta r^j}}{T_L \Delta r_L^j}$$

---

8 Esse é o coeficiente de primeira ordem; o efeito de segunda ordem é conhecido como convexidade. Ver Varga (1993).



$$\begin{pmatrix} T_{L_1} \Delta r_{L_1}^1 & T_{L_2} \Delta r_{L_2}^1 & \cdots & T_{L_K} \Delta r_{L_K}^1 \\ T_{L_1} \Delta r_{L_1}^2 & T_{L_2} \Delta r_{L_2}^2 & \cdots & T_{L_K} \Delta r_{L_K}^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ T_{L_1} \Delta r_{L_1}^K & T_{L_2} \Delta r_{L_2}^K & \cdots & T_{L_K} \Delta r_{L_K}^K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{L_1}^{1/2} & & & \\ & \lambda_{L_2}^{1/2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{L_K}^{1/2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{L_1,1} & a_{L_2,1} & \cdots & a_{L_K,1} \\ a_{L_1,2} & a_{L_2,2} & \cdots & a_{L_K,2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{L_1,K} & a_{L_2,K} & & a_{L_K,K} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_{L_1} & & & \\ & T_{L_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & T_{L_K} \end{pmatrix}$$

Portanto, visto que as matrizes diagonais acima possuem obviamente determinante não-nulo, basta que a matriz entre as duas matrizes diagonais tenha determinante não-nulo para que o sistema que nos interessa tenha solução.

Sabemos, novamente por um resultado de álgebra linear, que, fixado  $K$ , o determinante da matriz  $A$  (vale para qualquer matriz) pode ser escrito como uma combinação linear de determinantes de todas as submatrizes quadradas  $K \times K$  da matriz  $A_K$  - matriz das primeiras  $K$  colunas de  $A$  (como na seção componentes principais). Portanto, se todas essas submatrizes tivessem seus determinantes nulos, o determinante da matriz  $A$  seria, por consequência, também nulo, o que obviamente não ocorre, pois  $A$  é ortonormal, logo, seu determinante é igual a 1 (um).

Mediante esses argumentos, podemos então garantir a existência de uma carteira composta de  $K$  prazos que imuniza a carteira inicial  $P$  em relação aos  $K$  fatores. Se isso acontecer para os  $K$  prazos de maior liquidez (cada prazo está associado a uma linha), estaremos obviamente em melhor situação. Denotando uma tal submatriz com determinante não-nulo por  $A_{L,K}$ , sabemos então que existe sua matriz inversa associada e concluímos que a solução do nosso problema pode ser obtida por

$$Q_L = \text{diag}(T_K)^{-1} A_{L,K}^{-1} \text{diag}(\lambda)^{1/2} D_{P,K}^{\Delta r} \quad (9)$$

onde

$$D_{P,K}^{\Delta r} = \begin{pmatrix} D_P^{\Delta r^1} & D_P^{\Delta r^2} & \cdots & D_P^{\Delta r^K} \end{pmatrix}$$

Obtivemos, como havíamos proposto, um procedimento para fazer a imunização (aproximação de primeira ordem) de nossa carteira inicial  $P$  em relação aos fatores principais independentes que influenciam o comportamento da estrutura a termo da taxa de juros. Esse



consiste em incorporar a carteira  $Q_K$  à carteira inicial  $P$ , e por (8) garantimos que a carteira resultante se torna imune aos  $K$  fatores.

No entanto, essa carteira tem o inconveniente de poder custar caro. Podemos contornar esse problema acrescentando mais um prazo (título) aos  $K$  previamente fixados. Substituindo a última equação por

$$Q_{L_1} + Q_{L_2} + \cdots + Q_{L_{K+1}} = 0 ,$$

impomos custo zero à carteira de imunização. Não é garantida a solução do sistema; nesse caso, as chances aumentam bastante se adicionarmos graus de liberdade (prazos) extras. Porém, se não quisermos assim proceder, poderemos ainda tentar encontrar soluções para as  $K$  equações com  $K+1$  incógnitas com menor custo possível, aproveitando os graus de liberdade do sistema.

Por sorte, no caso da estrutura a termo brasileira, por meio da série estudada, vimos que essa possui três fatores principais independentes que explicam mais de 94% das variâncias. Então, podemos montar o problema de imunização em relação a esses três fatores investigando quatro prazos de maior liquidez e que possuem menor correlação entre si. A menor correlação certamente será obtida se estes prazos forem o mais distante possível um do outro; portanto, temos que identificar quatro prazos de razoável liquidez que estejam mais ou menos equidistantes entre si e cujo sistema associado (imune a três fatores e com custo zero) tenha solução, isto é, o determinante da matriz  $4 \times 4$  dos coeficientes do sistema tem que ser não-nulo. Se isso não ocorrer para nenhum grupo de quatro prazos, podemos, ao invés de impor custo zero, tentar encontrar a carteira (com quatro prazos) mais barata e imune a três fatores, lembrando que, como provamos no parágrafo anterior, sempre é possível encontrar quatro prazos onde o sistema (imune a quatro fatores) associado tem solução. Solucionando então o sistema de quatro equações lineares associado (a quarta equação é a do custo zero), encontramos a carteira de imunização com custo zero. Essa depende dos quatro vencimentos, ao contrário da carteira inicialmente fixada, que pode ser composta, por exemplo, de contratos com vencimentos nos doze prazos levantados na série estudada.

#### IV Um exemplo de imunização

Apenas com a intenção de exemplificar o uso do ACP no Brasil, aplicamos o resultado da seção anterior a uma carteira fictícia de títulos prefixados, todos com valor final \$1.000.

Tomamos a ET por 10 dias, no período ao redor da crise da Ásia. Nas Tabelas 3 e 4, apresentamos a ET.

**Tabela 3**  
**ET com Prazo de Até 102 Dias Úteis**

Data	1	20	41	61	82	102
28/Out/97	19,28%	24,98%	25,72%	26,90%	27,41%	27,12%
29/Out/97	19,99%	27,92%	28,72%	31,82%	31,97%	31,84%
30/Out/97	47,37%	34,07%	33,68%	34,65%	34,61%	34,45%
31/Out/97	44,68%	43,54%	40,75%	38,68%	38,48%	37,29%
3/Nov/97	44,68%	43,61%	40,51%	39,01%	37,85%	36,15%
4/Nov/97	44,56%	41,44%	38,22%	36,75%	35,56%	34,06%
5/Nov/97	45,04%	42,59%	38,91%	37,13%	36,17%	35,30%
6/Nov/97	45,28%	43,15%	40,44%	38,79%	37,94%	37,28%
7/Nov/97	45,28%	50,36%	48,70%	48,09%	47,06%	45,14%
10/Nov/97	45,28%	47,53%	46,03%	46,06%	44,47%	43,51%
11/Nov/97	45,28%	45,10%	43,68%	43,21%	42,28%	42,14%

Nota: Cada coluna se refere à taxa efetiva anual para o prazo (em dias úteis) colocado na primeira linha. Cada linha contém as taxas efetivas obtidas nos dias descritos na primeira coluna.

**Tabela 4**  
**Continuação da Tabela 3, para Taxas com Prazo de 123 a 245 Dias Úteis**

Data	123	143	163	184	204	225	245
28/Out/97	28,11%	28,27%	28,33%	28,44%	28,41%	28,43%	28,60%
29/Out/97	32,44%	32,55%	32,64%	32,86%	32,77%	32,81%	33,07%
30/Out/97	34,89%	34,61%	34,73%	34,46%	34,10%	34,01%	34,18%
31/Out/97	37,29%	36,61%	36,54%	35,95%	35,42%	35,41%	35,30%
3/Nov/97	36,82%	35,80%	35,10%	34,35%	34,06%	33,79%	33,75%
4/Nov/97	34,89%	34,02%	33,53%	33,21%	32,86%	32,61%	32,71%
5/Nov/97	35,89%	35,20%	34,94%	34,89%	34,59%	34,46%	34,68%
6/Nov/97	37,81%	37,11%	37,22%	36,91%	36,52%	36,39%	36,70%
7/Nov/97	45,28%	44,16%	44,20%	43,57%	42,99%	43,04%	43,09%
10/Nov/97	43,01%	42,37%	41,97%	41,41%	41,52%	41,25%	41,29%
11/Nov/97	41,99%	41,01%	40,46%	40,12%	39,87%	39,45%	39,61%

Criamos uma carteira arbitrária com posições, em títulos do tipo *zero coupon*, compradas por prazo longo e vendidas (caso que se trata de uma captação de recursos) em prazo curto, segundo as quantidades listadas na Tabela 5. Essa tabela também descreve o valor de cada título na data inicial.

**Tabela 5**  
**Composição e Valor da Carteira Fictícia**

Prazo	Quantidade	Valor
1	Dinheiro	(65.020,50)
20	-10	(9.824,61)
41	-30	(28.903,17)
61	40	37.758,66
82	30	27.725,87
102	10	9.074,40
123	5	4.430,53
143	5	4.341,20
163	5	4.255,03
184	5	4.164,91
204	5	4.083,67
225	5	3.998,85
245	5	3.915,16
	Total	(0)

Nota - A última coluna contém o valor corrente dos títulos que compõem a carteira, segundo o prazo dos títulos.

Na Tabela 6 consta o valor diário dessa carteira corrigido pela taxa de juros corrente, que varia a cada dia de acordo com a ET das Tabelas 3 e 4.

**Tabela 6**  
**Valor Corrente da Carteira Fictícia, de Acordo com a ET de Cada Dia**

Data	Carteira	
	Variação corrigida	Valor
28/Out./97		65.020,50
29/Out./97	(1.335)	63.732,23
30/Out./97	(495)	63.335,52
31/Out./97	(550)	62.878,00
3/Nov./97	220	63.190,23
4/Nov./97	436	63.719,16
5/Nov./97	(327)	63.486,31
6/Nov./97	(516)	63.064,65
7/Nov./97	(1.895)	61.263,00
10/Nov./97	456	61.809,39
11/Nov./97	431	62.332,17

Nota: A última coluna mostra o valor da carteira e a segunda coluna a variação do valor da carteira.

A imunização consiste em adquirir uma carteira cuja variação em valor seja exatamente igual à variação do valor da carteira a ser imunizada. A carteira escolhida para esse fim foi obtida a partir de três títulos (o motivo para escolher determinado título pode ser sua liquidez). A Tabela 7 contém o valor que deve ser aplicado em cada título e o valor dessa carteira a cada dia. O valor aplicado em cada título é obtido da fórmula 9, e os parâmetros foram calculados com base numa amostra da ET do ano anterior (últimos 252 dias úteis) à avaliação da imunização.

**Tabela 7**  
**Comportamento da Carteira de Imunização com Três Fatores**

Carteira de hedge com três fatores										
Data	Variação	Acumulado	Valor	Venda			Valor	Compra		
			Corrente	41	82	184	Total	41	82	184
28/10/97							(64.281)	33.211	(67.726)	(29.766)
29/10/97	1.406	1.406	(62.922)	33.087	(66.965)	(29.043)	(62.875)	32.127	(66.112)	(28.890)
30/10/97	572	1.980	(62.400)	31.939	(65.698)	(28.642)	(62.317)	31.048	(64.833)	(28.532)
31/10/97	650	2.633	(61.758)	30.807	(64.259)	(28.307)	(61.698)	29.940	(63.451)	(28.187)
03/11/97	(232)	2.405	(62.020)	29.947	(63.541)	(28.426)	(61.809)	29.127	(62.634)	(28.302)
04/11/97	(334)	2.075	(62.234)	29.196	(62.955)	(28.474)	(62.106)	28.337	(62.046)	(28.397)
05/11/97	406	2.484	(61.792)	28.317	(61.962)	(28.147)	(61.707)	27.392	(61.080)	(28.019)
06/11/97	577	3.065	(61.221)	27.352	(60.845)	(27.728)	(61.151)	26.436	(59.985)	(27.603)
07/11/97	1.911	4.980	(59.331)	26.239	(58.868)	(26.702)	(59.385)	25.281	(58.125)	(26.541)
10/11/97	(434)	4.554	(59.907)	25.339	(58.425)	(26.821)	(59.704)	24.492	(57.498)	(26.698)
11/11/97	(283)	4.277	(60.076)	24.541	(57.749)	(26.868)	(59.996)	23.673	(56.856)	(26.813)

Nota: A carteira tem os títulos com prazo de 41, 82 e 184 dias úteis. As quatro últimas colunas mostram o valor diário de aquisição dessa carteira. Da terceira à sexta coluna, temos o valor de venda dessa carteira. Na segunda coluna temos o ganho ou perda proporcionado por essa carteira a cada dia.

Comparando-se a segunda coluna da Tabela 6 e a primeira da Tabela 7 é fácil verificar a qualidade da imunização com modelos de fatores. Na seção a seguir comparamos este procedimento com outro bastante utilizado pelos praticantes do mercado.

**V Comparação com *duration hedge***

Um caso particular da seção anterior consiste em considerar apenas movimentos paralelos nas taxas, isto é,

$$\Delta r_1 = \Delta r_2 = \dots = \Delta r_N ,$$

e, nesse caso, para que uma carteira  $P$  seja imune a esse tipo particular de movimento, basta que

$$D_P = -\sum_{i=1}^N T_i \cdot P_i = 0 \quad ,$$

(10)

em particular, se  $N = 2$ , temos que ter

$$P_1 = -\frac{T_2 \cdot P_2}{T_1}$$

Se a ET sofresse apenas movimentos paralelos, a imunização com apenas um título traria o mesmo resultado que a aplicação com mais de um título. Como exemplo, imunizando a carteira inicial apenas com o título de 41 dias de prazo, a quantidade adquirida é dada pela fórmula (10), e o resultado encontra-se na Tabela 8.

Tabela 8

Comportamento da Carteira de *Hedge* com Apenas um Título (*duration hedge*)

Duration hedge com título de 41 dias úteis				
Data	Variação	Acumulado	Carteira	
			venda	compra
28/10/97				(230.209)
29/10/97	817	817	(229.558)	(229.900)
30/10/97	1.466	2.284	(228.788)	(232.679)
31/10/97	1.876	4.164	(231.144)	(235.481)
03/11/97	(34)	4.136	(235.860)	(241.604)
04/11/97	(542)	3.600	(242.500)	(248.440)
05/11/97	220	3.825	(248.587)	(252.515)
06/11/97	420	4.251	(252.469)	(256.336)
07/11/97	1.948	6.205	(254.768)	(255.214)
10/11/97	(613)	5.601	(256.206)	(263.587)
11/11/97	(533)	5.077	(264.510)	(272.248)

Nota: A carteira tem o título com prazo de 41 dias úteis. A última coluna mostra o valor diário de aquisição dessa carteira. A quarta coluna mostra o valor de venda dessa carteira. Na segunda coluna consta o ganho ou perda diária proporcionado por essa carteira.

Pela terceira coluna da Tabela 8 verificamos que a variação dessa carteira de *hedge* não compensa tão bem as variações na carteira a ser imunizada quanto a carteira obtida com três fatores. De fato, esse é o resultado esperado, uma vez que o *duration hedge* protege apenas para variações paralelas na ET.

**Tabela 9**  
**Comparação entre a Imunização com Três Fatores e *Duration* (um fator)**

Data	Variação diária 3 fatores	<i>Duration</i>
29/Out.97	70	(518)
30/Out./97	78	971
31/Out./97	100	1,326
03/Nov./97	(12)	186
04/Nov./97	102	(106)
05/Nov./97	79	(107)
06/Nov./97	61	(96)
07/Nov./97	16	53
10/Nov./97	22	(158)
11/Nov./97	148	(102)
Média	66	145
DP	47	564

Nota: A segunda e terceira trazem a variação diária do valor carteira original mais a carteira de imunização.

Pela última linha da Tabela 9 vemos que o desvio padrão da carteira protegida pelo *duration hedge* é três vezes maior do que o da carteira com *hedge* por três fatores. Fica, assim, óbvia a superioridade da utilização de um número maior de fatores na proteção de carteiras de renda fixa. De fato, se os três fatores explicam uma parcela da volatilidade maior do que o primeiro fator, segue-se que o *hedge* é tanto melhor quanto maior o número de fatores protegidos.

## VI Considerações finais

Verificamos que o comportamento da ET brasileira é muito próximo daquele obtido para o mercado norte-americano, onde movimentos paralelos da ET são os dominantes. Mostramos aqui a praticidade e a qualidade do procedimento de análise de componentes principais, na avaliação da ET brasileira, bem como sua utilidade para proteger uma carteira de títulos

prefixados de variações da taxa de juros quando comparada com o *duration hedge*.

Vale destacar a importância desse resultado para a gerência de risco de títulos de renda fixa, que pode melhor avaliar e proteger carteiras dos riscos gerados pelos diversos tipos de movimentos da ET.

Aplicações práticas de gerência de risco, como o cálculo do VAR, podem ser facilmente obtidas com os procedimentos aqui descritos (veja Singh, 1997).

## Referências bibliográficas

Barber, J., Copper, M. Immunization using principal component analysis. *Journal of Portfolio Management*, p. 99-105, Fall, 1996.

Barcinski, Alexandre. *Hedging strategies using a multifactor model for the Brazilian interest rate*. 2000. Mimeografado.

Bierwag, G. Immunization, duration, and the term structure of interest rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 12, p. 725-742, 1977.

Campbell, J; Lo, A., MacKinlay, A. *The econometrics of financial markets*. Princeton University Press, 1997

Faro, Clóvis de. *Princípios e aplicações do cálculo financeiro*. Livros Técnicos e Científicos Editora, 1990.

Knez, Peter; Litterman, Robert; Scheinkman, José. Exploration into factors explaining money market returns. *Journal of Finance*, december 1994.

Litterman, Robert; Scheinkman, José. Common factors affecting bond returns. *Journal of Fixed Income*, v. 1, p. 54-61, 1991.

Rebonato, Riccardo. *Interest-rate option models*. Wiley, 1996.

Singh, Manoj. Value at risk using principal components analysis. *Journal of Portfolio Management*, p. 101-112, Fall 1997

Varga, Gyorgy. Duração, convexidade e imunização. *Resenha da BM&F*, setembro 1993.

Wilson, T. Debunking the myths. *Risk*, 7, april 1994.





# Precificação de opções de *commodities* agropecuárias no Brasil: o caso do café arábica\*

Dalton Rodrigues da Silva Leite<sup>§</sup>

João Gomes Martines Filho<sup>□</sup>

Carlos José Caetano Bacha<sup>†</sup>

## RESUMO

Precificar opções é utilizar modelos para determinar o seu preço. O presente trabalho compara o valor fornecido por alguns modelos de precificação de opções com os preços efetivos, negociados na BM&F, das opções sobre contratos futuros de café com vencimento entre fevereiro de 1997 e agosto de 1999. Os resultados da pesquisa mostram que o modelo que melhor representou o mercado de opções sobre contratos futuros de café da BM&F, no período analisado, foi o modelo de Black, utilizando a volatilidade implícita como previsão da volatilidade futura. Entretanto, o método de cálculo da volatilidade que representou de modo estatisticamente significativo a volatilidade real, calculada *ex-post*, foi o da volatilidade histórica. Esses resultados sugerem que as posições vendidas foram mais lucrativas do que as posições compradas no período analisado.

**Palavras-chave:** modelos de precificação de opções, café, Brasil.

## ABSTRACT

This paper compares and tests options pricing models to the actual premiums on the coffee options on futures contract negotiated at Bolsa de Mercadorias & Futuros. It uses data on the contracts with expiration date from February 1997 through August 1999. The results show that the Black's model, using the implicit volatility as a forecast of the future volatility, is the best to represent the actual premiums of the options market on the coffee future contracts. However in an *exp post* analysis, it is the historical volatility procedure that best fits the actual volatility of the options. Since options premiums were overpriced under this period of analysis, we find that short positions were more profitable than long positions.

**Key-words:** pricing options models, coffee, Brazil.

**JEL classification:** Q13, Q14.

---

\* Artigo baseado na dissertação de mestrado do primeiro autor, orientada e co-orientada pelos demais autores, respectivamente.

§ Mestre em Economia Aplicada pela ESALQ/USP e técnico do Banco do Brasil S.A.

□ Professor Doutor da ESALQ/USP e Visiting Scholar da University of Illinois at Urbana-Champaign.

† Professor Associado da ESALQ/USP.

Recebido em abril de 2000. Aceito em agosto de 2000.

## 1 Introdução

O objetivo deste trabalho é comparar os valores fornecidos por alguns modelos de precificação de opções sobre futuro em relação aos preços efetivos de opções sobre futuro de café, negociadas na BM&F, com vencimentos<sup>1</sup> entre fevereiro de 1997 e agosto de 1999. Este período antecede a internacionalização das negociações com contratos agrícolas na BM&F, iniciada em 8 de dezembro de 1999, e que, no primeiro momento, se concentraram nos contratos futuros de café. O pouco tempo decorrido dessa internacionalização (e, portanto, as poucas informações disponíveis) não permite, ainda, a sua inclusão em nossa análise.

O termo “precificação de opções” é utilizado para designar a utilização de modelos matemáticos para valorar contratos de opções, ou seja, determinar seu preço. Uma importante variável desses modelos é a volatilidade. Esta é o desvio padrão dos retornos de curto prazo de um ativo (valorado pelo seu preço *spot*) expresso em porcentual ao ano.

Um contrato de opção dá ao seu titular, ou comprador, mediante o pagamento de um valor (preço ou prêmio da opção), o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender algo (o ativo básico da opção) por determinado valor em uma época futura preestabelecida. O vendedor, ou lançador, do contrato de opção tem a obrigação, respectivamente, de vender ou comprar o ativo básico da opção, caso o comprador venha a exercer seu direito. Para tanto, o vendedor recebe, no ato da venda, o prêmio da opção.

Os contratos de opção propiciam aos agentes econômicos oportunidade para administrar o risco de flutuação de preço ao qual estão sujeitos. Há dois tipos de opções: a européia e a americana. A primeira não permite a liquidação antes do vencimento, a segunda permite esta alternativa.

A idéia básica por trás dos modelos de precificação é a de fornecer um valor que, respeitadas as restrições impostas na concepção dos modelos, pode ser considerado como o “valor teórico” para compra e ou venda do referido contrato de opção.

Como sempre há entre os modelos de precificação uma ou mais premissas desiguais e ou a utilização de diferentes tratamentos matemáticos, pode-se sempre supor que os preços gerados por esses modelos, no apreçamento de uma determinada opção, podem diferir entre si. Dessa

---

1 Os contratos de opções vencem um mês antes dos contratos futuros aos quais se referem.

forma, conhecer um modelo de precificação de opções que expresse, da melhor forma possível, o comportamento das opções negociadas no mercado pode auxiliar os agentes econômicos na tomada de decisão e contribuir para a eficiência do mercado, evitando retornos anormais.

A cultura do café possui grande importância econômica para o País, tendo sido objeto de constantes estudos, tanto de seus aspectos agrônômicos quanto econômicos. Entre os contratos agrícolas negociados na BM&F, os contratos de café são os que possuem maior liquidez. Martits (1998) estudou os fatores que afetam o sucesso/fracasso dos contratos futuros agrícolas negociados na BM&F e concluiu que há algumas características do setor agroindustrial do café que são responsáveis pelo relativo sucesso desses contratos.

No Brasil há alguns trabalhos sobre teste de modelos de precificação, porém, todos relacionados ao mercado de opções de ações, como, por exemplo, Barreto e Baidya (1987), Vitiello Júnior (1998) e Rochman (1998). Não há, entretanto, nenhum trabalho publicado, até a presente data, que tenha avaliado como os preços praticados no mercado de opções sobre contratos futuros de café se aproximam ou diferem dos valores sugeridos por modelos de precificação. Essa avaliação é, por sua vez, importante para detectar possíveis comportamentos erráticos dos agentes que operam com opções sobre contratos futuros de café.

## 2 Modelos considerados no trabalho

Entre o vários modelos de precificação de opções existentes,<sup>2</sup> foram selecionados para o presente trabalho o de Black (1976), o de Barone-Adesi e Whaley (1987) e o de Bjerksund & Stensland (1993).

Listamos abaixo as hipóteses comuns a todos os modelos escolhidos:

- o comportamento do preço dos ativos corresponde ao modelo lognormal no qual  $\mu$  (retorno esperado) e  $\sigma$  (volatilidade) são constantes;
- não há custos de transação ou impostos. Todos os títulos são perfeitamente divisíveis;

---

2 Uma exposição completa dos modelos de precificação de opções, com suas vantagens e deficiências, pode ser vista em Leite (2000).

- o ativo não paga qualquer tipo de remuneração (cupom) durante a vida da opção;
- não há oportunidades de arbitragem sem risco;
- a negociação com títulos é contínua;
- os investidores podem captar ou emprestar à mesma taxa de juro livre de risco;
- a taxa de juro livre de risco de curto prazo,  $r$ , é constante.

O quadro a seguir apresenta algumas características particulares a cada um destes modelos.

**Quadro 1**  
**Algumas Características Relevantes dos Modelos Estudados**

Modelo de Black	– Embora tenha sido desenvolvido para precificação de opções europeias sobre contratos futuros, é o modelo mais usado pelo mercado na precificação de opções agropecuárias da BM&F, que são do tipo americano.
Modelo de Barone-Adesi e Whaley	<div>– O método de aproximação quadrática de Barone-Adesi e Whaley pode ser usado para precificar opções de compra e venda de um ativo com taxa de custo de carregamento <math>b</math>;</div> <div>– Calcula o valor do prêmio pelo direito de exercício antecipado que deve ser somado à Fórmula de Black, quando <math>b &lt; r</math>, como no caso de opções sobre contratos futuros.</div>
Modelo de Bjersund e Stensland	<div>– A aproximação de Bjersund e Stensland pode ser usada para precificar opções americanas de ações, sobre futuros e de taxa de câmbio;</div> <div>– Baseado na definição de um preço limite para o exercício (preço de disparo);</div> <div>– Investigações numéricas dos autores do modelo indicam que ele é um tanto mais preciso para opções de longo prazo que o modelo de Barone-Adesi e Whaley.</div>

A escolha destes modelos foi feita considerando-se os seguintes aspectos:

- facilidade de obtenção dos dados (*inputs*) exigidos pelo modelo;
- eficiência computacional (tempo gasto para execução dos cálculos); e
- facilidade de operacionalização.

A existência destas características nos modelos a serem testados parece ser fundamental para que possam ser usados em larga escala pelos participantes do mercado.

As equações básicas desses modelos, que foram estimadas, são as seguintes:

## a) modelo de Black

$$c = e^{-rT} [F \cdot N(d_1) - X \cdot N(d_2)] \quad (1)$$

$$p = e^{-rT} [X \cdot N(-d_2) - F \cdot N(-d_1)] \quad (2)$$

onde:

c = preço de uma opção de compra européia,

p = preço de uma opção de venda européia,

F = preço corrente do contrato futuro objeto da opção,

X = preço de exercício da opção,

r = taxa de juros livre de risco (continuamente capitalizada),

T = tempo até o vencimento da opção (em anos),

$\sigma$  = volatilidade do contrato futuro (desvio padrão dos retornos), e,

$N(\ )$  = função de distribuição de probabilidade acumulada de uma variável normal padronizada.

$$d_1 = \frac{\ln(F/X) + \sigma^2 T/2}{\sigma \sqrt{T}} \quad e \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

## b) Modelo de Barone-Adesi &amp; Whaley

$$\begin{aligned} C(S, T) &= c(S, T) + A_2 (S/S^*)^{q_2}, \text{ quando } S < S^* \quad e \\ C(S, T) &= S - X \quad \text{quando } S \geq S^* \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} P(S, T) &= p(S, T) + A_1 (S/S^{**})^{q_1}, \text{ quando } S > S^{**} \quad e \\ P(S, T) &= X - S, \text{ quando } S \leq S^{**} \end{aligned} \quad (4)$$

onde:

$c(S, T)$  = preço de uma opção de compra européia (determinado pelo modelo de Black),

$C(S, T)$  = preço de uma opção de compra americana,

$p(S, T)$  = preço de uma opção de venda européia (determinado pelo modelo de Black),

$P(S, T)$  = preço de uma opção de venda americana,

$S$  = preço corrente do ativo objeto da opção,

$X$  = preço de exercício da opção,

$T$  = tempo até o vencimento da opção (em anos),

$S^*$  = valor crítico para o exercício de uma opção de compra americana,

$S^{**}$  = valor crítico para o exercício de uma opção de venda americana,

$$A_2 = (S^*/q_2) \{1 - e^{(b-r)T} N[d_1(S^*)]\}$$

$$A_1 = - (S^{**}/q_1) \{1 - e^{(b-r)T} N[-d_1(S^{**})]\}$$

$q_1$  e  $q_2$  são as raízes da equação:  $aS^q[q^2 + (N-1)q - M/K] = 0$ , onde:

$$M = 2r/\sigma^2, \quad N = 2b/\sigma^2,$$

$b$  = custo de carregamento,

$r$  = taxa de juros livre de risco (continuamente capitalizada), e

$\sigma$  = volatilidade do ativo (desvio padrão dos retornos).

### c) Modelo de Bjerk Sund & Stensland

$$C = \alpha S^\beta - \alpha \phi(S, T, \beta, I, I) + \phi(S, T, 1, I, I) - \phi(S, T, 1, X, I) - \\ - X \phi(S, T, 0, I, I) + X \phi(S, T, 0, X, I) \quad (5)$$

$$P(S, X, T, r, b, \sigma) = C(X, S, T, r - b, -b, \sigma) \quad (6)$$

onde:

$C$  = preço de uma opção de compra americana,

$P$  = preço de uma opção de venda americana,

$S$  = preço corrente do ativo objeto da opção,

$X$  = preço de exercício da opção,

$T$  = tempo até o vencimento da opção (em anos),

$r$  = taxa de juros livre de risco (continuamente capitalizada),

$b$  = custo de carregamento,

$\sigma$  = volatilidade do ativo (desvio padrão dos retornos),

$I$  = preço de disparo (valor do ativo acima do qual a opção de compra deve ser exercida),

$\alpha = (I - X)I^{-\beta}$ , e,

$$\beta = \left( \frac{1}{2} - \frac{b}{\sigma^2} \right) + \sqrt{\left( \frac{b}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right)^2 + 2 \frac{r}{\sigma^2}}$$

É importante lembrar que para se utilizar esses modelos para a precificação de opções, é necessário que se tenha em mãos os valores de todas as variáveis, quais sejam: o preço do contrato futuro de café (ativo básico), o preço de exercício da opção, o tempo até o vencimento da opção, a taxa de juros livre de risco e a volatilidade.

## 2.1 A volatilidade

A volatilidade é considerada a variável mais importante devido, principalmente, à dificuldade de estimá-la corretamente e à alta sensibilidade do preço a ser calculado em relação às variações do seu valor. No presente trabalho consideraram-se dois tipos de volatilidade: a histórica e a implícita.

### 2.1.1 A volatilidade histórica

Pode-se entender a volatilidade histórica como o desvio padrão, expresso em porcentagem ao ano, dos retornos continuamente capitalizados de um ativo (valorado pelo seu preço *spot*).

O cálculo da volatilidade ( $\sigma$ ) a partir de dados históricos dos preços de um ativo pode ser obtido, segundo Hull (1997), por meio das seguintes fórmulas:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2} \text{ ou} \quad (7)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n r_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left( \sum_{i=1}^n r_i \right)^2} \quad (8)$$

onde:<sup>3</sup>

$s$  = estimativa do desvio padrão dos retornos continuamente capitalizados;

$n + 1$  = número de observações dos preços;

$r_i = \ln(S_i / S_{i-1})$ , sendo  $S_i$  o preço do ativo no final do  $i$ -ésimo intervalo ( $i = 1, 2, \dots, n$ );

$\bar{r}$  = média de  $r_i$ .

Como  $r_i$  é o retorno continuamente capitalizado do preço do ativo, e o desvio padrão dos valores de  $r_i$  é  $\sigma\sqrt{T}$ , a variável  $s$  é uma estimativa de  $\sigma\sqrt{T}$ . Assim,  $\sigma$  pode ser estimado como:

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{T}} \quad (9)$$

onde  $T$  é o intervalo de tempo em anos entre dois dados consecutivos da amostra. O erro padrão dessa estimativa é de aproximadamente  $\sigma/\sqrt{2n}$

### 2.1.2 Volatilidade implícita

A volatilidade implícita é aquela que, aplicada a um modelo de precificação de opções, torna o prêmio teórico igual ao prêmio de mercado.

Pelo fato das fórmulas mais usadas no mercado para precificação de opções não permitirem

3 A expressão  $\ln(S_i / S_{i-1})$  é o retorno, capitalizado de forma contínua, fornecido pelo ativo  $S$  no intervalo  $(S_{i-1}, S_i)$ . Os valores de  $S_i$  e  $S_{i-1}$  são, normalmente, os preços de fechamento dos dias  $i$  e  $i-1$ .

4 Uma explicação detalhada do método, incluindo exemplos, pode ser encontrada em Chriss (1997).



que se isole a variável volatilidade, isto tem de ser feito por processos iterativos de tentativa e erro, como o algoritmo de aproximação de Newton-Raphson<sup>4</sup> ou o Método da Bisseção (*Bisection Method*), ou ainda outras fórmulas, como as encontradas em Feinstein (1988) e Brenner e Subrahmanyam (1988), por exemplo.

Neste trabalho utilizou-se o método de Newton-Raphson, que usa a seguinte fórmula:

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{c(\sigma_i) - c_m}{\partial c / \partial \sigma_i} \quad (10)$$

onde:  $\sigma_i$  é a volatilidade,  $c_m$  é o preço de mercado da opção,  $c(\sigma_i)$  é o valor calculado pela Fórmula de Black e Scholes (FBS) e  $\partial c / \partial \sigma_i$  é o vega - sensibilidade do valor da opção a pequenas mudanças na volatilidade - da opção quando precificada utilizando-se o valor da volatilidade  $\sigma_i$ .

Deve-se repetir o processo até que  $|c_m - c(\sigma_{i+1})| \leq \varepsilon$ , que é o ponto onde  $\sigma_{i+1}$  é a volatilidade implícita ( $\varepsilon$  é o grau de precisão desejado). Segundo Haug (1997), raramente são necessárias mais do que duas ou três repetições para convergir para o valor correto (segundo a precisão esperada).

Silva Neto (1996) também descreve o método de Newton-Raphson, porém com o nome de “Método por Tentativa e Erro usando a Fórmula do Vega”. Adaptou-se abaixo a descrição do método feita por Silva Neto (1996, p. 159):

*“O processo consiste em estimar um primeiro número para a volatilidade ( $v_i$ ) e aplicá-lo à FBS para se obter o valor teórico da opção ( $C_i$ ) para essa volatilidade. Em seguida, calcula-se o vega ( $V_i$ ) para esta volatilidade ( $v_i$ ) e, por fim, utilizam-se esses valores ( $C_i$ ,  $V_i$  e  $v_i$ ) para calcular a volatilidade implícita. Repetir o processo utilizando-se agora o valor calculado para a volatilidade implícita para alimentar a FBS (no lugar de  $v_i$ ). O processo termina quando, ao aplicarmos o valor calculado para a volatilidade implícita na FBS, chegarmos ao valor teórico que se iguala ao preço de mercado.”*

As fórmulas são:

$$V_i = S\sqrt{T} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{h^2}{2}} \quad (11)$$

$$\text{Volatilidade implícita} = v_i - \frac{C_i - p}{V_i} \quad (12)$$

onde:

S = preço do ativo,

T = tempo para o vencimento,

$$h = \frac{\ln(S/X) + (r + v_i^2/2)T}{v_i \sqrt{T}},$$

X = preço de exercício,

r = taxa de juros livre de risco,

$v_i$  = volatilidade,

$C_i$  = valor teórico da opção para a volatilidade  $v_i$ ,

$V_i$  = vega da opção para o valor teórico  $C_i$ ,

p = valor do prêmio de mercado.

No presente texto foi utilizada a equação (12) para cálculo da volatilidade implícita.

## 2.2 A classificação das opções

Além de serem classificadas em opções de compra e venda, européia ou americana, as opções também podem ser classificadas quanto à relação entre o preço de exercício e o preço corrente do ativo objeto de negociação (o *moneyness*, M). Neste último aspecto, as opções classificam-se em:

- opção no dinheiro (*at the money*): opção (compra ou venda) cujo preço de exercício é igual ou muito próximo do preço corrente do ativo objeto;
- opção dentro do dinheiro (*in the money*): opção de compra (venda) cujo preço de exercício está abaixo (acima) do preço corrente do ativo objeto;
- opção fora do dinheiro (*out the money*): opção de compra (venda) cujo preço de exercício está acima (abaixo) do preço corrente do ativo objeto.

Para efeito da classificação quanto à *moneyness* (M) consideraram-se os seguintes limites arbitrários, sugeridos por Hauser e Lauterbach (1997):

- Opções no dinheiro (*AT*):  $0,95 < M < 1,05$
- Opções dentro do dinheiro (*IN*):  $M \geq 1,05$
- Opções fora do dinheiro (*OUT*):  $M \leq 0,95$ .

onde:

$M = F/X$  para opções de compra;

$M = X/F$  para opções de venda;

$X$  = preço de exercício da opção; e

$F$  = preço corrente do contrato futuro objeto da opção.

### 3 Testes estatísticos utilizados

Para cada um dos modelos de precificação de opções considerados (o de Black, o de Barone-Adesi e Whaley e o de Bjerksund e Stensland) foram calculados dois valores para cada uma das opções analisadas, um utilizando o valor da volatilidade implícita e outro utilizando o valor da volatilidade histórica.

Como foram testados três modelos e dois métodos diferentes de cálculo da volatilidade, foram obtidos, ao final, seis valores teóricos calculados para cada opção.

Para se avaliar a precisão dos modelos usou-se um teste simples de erro quadrático médio (*root mean-square error*, *RMSE*). A interpretação dos resultados deste teste é extremamente simples: o modelo que apresentar o menor *RMSE* é o que melhor estima o verdadeiro preço de mercado da opção.

A fórmula empregada neste teste é a seguinte:

$$RMSE_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum \left( \frac{Q_{MKT_i} - Q_{MODEL_{ij}}}{Q_{MKT_i}} \right)^2} \quad (13)$$

onde  $n$  é o número de opções avaliadas,  $Q_{MKTi}$  é o preço de mercado da opção  $i$  e  $Q_{MODELij}$  é o preço da opção  $i$  calculada pelo modelo  $j$  ( $Q$  pode ser tanto uma opção de compra “C” como uma venda “P”).

Esta medida de exatidão é sugerida por Pelly (1989), Myers e Hanson (1993) e por Broadie e Detemple (1996).

Além do teste acima citado, efetuaram-se dois testes de hipóteses com as seguintes finalidades: (i) confirmar, estatisticamente, a exatidão dos modelos escolhidos e (ii) averiguar se há diferença, estatisticamente significativa, entre os valores calculados pelos modelos. Para a realização dos testes de hipótese foi necessário estabelecer algumas definições, a seguir discutidas.

Inicialmente, definiu-se o logaritmo da razão entre o preço de mercado da opção<sup>5</sup>  $i$ , e o preço da mesma opção calculado de acordo com o modelo  $j$ , como  $F_{(MKTMODj)i}$ , dado por:

$$F_{(MKTMODj)i} = \ln \left( \frac{Q_{MKTi}}{Q_{MODELij}} \right) \quad (14)$$

onde:

$Q_{MKTi}$  é o preço de mercado da opção  $i$ .

$Q_{MODELij}$  é o preço teórico da opção  $i$  calculado pelo modelo  $j$ ;

Este valor de  $F_{(MKTMODj)i}$  se aproxima, matematicamente, para pequenas diferenças entre os valores, da diferença porcentual relativa entre o preço de mercado da opção  $i$  e o preço calculado pelo modelo  $j$  para a mesma opção.<sup>6</sup> Isto quer dizer, em outras palavras, que a taxa de crescimento se aproxima da taxa de desconto.

5 O subscrito  $i$  engloba aqui quatro características que, juntas, definem, de modo inequívoco, cada uma das opções analisadas. Essas características são: se a opção é de compra (C) ou venda (P), o preço de exercício da opção, o contrato futuro ao qual ela se refere (mês de vencimento) e o tempo até o vencimento.

6  $\ln \left( \frac{Q_{MKTi}}{Q_{MODELij}} \right) \cong \left( \frac{Q_{MKTi} - Q_{MODELij}}{Q_{MKTi}} \right)$

Os valores calculados pelos  $j$  modelos testados foram nomeados da seguinte maneira:

BVH = valor calculado pelo modelo de Black usando o valor calculado da volatilidade histórica;

BVI = valor calculado pelo modelo de Black usando o valor calculado da volatilidade implícita;

BSVH = valor calculado pelo modelo de Bjerksund e Stensland usando o valor calculado da volatilidade histórica;

BSVI = valor calculado pelo modelo de Bjerksund e Stensland usando o valor calculado da volatilidade implícita;

BWVH = valor calculado pelo modelo de Barone-Adesi e Whaley usando o valor calculado da volatilidade histórica;

BWVI = valor calculado pelo modelo de Barone-Adesi e Whaley usando o valor calculado da volatilidade implícita.

Definiu-se, em seguida, a média das diferenças percentuais relativas dos preços das opções  $i$  praticados pelo mercado em relação aos preços calculados conforme o modelo  $j$  como

$$\sum_{i=1}^n F_{(MKTMODj)}$$

$$\bar{F}_{(MKTMODj)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{(MKTMODj)i} \quad (15)$$

$n$  = número de opções da amostra

O primeiro teste comparou as seguintes hipóteses para os valores de  $\bar{F}_{(MKTMODj)}$

$$H_0. \mu = 0$$

$$H_1. \mu > 0$$

onde:  $\mu$  = a média populacional das diferenças dos logaritmos dos preços de mercado das opções  $i$  e os logaritmos dos preços calculados pelo modelo  $j$  para as mesmas opções.

Neste caso, optou-se pelo teste unilateral, pois há a suspeita de que o preço no qual a opção foi negociada no mercado seja maior do que o preço fornecido pelos modelos. Tal suspeita baseia-se no afirmado por Martits (1998), segundo o qual mercados pouco líquidos apresentam um alto custo, chamado custo de liquidez. Como, porém, esses custos não são totalmente captados pelos modelos, mas estão incorporados aos preços praticados no mercado, é possível se esperar o resultado acima descrito.

Para realizar o segundo teste de hipótese, definiu-se o logaritmo da razão entre cada par de preços calculados por dois modelos ( $j$  e  $k$ ) para a opção  $i$  como  $\bar{F}_{(MODjMODk)i}$

$$F_{(MODjMODk)i} = \ln \left( \frac{Q_{MODELij}}{Q_{MODELik}} \right) \quad j \neq k \quad (16)$$

onde:

$Q_{MODELij}$  é o preço teórico da opção  $i$  calculado pelo modelo  $j$  (BVH, BVI, BSVH, BSVI, BWVH ou BWVI),

$Q_{MODELik}$  é o preço teórico da opção  $i$  calculado pelo modelo  $k$  (BVH, BVI, BSVH, BSVI, BWVH ou BWVI).

Novamente, este valor se aproxima matematicamente, para pequenas diferenças entre os preços, da diferença porcentual relativa entre o preço calculado pelo modelo  $k$  e o preço calculado pelo modelo  $j$ , para a mesma opção.

Definiu-se, em seguida, a média das diferenças porcentuais relativas dos preços das opções  $i$ , calculados conforme o modelo  $j$ , em relação aos preços calculados pelo modelo  $k$  como  $\bar{F}_{(MODjMODk)}$ .

$$\bar{F}_{(MODjMODk)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{(MODjMODk)i} \quad \text{onde } n = \text{número de opções da amostra} \quad (17)$$

O segundo teste de hipótese verificou a veracidade da seguinte hipótese de nulidade para os valores de  $\bar{F}_{(MODjMODk)}$

$$H_0. \mu = 0$$

$$H_1. \mu \neq 0$$

onde:  $\mu$  = média populacional das diferenças dos logaritmos dos preços das opções  $i$ , calculados conforme o modelo  $j$ , em relação aos logaritmos dos preços calculados pelo modelo  $k$ .

Neste teste foram comparados, dois a dois, apenas os modelos com mesmo método de cálculo da volatilidade, dada a grande diferença observada nos resultados dos modelos com cálculos de volatilidade diferentes.

Assim, os testes de hipóteses referentes aos valores das expressões (15) e (17) foram realizados nos seguintes conjuntos de dados:

todos os dados da amostra (TODOS, com 521 observações);

somente as opções de compra (COMPRA TOTAL, com 238 observações);

somente as opções de venda (VENDA TOTAL, com 283 observações);

todas as opções de compra e de venda que se encontravam no dinheiro (AT TOTAL, com 161 observações);

todas as opções de compra que se encontravam no dinheiro (AT COMPRA TOTAL, com 65 observações);

todas as opções de venda que se encontravam no dinheiro (AT VENDA TOTAL, com 96 observações);

todas as opções de compra e de venda que se encontravam dentro do dinheiro (IN TOTAL, com 58 observações);

todas as opções de compra que se encontravam dentro do dinheiro (IN COMPRA TOTAL, com 21 observações);

todas as opções de venda que se encontravam dentro do dinheiro (IN VENDA TOTAL, com 37 observações);

todas as opções de compra e de venda que se encontravam fora do dinheiro (*OUT TOTAL*, com 302 observações);

todas as opções de compra que se encontravam fora do dinheiro (*OUT COMPRA TOTAL*, com 152 observações);

todas as opções de venda que se encontravam fora do dinheiro (*OUT VENDA TOTAL*, com 150 observações);

Estas subdivisões dos dados se justificam pela possibilidade de haver um desempenho diferente dos modelos em função de as opções a serem precificadas estarem no dinheiro, fora do dinheiro ou dentro do dinheiro e/ou serem de compra ou de venda.

Realizaram-se também, para os mesmos conjuntos de dados acima, testes de exatidão (RMSE) e testes de hipótese com a finalidade de confirmar, estatisticamente, a exatidão dos valores fornecidos pelos métodos escolhidos para calcular a volatilidade histórica e implícita em relação aos valores da volatilidade real.<sup>7</sup>

Para a realização dos testes de hipótese foi necessário proceder a algumas definições, a seguir detalhadas.

Inicialmente, foram definidos os logaritmos das razões entre a volatilidade real do preço do ativo básico (contrato futuro de café) da opção  $i$  e o valor da volatilidade da mesma opção, calculado de acordo com cada um dos dois métodos escolhidos, como  $F_{(VOLREAL/VOLHIST)i}$  e  $F_{(VOLREAL/VOLIMPLIC)i}$ . Definiu-se também o logaritmo da razão entre a volatilidade histórica e a volatilidade implícita de uma opção  $i$  como  $F_{(VOLHIST/VOLIMPLIC)i}$ .

$$F_{(VOLREAL/VOLHIST)i} = \ln \left( \frac{\sigma_{(VOLREAL)i}}{\sigma_{(VOLHIST)i}} \right) \quad e \quad F_{(VOLREAL/VOLIMPLIC)i} = \ln \left( \frac{\sigma_{(VOLREAL)i}}{\sigma_{(VOLIMPLIC)i}} \right) \quad (18)$$

$$F_{(VOLHIST/VOLIMPLIC)i} = \ln \left( \frac{\sigma_{(VOLHIST)i}}{\sigma_{(VOLIMPLIC)i}} \right) \quad (19).$$

7 A volatilidade real foi calculada pelo desvio padrão dos retornos continuamente capitalizados dos contratos futuros entre o dia de negociação da opção e o dia do seu vencimento.



onde:

$\sigma_{(VOLREAL)i}$  é o valor real da volatilidade da opção  $i$  calculada *ex-post*;

$\sigma_{(VOLIMPLIC)i}$  é o valor da volatilidade implícita da opção  $i$ , calculada por meio da equação (12);

$\sigma_{(VOLHIST)i}$  é o valor da volatilidade histórica da opção  $i$ , calculada via equação (9).

Estas fórmulas se aproximam, respectivamente, para pequenas diferenças entre os valores das diferenças percentuais relativas entre os valores da volatilidade real da opção  $i$  e o valor da volatilidade histórica da mesma opção, entre o valor da volatilidade real e da volatilidade implícita e entre o valor da volatilidade histórica e da volatilidade implícita.<sup>8</sup> Em outras palavras, isto quer dizer que a taxa de crescimento se aproxima da taxa de desconto.

Definiram-se, em seguida, as médias das diferenças percentuais relativas dos valores das variáveis acima como  $\bar{F}_{(VOLREAL/VOLHIST)}$ ,  $\bar{F}_{(VOLREAL/VOLIMPLIC)}$  e  $\bar{F}_{(VOLHIST/VOLIMPLIC)}$

$$\bar{F}_{(VOLREAL/VOLHIST)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{(VOLREAL/VOLHIST)i} \quad n = \text{número de opções da amostra} \quad (20)$$

$$\bar{F}_{(VOLREAL/VOLIMPLIC)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{(VOLREAL/VOLIMPLIC)i} \quad n = \text{número de opções da amostra} \quad (21)$$

$$\bar{F}_{(VOLHIST/VOLIMPLIC)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{(VOLHIST/VOLIMPLIC)i} \quad n = \text{número de opções da amostra} \quad (22)$$

<sup>8</sup>  $\ln\left(\frac{\sigma_{(VOLREAL)_i}}{\sigma_{(VOLHIST)_i}}\right) \cong \left(\frac{\sigma_{(VOLREAL)_i} - \sigma_{(VOLHIST)_i}}{\sigma_{(VOLREAL)_i}}\right)$  e  $\ln\left(\frac{\sigma_{(VOLREAL)_i}}{\sigma_{(VOLIMPLIC)_i}}\right) \cong \left(\frac{\sigma_{(VOLREAL)_i} - \sigma_{(VOLIMPLIC)_i}}{\sigma_{(VOLREAL)_i}}\right)$  e  $\ln\left(\frac{\sigma_{(VOLHIST)_i}}{\sigma_{(VOLIMPLIC)_i}}\right) \cong \left(\frac{\sigma_{(VOLHIST)_i} - \sigma_{(VOLIMPLIC)_i}}{\sigma_{(VOLHIST)_i}}\right)$

Os testes de hipóteses comparam as seguintes hipóteses para os valores de  $\bar{F}_{(VOLREAL/VOLHIST)}$  e  $\bar{F}_{(VOLREAL/VOLIMPLIC)}$

$$H_0. \mu = 0$$

$$H_1. \mu \neq 0$$

onde:  $\mu$  = média populacional da soma das diferenças dos logaritmos das volatilidades reais das opções  $i$  e dos logaritmos dos valores calculados das volatilidades históricas e implícitas para as mesmas opções.

Um segundo teste de hipótese verificou a veracidade da seguinte hipótese de nulidade para os valores de

$$H_0. \mu = 0$$

$$H_1. \mu < 0$$

onde:  $\mu$  = média populacional da soma das diferenças dos logaritmos das volatilidades históricas das opções  $i$  em relação aos logaritmos das volatilidades implícitas das mesmas opções.

Neste caso, optou-se pelo teste unilateral, pois há a suspeita de que a volatilidade histórica seja menor do que a volatilidade implícita para uma opção  $i$  qualquer. Esta suspeita é baseada em Pelly (1989), segundo o qual a volatilidade implícita é normalmente maior que a volatilidade histórica, pois traz embutido no seu valor um prêmio pelo risco.

O valor do teste  $t$  utilizado<sup>9</sup> para verificar a significância dos testes de hipótese aplicados foi obtido pela fórmula:

$$t = \frac{\bar{F} - \mu}{s / \sqrt{n}} \quad (23)$$

onde:  $s$  é o desvio padrão da amostra e as demais variáveis seguem as definições já descritas.

9 É importante lembrar que quando os resultados de um teste  $t$  são analisados se está assumindo, *a priori*, que a variável  $F$  tem distribuição normal.

#### 4 Resultados dos testes estatísticos

Os dados utilizados e os resultados dos cálculos dos valores das opções, segundo cada um dos modelos utilizados (BVH, BVI, BSVH, BSVI, BWVH e BWVI), encontram-se no apêndice.

Na Tabela 1 estão os resultados dos testes de erro quadrático médio para cada um dos modelos e para cada um dos grupos de opções analisados. Trata-se da estimativa da equação (13). O menor valor de cada linha, assinalado com um asterisco, indica o modelo com menor RMSE e, assim, o que melhor representou os dados de mercado para o grupo em questão.

Os resultados da Tabela 1 mostram que não houve um único modelo com melhor desempenho para todos os grupos de dados analisados. Como, porém, o teste de *RMSE* não possui maiores recursos, não é possível concluir, pela análise dos seus resultados, que o modelo que obteve melhor desempenho representou bem o que de fato aconteceu no mercado, mas apenas que foi o melhor dentre os testados. Mais do que isso, os resultados também não permitem afirmar que a diferença entre os modelos é estatisticamente significativa. Assim, para se poder afirmar algo sobre os resultados deve-se analisar estes resultados conjuntamente com os dos testes de hipótese realizados.

**Tabela 1**  
**Resultados dos Testes de *RMSE* Aplicados aos Modelos**

Grupo de Opções	B VH	B VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
TODOS	0,949	0,780*	0,949	0,781	0,949	0,784
COMPRA TOTAL	1,238	0,896*	1,239	0,897	1,239	0,899
VENDA TOTAL	0,600*	0,668	0,601	0,670	0,601	0,673
OUT TOTAL	0,710	0,594*	0,710	0,595	0,709	0,599
OUT COMPRA TOTAL	0,691	0,504*	0,690	0,505	0,689	0,506
OUT VENDA TOTAL	0,729	0,672*	0,729	0,675	0,729	0,680
IN TOTAL	0,156	0,194	0,155*	0,196	0,155*	0,197
IN COMPRA TOTAL	0,166*	0,233	0,169	0,236	0,170	0,238
IN VENDA TOTAL	0,149	0,168	0,146*	0,169	0,146*	0,169
AT TOTAL	1,395	1,139*	1,396	1,140	1,397	1,142
AT COMPRA TOTAL	2,119	1,526*	2,120	1,528	2,122	1,530
AT VENDA TOTAL	0,474*	0,774	0,474*	0,775	0,474*	0,776

Fonte: Dados gerados na pesquisa.

\* Modelo com menor *RMSE* em cada grupo de dados analisados.

Na Tabela 2 são apresentados os resultados dos testes *t* referentes à equação (23), onde o valor de  $\bar{F}$  corresponde ao calculado pela fórmula (15). Esses testes avaliaram se os preços de mercado são iguais ou diferentes dos previstos pelos modelos.

**Tabela 2**  
**Resultados dos Testes *t* entre os Valores de Mercado**  
**das Opções e os Valores Calculados pelos Modelos**

Grupo de Opções	BVH	BVI	BSVH	BSVI	BWVH	BWVI
TODOS	18,580*	-3,253*	18,498*	-3,392*	18,397*	-3,649*
COMPRA TOTAL	14,774*	0,970	14,725*	0,885	14,672*	0,738
VENDA TOTAL	12,193*	-3,789*	12,120*	-3,882*	12,030*	-4,065*
OUT TOTAL	19,447*	0,882	19,394*	0,787	19,263*	0,559
OUT COMPRA TOTAL	17,779*	3,025*	17,742*	2,953*	17,678*	2,798*
OUT VENDA TOTAL	10,776*	-1,347	10,735*	-1,412	10,622*	-1,582
IN TOTAL	3,147*	-1,995	2,862*	-2,243*	2,763*	-2,350*
IN COMPRA TOTAL	0,734	-0,773	0,575	-0,903	0,501	-0,953
IN VENDA TOTAL	3,471*	-2,044**	3,248*	-2,274*	3,184*	-2,380*
AT TOTAL	7,079*	-5,550*	7,044*	-5,592*	7,004*	-5,644*
AT COMPRA TOTAL	3,575*	-2,609**	3,555*	-2,632**	3,533*	-2,659**
AT VENDA TOTAL	6,804*	-5,291*	6,775*	-5,331*	6,739*	-5,377*

Fonte: Dados gerados na pesquisa.  
\* Significativo a 1%; \*\* Significativo a 5%.

Analisando a Tabela 2 pode-se verificar que, ao nível de significância de 5%, não se rejeita a hipótese de nulidade em apenas cinco dos doze grupos de dados testados, quais sejam, compra total, *out* total, *out* venda total, *in* total e *in* compra total. A não rejeição da hipótese nula significa que, ao nível de significância escolhido, não se pode rejeitar a hipótese de que a média populacional das diferenças dos logaritmos dos preços das opções *i* praticados no mercado em relação aos logaritmos dos preços calculados conforme o modelo *j* é igual a zero. Em outras palavras, pode-se dizer que apenas nesses casos os modelos representaram significativamente o que ocorreu no mercado. Porém, somente nos três primeiros grupos, dos cinco acima citados, houve coincidência dos resultados dos dois testes (*RMSE* e teste de hipótese).

Outro aspecto interessante que se pode extrair dos resultados apresentados na Tabela 2 é que, para todos os grupos em que não foi possível rejeitar a hipótese nula, os modelos utilizaram como *input* a volatilidade implícita, com exceção do grupo ***in* compra total**, para o

qual não foi possível rejeitar a hipótese nula em todos os modelos testados (com volatilidade implícita ou histórica).

Na Tabela 3 estão expostos os testes *t* referentes à equação (23), onde o valor de  $\bar{F}$  corresponde ao calculado pela fórmula (17). Esses testes avaliaram se os preços das opções calculados pelos modelos que utilizaram um mesmo método de cálculo da volatilidade diferiram entre si. Constata-se que houve significância, para todos os grupos analisados, dos testes que compararam dois a dois os modelos que usaram o mesmo método de cálculo da volatilidade na determinação dos preços das opções. Em outras palavras, isto quer dizer que os resultados apresentados por cada um destes modelos diferem estatisticamente dos resultados dos demais à significância estatística de 1%. Juntando-se esta observação àquelas feitas sobre as Tabelas 1 e 2, pode-se dizer que para os três grupos em que os testes de hipótese e o teste de *RMSE* apresentaram o mesmo resultado o BVI - modelo de Black usando o valor calculado da volatilidade implícita - foi o que realmente representou, de modo estatisticamente significativo, e melhor do que todos os demais modelos, o ocorrido, de fato, no mercado.

**Tabela 3**  
**Resultados dos Testes *t* entre os valores das Opções Calculados pelos Diferentes Modelos (com o mesmo cálculo da volatilidade)**

Grupo de Opções	BVIBSVI	BVIBWVI	BWVIBSVI	BVHBSVH	BVHBWVH	BWVHBSVH
TODOS	-15,391*	-17,805*	16,960*	-13,724*	-17,110*	-15,078*
COMPRA TOTAL	-10,289*	-12,839*	12,628*	-9,0446*	-12,502*	11,415*
VENDA TOTAL	-11,409*	-12,748*	12,024*	-10,348*	-12,097*	10,416*
OUT TOTAL	-12,571*	-15,720*	16,397*	-11,532*	-15,204*	14,911*
OUT COMPRA TOTAL	-8,442*	-11,141*	12,009*	-7,435*	-11,105*	11,132*
OUT VENDA TOTAL	-9,322*	-11,250*	11,592*	-8,879*	-10,630*	10,285*
IN TOTAL	-6,584*	-8,748*	9,232*	-6,612*	-8,732*	8,568*
IN COMPRA TOTAL	-3,811*	-5,400*	6,283*	-3,455*	-5,438*	4,992*
IN VENDA TOTAL	-5,417*	-6,818*	6,850*	-5,639*	-6,758*	8,239*
AT TOTAL	-7,909*	-9,477*	10,754*	-7,659*	-9,544*	10,824*
AT COMPRA TOTAL	-8,215*	-8,856*	8,565*	-7,761*	-8,901*	8,581*
AT VENDA TOTAL	-4,908*	-6,129*	7,382*	-4,812*	-6,178*	7,413*

Fonte: Dados gerados na pesquisa.  
\* Significativo a 1%.

Na Tabela 4 encontram-se os resultados dos testes de erro quadrático médio para cada um dos métodos de cálculo da volatilidade e para cada um dos grupos de opções analisados. Trata-se da estimativa da equação (13). O menor valor de cada linha, assinalado com um asterisco, indica o modelo com menor RMSE e, assim, o que melhor representou os dados de mercado para o grupo em questão. Pode-se verificar que para todos os grupos de opções estudados, o método de cálculo da volatilidade que melhor representou a volatilidade real foi o da volatilidade histórica.

**Tabela 4**  
**Resultados dos Teste de *RMSE* Aplicados aos**  
**Métodos de Cálculo da Volatilidade**

Grupo de Opções	Volhist	Volimplic
TODOS	0,523*	0,826
COMPRA TOTAL	0,426*	0,735
VENDA TOTAL	1,179*	1,283
OUT TOTAL	0,464*	0,642
OUT COMPRA TOTAL	0,326*	0,654
OUT VENDA TOTAL	0,477*	0,526
IN TOTAL	0,507*	0,744
IN COMPRA TOTAL	0,774*	0,795
IN VENDA TOTAL	0,250*	0,714
AT TOTAL	1,507*	1,632
AT COMPRA TOTAL	0,471*	0,880
AT VENDA TOTAL	1,813*	2,078

Fonte: Dados gerados na pesquisa.

\* Modelo com menor *RMSE* em cada grupo de dados analisados.

Na Tabela 5 são mostrados os testes *t* referentes à equação (23), onde os valores de  $\bar{F}$  correspondem aos calculados pela fórmulas (20), (21) e (22). Esses testes avaliaram se houve diferença estatisticamente significativa entre os valores calculados da volatilidade real e volatilidade histórica, entre a volatilidade real e a volatilidade implícita e entre a volatilidade histórica e a volatilidade implícita.

**Tabela 5**  
**Resultados dos Testes *t* entre os Valores da Volatilidade Real e das Volatilidades Implícita (volreal/volimplic) e Histórica (volreal/volhist), e entre as Volatilidades Histórica e Implícita (volhist/volimplic)**

Grupo de Opções	Volreal/volhist	Volreal/volimplic	Volhist/volimplic
TODOS	0,594	-23,358*	-22,901*
COMPRA TOTAL	0,040	-17,458*	-15,215*
VENDA TOTAL	0,100	-15,211*	-16,249*
OUT TOTAL	1,153	-19,841*	-17,524*
OUT COMPRA TOTAL	1,786	-16,698*	-15,462*
OUT VENDA TOTAL	0,017	-11,833*	-9,920*
IN TOTAL	-1,885	-8,562*	-5,426*
IN COMPRA TOTAL	-4,092*	-7,324*	-1,3908
IN VENDA TOTAL	1,649	-5,655*	-6,082*
AT TOTAL	-0,091	-10,702*	-13,053*
AT COMPRA TOTAL	0,330	-6,056*	-6,358*
AT VENDA TOTAL	-0,347	-8,911*	-12,213*

Fonte: Dados gerados na pesquisa.  
\* Significativo a 1%.

A Tabela 5 confirma os resultados observados na Tabela 4, e mostra que não se pode rejeitar, ao nível de significância de 1%, que a média populacional da soma das diferenças dos logaritmos das volatilidades reais das opções *i* e dos logaritmos dos valores calculados das volatilidades históricas para as mesmas opções é igual a zero. Apenas no caso do grupo **in compra total** não houve uma representação significativa da volatilidade real pela histórica. Pelos dados da Tabela 5 pode-se afirmar também que a média populacional da diferença dos logaritmos das volatilidades históricas e implícita foi significativamente menor que zero.

É interessante igualmente notar que o único grupo, dentre os analisados, em que os modelos que utilizaram a volatilidade histórica representaram significativamente o ocorrido no mercado (grupo *in compra total* - vide Tabela 2) foi o mesmo em que a volatilidade histórica não representou de modo significativo a volatilidade real (vide Tabela 5) e também o único em que não houve diferença estatisticamente significativa entre os valores dos cálculos de volatilidade histórica e implícita (vide Tabela 5). Uma possível causa para isto pode estar no pequeno número de dados analisados nesse grupo.

Os resultados desta pesquisa demonstram que o modelo que melhor representou o mercado de opções sobre contratos futuros de café, no período analisado, foi o Modelo de Black quando foi utilizada a volatilidade implícita como previsão da volatilidade futura, embora

a volatilidade histórica tenha sido a que melhor representou a volatilidade futura calculada *ex-post*. Tal fato deve-se, provavelmente, à falta de liquidez desse mercado, o que determina que os lançadores de opções exijam um prêmio adicional àquele cobrado pelo risco, ou seja, um prêmio de liquidez. O montante final de prêmio exigido pelos lançadores de opções é refletido em uma alta volatilidade implícita.

## 5 Conclusões

Este trabalho avaliou a fixação dos preços das opções de café na BM&F, com vencimentos entre fevereiro de 1997 e agosto de 1999, considerando os argumentos de três modelos de precificação de opções (o de Black, o de Barone-Adesi e Whaley e o de Bjerksund e Stensland) e dois tipos de volatilidade (a implícita e a histórica).

Não é possível afirmar de modo inequívoco, com base nos testes realizados, que há um modelo de precificação de opções, dentre os testados, que representou, de maneira estatisticamente significativa, os preços praticados no mercado de opções sobre futuros de café da BM&F, em todos os grupos analisados. Pode-se afirmar, porém, com base nos resultados obtidos, que o modelo de Black, usando o cálculo de volatilidade implícita (BVI), foi o que obteve melhor desempenho.

A volatilidade histórica representou a volatilidade real de modo estatisticamente significativo na grande maioria dos grupos testados (11 dos 12 grupos analisados). Para esses grupos pôde-se rejeitar a hipótese nula em favor da hipótese alternativa para todos os modelos que utilizaram a volatilidade histórica como *input*, ou seja, pode-se dizer que os preços nos quais foram transacionadas as opções analisadas encontram-se acima do valor teórico fornecido por esses modelos.

A volatilidade implícita foi, invariavelmente, maior do que a volatilidade histórica, e a volatilidade histórica foi quem melhor representou a volatilidade real. Assim, sabendo-se que quanto maior for o valor da volatilidade maior será o valor da opção, os resultados obtidos sugerem que, como o modelo que obteve o melhor desempenho na representação dos preços praticados no mercado utilizou o cálculo da volatilidade implícita, a posição lançadora foi mais lucrativa que a posição compradora no período analisado.

É interessante lembrar que os preços do mercado físico de café no Brasil por vezes apresentam descolamentos em relação aos preços do mercado futuro. Tal fato ocorre principalmente em situações de escassez de oferta (como ocorreu, por exemplo, no ano de 1997, onde houve pequena produção), uma vez que o café pode ser armazenado na própria



propriedade onde foi produzido a um custo relativamente baixo. Esta possibilidade de retenção da produção em plena safra é também favorecida pela existência de créditos subsidiados pelo governo para esse fim. Esse descolamento de preços acaba afetando a precificação das opções, pois os modelos utilizam o preço do mercado futuro como uma das variáveis para se chegar ao preço da opção.

Por fim, com a recente internacionalização da BM&F pode ser que se alcance, em breve, um grau de liquidez comparável aos existentes em bolsas estrangeiras que negociam contratos futuros de café (como a LIFFE e a NYBOT), tornando, assim, o valor calculado pelos modelos de precificação mais consistentes com os praticados no mercado, podendo-se, inclusive, esperar um melhor desempenho dos modelos específicos para opções americanas (como os de Barone-Adesi e Whaley e Bjerksund e Stensland).

## Referências bibliográficas

- Barone-Adesi, G.; Whaley, R. E. Efficient analytic approximation of american option values. *Journal of Finance*, v. 62, n. 2, p. 301-320, june 1987.
- Barreto, L. A., Baidya, T. K. N. Teste empírico do modelo de Black e Scholes na avaliação de opções de Vale do Rio Doce. *Revista Brasileira de Mercado de Capitais*, v. 13, n. 39, p. 89-108, abr/jun. 1987.
- Bjerksund, P.; Stensland, G. Closed-form approximation of american options. *Scandinavian Journal of Management*, v. 9, p. S87-S99, 1993.
- Black, F. The pricing of commodity contracts. *Journal of Financial Economics*, v. 3, p. 167-179, 1976.
- Brenner, M., Subrahmanyam M. G. A simple formula to compute the implied standard deviation. *Financial Analysts Journal*, v. 44, n. 5, p. 80-83, sep/oct. 1988.
- Broadie, M.; Detemple, J. Recent advances in numerical methods for pricing derivatives securities. *Cirano Scientific Series*, v. 5, p. 25-44, may 1996.
- Chriss, N. A. *Black-Scholes and beyond*. Chicago: Irwin Professional Publishing, 1997 496p.
- Feinstein, S. A source of unbiased implied volatility forecasts. *Federal Reserve Bank of Atlanta - Working Paper*, p. 88-89, 1988.

- Hauser, S.; Lauterbach, B. The relative performance of five alternative warrant pricing models. *Financial Analysts Journal*, v. 35, n. 3, p. 55-61, 1977
- Haug, E. G. *Option pricing formulas*. New York: MacGraw-Hill, 1997 232 p.
- Hull, J. C. *Futures and options markets*. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1997 470 p.
- Leite, D. R. S. *Opções sobre contratos futuros de café da BM&F: teste de modelos de precificação*. 2000. 183 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" Universidade de São Paulo, Piracicaba.
- Martits, L. A. *Avaliação do uso de derivativos agrícolas no Brasil: os fatores que determinam o sucesso ou fracasso dos contratos negociados na BM&F*. 1998. 178 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Administração de Empresas de São Paulo, São Paulo.
- Myers, R. J., Hanson, S. D Pricing commodity options when the underlying futures price exhibits time-varying volatility. *American Journal of Agricultural Economics*, v. 75, p. 121-130, feb. 1993.
- Pelly, R. A. *An investigation of options pricing models for live cattle and feeder cattle futures contracts*. 1989. 118 p. Thesis (Ph.D.) - Ohio State University, Ohio.
- Rochman, R. R. *Análise de métodos numéricos para precificação de opções*. 1998. 145 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Administração de Empresas de São Paulo, São Paulo.
- Schwager, J. D. *Fundamental analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1995. 639 p.
- Silva Neto, L. A. *Opções: do tradicional ao exótico*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1996. 293 p.
- Stein, J. What to watch for in less liquid commodity options. *Futures: The Magazine of Commodities & Options*, v. 19, n. 1, p. 28-30, 1990.
- Vitiello Júnior, L. R. S. *O ajustamento de dois modelos de precificação de opções de compra ao mercado brasileiro: evidências empíricas*. Rio Grande do Sul, 1998. 78 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)		BS VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
06/11/96	c	135,00	0,255	Mar-97		127,70	23,37%	25,69%	28,39%	12,98%	3,50	3,10	3,63	3,11	3,64	3,12	3,66
07/11/96	c	130,00	0,252	Mar-97		127,60	24,90%	25,12%	28,59%	12,65%	5,50	5,12	5,18	5,14	5,20	5,17	5,22
08/11/96	c	140,00	0,249	Mar-97		127,31	24,71%	26,42%	28,77%	12,20%	3,00	2,02	2,36	2,03	2,36	2,04	2,38
10/12/96	c	140,00	0,162	Mar-97		130,00	14,20%	29,58%	32,51%	12,16%	3,00	0,34	2,55	0,35	2,56	0,35	2,56
20/12/96	c	140,00	0,134	Mar-97		135,40	15,62%	32,11%	35,17%	11,27%	4,00	1,34	4,35	1,34	4,36	1,35	4,36
17/02/97	p	160,00	0,299	Jul-97		190,00	59,44%	46,21%	47,42%	10,47%	6,25	10,30	6,27	10,33	6,29	10,39	6,33
19/02/97	p	160,00	0,293	Jul-97		190,00	62,47%	46,13%	46,69%	10,67%	7,00	11,08	6,13	11,11	6,14	11,17	6,18
24/02/97	p	160,00	0,279	Jul-97		186,50	76,28%	49,14%	47,52%	10,70%	6,25	15,89	7,43	15,94	7,45	16,02	7,49
25/02/97	c	205,00	0,104	Mai-97		206,90	81,06%	51,78%	54,36%	11,31%	10,00	22,13	14,51	22,16	14,53	22,18	14,54
25/02/97	p	160,00	0,277	Jul-97		188,50	81,06%	45,06%	47,86%	10,77%	5,00	16,77	5,77	16,82	5,78	16,90	5,82
07/03/97	p	180,00	0,249	Jul-97		214,50	84,71%	42,24%	49,14%	10,60%	4,50	18,05	4,57	18,10	4,58	18,17	4,61
18/03/97	p	150,00	0,219	Jul-97		202,10	72,61%	41,96%	48,63%	11,01%	1,50	6,00	0,94	6,01	0,94	6,04	0,95
25/04/97	p	190,00	0,115	Jul-97		207,00	45,53%	46,94%	52,04%	10,17%	8,00	5,48	5,81	5,49	5,81	5,50	5,82
29/04/97	p	190,00	0,104	Jul-97		211,60	45,29%	56,32%	54,04%	10,05%	6,00	3,89	6,14	3,89	6,15	3,89	6,15
30/04/97	p	190,00	0,101	Jul-97		217,60	39,50%	55,65%	54,70%	9,29%	4,00	1,81	4,55	1,81	4,55	1,82	4,56
02/05/97	p	190,00	0,096	Jul-97		216,00	39,60%	52,73%	55,70%	9,08%	4,00	1,88	4,04	1,88	4,04	1,88	4,04
13/05/97	p	190,00	0,219	Set-97		228,00	33,83%	65,88%	55,13%	10,70%	10,00	1,99	10,66	1,99	10,68	2,01	10,72
14/05/97	p	175,00	0,216	Set-97		232,00	32,50%	63,77%	55,46%	11,06%	5,00	0,36	5,30	0,36	5,31	0,36	5,34
16/05/97	p	190,00	0,211	Set-97		241,00	32,61%	62,44%	55,90%	10,62%	6,75	0,75	6,81	0,75	6,82	0,76	6,85
16/05/97	p	200,00	0,211	Set-97		241,00	32,61%	62,44%	55,90%	10,62%	9,50	1,64	9,51	1,64	9,52	1,65	9,56
23/05/97	p	200,00	0,192	Set-97		248,00	37,08%	62,32%	57,39%	10,75%	7,75	1,53	7,27	1,53	7,28	1,54	7,31
06/06/97	c	210,00	0,153	Set-97		236,00	59,80%	64,05%	51,38%	10,83%	32,55	35,71	36,99	35,80	37,09	35,86	37,15
13/06/97	c	210,00	0,134	Set-97		217,50	69,04%	49,00%	45,49%	10,46%	12,41	25,11	19,06	25,15	19,10	25,19	19,12
25/06/97	c	210,00	0,101	Set-97		201,50	67,82%	26,58%	44,92%	10,68%	11,82	13,61	3,47	13,63	3,47	13,64	3,48
29/07/97	c	250,00	0,277	Dez-97		195,50	48,29%	56,66%	32,93%	10,70%	8,00	4,80	7,31	4,81	7,32	4,84	7,37
05/08/97	c	300,00	0,258	Dez-97		206,50	38,37%	58,82%	32,75%	10,45%	5,00	0,50	3,62	0,50	3,62	0,50	3,65
07/08/97	c	300,00	0,252	Dez-97		207,00	38,08%	65,23%	32,89%	10,44%	5,00	0,46	5,06	0,46	5,07	0,47	5,10
18/08/97	c	220,00	0,222	Dez-97		189,60	37,10%	65,89%	33,47%	10,21%	10,85	3,82	12,59	3,83	12,61	3,85	12,65
19/08/97	c	220,00	0,219	Dez-97		194,00	36,92%	60,59%	33,40%	10,26%	11,00	4,75	12,31	4,75	12,33	4,78	12,37
20/08/97	c	220,00	0,216	Dez-97		185,50	37,48%	56,71%	32,34%	10,38%	12,50	2,98	8,10	2,99	8,12	3,00	8,15
29/08/97	p	250,00	0,192	Dez-97		213,60	36,87%	71,03%	31,11%	9,49%	40,10	38,94	49,49	39,10	49,62	39,18	49,73
03/09/97	c	220,00	0,178	Dez-97		223,80	38,51%	64,90%	30,52%	9,37%	10,00	16,08	25,68	16,11	25,74	16,14	25,78
19/09/97	p	250,00	0,134	Dez-97		209,50	46,80%	21,76%	22,48%	8,54%	41,26	43,08	40,12	43,13	40,50	43,23	40,50

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
09/10/97	c	200,00	0,329	Mar-98	Mar-98	189,30	37,66%	55,31%	32,65%	9,48%	12,25	11,56	18,94	11,60	19,01	11,65	19,09
15/10/97	c	200,00	0,312	Mar-98	Mar-98	189,50	28,18%	39,33%	33,41%	9,54%	12,00	7,46	11,94	7,48	11,98	7,51	12,03
16/10/97	c	200,00	0,310	Mar-98	Mar-98	185,00	28,19%	39,48%	33,27%	9,51%	10,50	5,81	10,08	5,83	10,11	5,86	10,15
20/10/97	p	110,00	0,625	Jul-98	Jul-98	146,00	27,55%	37,39%	28,27%	8,02%	3,00	1,19	3,19	1,19	3,20	1,21	3,24
21/10/97	c	200,00	0,296	Mar-98	Mar-98	178,50	27,11%	40,57%	32,77%	9,89%	8,00	3,42	7,79	3,42	7,81	3,44	7,85
21/10/97	p	110,00	0,622	Jul-98	Jul-98	147,00	27,11%	36,58%	28,35%	7,88%	3,14	1,04	2,86	1,04	2,87	1,06	2,91
22/10/97	c	200,00	0,293	Mar-98	Mar-98	178,10	25,13%	41,16%	32,98%	10,00%	9,00	2,73	7,80	2,73	7,82	2,75	7,86
22/10/97	p	120,00	0,619	Jul-98	Jul-98	147,20	25,13%	37,78%	28,44%	7,82%	5,00	1,95	5,46	1,96	5,48	1,98	5,54
28/10/97	c	200,00	0,277	Mar-98	Mar-98	175,50	23,37%	44,62%	33,74%	12,49%	9,00	1,64	7,65	1,64	7,68	1,66	7,73
31/10/97	c	185,00	0,422	Mai-98	Mai-98	166,50	22,85%	44,98%	28,42%	16,00%	12,50	3,42	11,65	3,44	11,76	3,49	11,90
31/10/97	c	200,00	0,422	Mai-98	Mai-98	166,50	22,85%	44,98%	28,42%	16,00%	8,50	1,32	7,99	1,32	8,05	1,36	8,17
31/10/97	p	110,00	0,595	Jul-98	Jul-98	147,00	22,85%	36,28%	29,03%	17,98%	3,00	0,42	2,47	0,42	2,49	0,45	2,58
03/11/97	c	200,00	0,414	Mai-98	Mai-98	164,75	22,98%	46,39%	28,50%	14,76%	5,75	1,12	7,87	1,12	7,92	1,15	8,03
04/11/97	c	185,00	0,411	Mai-98	Mai-98	165,50	23,26%	40,15%	28,64%	12,86%	7,50	3,26	9,33	3,27	9,39	3,31	9,48
04/11/97	c	205,00	0,411	Mai-98	Mai-98	165,50	23,26%	40,15%	28,64%	12,86%	3,85	0,88	5,09	0,88	5,11	0,90	5,18
05/11/97	c	185,00	0,408	Mai-98	Mai-98	169,25	23,25%	35,69%	28,57%	16,00%	9,50	4,15	8,81	4,18	8,88	4,24	8,99
05/11/97	c	195,00	0,408	Mai-98	Mai-98	169,25	23,25%	35,69%	28,57%	16,00%	8,20	2,30	6,30	2,31	6,34	2,35	6,44
05/11/97	c	200,00	0,408	Mai-98	Mai-98	169,25	23,25%	35,69%	28,57%	16,00%	7,00	1,67	5,30	1,68	5,33	1,72	5,41
06/11/97	c	195,00	0,405	Mai-98	Mai-98	165,90	21,87%	39,70%	28,53%	16,74%	7,00	1,42	6,69	1,42	6,73	1,46	6,84
06/11/97	c	200,00	0,405	Mai-98	Mai-98	165,90	21,87%	39,70%	28,53%	16,74%	7,00	0,98	5,72	0,99	5,75	1,01	5,85
06/11/97	p	110,00	0,578	Jul-98	Jul-98	147,00	21,87%	38,81%	29,19%	17,44%	2,75	0,31	2,90	0,31	2,92	0,34	3,02
07/11/97	c	195,00	0,403	Mai-98	Mai-98	166,60	20,21%	42,07%	28,67%	17,48%	7,00	1,14	7,66	1,15	7,72	1,18	7,84
07/11/97	c	200,00	0,403	Mai-98	Mai-98	166,60	20,21%	42,07%	28,67%	17,48%	6,00	0,76	6,63	0,76	6,67	0,78	6,79
10/11/97	c	200,00	0,395	Mai-98	Mai-98	170,30	19,51%	40,30%	28,60%	17,84%	7,35	0,94	6,90	0,94	6,95	0,97	7,07
13/11/97	c	200,00	0,386	Mai-98	Mai-98	179,50	20,47%	41,98%	28,58%	17,03%	9,88	2,48	10,39	2,49	10,48	2,54	10,61
13/11/97	c	225,00	0,386	Mai-98	Mai-98	179,50	20,47%	41,98%	28,58%	17,03%	4,75	0,36	5,22	0,36	5,24	0,38	5,34
14/11/97	p	120,00	0,556	Jul-98	Jul-98	157,10	20,69%	41,57%	29,42%	16,76%	4,50	0,32	4,09	0,32	4,13	0,34	4,24
17/11/97	c	205,00	0,375	Mai-98	Mai-98	180,70	20,90%	40,48%	28,85%	14,29%	10,18	2,00	8,79	2,00	8,84	2,04	8,94
18/11/97	c	200,00	0,373	Mai-98	Mai-98	184,50	19,07%	44,02%	28,80%	14,22%	12,00	3,06	13,00	3,08	13,09	3,11	13,21
20/11/97	c	200,00	0,367	Mai-98	Mai-98	182,20	17,64%	41,63%	28,83%	12,11%	5,50	2,06	11,06	2,07	11,12	2,09	11,20
20/11/97	c	210,00	0,367	Mai-98	Mai-98	182,20	17,64%	41,63%	28,83%	12,11%	10,00	0,86	8,42	0,86	8,45	0,87	8,52
20/11/97	p	200,00	0,367	Mai-98	Mai-98	182,20	17,64%	41,63%	28,83%	12,11%	37,30	19,09	28,09	19,40	28,38	19,44	28,50

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Preço do Contrato		Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)		B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
					Objeto	Futuro (em US\$)												
21/11/97	c	205,00	0,364	Mai-98		182,00	19,35%	57,92%	29,00%	10,48%	11,00	16,24	1,74	16,24	1,75	16,32	1,76	16,41
24/11/97	c	200,00	0,356	Mai-98		183,00	19,35%	46,65%	29,15%	11,48%	12,50	13,21	2,69	13,21	2,70	13,28	2,72	13,36
24/11/97	c	210,00	0,356	Mai-98		183,00	19,35%	46,65%	29,15%	11,48%	9,75	10,40	1,24	10,40	1,24	10,45	1,26	10,52
28/11/97	c	205,00	0,345	Mai-98		186,00	19,80%	44,95%	29,65%	14,31%	12,75	11,81	2,44	11,81	2,44	11,88	2,47	11,98
08/12/97	c	220,00	0,318	Mai-98		202,30	24,71%	47,28%	29,25%	13,64%	18,00	14,01	4,72	14,01	4,74	14,08	4,78	14,18
09/12/97	c	250,00	0,315	Mai-98		210,30	22,82%	56,54%	28,49%	13,08%	11,75	12,78	1,15	12,78	1,15	12,83	1,17	12,94
10/12/97	c	200,00	0,312	Mai-98		212,75	28,25%	55,55%	28,56%	12,86%	18,00	31,06	19,54	31,06	19,72	31,30	19,79	31,43
16/12/97	c	220,00	0,296	Mai-98		213,00	29,65%	24,43%	27,40%	13,58%	20,00	7,98	10,27	7,98	10,32	8,02	10,39	8,07
18/12/97	c	195,00	0,290	Mai-98		199,80	46,55%	51,60%	26,56%	14,38%	10,00	23,31	21,29	23,31	21,45	23,49	21,55	23,60
22/12/97	c	220,00	0,279	Mai-98		196,50	47,16%	18,37%	26,72%	14,18%	12,00	1,17	10,55	1,17	10,59	1,17	10,67	1,19
22/12/97	c	230,00	0,279	Mai-98		196,50	47,16%	18,37%	26,72%	14,18%	4,00	0,44	8,13	0,44	8,15	0,44	8,22	0,45
22/12/97	p	170,00	0,126	Mar-98		209,80	47,16%	48,73%	28,25%	16,17%	0,50	1,73	1,54	1,73	1,54	1,73	1,55	1,74
30/12/97	p	120,00	0,430	Jul-98		175,50	47,24%	45,71%	27,47%	12,56%	5,10	1,99	2,24	1,99	2,25	2,00	2,29	2,04
13/01/98	c	200,00	0,066	Mar-98		229,00	49,13%	36,13%	22,07%	15,14%	30,00	29,34	30,64	29,34	30,67	29,35	30,73	29,46
13/01/98	c	240,00	0,066	Mar-98		229,00	49,13%	36,13%	22,07%	15,14%	6,00	4,21	7,02	4,21	7,02	4,21	7,03	4,22
14/01/98	c	200,00	0,063	Mar-98		229,50	49,56%	44,00%	22,74%	14,63%	30,00	30,42	31,02	30,42	31,04	30,44	31,11	30,52
16/01/98	c	220,00	0,058	Mar-98		231,50	54,02%	39,23%	24,07%	14,56%	17,11	15,30	18,15	15,30	18,17	15,32	18,18	15,33
20/01/98	c	200,00	0,373	Jul-98		175,40	53,76%	61,57%	26,47%	11,10%	8,00	16,64	13,50	16,64	13,56	16,72	13,66	16,84
04/02/98	c	160,00	0,332	Jul-98		176,40	43,11%	39,60%	27,22%	14,92%	17,10	23,64	24,81	23,64	25,12	23,94	25,23	24,04
04/02/98	p	160,00	0,332	Jul-98		176,40	43,11%	39,60%	27,22%	14,92%	9,00	8,03	9,21	8,03	9,26	8,07	9,34	8,15
04/02/98	p	170,00	0,332	Jul-98		176,40	43,11%	39,60%	27,22%	14,92%	13,50	12,11	13,42	12,11	13,51	12,20	13,61	12,29
05/02/98	c	160,00	0,329	Jul-98		175,50	41,44%	34,54%	27,39%	15,50%	24,00	21,28	23,56	21,28	23,87	21,57	23,97	21,66
05/02/98	c	200,00	0,156	Mai-98		220,50	41,44%	42,75%	24,99%	15,92%	24,00	26,04	25,68	26,04	25,83	26,18	25,88	26,23
05/02/98	c	210,00	0,156	Mai-98		220,50	41,44%	42,75%	24,99%	15,92%	17,50	19,84	19,43	19,84	19,51	19,93	19,56	19,97
18/02/98	c	225,00	0,293	Jul-98		176,90	67,74%	42,74%	27,32%	14,24%	5,75	3,41	10,70	3,41	10,74	3,41	10,83	3,45
19/02/98	p	160,00	0,290	Jul-98		179,80	69,24%	51,67%	27,24%	13,93%	12,00	10,11	15,80	10,11	15,88	10,15	15,98	10,22
27/02/98	c	150,00	0,096	Mai-98		206,70	67,72%	35,14%	26,76%	14,23%	59,00	55,94	56,93	55,94	56,77	56,70	57,29	56,70
27/02/98	c	160,00	0,268	Jul-98		170,80	67,72%	57,57%	27,73%	13,52%	21,50	24,57	27,80	24,57	27,98	24,74	28,10	24,83
27/02/98	c	200,00	0,096	Mai-98		206,70	67,72%	35,14%	26,76%	14,23%	16,50	12,40	20,26	12,40	20,29	12,43	20,32	12,44
04/03/98	c	150,00	0,082	Mai-98		198,00	66,82%	71,50%	26,94%	14,52%	50,00	48,84	48,50	48,84	48,41	48,77	48,74	49,07
04/03/98	c	220,00	0,082	Mai-98		198,00	66,82%	71,50%	26,94%	14,52%	2,50	8,16	7,20	8,16	7,21	8,16	7,22	8,18
06/03/98	c	210,00	0,077	Mai-98		190,50	66,81%	62,91%	26,93%	13,38%	4,50	6,20	6,93	6,20	6,94	6,20	6,95	6,21

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Objeto do Contrato	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
13/03/98	c	200,00	0,058	Mai-98	Mai-98	191,40	68,04%	53,54%	26,32%	12,45%	0,50	8,82	6,25	8,83	6,26	8,83	6,26
13/03/98	p	200,00	0,058	Mai-98	Mai-98	191,40	68,04%	53,54%	26,32%	12,45%	11,00	17,36	14,79	17,37	14,80	17,38	14,81
19/03/98	p	140,00	0,214	Jul-98	Jul-98	151,00	68,76%	47,90%	26,66%	11,25%	4,00	13,07	7,87	13,10	7,89	13,15	7,92
20/03/98	p	135,00	0,211	Jul-98	Jul-98	154,00	68,88%	31,67%	26,45%	10,86%	5,00	9,97	2,04	9,99	2,04	10,02	2,05
20/03/98	p	140,00	0,211	Jul-98	Jul-98	154,00	68,88%	31,67%	26,45%	10,86%	8,00	12,02	3,21	12,05	3,22	12,09	3,23
20/03/98	p	160,00	0,038	Mai-98	Mai-98	177,70	68,88%	23,64%	13,90%	11,62%	2,00	2,83	0,03	2,83	0,03	2,83	0,03
23/03/98	p	165,00	0,030	Mai-98	Mai-98	177,90	69,86%	59,95%	14,68%	11,74%	3,50	3,37	2,44	3,37	2,44	3,37	2,44
30/03/98	c	160,00	0,184	Jul-98	Jul-98	154,00	28,15%	56,66%	27,78%	10,48%	11,45	4,83	12,12	4,84	12,14	4,85	12,17
30/03/98	p	140,00	0,184	Jul-98	Jul-98	154,00	28,15%	56,66%	27,78%	10,48%	5,00	2,12	8,12	2,12	8,13	2,13	8,15
01/04/98	p	120,00	0,351	Set-98	Set-98	140,50	27,57%	35,25%	27,99%	10,71%	3,25	1,81	3,38	1,81	3,39	1,83	3,42
01/04/98	p	140,00	0,178	Jul-98	Jul-98	150,40	27,57%	48,31%	28,22%	9,96%	4,50	2,72	7,18	2,73	7,19	2,74	7,21
02/04/98	c	175,00	0,175	Jul-98	Jul-98	151,00	27,69%	36,14%	28,50%	9,81%	5,35	0,89	2,11	0,89	2,11	0,90	2,12
02/04/98	p	120,00	0,348	Set-98	Set-98	141,10	27,69%	48,85%	28,14%	10,91%	4,01	1,73	6,44	1,73	6,46	1,75	6,51
03/04/98	c	120,00	0,173	Jul-98	Jul-98	148,30	27,11%	52,96%	28,61%	9,96%	32,00	27,99	30,39	28,30	30,48	28,32	30,56
03/04/98	p	120,00	0,345	Set-98	Set-98	139,30	27,11%	50,74%	28,23%	11,28%	4,25	1,86	7,29	1,86	7,32	1,88	7,37
07/04/98	p	120,00	0,334	Set-98	Set-98	139,10	26,42%	52,24%	28,53%	10,86%	4,25	1,69	7,53	1,69	7,55	1,70	7,60
07/04/98	p	130,00	0,162	Jul-98	Jul-98	148,30	26,42%	63,91%	29,19%	10,28%	1,75	0,75	6,78	0,75	6,78	0,75	6,80
07/04/98	p	220,00	0,162	Jul-98	Jul-98	148,30	26,42%	63,91%	29,19%	10,28%	72,95	70,52	71,75	71,70	71,70	71,70	72,35
08/04/98	p	120,00	0,332	Set-98	Set-98	141,00	26,73%	52,28%	28,59%	10,55%	4,25	1,47	7,03	1,47	7,05	1,48	7,10
08/04/98	p	130,00	0,159	Jul-98	Jul-98	150,60	26,73%	55,02%	29,18%	9,87%	1,79	0,56	4,52	0,56	4,52	0,56	4,54
13/04/98	p	120,00	0,318	Set-98	Set-98	148,50	24,91%	52,86%	27,16%	10,78%	4,00	0,51	5,32	0,51	5,33	0,52	5,37
14/04/98	c	160,00	0,142	Jul-98	Jul-98	159,60	31,03%	37,68%	25,86%	10,42%	11,00	7,16	8,73	7,17	8,74	7,18	8,76
14/04/98	c	200,00	0,315	Set-98	Set-98	149,80	31,03%	53,24%	27,27%	10,82%	5,87	0,59	4,40	0,59	4,41	0,60	4,45
14/04/98	p	110,00	0,315	Set-98	Set-98	149,80	31,03%	53,24%	27,27%	10,82%	2,25	0,33	2,88	0,33	2,88	0,34	2,91
14/04/98	p	120,00	0,315	Set-98	Set-98	149,80	31,03%	53,24%	27,27%	10,82%	4,00	1,08	5,11	1,08	5,13	1,10	5,16
15/04/98	c	160,00	0,140	Jul-98	Jul-98	157,70	30,66%	47,29%	26,17%	10,39%	11,00	6,08	9,93	6,09	9,94	6,10	9,96
15/04/98	c	200,00	0,312	Set-98	Set-98	147,80	30,66%	52,14%	27,36%	10,50%	6,15	0,44	3,73	0,44	3,74	0,45	3,77
15/04/98	p	120,00	0,312	Set-98	Set-98	147,80	30,66%	52,14%	27,36%	10,50%	3,52	1,20	5,20	1,20	5,21	1,21	5,25
15/04/98	p	130,00	0,140	Jul-98	Jul-98	157,70	30,66%	47,29%	26,17%	10,39%	1,03	0,31	1,73	0,31	1,73	0,31	1,74
16/04/98	p	120,00	0,310	Set-98	Set-98	145,80	28,74%	53,33%	27,46%	11,23%	3,75	1,10	5,79	1,10	5,81	1,12	5,85
17/04/98	p	120,00	0,307	Set-98	Set-98	146,20	29,06%	53,71%	27,63%	10,94%	3,75	1,09	5,75	1,09	5,77	1,10	5,80
20/04/98	c	160,00	0,126	Jul-98	Jul-98	155,10	28,40%	38,67%	27,22%	10,64%	9,50	4,13	6,31	4,13	6,31	4,14	6,32

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
20/04/98	p	120,00	0,299	Set-98	145,90	28,40%	53,67%	27,81%	11,17%	3,60	0,98	5,64	0,98	5,66	0,99	5,69
22/04/98	c	160,00	0,121	Jul-98	152,70	28,31%	53,50%	27,50%	10,91%	8,50	3,12	8,17	3,12	8,18	3,12	8,20
24/04/98	p	120,00	0,288	Set-98	135,10	30,70%	54,04%	26,43%	11,33%	5,75	2,80	8,08	2,80	8,11	2,82	8,15
28/04/98	c	160,00	0,277	Set-98	136,80	30,19%	64,82%	26,74%	11,66%	8,00	1,94	10,21	1,94	10,24	1,96	10,30
28/04/98	p	120,00	0,277	Set-98	136,80	30,19%	64,82%	26,74%	11,66%	3,50	2,26	9,91	2,26	9,94	2,28	9,99
28/04/98	p	125,00	0,104	Jul-98	143,70	30,19%	55,08%	24,60%	11,30%	3,00	0,44	2,90	0,44	2,90	0,44	2,91
29/04/98	c	160,00	0,274	Set-98	135,70	33,65%	52,37%	26,90%	11,67%	8,90	2,36	6,56	2,36	6,57	2,38	6,61
30/04/98	c	120,00	0,099	Jul-98	141,70	33,60%	55,87%	25,54%	11,74%	29,00	21,78	23,53	21,78	23,56	21,90	23,61
11/05/98	c	160,00	0,241	Set-98	134,00	33,40%	80,93%	27,92%	11,66%	7,00	1,66	12,04	1,66	12,07	1,67	12,13
15/05/98	c	160,00	0,230	Set-98	131,00	34,03%	70,46%	27,93%	11,57%	6,75	1,22	8,08	1,23	8,10	1,23	8,14
15/05/98	p	120,00	0,230	Set-98	131,00	34,03%	70,46%	27,93%	11,57%	5,00	3,71	11,59	3,72	11,62	3,74	11,67
15/05/98	p	130,00	0,058	Jul-98	136,00	34,03%	61,82%	27,25%	10,82%	3,00	1,96	5,19	1,96	5,19	1,96	5,19
21/05/98	p	120,00	0,214	Set-98	138,00	32,52%	69,45%	27,29%	11,45%	4,00	1,79	8,75	1,79	8,77	1,80	8,81
27/05/98	p	120,00	0,197	Set-98	136,50	28,61%	79,09%	27,85%	12,74%	2,75	1,29	10,54	1,29	10,56	1,29	10,60
28/05/98	p	100,00	0,444	Dez-98	139,50	28,27%	39,54%	29,18%	12,47%	1,25	0,33	1,44	0,33	1,44	0,34	1,47
29/05/98	p	100,00	0,441	Dez-98	138,00	29,49%	38,08%	29,27%	13,07%	1,39	0,45	1,34	0,45	1,35	0,47	1,37
29/05/98	p	120,00	0,192	Set-98	135,80	29,49%	38,34%	28,30%	11,46%	3,15	1,45	2,81	1,45	2,81	1,46	2,82
02/06/98	p	120,00	0,181	Set-98	132,40	29,47%	62,44%	27,33%	11,32%	5,09	1,91	7,86	1,91	7,88	1,92	7,90
04/06/98	p	120,00	0,175	Set-98	131,40	29,92%	72,83%	27,90%	10,19%	5,72	2,12	10,02	2,12	10,03	2,12	10,06
05/06/98	c	130,00	0,173	Set-98	130,60	29,73%	68,55%	28,20%	9,82%	10,00	6,61	14,80	6,62	14,83	6,63	14,86
05/06/98	p	130,00	0,173	Set-98	130,60	29,73%	68,55%	28,20%	9,82%	7,00	6,02	14,21	6,03	14,24	6,04	14,27
08/06/98	p	110,00	0,164	Set-98	127,80	28,90%	40,07%	28,03%	9,77%	4,18	0,65	1,82	0,65	1,82	0,65	1,83
16/06/98	p	120,00	0,142	Set-98	126,00	30,54%	95,82%	28,66%	9,67%	6,00	3,11	14,61	3,11	14,62	3,12	14,65
17/06/98	p	120,00	0,140	Set-98	126,20	29,61%	73,14%	29,07%	9,48%	6,00	2,85	10,37	2,85	10,38	2,86	10,40
18/06/98	p	120,00	0,137	Set-98	124,60	29,17%	48,21%	29,25%	9,56%	6,00	3,24	6,50	3,24	6,51	3,25	6,52
25/06/98	p	120,00	0,118	Set-98	120,70	24,00%	91,93%	29,80%	9,68%	7,00	3,57	14,57	3,58	14,59	3,58	14,61
26/06/98	p	120,00	0,115	Set-98	118,20	25,73%	45,10%	29,48%	9,41%	7,00	5,05	8,11	5,06	8,12	5,06	8,13
30/06/98	p	110,00	0,104	Set-98	115,05	25,64%	38,09%	29,61%	9,28%	4,00	1,70	3,32	1,71	3,32	1,71	3,33
30/06/98	p	110,00	0,353	Dez-98	119,80	25,64%	38,44%	29,99%	10,19%	5,50	3,03	6,05	3,04	6,07	3,06	6,11
01/07/98	p	100,00	0,351	Dez-98	120,70	23,30%	36,18%	30,14%	9,40%	1,75	0,58	2,37	0,58	2,38	0,59	2,40
01/07/98	p	120,00	0,101	Set-98	116,10	23,30%	43,13%	30,16%	9,64%	8,81	5,73	8,51	5,74	8,52	5,74	8,53
02/07/98	p	100,00	0,348	Dez-98	118,50	22,91%	32,35%	30,14%	9,57%	4,05	0,71	2,05	0,71	2,05	0,72	2,07

continua



Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
02/07/98	p	120,00	0,099	Set-98	114,20	22,91%	72,58%	30,01%	9,27%	9,83	6,96	13,65	6,97	13,66	6,98	13,67
06/07/98	p	120,00	0,088	Set-98	115,70	19,29%	70,23%	30,97%	8,94%	12,00	5,32	11,96	5,33	11,97	5,33	11,98
07/07/98	p	120,00	0,085	Set-98	115,90	20,85%	70,49%	31,68%	9,48%	11,50	5,32	11,74	5,33	11,75	5,33	11,76
13/07/98	p	100,00	0,318	Dez-98	116,70	23,94%	43,25%	29,96%	10,20%	3,50	0,89	4,06	0,89	4,07	0,89	4,09
13/07/98	p	120,00	0,068	Set-98	112,40	23,94%	68,68%	27,80%	11,00%	11,50	8,10	12,57	8,10	12,58	8,11	12,59
15/07/98	p	100,00	0,312	Dez-98	115,85	24,38%	40,30%	30,25%	10,32%	5,30	1,01	3,61	1,01	3,62	1,02	3,65
15/07/98	p	120,00	0,063	Set-98	112,40	24,38%	77,49%	28,42%	11,94%	11,12	8,06	13,21	8,07	13,22	8,07	13,23
17/07/98	p	120,00	0,058	Set-98	113,25	24,53%	57,93%	30,18%	10,89%	10,00	7,29	10,32	7,30	10,33	7,30	10,33
21/07/98	p	120,00	0,047	Set-98	114,30	24,76%	58,89%	32,34%	9,82%	7,00	6,29	9,17	6,29	9,18	6,29	9,18
23/07/98	p	120,00	0,041	Set-98	118,30	28,44%	99,55%	30,86%	9,45%	3,75	3,66	10,41	3,66	10,41	3,66	10,42
29/07/98	p	105,00	0,274	Dez-98	123,75	32,26%	49,01%	31,09%	8,98%	2,50	1,64	4,48	1,65	4,49	1,66	4,51
30/07/98	c	140,00	0,271	Dez-98	127,00	31,36%	37,81%	30,91%	9,05%	8,00	3,60	5,09	3,60	5,10	3,62	5,13
04/08/98	c	140,00	0,258	Dez-98	129,20	34,63%	49,68%	30,88%	8,64%	7,50	4,88	8,58	4,89	8,60	4,90	8,63
04/08/98	p	120,00	0,258	Dez-98	129,20	34,63%	49,68%	30,88%	8,64%	6,50	4,77	8,24	4,78	8,26	4,80	8,29
05/08/98	c	140,00	0,255	Dez-98	129,90	34,71%	43,77%	31,11%	8,84%	6,50	5,10	7,33	5,11	7,34	5,13	7,36
05/08/98	p	120,00	0,255	Dez-98	129,90	34,71%	43,77%	31,11%	8,84%	6,50	4,54	6,59	4,55	6,60	4,57	6,62
07/08/98	c	90,00	0,249	Dez-98	129,90	34,69%	41,92%	31,60%	9,37%	40,00	39,09	39,33	39,90	39,90	39,90	39,95
07/08/98	c	140,00	0,249	Dez-98	129,90	34,69%	41,92%	31,60%	9,37%	7,00	5,00	6,75	5,01	6,76	5,03	6,79
07/08/98	p	120,00	0,249	Dez-98	129,90	34,69%	41,92%	31,60%	9,37%	7,00	4,45	6,06	4,46	6,07	4,48	6,09
11/08/98	c	140,00	0,238	Dez-98	122,25	34,40%	47,23%	30,51%	9,57%	6,17	2,54	5,05	2,55	5,06	2,56	5,08
14/08/98	c	140,00	0,230	Dez-98	118,50	36,74%	52,51%	30,81%	9,28%	4,25	2,04	4,82	2,05	4,82	2,06	4,84
14/08/98	p	100,00	0,230	Dez-98	118,50	36,74%	52,51%	30,81%	9,28%	2,13	1,67	3,99	1,67	3,99	1,68	4,01
18/08/98	c	120,00	0,219	Dez-98	122,50	37,74%	44,85%	30,83%	9,85%	7,25	9,63	11,19	9,66	11,23	9,68	11,25
18/08/98	p	110,00	0,219	Dez-98	122,50	37,74%	44,85%	30,83%	9,85%	3,00	3,33	4,61	3,33	4,62	3,35	4,64
19/08/98	c	140,00	0,216	Dez-98	122,65	39,05%	31,35%	31,12%	9,93%	2,71	3,17	1,85	3,17	1,85	3,18	1,86
19/08/98	p	110,00	0,216	Dez-98	122,65	39,05%	31,35%	31,12%	9,93%	2,83	3,48	2,19	3,49	2,19	3,50	2,20
20/08/98	c	120,00	0,214	Dez-98	120,90	39,00%	35,89%	31,24%	9,96%	6,50	8,92	8,24	8,94	8,27	8,96	8,29
20/08/98	c	130,00	0,214	Dez-98	120,90	39,00%	35,89%	31,24%	9,96%	3,83	5,07	4,43	5,08	4,43	5,09	4,45
20/08/98	c	150,00	0,214	Dez-98	120,90	39,00%	35,89%	31,24%	9,96%	2,00	1,34	0,99	1,34	0,99	1,35	1,00
20/08/98	p	100,00	0,214	Dez-98	120,90	39,00%	35,89%	31,24%	9,96%	1,75	1,46	1,12	1,46	1,12	1,47	1,13
20/08/98	p	105,00	0,214	Dez-98	120,90	39,00%	35,89%	31,24%	9,96%	2,00	2,46	2,01	2,46	2,01	2,47	2,02
20/08/98	p	110,00	0,214	Dez-98	120,90	39,00%	35,89%	31,24%	9,96%	3,60	3,87	3,31	3,87	3,32	3,89	3,33

continua



Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
21/08/98	c	120,00	0,211	Dez-98	120,30	38,99%	36,63%	31,52%	10,37%	6,00	8,54	8,03	8,56	8,05	8,58	8,07
21/08/98	c	140,00	0,211	Dez-98	120,30	38,99%	36,63%	31,52%	10,37%	2,50	2,51	2,14	2,51	2,14	2,52	2,15
21/08/98	p	110,00	0,211	Dez-98	120,30	38,99%	36,63%	31,52%	10,37%	3,25	3,98	3,56	3,99	3,56	4,00	3,57
25/08/98	c	150,00	0,200	Dez-98	126,00	34,86%	33,68%	31,23%	10,46%	2,00	1,39	1,24	1,39	1,24	1,39	1,25
26/08/98	c	120,00	0,197	Dez-98	123,80	36,00%	39,32%	31,29%	10,94%	8,00	9,60	10,29	9,64	10,33	9,66	10,35
01/09/98	p	110,00	0,181	Dez-98	121,50	33,39%	28,20%	32,17%	10,70%	2,91	2,30	1,55	2,30	1,55	2,31	1,56
02/09/98	p	120,00	0,178	Dez-98	121,70	29,27%	37,38%	32,54%	11,63%	6,00	5,03	6,64	5,05	6,65	5,06	6,67
03/09/98	c	130,00	0,175	Dez-98	120,50	29,16%	34,15%	32,82%	12,54%	3,00	2,43	3,30	2,44	3,30	2,45	3,31
03/09/98	p	110,00	0,175	Dez-98	120,50	29,16%	34,15%	32,82%	12,54%	2,50	1,81	2,55	1,81	2,55	1,82	2,57
03/09/98	p	120,00	0,175	Dez-98	120,50	29,16%	34,15%	32,82%	12,54%	6,50	5,49	6,46	5,50	6,48	5,51	6,50
04/09/98	c	140,00	0,173	Dez-98	120,50	28,84%	33,54%	33,22%	15,69%	2,00	0,76	1,26	0,76	1,27	0,77	1,27
04/09/98	p	100,00	0,173	Dez-98	120,50	28,84%	33,54%	33,22%	15,69%	0,50	0,33	0,62	0,33	0,62	0,33	0,63
04/09/98	p	105,00	0,173	Dez-98	120,50	28,84%	33,54%	33,22%	15,69%	1,20	0,82	1,30	0,82	1,30	0,82	1,31
04/09/98	p	110,00	0,173	Dez-98	120,50	28,84%	33,54%	33,22%	15,69%	2,50	1,73	2,41	1,73	2,41	1,74	2,42
08/09/98	p	110,00	0,162	Dez-98	123,30	28,82%	34,47%	33,17%	16,08%	2,50	1,13	1,81	1,13	1,81	1,13	1,82
09/09/98	c	140,00	0,159	Dez-98	121,80	30,13%	39,57%	33,43%	15,15%	1,10	0,93	2,08	0,93	2,08	0,94	2,09
09/09/98	p	105,00	0,159	Dez-98	121,80	30,13%	39,57%	33,43%	15,15%	1,00	0,69	1,62	0,69	1,62	0,70	1,63
09/09/98	p	110,00	0,408	Mar-99	123,40	30,13%	35,19%	27,74%	13,44%	4,50	3,59	4,80	3,61	4,83	3,65	4,88
09/09/98	p	130,00	0,159	Dez-98	121,80	30,13%	39,57%	33,43%	15,15%	9,33	10,73	12,38	10,79	12,44	10,81	12,46
10/09/98	c	140,00	0,156	Dez-98	118,50	30,27%	28,88%	33,05%	19,83%	1,10	0,55	0,46	0,55	0,46	0,56	0,46
10/09/98	p	110,00	0,156	Dez-98	118,50	30,27%	28,88%	33,05%	19,83%	2,69	2,15	1,95	2,16	1,96	2,17	1,97
10/09/98	p	130,00	0,156	Dez-98	118,50	30,27%	28,88%	33,05%	19,83%	12,25	12,96	12,77	13,08	12,89	13,10	12,91
11/09/98	p	110,00	0,153	Dez-98	113,95	31,20%	33,77%	31,73%	17,48%	4,00	3,61	4,03	3,62	4,04	3,63	4,06
14/09/98	p	110,00	0,145	Dez-98	111,70	28,73%	33,60%	31,59%	15,64%	4,44	3,95	4,74	3,95	4,75	3,97	4,76
15/09/98	c	120,00	0,142	Dez-98	113,80	29,31%	31,76%	31,76%	14,42%	4,50	2,58	2,96	2,59	2,97	2,60	2,98
15/09/98	p	110,00	0,142	Dez-98	113,80	29,31%	31,76%	31,76%	14,42%	3,25	3,20	3,59	3,21	3,59	3,21	3,60
15/09/98	p	130,00	0,142	Dez-98	113,80	29,31%	31,76%	31,76%	14,42%	16,50	16,60	16,83	16,70	16,93	16,75	16,96
16/09/98	p	110,00	0,140	Dez-98	113,30	30,04%	33,03%	32,17%	14,76%	3,00	3,45	3,92	3,46	3,93	3,47	3,94
17/09/98	c	120,00	0,386	Mar-99	113,00	28,80%	33,95%	27,22%	10,80%	8,00	5,06	6,41	5,08	6,44	5,12	6,48
17/09/98	p	120,00	0,137	Dez-98	111,40	28,80%	27,17%	32,17%	15,54%	10,00	10,15	9,94	10,20	9,99	10,21	10,00
18/09/98	p	110,00	0,134	Dez-98	111,20	29,10%	27,66%	32,63%	17,07%	4,55	4,03	3,81	4,04	3,82	4,06	3,83
18/09/98	p	120,00	0,134	Dez-98	111,20	29,10%	27,66%	32,63%	17,07%	11,15	10,28	10,10	10,34	10,16	10,35	10,17

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
21/09/98	p	120,00	0,126	Dez-98	110,80	26,60%	34,01%	33,09%	18,03%	12,00	10,17	11,07	10,24	11,13	10,25	11,15
22/09/98	c	110,00	0,123	Dez-98	111,90	26,54%	43,29%	33,59%	18,44%	5,00	5,03	7,54	5,04	7,57	5,06	7,58
23/09/98	p	110,00	0,121	Dez-98	112,20	27,46%	26,36%	34,16%	16,55%	4,75	3,15	2,99	3,16	2,99	3,17	3,00
23/09/98	p	120,00	0,121	Dez-98	112,20	27,46%	26,36%	34,16%	16,55%	10,00	9,18	9,05	9,22	9,09	9,24	9,10
23/09/98	p	130,00	0,121	Dez-98	112,20	27,46%	26,36%	34,16%	16,55%	19,00	17,75	17,69	17,84	17,80	17,94	17,88
24/09/98	c	110,00	0,118	Dez-98	113,40	31,12%	38,49%	34,70%	17,29%	6,00	6,52	7,58	6,54	7,61	6,55	7,62
24/09/98	c	120,00	0,118	Dez-98	113,40	31,12%	38,49%	34,70%	17,29%	2,50	2,30	3,33	2,31	3,34	2,31	3,35
25/09/98	c	110,00	0,115	Dez-98	113,70	30,80%	30,04%	35,34%	16,57%	6,75	6,61	6,51	6,64	6,53	6,65	6,54
28/09/98	p	110,00	0,107	Dez-98	117,00	28,46%	31,76%	35,13%	18,19%	3,00	1,57	1,97	1,57	1,97	1,58	1,97
29/09/98	p	110,00	0,104	Dez-98	114,80	30,18%	39,98%	35,13%	17,05%	3,50	2,34	3,63	2,34	3,63	2,35	3,64
30/09/98	p	120,00	0,101	Dez-98	113,20	30,50%	39,02%	35,38%	17,57%	8,00	8,55	9,63	8,58	9,66	8,59	9,67
30/09/98	p	130,00	0,101	Dez-98	113,20	30,50%	39,02%	35,38%	17,57%	17,87	16,90	17,49	16,98	17,57	17,05	17,61
01/10/98	p	130,00	0,099	Dez-98	110,40	30,53%	34,60%	34,77%	17,15%	20,00	19,48	19,64	19,60	19,71	19,67	19,81
02/10/98	p	100,00	0,096	Dez-98	111,50	31,26%	40,89%	35,52%	14,38%	1,00	0,66	1,42	0,66	1,42	0,66	1,42
05/10/98	c	120,00	0,088	Dez-98	112,00	31,23%	35,87%	36,35%	15,55%	1,75	1,40	1,89	1,40	1,89	1,40	1,89
05/10/98	p	105,00	0,088	Dez-98	112,00	31,23%	35,87%	36,35%	15,55%	1,50	1,42	1,89	1,42	1,89	1,42	1,90
07/10/98	p	110,00	0,082	Dez-98	115,00	31,69%	33,34%	37,97%	15,99%	1,50	2,03	2,21	2,03	2,22	2,03	2,22
08/10/98	c	125,00	0,079	Dez-98	118,40	32,19%	26,90%	37,84%	14,85%	2,75	1,85	1,27	1,85	1,27	1,85	1,27
08/10/98	p	115,00	0,079	Dez-98	118,40	32,19%	26,90%	37,84%	14,85%	4,00	2,71	2,06	2,71	2,06	2,71	2,07
13/10/98	p	110,00	0,066	Dez-98	113,30	32,90%	41,26%	36,99%	19,59%	1,50	2,31	3,20	2,31	3,20	2,31	3,21
14/10/98	p	105,00	0,063	Dez-98	113,90	33,15%	25,16%	38,20%	19,78%	1,10	0,78	0,32	0,78	0,32	0,78	0,32
19/10/98	c	125,00	0,049	Dez-98	115,30	29,33%	46,21%	41,94%	19,53%	2,00	0,40	1,50	0,40	1,50	0,40	1,50
19/10/98	p	110,00	0,049	Dez-98	115,30	29,33%	46,21%	41,94%	19,53%	2,00	1,00	2,41	1,00	2,41	1,00	2,42
20/10/98	p	110,00	0,047	Dez-98	113,00	29,61%	48,79%	41,72%	20,17%	2,40	1,58	3,30	1,58	3,30	1,58	3,31
21/10/98	p	110,00	0,044	Dez-98	113,85	29,86%	38,89%	43,75%	19,28%	2,00	1,27	2,01	1,27	2,01	1,27	2,02
22/10/98	c	120,00	0,041	Dez-98	115,20	29,93%	38,75%	46,09%	18,92%	1,50	1,06	1,76	1,06	1,76	1,06	1,76
22/10/98	p	90,00	0,290	Mar-99	116,80	29,93%	39,94%	28,18%	12,25%	1,50	0,36	1,16	0,36	1,16	0,36	1,16
22/10/98	p	110,00	0,041	Dez-98	115,20	29,93%	38,75%	46,09%	18,92%	1,50	0,87	1,51	0,87	1,51	0,87	1,51
23/10/98	c	120,00	0,038	Dez-98	115,40	30,10%	37,12%	48,71%	18,90%	1,50	1,05	1,58	1,05	1,58	1,05	1,58
23/10/98	p	90,00	0,288	Mar-99	117,00	30,10%	43,08%	28,38%	12,09%	1,50	0,35	1,46	0,35	1,46	0,36	1,47
23/10/98	p	110,00	0,038	Dez-98	115,40	30,10%	37,12%	48,71%	18,90%	1,10	0,77	1,24	0,77	1,24	0,78	1,25
26/10/98	c	120,00	0,030	Dez-98	117,50	28,49%	35,57%	51,79%	19,05%	2,21	1,29	1,83	1,30	1,83	1,30	1,85

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
27/10/98	p	110,00	0,027	Dez-98	114,90	26,24%	42,90%	51,70%	17,69%	1,19	0,40	1,31	0,40	1,31	0,40	1,31
28/10/98	c	120,00	0,025	Dez-98	115,30	27,31%	40,93%	56,17%	17,55%	1,15	0,48	1,23	0,48	1,23	0,48	1,23
30/10/98	c	120,00	0,019	Dez-98	117,00	25,58%	44,89%	71,62%	14,02%	1,37	0,58	1,67	0,58	1,67	0,58	1,67
06/11/98	c	100,00	0,249	Mar-99	127,25	36,30%	49,30%	24,45%	9,96%	28,50	27,43	28,92	27,62	29,09	27,76	29,19
12/11/98	c	130,00	0,233	Mar-99	122,90	35,89%	49,21%	25,09%	9,68%	5,00	5,50	8,54	5,52	8,56	5,53	8,58
13/11/98	c	130,00	0,230	Mar-99	122,20	35,74%	33,64%	25,30%	9,54%	4,00	5,15	4,69	5,16	4,70	5,18	4,72
16/11/98	c	140,00	0,222	Mar-99	123,65	34,23%	30,45%	25,39%	10,27%	3,00	2,62	1,97	2,63	1,97	2,64	1,98
17/11/98	c	130,00	0,219	Mar-99	124,50	34,37%	36,31%	25,57%	10,62%	4,95	5,57	6,00	5,58	6,02	5,60	6,04
17/11/98	p	110,00	0,219	Mar-99	124,50	34,37%	36,31%	25,57%	10,62%	2,00	2,33	2,64	2,33	2,64	2,34	2,66
17/11/98	p	115,00	0,219	Mar-99	124,50	34,37%	36,31%	25,57%	10,62%	2,50	3,75	4,13	3,76	4,14	3,77	4,15
18/11/98	c	130,00	0,216	Mar-99	122,80	34,45%	30,51%	25,66%	10,71%	4,14	4,86	4,02	4,87	4,03	4,89	4,05
18/11/98	p	95,00	0,216	Mar-99	122,80	34,45%	30,51%	25,66%	10,71%	1,00	0,39	0,21	0,39	0,21	0,39	0,21
18/11/98	p	115,00	0,216	Mar-99	122,80	34,45%	30,51%	25,66%	10,71%	3,25	4,22	3,45	4,23	3,46	4,25	3,47
19/11/98	c	130,00	0,214	Mar-99	123,30	34,17%	34,53%	25,90%	10,14%	4,00	4,96	5,03	4,97	5,04	4,98	5,06
24/11/98	p	95,00	0,200	Mar-99	122,40	33,75%	29,69%	26,33%	11,16%	1,00	0,31	0,15	0,31	0,15	0,31	0,15
27/11/98	c	130,00	0,192	Mar-99	123,90	33,31%	45,61%	27,10%	10,92%	4,00	4,63	7,19	4,64	7,20	4,65	7,22
27/11/98	p	110,00	0,192	Mar-99	123,90	33,31%	45,61%	27,10%	10,92%	2,00	1,95	3,87	1,95	3,87	1,96	3,89
30/11/98	c	130,00	0,184	Mar-99	123,90	32,16%	31,95%	27,41%	11,09%	3,75	4,25	4,21	4,26	4,22	4,27	4,29
30/11/98	p	110,00	0,184	Mar-99	123,90	32,16%	31,95%	27,41%	11,09%	2,00	1,69	1,66	1,69	1,66	1,70	1,67
01/12/98	c	110,00	0,181	Mar-99	122,90	32,18%	32,02%	27,68%	11,11%	19,55	14,48	14,46	14,55	14,53	14,57	14,55
01/12/98	c	130,00	0,181	Mar-99	122,90	32,18%	32,02%	27,68%	11,11%	3,50	3,84	3,81	3,85	3,82	3,86	3,89
01/12/98	p	110,00	0,181	Mar-99	122,90	32,18%	32,02%	27,68%	11,11%	1,88	1,84	1,82	1,84	1,82	1,85	1,82
02/12/98	c	130,00	0,178	Mar-99	123,75	32,38%	54,19%	27,95%	10,99%	3,50	4,15	8,52	4,15	8,54	4,17	8,56
04/12/98	c	130,00	0,173	Mar-99	125,40	16,31%	29,05%	28,10%	10,55%	4,74	1,60	4,04	1,60	4,05	1,61	4,06
04/12/98	p	115,00	0,173	Mar-99	125,40	16,31%	29,05%	28,10%	10,55%	2,05	0,38	1,97	0,38	1,97	0,38	1,98
10/12/98	c	130,00	0,156	Mar-99	131,70	14,80%	71,01%	28,08%	10,35%	6,16	3,91	15,22	3,92	15,25	3,93	15,27
10/12/98	c	135,00	0,156	Mar-99	131,70	14,80%	71,01%	28,08%	10,35%	5,00	1,71	13,07	1,71	13,10	1,71	13,12
16/12/98	p	130,00	0,140	Mar-99	136,00	17,00%	34,60%	27,83%	8,84%	4,25	1,17	4,22	1,17	4,22	1,18	4,29
17/12/98	p	130,00	0,137	Mar-99	136,10	18,14%	36,27%	28,25%	8,74%	4,00	1,30	4,43	1,30	4,43	1,30	4,44
21/12/98	c	130,00	0,126	Mar-99	131,60	18,28%	36,09%	28,19%	8,82%	5,04	4,20	7,43	4,20	7,44	4,21	7,44
21/12/98	c	135,00	0,126	Mar-99	131,60	18,28%	36,09%	28,19%	8,82%	5,00	1,99	5,19	1,99	5,19	2,00	5,20
21/12/98	p	130,00	0,126	Mar-99	131,60	18,28%	36,09%	28,19%	8,82%	5,25	2,62	5,85	2,62	5,85	2,62	5,86

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
22/12/98	c	130,00	0,123	Mar-99	131,60	21,68%	32,65%	28,69%	8,67%	8,00	4,77	6,74	4,78	6,75	4,78	6,75
22/12/98	c	135,00	0,123	Mar-99	131,60	21,68%	32,65%	28,69%	8,67%	5,00	2,55	4,49	2,55	4,50	2,55	4,50
23/12/98	c	135,00	0,121	Mar-99	134,40	21,69%	37,55%	28,15%	8,38%	5,00	3,72	6,64	3,72	6,64	3,72	6,65
28/12/98	c	130,00	0,107	Mar-99	133,20	21,29%	28,66%	28,67%	7,83%	4,00	5,43	6,63	5,43	6,63	5,44	6,64
28/12/98	c	135,00	0,107	Mar-99	133,20	21,29%	28,66%	28,67%	7,83%	3,96	2,87	4,13	2,87	4,13	2,87	4,13
29/12/98	c	130,00	0,104	Mar-99	134,80	21,70%	35,40%	28,75%	9,19%	6,40	6,52	8,65	6,53	8,66	6,53	8,66
30/12/98	c	130,00	0,101	Mar-99	136,00	21,85%	32,59%	28,98%	8,30%	8,00	7,38	8,94	7,39	8,95	7,39	8,95
05/01/99	c	130,00	0,085	Mar-99	137,75	23,82%	26,28%	26,76%	9,43%	9,63	8,73	9,01	8,74	9,02	8,75	9,02
05/01/99	p	130,00	0,085	Mar-99	137,75	23,82%	26,28%	26,76%	9,43%	2,30	1,04	1,32	1,04	1,32	1,04	1,32
06/01/99	c	145,00	0,082	Mar-99	136,80	25,28%	32,81%	27,43%	9,64%	4,00	1,21	2,15	1,21	2,15	1,21	2,15
06/01/99	p	130,00	0,082	Mar-99	136,80	25,28%	32,81%	27,43%	9,64%	2,50	1,36	2,30	1,36	2,30	1,36	2,31
07/01/99	c	150,00	0,252	Mai-99	139,70	25,21%	40,55%	24,49%	10,09%	4,53	3,20	7,12	3,20	7,13	3,22	7,16
07/01/99	p	130,00	0,252	Mai-99	139,70	25,21%	40,55%	24,49%	10,09%	5,00	2,95	6,59	2,95	6,60	2,97	6,63
08/01/99	c	150,00	0,077	Mar-99	138,70	25,21%	38,07%	27,78%	9,58%	3,00	0,66	2,00	0,66	2,00	0,66	2,01
08/01/99	c	150,00	0,249	Mai-99	140,70	25,21%	32,30%	24,62%	9,86%	4,78	3,48	5,28	3,48	5,30	3,50	5,32
11/01/99	c	145,00	0,068	Mar-99	138,10	24,73%	46,00%	28,54%	10,26%	3,00	1,19	3,87	1,19	3,87	1,19	3,87
11/01/99	c	150,00	0,241	Mai-99	139,90	24,73%	30,35%	24,84%	9,87%	5,50	3,02	4,38	3,02	4,39	3,04	4,40
12/01/99	c	130,00	0,066	Mar-99	136,75	24,61%	39,50%	29,42%	11,46%	9,00	7,70	9,35	7,71	9,36	7,71	9,36
12/01/99	c	145,00	0,066	Mar-99	136,75	24,61%	39,50%	29,42%	11,46%	3,00	0,84	2,47	0,84	2,47	0,84	2,47
12/01/99	c	150,00	0,238	Mai-99	138,90	24,61%	34,82%	25,06%	11,61%	5,00	2,66	5,07	2,67	5,09	2,68	5,11
12/01/99	p	135,00	0,066	Mar-99	136,75	24,61%	39,50%	29,42%	11,46%	3,21	2,60	4,62	2,60	4,62	2,60	4,63
14/01/99	c	145,00	0,060	Mar-99	136,20	24,91%	36,50%	31,08%	53,43%	3,00	0,66	1,75	0,66	1,75	0,67	1,76
15/01/99	c	135,00	0,058	Mar-99	133,25	25,09%	47,85%	31,75%	20,48%	2,50	2,39	5,24	2,39	5,25	2,40	5,25
15/01/99	c	145,00	0,058	Mar-99	133,25	25,09%	47,85%	31,75%	20,48%	0,50	0,30	2,12	0,30	2,12	0,30	2,12
15/01/99	p	130,00	0,058	Mar-99	133,25	25,09%	47,85%	31,75%	20,48%	3,00	1,78	4,48	1,78	4,49	1,78	4,49
15/01/99	p	135,00	0,058	Mar-99	133,25	25,09%	47,85%	31,75%	20,48%	6,25	4,12	6,97	4,13	6,98	4,13	6,99
18/01/99	c	130,00	0,049	Mar-99	127,00	24,59%	36,89%	27,20%	14,56%	2,93	1,54	2,85	1,54	2,85	1,54	2,85
19/01/99	c	130,00	0,047	Mar-99	122,25	29,57%	42,05%	23,31%	17,08%	2,59	0,71	1,68	0,71	1,68	0,71	1,69
19/01/99	p	115,00	0,047	Mar-99	122,25	29,57%	42,05%	23,31%	17,08%	0,50	0,68	1,59	0,68	1,59	0,68	1,60
20/01/99	c	130,00	0,044	Mar-99	122,50	30,86%	39,43%	24,32%	7,31%	1,18	0,79	1,43	0,79	1,43	0,79	1,43
20/01/99	c	150,00	0,216	Mai-99	125,90	30,86%	34,82%	23,29%	10,83%	3,00	1,04	1,55	1,04	1,55	1,04	1,56
20/01/99	p	115,00	0,044	Mar-99	122,50	30,86%	39,43%	24,32%	7,31%	0,91	0,66	1,25	0,66	1,25	0,66	1,25

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
20/01/99	p	120,00	0,044	Mar-99	Mar-99	122,50	30,86%	39,43%	24,32%	7,31%	0,50	2,03	2,86	2,03	2,86	2,03	2,86
20/01/99	p	130,00	0,044	Mar-99	Mar-99	122,50	30,86%	39,43%	24,32%	7,31%	8,50	8,26	8,91	8,26	8,91	8,27	8,91
21/01/99	p	115,00	0,041	Mar-99	Mar-99	119,80	29,44%	29,76%	23,35%	9,49%	1,87	1,02	1,05	1,02	1,05	1,02	1,05
21/01/99	p	120,00	0,041	Mar-99	Mar-99	119,80	29,44%	29,76%	23,35%	9,49%	2,91	2,94	2,97	2,94	2,98	2,95	2,98
22/01/99	p	120,00	0,038	Mar-99	Mar-99	119,90	29,89%	34,33%	24,74%	6,88%	3,58	2,84	3,26	2,84	3,26	2,84	3,26
26/01/99	c	120,00	0,027	Mar-99	Mar-99	120,90	29,89%	39,89%	25,68%	14,92%	3,00	2,84	3,63	2,84	3,63	2,84	3,63
26/01/99	c	150,00	0,200	Mai-99	Mai-99	123,50	29,89%	34,52%	23,39%	18,12%	1,50	0,57	1,00	0,57	1,00	0,58	1,02
26/01/99	p	130,00	0,200	Mai-99	Mai-99	123,50	29,89%	38,82%	23,39%	18,12%	10,00	10,12	11,96	10,20	12,04	10,23	12,08
27/01/99	c	120,00	0,025	Mar-99	Mar-99	118,30	30,26%	45,66%	24,45%	28,20%	1,50	1,50	2,61	1,50	2,61	1,50	2,61
02/02/99	p	120,00	0,181	Mai-99	Mai-99	123,00	30,79%	34,06%	22,54%	49,83%	5,50	4,53	5,13	4,60	5,21	4,67	5,29
04/02/99	p	120,00	0,003	Mar-99	Mar-99	117,90	30,16%	56,96%	11,69%	8,09%	2,40	2,22	2,71	2,22	2,70	2,22	2,71
05/02/99	p	110,00	0,173	Mai-99	Mai-99	120,25	26,88%	36,05%	23,02%	24,74%	3,00	1,48	2,80	1,49	2,81	1,50	2,84
08/02/99	p	120,00	0,164	Mai-99	Mai-99	119,60	26,76%	37,33%	23,31%	11,36%	6,14	5,29	7,29	5,30	7,31	5,31	7,32
11/02/99	p	120,00	0,156	Mai-99	Mai-99	120,10	25,83%	31,26%	23,95%	25,67%	5,00	4,65	5,63	4,68	5,67	4,70	5,70
18/02/99	p	100,00	0,463	Set-99	Set-99	119,90	29,05%	32,75%	33,20%	27,20%	2,50	1,85	2,51	1,87	2,55	1,95	2,64
18/02/99	p	110,00	0,463	Set-99	Set-99	119,90	29,05%	32,69%	33,20%	27,20%	3,00	4,36	5,27	4,44	5,38	4,57	5,52
18/02/99	p	130,00	0,137	Mai-99	Mai-99	116,90	29,05%	42,86%	24,60%	29,23%	14,30	13,67	15,41	13,88	15,59	13,91	15,63
19/02/99	p	100,00	0,460	Set-99	Set-99	119,75	29,10%	28,08%	33,35%	19,39%	2,50	1,93	1,75	1,95	1,77	2,00	1,81
19/02/99	p	130,00	0,134	Mai-99	Mai-99	116,00	29,10%	34,48%	24,93%	24,34%	14,00	14,47	15,05	14,65	15,21	14,68	15,24
24/02/99	p	100,00	0,447	Set-99	Set-99	120,00	23,12%	32,17%	33,65%	26,54%	2,20	0,88	2,30	0,88	2,33	0,93	2,41
24/02/99	p	130,00	0,121	Mai-99	Mai-99	117,76	23,12%	32,96%	25,26%	24,15%	13,00	12,40	13,36	12,54	13,48	12,56	13,50
25/02/99	c	130,00	0,444	Set-99	Set-99	118,25	23,08%	31,61%	33,74%	24,93%	9,75	2,80	4,98	2,84	5,06	2,92	5,18
25/02/99	p	105,00	0,444	Set-99	Set-99	118,25	23,08%	31,61%	33,74%	24,93%	3,25	1,93	3,74	1,95	3,80	2,01	3,90
25/02/99	p	110,00	0,444	Set-99	Set-99	118,25	23,08%	31,61%	33,74%	24,93%	5,00	3,25	5,37	3,30	5,47	3,38	5,59
26/02/99	p	110,00	0,115	Mai-99	Mai-99	114,40	22,72%	29,67%	25,32%	29,68%	3,75	1,63	2,55	1,63	2,56	1,64	2,57
02/03/99	p	110,00	0,104	Mai-99	Mai-99	113,00	22,59%	38,35%	26,21%	3,98%	2,25	1,95	4,11	1,95	4,11	1,95	4,11
03/03/99	p	100,00	0,427	Set-99	Set-99	114,50	21,68%	36,18%	34,29%	27,70%	3,37	1,22	3,95	1,23	4,01	1,28	4,13
03/03/99	p	110,00	0,101	Mai-99	Mai-99	111,00	21,68%	24,81%	25,90%	23,18%	3,42	2,51	2,93	2,52	2,94	2,52	2,95
04/03/99	c	130,00	0,425	Set-99	Set-99	117,06	22,23%	33,37%	34,25%	40,00%	6,59	2,07	4,59	2,11	4,72	2,21	4,91
04/03/99	p	100,00	0,425	Set-99	Set-99	117,06	22,23%	33,37%	34,25%	40,00%	3,50	0,93	2,71	0,94	2,77	1,00	2,91
05/03/99	c	120,00	0,096	Mai-99	Mai-99	116,40	23,27%	28,38%	24,55%	51,49%	3,00	1,80	2,46	1,81	2,48	1,83	2,50
05/03/99	c	130,00	0,422	Set-99	Set-99	120,20	23,27%	39,57%	34,14%	37,51%	8,03	3,09	7,24	3,17	7,47	3,29	7,70

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
05/03/99	p	110,00	0,096	Mai-99	116,40	23,27%	28,38%	24,55%	51,49%	2,00	0,96	1,49	0,96	1,49	0,97	1,51
08/03/99	c	120,00	0,088	Mai-99	114,30	22,78%	32,73%	24,16%	35,32%	2,37	1,05	2,17	1,06	2,17	1,06	2,19
08/03/99	p	110,00	0,088	Mai-99	114,30	22,78%	32,73%	24,16%	35,32%	2,20	1,30	2,44	1,30	2,45	1,31	2,46
09/03/99	p	115,00	0,074	Mai-99	116,20	23,31%	32,56%	24,14%	43,23%	5,00	2,29	3,40	2,30	3,41	2,31	3,43
09/03/99	p	130,00	0,074	Mai-99	116,20	23,31%	32,56%	24,14%	43,23%	14,50	13,48	13,88	13,80	14,06	13,80	14,10
10/03/99	p	130,00	0,071	Mai-99	116,70	23,85%	43,68%	24,88%	29,20%	14,50	13,17	14,37	13,30	14,45	13,34	14,47
12/03/99	c	130,00	0,403	Set-99	119,90	23,74%	42,59%	34,86%	18,08%	8,00	3,26	8,34	3,28	8,43	3,34	8,54
15/03/99	c	120,00	0,058	Mai-99	113,50	23,70%	45,19%	26,09%	35,48%	2,17	0,56	2,40	0,56	2,40	0,57	2,41
15/03/99	p	110,00	0,058	Mai-99	113,50	23,70%	45,19%	26,09%	35,48%	1,80	1,14	3,21	1,14	3,22	1,14	3,23
15/03/99	p	115,00	0,058	Mai-99	113,50	23,70%	45,19%	26,09%	35,48%	3,00	3,34	5,61	3,35	5,62	3,36	5,64
16/03/99	p	100,00	0,392	Set-99	119,65	24,37%	41,35%	35,15%	25,49%	2,50	0,89	3,69	0,89	3,73	0,93	3,82
16/03/99	p	105,00	0,392	Set-99	119,65	24,37%	41,35%	35,15%	25,49%	3,60	1,68	5,13	1,69	5,20	1,75	5,32
17/03/99	c	120,00	0,052	Mai-99	115,90	24,59%	31,35%	27,91%	11,31%	2,00	1,07	1,69	1,07	1,70	1,08	1,70
17/03/99	c	150,00	0,389	Set-99	121,25	24,59%	34,59%	35,24%	28,99%	4,00	0,70	2,21	0,70	2,24	0,74	2,32
17/03/99	p	100,00	0,389	Set-99	121,25	24,59%	34,59%	35,24%	28,99%	2,50	0,75	2,15	0,76	2,17	0,79	2,25
17/03/99	p	105,00	0,389	Set-99	121,25	24,59%	34,59%	35,24%	28,99%	3,60	1,44	3,27	1,46	3,32	1,51	3,41
17/03/99	p	110,00	0,052	Mai-99	115,90	24,59%	31,35%	27,91%	11,31%	1,50	0,60	1,09	0,60	1,09	0,60	1,09
17/03/99	p	130,00	0,052	Mai-99	115,90	24,59%	31,35%	27,91%	11,31%	15,50	14,07	14,22	14,10	14,19	14,12	14,25
18/03/99	p	100,00	0,386	Set-99	118,20	22,29%	38,77%	35,22%	23,78%	2,75	0,76	3,44	0,76	3,47	0,79	3,55
18/03/99	p	105,00	0,386	Set-99	118,20	22,29%	38,77%	35,22%	23,78%	3,85	1,53	4,89	1,55	4,95	1,59	5,05
18/03/99	p	110,00	0,386	Set-99	118,20	22,29%	38,77%	35,22%	23,78%	7,00	2,76	6,68	2,79	6,78	2,85	6,89
19/03/99	c	120,00	0,047	Mai-99	112,90	23,66%	45,63%	26,65%	27,02%	1,50	0,33	1,85	0,33	1,85	0,33	1,85
19/03/99	c	130,00	0,384	Set-99	118,20	23,66%	38,51%	35,40%	21,61%	7,75	2,60	6,26	2,62	6,33	2,67	6,44
19/03/99	p	105,00	0,384	Set-99	118,20	23,66%	38,51%	35,40%	21,61%	4,00	1,78	4,85	1,79	4,90	1,83	4,98
19/03/99	p	120,00	0,384	Set-99	118,20	23,66%	38,51%	35,40%	21,61%	12,50	7,26	11,26	7,40	11,46	7,48	11,59
19/03/99	p	130,00	0,047	Mai-99	112,90	23,66%	45,63%	26,65%	27,02%	17,10	16,89	17,29	17,10	17,31	17,10	17,38
19/03/99	p	130,00	0,384	Set-99	118,20	23,66%	38,51%	35,40%	21,61%	20,00	13,46	17,12	13,88	17,55	13,95	17,68
22/03/99	c	115,00	0,038	Mai-99	111,40	23,22%	38,50%	26,18%	26,68%	2,59	0,73	1,88	0,73	1,88	0,73	1,89
23/03/99	p	130,00	0,036	Mai-99	111,70	23,56%	39,88%	28,16%	30,17%	18,50	18,10	18,18	18,30	18,30	18,30	18,31
24/03/99	p	105,00	0,370	Set-99	118,00	23,53%	42,88%	35,95%	25,96%	4,02	1,69	5,63	1,70	5,71	1,75	5,82
24/03/99	p	110,00	0,033	Mai-99	111,90	23,53%	47,58%	30,59%	31,45%	1,75	1,08	2,91	1,08	2,91	1,08	2,92
25/03/99	p	105,00	0,367	Set-99	119,70	23,50%	35,41%	36,04%	27,46%	4,00	1,39	3,59	1,41	3,64	1,45	3,73

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
25/03/99	p	110,00	0,030	Mai-99	113,60	23,50%	34,85%	33,62%	43,87%	0,90	0,55	1,25	0,55	1,26	0,55	1,26
26/03/99	c	120,00	0,027	Mai-99	116,50	22,63%	33,10%	33,71%	37,74%	1,00	0,54	1,19	0,54	1,19	0,54	1,19
26/03/99	c	130,00	0,364	Set-99	122,20	22,63%	37,40%	36,04%	25,17%	9,00	3,34	7,17	3,38	7,27	3,45	7,40
26/03/99	c	150,00	0,364	Set-99	122,20	22,63%	37,40%	36,04%	25,17%	4,75	0,49	2,75	0,50	2,77	0,52	2,85
30/03/99	p	120,00	0,016	Mai-99	120,70	25,65%	30,21%	3,55%	28,84%	1,40	1,25	1,52	1,25	1,52	1,25	1,52
06/04/99	c	130,00	0,162	Jul-99	120,20	29,26%	37,98%	32,06%	11,76%	2,50	2,18	3,62	2,18	3,63	2,19	3,64
06/04/99	p	110,00	0,162	Jul-99	120,20	29,26%	37,98%	32,06%	11,76%	2,50	1,73	2,99	1,73	3,00	1,74	3,01
07/04/99	c	150,00	0,332	Set-99	119,70	28,60%	54,17%	36,37%	23,58%	4,50	0,80	5,27	0,80	5,31	0,83	5,41
07/04/99	p	105,00	0,159	Jul-99	116,90	28,60%	32,98%	31,53%	12,71%	1,75	1,15	1,66	1,15	1,67	1,16	1,67
07/04/99	p	110,00	0,159	Jul-99	116,90	28,60%	32,98%	31,53%	12,71%	2,79	2,37	3,06	2,38	3,06	2,39	3,07
08/04/99	c	130,00	0,156	Jul-99	113,50	30,01%	32,48%	30,78%	16,80%	1,50	0,88	1,13	0,88	1,13	0,89	1,14
08/04/99	c	150,00	0,329	Set-99	116,40	30,01%	50,55%	36,31%	14,87%	4,50	0,67	3,81	0,67	3,82	0,69	3,87
08/04/99	p	100,00	0,156	Jul-99	113,50	30,01%	32,48%	30,78%	16,80%	2,18	0,90	1,14	0,90	1,14	0,91	1,15
08/04/99	p	105,00	0,329	Set-99	116,40	30,01%	50,55%	36,31%	14,87%	3,90	3,05	7,47	3,07	7,52	3,10	7,58
08/04/99	p	105,00	0,156	Jul-99	113,50	30,01%	32,48%	30,78%	16,80%	2,06	1,94	2,28	1,94	2,28	1,95	2,29
08/04/99	p	110,00	0,156	Jul-99	113,50	30,01%	32,48%	30,78%	16,80%	3,58	3,62	4,03	3,63	4,04	3,64	4,06
09/04/99	c	80,00	0,153	Jul-99	113,30	30,30%	27,65%	31,16%	16,53%	33,30	32,47	32,47	33,30	33,30	33,30	33,30
09/04/99	p	95,00	0,153	Jul-99	113,30	30,30%	27,65%	31,16%	16,53%	1,00	0,36	0,24	0,36	0,24	0,37	0,24
12/04/99	c	120,00	0,145	Jul-99	111,50	29,62%	51,46%	31,13%	17,11%	3,00	1,97	5,28	1,98	5,29	1,99	5,31
12/04/99	c	130,00	0,145	Jul-99	111,50	29,62%	51,46%	31,13%	17,11%	1,00	0,53	2,84	0,53	2,85	0,53	2,86
12/04/99	c	140,00	0,318	Set-99	114,10	29,62%	44,08%	36,65%	16,07%	3,50	1,07	3,43	1,07	3,44	1,09	3,48
12/04/99	p	100,00	0,318	Set-99	114,10	29,62%	44,08%	36,65%	16,07%	3,30	2,07	4,73	2,08	4,76	2,10	4,81
13/04/99	c	120,00	0,142	Jul-99	111,50	29,74%	36,03%	31,54%	22,22%	3,00	1,94	2,83	1,94	2,83	1,95	2,85
13/04/99	p	100,00	0,315	Set-99	114,10	29,74%	45,94%	36,88%	20,61%	3,30	2,04	4,99	2,05	5,03	2,08	5,10
15/04/99	c	125,00	0,137	Jul-99	111,25	29,70%	37,22%	32,35%	9,87%	3,00	0,95	1,77	0,95	1,77	0,95	1,78
15/04/99	c	130,00	0,137	Jul-99	111,25	29,70%	37,22%	32,35%	9,87%	1,50	0,46	1,05	0,46	1,05	0,46	1,06
15/04/99	c	150,00	0,310	Set-99	113,85	29,70%	61,51%	37,34%	12,43%	4,80	0,41	5,08	0,41	5,09	0,42	5,14
16/04/99	c	125,00	0,134	Jul-99	112,00	29,69%	44,24%	32,84%	9,71%	3,50	1,04	2,80	1,04	2,81	1,04	2,81
19/04/99	c	125,00	0,126	Jul-99	114,40	29,27%	49,27%	33,04%	6,58%	4,00	1,35	4,05	1,35	4,05	1,35	4,06
20/04/99	c	130,00	0,123	Jul-99	113,00	30,28%	48,91%	33,22%	1,00%	2,00	0,56	2,42	0,56	2,42	0,56	2,42
22/04/99	c	125,00	0,118	Jul-99	109,20	30,62%	45,32%	31,66%	15,01%	3,00	0,57	1,89	0,57	1,90	0,57	1,90
22/04/99	c	150,00	0,290	Set-99	112,30	30,62%	64,29%	37,43%	13,04%	5,00	0,33	4,84	0,33	4,86	0,34	4,90

continua



Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
22/04/99	p	100,00	0,290	Set-99		112,30	30,62%	64,29%	37,43%	13,04%	6,20	2,39	8,91	2,39	8,95	2,41	9,00
23/04/99	c	120,00	0,115	Jul-99		109,80	31,32%	54,95%	32,22%	11,99%	2,76	1,36	4,32	1,36	4,32	1,36	4,33
23/04/99	c	125,00	0,115	Jul-99		109,80	31,32%	54,95%	32,22%	11,99%	2,15	0,66	3,09	0,66	3,09	0,66	3,10
28/04/99	c	150,00	0,274	Set-99		114,20	31,06%	74,01%	38,43%	13,47%	3,93	0,40	6,86	0,40	6,88	0,40	6,94
28/04/99	p	105,00	0,101	Jul-99		111,70	31,06%	45,04%	34,05%	17,02%	2,83	1,70	3,35	1,70	3,36	1,71	3,36
28/04/99	p	105,00	0,274	Set-99		114,20	31,06%	74,01%	38,43%	13,47%	9,00	3,30	12,17	3,31	12,22	3,33	12,29
29/04/99	p	105,00	0,099	Jul-99		114,15	31,07%	40,76%	34,39%	17,61%	2,68	1,14	2,13	1,14	2,13	1,15	2,14
30/04/99	p	105,00	0,268	Set-99		116,80	31,65%	64,35%	38,68%	10,20%	3,15	2,74	9,26	2,75	9,29	2,76	9,33
30/04/99	p	105,00	0,096	Jul-99		113,70	31,65%	45,72%	34,97%	8,06%	2,75	1,25	2,75	1,25	2,75	1,25	2,75
10/05/99	c	130,00	0,241	Set-99		117,90	23,73%	65,83%	40,16%	12,59%	7,00	1,57	10,26	1,57	10,30	1,58	10,34
10/05/99	p	110,00	0,068	Jul-99		115,30	23,73%	45,74%	39,54%	15,34%	2,07	0,90	3,10	0,90	3,11	0,90	3,11
11/05/99	p	110,00	0,066	Jul-99		117,50	23,15%	35,68%	40,50%	3,98%	1,57	0,45	1,43	0,45	1,43	0,45	1,43
13/05/99	c	120,00	0,060	Jul-99		114,80	21,72%	34,56%	41,49%	6,47%	2,00	0,71	1,89	0,71	1,89	0,71	1,90
13/05/99	p	110,00	0,060	Jul-99		114,80	21,72%	35,62%	41,49%	6,47%	1,00	0,72	1,97	0,72	1,97	0,72	1,97
17/05/99	c	130,00	0,222	Set-99		122,20	21,92%	65,93%	41,17%	5,58%	9,00	2,17	11,82	2,17	11,83	2,18	11,85
19/05/99	c	140,00	0,044	Jul-99		134,30	26,68%	31,19%	29,17%	4,78%	2,80	1,01	1,42	1,01	1,42	1,01	1,42
19/05/99	c	150,00	0,216	Set-99		136,00	26,68%	57,01%	37,90%	6,40%	7,17	2,14	8,97	2,14	8,98	2,15	9,00
20/05/99	c	120,00	0,041	Jul-99		130,90	32,59%	45,09%	27,62%	1,00%	12,00	11,26	11,94	11,24	11,93	11,26	11,94
20/05/99	c	130,00	0,041	Jul-99		130,90	32,59%	45,09%	27,62%	1,00%	6,00	3,90	5,22	3,90	5,22	3,91	5,22
20/05/99	p	120,00	0,041	Jul-99		130,90	32,59%	45,09%	27,62%	1,00%	2,50	0,36	1,05	0,36	1,05	0,36	1,05
24/05/99	c	130,00	0,030	Jul-99		130,60	33,43%	61,00%	30,33%	1,00%	3,50	3,32	5,81	3,32	5,81	3,32	5,81
24/05/99	p	125,00	0,030	Jul-99		130,60	33,43%	61,00%	30,33%	1,00%	4,25	0,96	3,05	0,96	3,05	0,96	3,05
25/05/99	p	125,00	0,027	Jul-99		131,50	30,64%	62,32%	32,56%	1,00%	4,10	0,54	2,65	0,54	2,65	0,54	2,65
26/05/99	c	140,00	0,025	Jul-99		136,90	30,64%	81,17%	19,12%	26,52%	4,00	1,38	5,56	1,38	5,56	1,38	5,56
27/05/99	c	140,00	0,022	Jul-99		133,90	32,22%	71,62%	15,78%	1,92%	2,50	0,62	3,24	0,62	3,24	0,62	3,24
27/05/99	c	150,00	0,195	Set-99		135,70	32,22%	87,72%	38,10%	6,87%	11,00	2,83	15,28	2,83	15,29	2,84	15,32
27/05/99	p	110,00	0,195	Set-99		135,70	32,22%	87,72%	38,10%	6,87%	3,40	0,53	8,54	0,53	8,55	0,53	8,57
28/05/99	c	140,00	0,019	Jul-99		133,70	34,03%	61,43%	18,20%	1,00%	1,50	0,56	2,16	0,56	2,16	0,56	2,16
28/05/99	c	150,00	0,192	Set-99		136,20	34,03%	63,20%	38,43%	4,97%	12,00	3,29	9,70	3,29	9,70	3,29	9,72
28/05/99	p	120,00	0,192	Set-99		136,20	34,03%	63,20%	38,43%	4,97%	6,25	2,07	7,37	2,07	7,37	2,08	7,38
02/06/99	c	130,00	0,178	Set-99		137,00	34,02%	95,87%	39,38%	4,03%	16,25	11,56	24,90	11,57	24,89	11,58	24,93
02/06/99	c	150,00	0,178	Set-99		137,00	34,02%	95,87%	39,38%	4,03%	12,00	3,27	16,95	3,27	16,95	3,27	16,97

continua



Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
04/06/99	c	150,00	0,173	Set-99	135,70	33,63%	67,61%	39,83%	8,52%	11,36	2,72	9,66	2,72	9,67	2,73	9,69
04/06/99	p	120,00	0,173	Set-99	135,70	33,63%	67,61%	39,83%	8,52%	5,88	1,83	7,65	1,83	7,66	1,83	7,68
07/06/99	c	150,00	0,164	Set-99	126,00	33,88%	75,05%	36,72%	4,03%	8,50	0,91	7,28	0,91	7,28	0,91	7,29
07/06/99	p	120,00	0,164	Set-99	126,00	33,88%	75,05%	36,72%	4,03%	8,00	4,13	11,98	4,13	11,99	4,13	12,00
08/06/99	c	130,00	0,162	Set-99	120,80	43,60%	68,57%	36,02%	3,33%	9,87	4,89	9,58	4,89	9,58	4,89	9,59
08/06/99	c	150,00	0,162	Set-99	120,80	43,60%	68,57%	36,02%	3,33%	5,59	1,22	4,53	1,22	4,53	1,22	4,53
08/06/99	c	160,00	0,162	Set-99	120,80	43,60%	68,57%	36,02%	3,33%	4,00	0,56	3,04	0,56	3,04	0,56	3,04
08/06/99	p	105,00	0,162	Set-99	120,80	43,60%	68,57%	36,02%	3,33%	3,00	2,36	6,00	2,36	6,00	2,36	6,00
08/06/99	p	120,00	0,162	Set-99	120,80	43,60%	68,57%	36,02%	3,33%	11,00	7,97	12,74	7,98	12,74	7,98	12,75
09/06/99	c	150,00	0,159	Set-99	120,95	46,21%	71,34%	36,43%	4,77%	5,50	1,47	4,90	1,47	4,90	1,47	4,91
10/06/99	c	150,00	0,156	Set-99	119,90	46,15%	83,51%	36,89%	1,69%	6,00	1,29	6,49	1,29	6,49	1,29	6,49
10/06/99	p	105,00	0,156	Set-99	119,90	46,15%	83,51%	36,89%	1,69%	3,50	2,78	8,43	2,78	8,43	2,78	8,43
10/06/99	p	120,00	0,156	Set-99	119,90	46,15%	83,51%	36,89%	1,69%	10,00	8,74	15,73	8,74	15,72	8,74	15,73
11/06/99	c	150,00	0,153	Set-99	119,00	45,88%	69,71%	37,36%	1,00%	5,75	1,12	4,00	1,12	4,00	1,12	4,00
11/06/99	p	115,00	0,153	Set-99	119,00	45,88%	69,71%	37,36%	1,00%	7,50	6,52	10,79	6,52	10,79	6,52	10,79
11/06/99	p	120,00	0,153	Set-99	119,00	45,88%	69,71%	37,36%	1,00%	9,25	9,05	13,46	9,05	13,46	9,05	13,46
14/06/99	c	150,00	0,145	Set-99	116,40	45,67%	59,86%	37,58%	1,04%	5,50	0,74	2,01	0,74	2,01	0,74	2,01
15/06/99	c	150,00	0,142	Set-99	116,70	46,24%	86,69%	38,06%	5,30%	5,25	0,77	5,43	0,77	5,43	0,77	5,44
15/06/99	p	115,00	0,142	Set-99	116,70	46,24%	86,69%	38,06%	5,30%	7,00	7,18	14,11	7,18	14,12	7,19	14,13
15/06/99	p	120,00	0,142	Set-99	116,70	46,24%	86,69%	38,06%	5,30%	8,50	9,91	16,96	9,92	16,96	9,92	16,98
16/06/99	c	130,00	0,140	Set-99	118,75	46,11%	56,26%	38,14%	11,36%	9,00	4,00	5,65	4,00	5,65	4,01	5,67
16/06/99	c	150,00	0,140	Set-99	118,75	46,11%	56,26%	38,14%	11,36%	5,75	0,91	1,85	0,91	1,85	0,92	1,86
16/06/99	p	115,00	0,140	Set-99	118,75	46,11%	56,26%	38,14%	11,36%	6,75	6,19	7,90	6,20	7,91	6,21	7,93
17/06/99	c	130,00	0,137	Set-99	118,80	46,02%	70,58%	38,66%	8,99%	8,07	3,94	7,98	3,95	7,99	3,95	8,00
17/06/99	c	150,00	0,137	Set-99	118,80	46,02%	70,58%	38,66%	8,99%	5,00	0,88	3,49	0,88	3,49	0,88	3,50
17/06/99	p	130,00	0,137	Set-99	118,80	46,02%	70,58%	38,66%	8,99%	16,00	15,01	19,05	15,04	19,07	15,05	19,10
18/06/99	c	150,00	0,134	Set-99	119,30	45,55%	68,32%	39,16%	5,54%	5,75	0,86	3,23	0,86	3,23	0,86	3,24
18/06/99	p	110,00	0,134	Set-99	119,30	45,55%	68,32%	39,16%	5,54%	4,10	3,83	7,31	3,83	7,31	3,83	7,32
18/06/99	p	115,00	0,134	Set-99	119,30	45,55%	68,32%	39,16%	5,54%	6,50	5,78	9,57	5,79	9,58	5,79	9,58
18/06/99	p	120,00	0,134	Set-99	119,30	45,55%	68,32%	39,16%	5,54%	8,25	8,25	12,18	8,25	12,19	8,26	12,20
18/06/99	p	130,00	0,134	Set-99	119,30	45,55%	68,32%	39,16%	5,54%	14,87	14,60	18,35	14,61	18,36	14,62	18,37
21/06/99	c	130,00	0,126	Set-99	117,50	42,38%	47,52%	39,67%	1,32%	8,50	2,78	3,51	2,78	3,51	2,78	3,51

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
21/06/99	c	150,00	0,126	Set-99	117,50	42,38%	47,52%	39,67%	1,32%	5,50	0,44	0,74	0,44	0,74	0,44	0,74
21/06/99	p	115,00	0,126	Set-99	117,50	42,38%	47,52%	39,67%	1,32%	7,81	5,78	6,62	5,78	6,62	5,78	6,62
21/06/99	p	130,00	0,126	Set-99	117,50	42,38%	47,52%	39,67%	1,32%	16,50	15,25	15,99	15,25	15,99	15,26	15,99
22/06/99	p	115,00	0,123	Set-99	119,60	35,96%	49,19%	39,75%	3,00%	6,00	3,87	5,96	3,87	5,96	3,87	5,96
22/06/99	p	120,00	0,123	Set-99	119,60	35,96%	49,19%	39,75%	3,00%	9,35	6,21	8,41	6,21	8,42	6,21	8,42
23/06/99	c	130,00	0,121	Set-99	119,30	36,17%	52,14%	40,40%	0,90%	8,25	2,29	4,62	2,29	4,62	2,29	4,63
23/06/99	p	120,00	0,121	Set-99	119,30	36,17%	52,14%	40,40%	0,90%	9,50	6,34	8,97	6,34	8,97	6,34	8,98
24/06/99	c	130,00	0,118	Set-99	116,75	36,14%	73,21%	40,82%	3,27%	7,77	1,62	6,79	1,62	6,79	1,62	6,79
25/06/99	p	110,00	0,115	Set-99	114,50	36,05%	85,92%	41,32%	10,60%	6,00	3,47	10,75	3,47	10,76	3,48	10,77
25/06/99	p	120,00	0,115	Set-99	114,50	36,05%	85,92%	41,32%	10,60%	10,50	8,77	16,31	8,79	16,33	8,80	16,35
28/06/99	p	100,00	0,107	Set-99	112,30	36,09%	63,61%	41,84%	11,25%	2,25	1,06	3,92	1,06	3,92	1,06	3,93
29/06/99	c	130,00	0,104	Set-99	114,00	32,58%	48,57%	42,19%	12,36%	4,59	0,64	2,11	0,64	2,11	0,64	2,12
29/06/99	p	100,00	0,104	Set-99	114,00	32,58%	48,57%	42,19%	12,36%	2,00	0,56	1,86	0,56	1,86	0,57	1,86
29/06/99	p	110,00	0,104	Set-99	114,00	32,58%	48,57%	42,19%	12,36%	6,49	2,93	5,11	2,93	5,11	2,93	5,12
30/06/99	p	115,00	0,101	Set-99	113,40	33,23%	59,23%	43,02%	10,27%	7,00	5,60	9,31	5,61	9,32	5,61	9,32
30/06/99	p	120,00	0,101	Set-99	113,40	33,23%	59,23%	43,02%	10,27%	10,25	8,82	12,33	8,83	12,34	8,84	12,35
30/06/99	p	130,00	0,101	Set-99	113,40	33,23%	59,23%	43,02%	10,27%	18,00	17,02	19,53	17,03	19,55	17,08	19,58
01/07/99	c	130,00	0,099	Set-99	111,75	32,99%	44,09%	43,80%	6,65%	4,50	0,40	1,15	0,40	1,15	0,40	1,15
01/07/99	p	110,00	0,099	Set-99	111,75	32,99%	44,09%	43,80%	6,65%	4,85	3,73	5,25	3,74	5,25	3,74	5,26
07/07/99	p	100,00	0,082	Set-99	102,40	38,57%	58,41%	38,21%	5,89%	5,00	3,35	5,59	3,35	5,59	3,35	5,60
08/07/99	p	120,00	0,079	Set-99	105,20	35,04%	53,19%	37,72%	0,95%	17,00	15,26	16,55	15,22	16,53	15,26	16,55
15/07/99	p	100,00	0,060	Set-99	102,10	40,63%	96,31%	33,86%	9,04%	2,15	3,04	8,45	3,04	8,45	3,04	8,46
16/07/99	p	100,00	0,058	Set-99	100,20	40,64%	31,33%	34,26%	19,71%	3,50	3,75	2,87	3,75	2,87	3,76	2,87
19/07/99	p	100,00	0,049	Set-99	103,30	40,74%	38,00%	32,58%	16,25%	2,75	2,23	2,01	2,23	2,01	2,24	2,01
20/07/99	p	100,00	0,047	Set-99	103,60	41,90%	46,87%	33,79%	7,00%	2,00	2,14	2,55	2,14	2,55	2,14	2,55
26/07/99	c	110,00	0,030	Set-99	103,80	43,15%	91,11%	34,55%	2,86%	3,75	1,01	4,08	1,01	4,08	1,01	4,08
26/07/99	c	115,00	0,030	Set-99	103,80	43,15%	91,11%	34,55%	2,86%	2,25	0,32	2,69	0,32	2,69	0,32	2,69
26/07/99	p	100,00	0,030	Set-99	103,80	43,15%	91,11%	34,55%	2,86%	2,50	1,51	4,70	1,51	4,70	1,51	4,70
26/07/99	p	105,00	0,030	Set-99	103,80	43,15%	91,11%	34,55%	2,86%	3,75	3,75	7,19	3,75	7,19	3,75	7,19
26/07/99	p	110,00	0,030	Set-99	103,80	43,15%	91,11%	34,55%	2,86%	6,50	7,20	10,28	7,20	10,27	7,20	10,28
27/07/99	c	110,00	0,027	Set-99	105,75	43,31%	60,00%	33,67%	11,52%	4,00	1,41	2,47	1,41	2,47	1,41	2,47
27/07/99	c	115,00	0,027	Set-99	105,75	43,31%	60,00%	33,67%	11,52%	2,50	0,47	1,21	0,47	1,21	0,47	1,21

continua

Apêndice - Dados Utilizados e Valores Calculados pelos Modelos (continuação)

Data do Pregão	Tipo	Preço de Exercício (em US\$)	Dias até o Vencimento (em anos)	Mês do Contrato Objeto	Preço do Contrato Futuro (em US\$)	Volátil. Histórica	Volátil. Implícita	Volátil. Real	Tx. Juros Livre Risco (% ao ano)	Preço Médio Opção (em US\$)	B&S VH	B&S VI	BS VH	BS VI	BW VH	BW VI
27/07/99	p	100,00	0,027	Set-99	105,75	43,31%	60,00%	33,67%	11,52%	1,25	0,91	1,82	0,91	1,82	0,92	1,82
27/07/99	p	105,00	0,027	Set-99	105,75	43,31%	60,00%	33,67%	11,52%	3,50	2,64	3,80	2,64	3,80	2,65	3,80
27/07/99	p	110,00	0,027	Set-99	105,75	43,31%	60,00%	33,67%	11,52%	5,50	5,65	6,71	5,65	6,71	5,65	6,71
28/07/99	c	110,00	0,025	Set-99	104,50	43,74%	62,44%	36,28%	21,67%	1,50	0,97	1,99	0,97	1,99	0,97	1,99
28/07/99	p	100,00	0,025	Set-99	104,50	43,74%	62,44%	36,28%	21,67%	1,00	1,10	2,13	1,10	2,13	1,10	2,13
29/07/99	p	100,00	0,022	Set-99	103,60	43,51%	64,53%	39,73%	6,07%	1,00	1,20	2,34	1,20	2,34	1,20	2,34
03/08/99	p	100,00	0,008	Set-99	100,30	46,77%	63,68%	12,92%	1,00%	1,05	1,55	2,16	1,55	2,16	1,55	2,16
04/08/99	p	100,00	0,005	Set-99	100,80	46,65%	32,97%	12,35%	1,80%	0,73	1,02	0,63	1,02	0,63	1,02	0,63

Fonte: BM&F e dados gerados na pesquisa.



# O agronegócio nos estados da região sul no período de 1985 a 1995\*

Marco Antonio Montoya<sup>§</sup>

Andrea Oltramari<sup>□</sup>

Cássia Barichello Pasqual<sup>†</sup>

Nadia M. Bogoni<sup>‡</sup>

## RESUMO

Este artigo procura mensurar e caracterizar o agronegócio das economias dos Estados do Rio Grande do Sul (RS), Santa Catarina (SC) e Paraná (PR) para o período de 1985 a 1995. A metodologia utilizada e a base de dados baseiam-se nas matrizes insumo-produto disponíveis para os Estados da região Sul. Verificou-se, para o período de 1985 a 1995, que o agronegócio do RS respondeu por 48,65% e 38,27% do seu PIB, respectivamente, o de SC por 61,55% e 59,90% e o do PR por 56,07% e 33,46%. Identificou-se que a produção agrícola está altamente integrada com o setor urbano, uma vez que as indústrias a montante e a jusante contribuem majoritariamente no valor total do faturamento do agronegócio em todas as economias. Foi também verificado que os Estados da região Sul estão inseridos no processo de transformação do agronegócio brasileiro, apresentando um nível de desenvolvimento industrial maior, se comparado ao nacional.

**Palavras-chave:** agronegócio, insumo-produto, Brasil, região Sul.

## ABSTRACT

This article aims to measure and to characterize the agribusiness in the economies of the states of Rio Grande do Sul (RS), Santa Catarina (SC) and Paraná (PR) for the period of 1985 to 1995. The methodology and the data base that was used to implement this research are based on the input-output matrixes available for the states. It was verified for the period of 1985 to 1995 that the agribusiness of Rio Grande do Sul accounted for 48,65% and 38,27% of its GND, respectively, the one of Santa Catarina for 61,55% and 59,90% and the one of Paraná for 56,07% and 33,46%. It was also verified that the agricultural production is highly integrated with the urban sector, since the industries that sell products for the rural production and that buy their production contribute, in its majority, in the total value of the agribusiness income, in every economies. It was also verified that the states of the South region are inserted in the transformation process of the Brazilian agribusiness, presenting a higher level of industrial development, comparing to the national one.

**Key-words:** agribusiness, input-output, Brazil, South region.

**JEL classification:** D57, R15, R13.

---

\* Projeto financiado pela Fapergs. Os autores agradecem ao Prof. Thelmo V. Martins Costa e aos pareceristas anônimos pelos valiosos comentários e sugestões que em muito contribuíram para o enriquecimento do artigo. As possíveis omissões ou imprecisões são de nossa inteira responsabilidade.

§ Professor Titular da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de Passo Fundo (UPF), RS, professor do Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Rural da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e do Programa de Pós-Graduação em História Regional da UPF. Pesquisador do Centro Regional de Economia e Administração da Universidade de Passo Fundo. E-mail: montoya@upf.tche.br.

□ Professora da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de Passo Fundo (UPF), RS. Pesquisadora do Centro Regional de Economia e Administração da Universidade de Passo Fundo. E-mail: oltramari@upf.tche.br.

† Administradora pela Universidade de Passo Fundo (UPF), RS.

‡ Economista pela Universidade de Passo Fundo (UPF), RS.

## 1 Introdução

A economia brasileira, nas últimas décadas, tem passado por profundas transformações estruturais, influenciadas pelas políticas industrializantes, que almejavam o desenvolvimento e o crescimento econômico acelerado. Contudo, as diferenças de renda, produção, consumo, oportunidades de negócios, investimentos etc. entre os diversos segmentos territoriais do País têm marcado profundas desigualdades em nível regional e estadual.

Conseqüentemente, os Estados passaram por alterações estruturais que os diferenciam uns dos outros: alguns especializaram suas estruturas produtivas na produção de alimentos e materiais não beneficiados; outros, em bens manufaturados de consumo e de produção.

Nos Estados da região Sul, por exemplo, as mudanças estruturais, sobretudo a partir da década de 1960, fizeram, gradativamente, com que a produção rural passasse a se situar, economicamente, entre as indústrias que lhe fornecem bens e insumos e as indústrias processadoras e de serviços de base agrícola. Com isso, o termo **agricultura**, que era aplicado indistintamente a uma agricultura de subsistência e a uma agricultura no contexto de uma economia desenvolvida, passou a ser superado na região à medida que a agricultura se integrava com as indústrias. Isto se torna ainda mais evidente se considerarmos, por um lado, segundo Souza (1998), que nos Estados de Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná as atividades ligadas à agropecuária apresentam fortes encadeamentos para frente da produção, o que demonstra que a agricultura é o melhor cliente de suas economias, não só pelas compras de insumos que realiza, mas pela aquisição de bens de consumo duráveis, dinamizando as economias urbanas, principalmente por ocasião das boas safras; por outro lado, as indústrias de base agrícola apresentam, preponderantemente na produção, fortes ligações para trás em relação aos diversos setores que compõem seus sistemas econômicos.

Diante desses fatos, os profissionais da área de economia aplicada vêm enfatizando a necessidade de diferenciar o conceito de **agricultura** em função do nível de desenvolvimento do sistema econômico em que funciona, adotando-se, assim, o termo *agribusiness* ou **agronegócio** para uma economia desenvolvida, visto que, fundamentalmente, nesse sistema, o conjunto de operações de um agricultor de subsistência é realizado por diversos setores altamente especializados, que geram complexas relações econômico-sociais. Portanto, pode-se afirmar que hoje, mais do que nunca, o conceito de agronegócio, definido por Davis e Golberg (1957) como o conjunto das operações de produção, processamento e armazenamento, distribuição e comercialização de insumos e produtos rurais, torna-se de extrema atualidade para se estudar a economia rural da região, já que o consumidor final não é mais o destinatário majoritário dos produtos rurais na sua forma *in natura*, mas, sim, a agroindústria.

Nessa nova dinâmica conjunta da produção rural com as indústrias e serviços de base agrícola surgem duas questões: Qual é a dimensão econômica do agronegócio dos Estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná? De que maneira o agronegócio desses Estados se insere no processo de modernização da agricultura brasileira?

Nesse contexto, e considerando que a economia brasileira apresentou, no período de 1980 a 1995, dois cenários opostos referentes ao crescimento e dinamismo econômico - um processo de inflação e recessão que levou a um declínio de 8% na renda *per capita* entre 1980 e 1992 e sinais de crescimento com uma taxa média anual de crescimento de 4,3% de 1993 a 1995, complementados com reformas estruturais e o processo de abertura econômica iniciados no final da década de 1980 e acelerados na de 1990 -, o artigo tem como objetivos mensurar o agronegócio dos Estados da região Sul para o período de 1985 a 1995, bem como caracterizar sua tendência estrutural e sua inserção na economia brasileira com vistas a melhor compreender as mudanças estruturais da agricultura na região. Com isso, espera-se gerar informações sobre as particularidades do agronegócio de cada Estado, permitindo um debate mais claro sobre o desenho de políticas e estratégias estaduais e/ou regionais mais bem sintonizadas com a economia real que apresentam.

## 2 Metodologia de mensuração do agronegócio

Considerando as profundas relações tecnológicas, produtivas, financeiras e de negócios que a agricultura tem com a indústria e demais atividades econômicas, a mensuração do agronegócio, obrigatoriamente, deve ser implementada a partir de uma visão sistêmica, na qual os fluxos e transferências de insumos e produtos de um setor para outro estejam integrados.

Nesse sentido, Davis e Goldberg (1957) e Malassis (1969) demonstram que as técnicas mais adequadas para se mensurar o agronegócio e a dinâmica agroindustrial do sistema econômico tomam como base as matrizes insumo-produto desenvolvidas por Leontief (1951), as quais, além de fornecerem informações sobre uma elevada gama de setores da economia, descrevem o sistema econômico em termos de circulação, no qual todas as vendas são igualmente compras e todos os produtos, a um tempo, são insumos à medida que sejam aproveitáveis por outra cadeia produtiva do sistema.

A metodologia para mensurar o agronegócio de cada Estado toma como referencial teórico-empírico os trabalhos de Malassis (1969), Lauschner (1993), Furtuoso (1998) e Montoya e Guilhoto (2000). Nesta seção, a metodologia, além de ilustrada com fins didáticos para sua implementação, descreve o processo de cálculo para estimar a dimensão econômica do agronegócio a custo de fatores. Segundo esse método, a estrutura do agronegócio está

dividida em três partes: a) a parte anterior à produção rural, que engloba o conjunto de setores fornecedores de insumos e fatores de produção para os produtores rurais, denominado de agregado I ou a montante do agronegócio; b) a produção rural, denominada também como agregado II; c) os setores que recebem a produção dos produtores rurais para armazená-la, processá-la e distribuí-la no mercado, chamado de agregado III ou a jusante do agronegócio.

A Tabela 1 apresenta o quadro simplificado insumo-produto que representa o sistema econômico dos Estados  $i$ , o qual, por sua vez, fornece a base de dados para o cálculo do agronegócio. Nessa tabela, os setores da demanda localizados nas colunas são divididos, em nível doméstico, em setores de demandas intermediárias e setores de demanda final. Os setores da demanda intermediária são subdivididos em Agropecuária (1), Mineração (2), Petróleo, gás, carvão e outros combustíveis (3), Produtos minerais não-metálicos (4), Metálica básica, metalurgia de não-ferrosos (5), Mecânica (6), Material elétrico (7), Eletrônicos (8), Fabricação de material de transportes e diversos (9), Agroindústria (10), Papel, celulose, gráfica (11), Indústria da borracha (12), Químicos e não-petroquímicos (13), Refino de petróleo e derivados (14), Química básica (15), Farmácia e perfumaria (16), Indústria de artigos plásticos (17), Fabricação de artigos de vestuário (18), Serviços industriais de utilidade pública (19), Construção civil (20), Comércio e transporte (21) e Serviços (22). Os setores da demanda final são subdivididos em Consumo das famílias ( $C$ ), Consumo do governo ( $G$ ), Investimento ( $I$ ) e Exportações ( $E$ ).

Por sua vez, os setores de suprimentos estão compostos pelos setores da importação ( $m$ ), setores de Impostos líquidos sobre a atividade ( $t$ ) e setores de valor adicionado <sup>preços básicos</sup> ( $v$ ). O setor de demanda intermediária e o setor de suprimentos de bens e serviços são divididos entre os 22 setores.

Note-se, com isso, que o quadro insumo-produto especifica a distribuição da produção de cada setor para os diversos setores do Estado  $i$ . Nesse sentido, por exemplo, na linha horizontal,  $x_{1,10}$  mostra quanto o setor da agroindústria compra do setor da agropecuário, o que pode ser representado como  $x_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, 10, \dots, 21, 22; j = 1, 2, \dots, 10, \dots, 21, 22$ ). Aqui,  $i$  significa o setor agropecuário e  $j$  o setor agroindústria. Simultaneamente, na linha vertical, coluna 1, a quantidade de produtos que o setor agropecuário ( $j$ ) comprou do setor metalurgia ( $i$ ) é representada como  $x_{2,j}$ . Dessa maneira, a estrutura de insumos para o setor agropecuário ( $j$ ) pode ser expressa por meio da seguinte relação contábil.

$$X_1 = x_{1,1} + x_{2,1} + \dots + x_{10,1} + \dots + x_{21,1} + x_{22,1} + m_1 + t_1 + v_1 \quad (1)$$



As estruturas de insumo dos outros setores também podem ser expressas de forma similar.

A estrutura da demanda para os produtos do setor agropecuário ( $i$ ), por sua vez, pode ser expressa por meio da seguinte relação contábil:

$$X_1 = x_{1,1} + x_{1,2} + \dots + x_{1,10} + \dots x_{1,21} + x_{1,22} + y_{1,C} + y_{1,G} + y_{1,I} + y_{1,E} \quad (2)$$

As estruturas da demanda dos outros setores também podem ser expressas de maneira similar.

Generalizando a estrutura de insumos para  $j$ -ésimo setor, a equação (1) pode ser expressa da seguinte maneira:

$$X_j = \sum_i x_{ij} + m_j + t_j + v_j \quad (3)$$

Simultaneamente à generalização da estrutura de demanda do  $i$ -ésimo setor, a equação (2) pode ser expressa como:

$$X_i = \sum_j x_{ij} + \sum_k y_{ik} \quad (4)$$

onde

$k = C, G, I, E$ , alternativamente

Desde que o valor total de insumos utilizados seja igual ao valor total de produtos ( $X_j = X_i$ ), o quadro insumo-produto será consistente.

Tabela 1  
Quadro Simplificado do Modelo Insumo-Produto do Estado *i*

Setores	Demanda Intermediária (j)						Demanda Final					
	Agropecuária (1)	Metalurgia (2)	...	Agroindústria (10)	...	Transporte e comércio (21)	Serviços (22)	Consumo famílias (C)	Consumo governo (G)	Investimento (I)	Exportações (E)	Total produtos
Oferta	X <sub>1,1</sub>	X <sub>1,2</sub>	...	X <sub>1,10</sub>	...	X <sub>1,21</sub>	X <sub>1,22</sub>	Y <sub>1,C</sub>	Y <sub>1,G</sub>	Y <sub>1,I</sub>	Y <sub>1,E</sub>	X <sub>1</sub>
de	X <sub>2,1</sub>	X <sub>2,2</sub>	...	X <sub>2,10</sub>	...	X <sub>2,21</sub>	X <sub>2,22</sub>	Y <sub>2,C</sub>	Y <sub>2,G</sub>	Y <sub>2,I</sub>	Y <sub>2,E</sub>	X <sub>2</sub>
Bens e			...		...							
			...		...							
			...		...							
			...		...							
Serviços			...		...							
			...		...							
			...		...							
			...		...							
Importações (m) Impostos líquidos sobre a atividade (t) Valor Adicionado <sub>pb</sub> (v) Total insumos	X <sub>10,1</sub>	X <sub>10,2</sub>	...	X <sub>10,10</sub>	...	X <sub>10,21</sub>	X <sub>10,22</sub>	Y <sub>10,C</sub>	Y <sub>10,G</sub>	Y <sub>10,I</sub>	Y <sub>10,E</sub>	X <sub>10</sub>
			...		...							
			...		...							
			...		...							
Serviços			...		...							
			...		...							
			...		...							
			...		...							
Importações (m) Impostos líquidos sobre a atividade (t) Valor Adicionado <sub>pb</sub> (v) Total insumos	X <sub>21,1</sub>	X <sub>21,2</sub>	...	X <sub>21,10</sub>	...	X <sub>21,21</sub>	X <sub>21,22</sub>	Y <sub>21,C</sub>	Y <sub>21,G</sub>	Y <sub>21,I</sub>	Y <sub>21,E</sub>	X <sub>21</sub>
			...		...							
			...		...							
			...		...							
Serviços			...		...							
			...		...							
			...		...							
			...		...							
Importações (m) Impostos líquidos sobre a atividade (t) Valor Adicionado <sub>pb</sub> (v) Total insumos	X <sub>22,1</sub>	X <sub>22,2</sub>	...	X <sub>22,10</sub>	...	X <sub>22,21</sub>	X <sub>22,22</sub>	Y <sub>22,C</sub>	Y <sub>22,G</sub>	Y <sub>22,I</sub>	Y <sub>22,E</sub>	X <sub>22</sub>
			...		...							
			...		...							
			...		...							
Importações (m) Impostos líquidos sobre a atividade (t) Valor Adicionado <sub>pb</sub> (v) Total insumos	m <sub>11</sub>	m <sub>2</sub>	...	m <sub>10</sub>	...	m <sub>21</sub>	m <sub>22</sub>	Y <sub>m,C</sub>	Y <sub>m,G</sub>	Y <sub>m,I</sub>	Y <sub>m,E</sub>	
	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	...	t <sub>10</sub>	...	t <sub>21</sub>	t <sub>22</sub>	y <sub>t,C</sub>	y <sub>t,G</sub>	y <sub>t,I</sub>	y <sub>t,E</sub>	
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	...	V <sub>10</sub>	...	V <sub>21</sub>	V <sub>22</sub>					
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	...	X <sub>10</sub>	...	X <sub>21</sub>	X <sub>22</sub>					

Fonte: Montoya e Guilhoto (2000).

## 2.1 Mensuração a montante

Em razão da indisponibilidade de estatísticas que distingam com exatidão a parcela do valor adicionado das indústrias ofertantes de insumos que são absorvidas pelo setor rural, o valor a montante é estimado considerando que a estrutura de consumo intermediário (doméstico e importado) da agropecuária é idêntica à proporção das vendas que cada setor do sistema econômico lhe destina, ou seja:

$$Montante = V_1 \left( \frac{x_{1,1}}{X_1} \right) + V_2 \left( \frac{x_{2,1}}{X_2} \right) + \dots + V_{10} \left( \frac{x_{10,1}}{X_{10}} \right) + \dots + V_{21} \left( \frac{x_{21,1}}{X_{21}} \right) + V_{22} \left( \frac{x_{22,1}}{X_{22}} \right) \quad (5)$$

onde

$V_1$  a  $V_{22}$  representam o valor adicionado a custo de fatores dos setores fornecedores de insumos e bens de capital de origem nacional consumidos pelo setor agropecuário;

$x_{1,1}$  a  $x_{22,1}$  são informações que representam os insumos e bens de capital de origem nacional consumidos pelo setor agropecuário;

$X_1$  a  $X_{22}$  representam o valor total de insumos utilizados em cada setor da economia.

A hipótese implícita que está por trás desse tipo de estimativa é que os setores industriais, exceto os agroindustriais, fornecedores de insumos e de bens de capital para o setor rural, apresentam, na composição de seu consumo intermediário, uma participação de produtos agrícolas praticamente nula.<sup>1</sup>

## 2.2 Mensuração do produto rural

Para o cálculo do produto rural é tomado o valor adicionado gerado pelo setor agropecuário e extrativo vegetal, ou seja:

$$Produtorural = v_1 - t_1 \quad (6)$$

1 Na economia brasileira, esta hipótese é confirmada por Furtuoso (1998, p. 68), que, ao estimar os coeficientes técnicos de produção com base nas matrizes insumo-produto de 1980, 1985 e 1990, encontrou que seus tamanhos são pequenos e variam de 1% a 3%.

onde

$v_i$  é o valor adicionado <sub>preços básicos</sub> gerado pelo setor agropecuário;

$t_i$  representa o valor dos impostos líquidos sobre a atividade, isto é, os impostos líquidos sobre as atividades mais os subsídios à atividade que recaem no setor rural.

## 2.3 Mensuração a jusante

No caso a jusante, o processo de cálculo apresenta duas etapas.

Primeiro, é calculado o valor do **produto agroindustrial**, para o qual, dentre os setores produtivos, apenas é tomado o valor adicionado gerado pelas indústrias de base agrícola que compõem o setor agroindustrial. É preciso destacar, contudo, que quando se estuda o agronegócio dentro de uma visão sistêmica um dos problemas metodológicos que surgem é a delimitação do setor agroindustrial. Alguns trabalhos estipulam, para a conceituação da agroindústria, uma participação porcentual do produto rural no valor total dos insumos utilizados na transformação, outros dão maior importância à natureza do processamento da matéria-prima oriunda do setor rural, e outro grupo ainda considera a capacidade de investimento, inovação tecnológica, nível de concentração dos mercados e os impactos sobre o setor.<sup>2</sup> Assim, dependendo do que se quer enfatizar na pesquisa, para estimar o tamanho da agroindústria são adotadas diferentes metodologias, que levam também a resultados diferentes e ambíguos.

Com vistas a superar esse problema, bem como procurar padronizar uma definição, nesta pesquisa passa-se a definir a agroindústria por meio dos critérios da Classificação Industrial Internacional Uniforme (CIIU—versão 2) de todas as atividades econômicas, publicada pela Cepal (1986), de modo que o setor industrial de base agrícola fica definido pelos produtos dos setores madeira e mobiliário, indústria têxtil, artigos do vestuário, produtos de couro e calçados, produtos do café, beneficiamento de produtos vegetais, abate de animais, indústria de laticínios, fabricação de açúcar, fabricação de óleos vegetais, tortas e farelos, fabricação de produtos alimentares e bebidas.<sup>3</sup> Assim sendo, o valor do produto do setor agroindustrial a custo de fatores pode ser expresso da seguinte maneira:

---

2 Discussões sobre essas definições podem ser encontradas em Furtuoso (1998. cap. 2).

3 Note-se que nessa definição de agroindústria não é considerado o setor de papel, celulose e gráfica. Isso porque, entre outras razões, ao estimar os coeficientes de produção com base nas matrizes insumo-produto de 1985 e 1995 verificou-se que a participação de insumos agrícolas nesse setor é pequena, variando de 1,19% a 1,32% no Brasil e de 0,72% a 1,64% nos Estados da região Sul. Obviamente, se o setor papel, celulose e gráfica for computado na agroindústria, as estimativas do PIB do agronegócio na região Sul estariam, no mínimo, sendo superestimadas.

$$\text{Produto agroindustrial (PA)} = v_{10} - t_{10} \quad (7)$$

onde

$v_{10}$  é o valor adicionado preços básicos gerado pelo setor agroindustrial;

$t_{10}$  representa o valor dos impostos líquidos sobre a atividade que paga o setor agroindustrial.

Segundo, é calculado o valor da **distribuição final** do agronegócio, tomando-se o valor agregado do setor relativo ao transporte e margem de distribuição e do setor serviços. Como esses dois setores envolvem todos os produtos do sistema econômico, bem como inexitem informações estatísticas (pelo menos insumo-produto) por origem e destino, foi feito o rateio aplicando ao agronegócio apenas o que correspondeu à participação dos produtos agropecuários e produtos agroindustriais na demanda final de produtos. Assim, para estabelecer o valor a jusante, primeiramente é calculado o produto interno do País.

$$\text{Produto interno (PI)} = TDFP - TIIL - TPI \quad (8)$$

onde

$TDFP$  é o valor bruto total da demanda final de produtos, composto pelo total de produtos nacionais ( $\sum_K y_{iK}$ ), importados ( $\sum_k y_{mK}$ ) e impostos líquidos ( $\sum_k y_{tK}$ ), consumidos pelas famílias, pelo governo, pelos investimentos e pelas exportações.

$TIIL$  é o valor total dos impostos líquidos decorrentes da demanda final, ou seja,  $\sum_k y_{tK}$ ,

$TPI$  representa o valor total de produtos importados para a demanda final, isto é,  $\sum_k y_{mK}$

Em seqüência é calculada a margem de comercialização (MC) a custo de fatores do sistema econômico, que é expressa da seguinte forma:

$$\text{Margem de comercialização (MC)} = v_{21} + t_{21} + v_{22} + t_{22} \quad (9)$$

onde

$v_{21}$  e  $v_{22}$  representam o valor adicionado <sub>preços básicos</sub> gerado pelo setor transporte e comércio e pelo setor serviços, respectivamente;

$t_{21}$  e  $t_{22}$  é o valor dos impostos líquidos que recaem sobre a atividade do setor transporte e comércio e sobre a atividade do setor serviços, respectivamente.

A seguir é estimado o valor da distribuição final (DF) correspondente às atividades dos setores agropecuário e agroindústria.

$$\text{Distribuição final (DF)} = \left( \frac{\sum_k y_{1,K} + \sum_k y_{10,K}}{PI} \right) MC \quad (10)$$

onde

$\sum_k y_{1K}$  representa a demanda final de produtos do setor agropecuário, que é composta pelo somatório de  $y_{1,C} + y_{1,G} + y_{1,I} + y_{1,E}$ ;

$\sum_k y_{10K}$  representa, da mesma forma, a demanda final de produtos do setor agroindústria, que é composta por  $y_{10,C} + y_{10,G} + y_{10,I} + y_{10,E}$

As demais variáveis já foram definidas anteriormente.

Note-se, com isso, que na equação (10) está-se supondo que a participação de um setor no produto final é idêntica à sua participação na margem de comercialização. Vale ressaltar que essa hipótese foi assumida em virtude da inexistência de melhores elementos (informações estatísticas, técnicas de mensuração etc.) para estimar o valor da distribuição final. Entretanto, esse tipo de estimativa torna-se plausível na medida em que, para calcular o agronegócio dos Estados da região Sul, o nível de agregação das matrizes insumo-produto é elevado. Vale ainda lembrar que a metodologia para mensurar o produto do agronegócio não pretende estabelecer

níveis de exatidão “dólar” por “dólar”, mas, sim, determinar a dimensão econômica que representa o agronegócio e as tendências estruturais que vem atravessando.

Portanto, com base nas equações (7) e (10), tem-se que:

$$Jusante = PA + DF \quad (11)$$

onde

$PA$  é o valor do produto agroindustrial;

$DF$  é o valor da distribuição final.

Logo, seguindo as equações (5), (6) e (11), a dimensão econômica do agronegócio é calculada por adição, ou seja:

$$\text{Agronegócio} = \text{Montante} + \text{Produto rural} + \text{Jusante} \quad (12)$$

Para fins comparativos, tal como o agronegócio, o Produto Interno Bruto (PIB) dos Estados foi estimado a custo de fatores. Com relação a este aspecto, existem três procedimentos para calcular o Produto Interno Bruto: a) PIB = demanda final – importações; b) PIB = valor adicionado por setor + impostos sobre produtos – subsídios sobre produtos; c) PIB = remuneração dos assalariados + impostos líquidos sobre atividade + excedente operacional bruto.

O PIB procura expressar o **tamanho** de uma economia; portanto, sua taxa de crescimento estadual ou setorial permite avaliar, economicamente, o desempenho do sistema econômico. Deve-se mencionar, contudo, que, dentre os três procedimentos, o adotado pelo Departamento de Contas Nacionais (DECNA/IBGE) para a estimativa do PIB, principalmente para os anos censitários, realiza-se pelo enfoque do produto, ou seja, pelo cálculo do valor adicionado. Nesse sentido, neste trabalho a estimativa do PIB dos Estados por meio das matrizes insumo-produto segue o seguinte procedimento: a) valor adicionado <sub>custo fatores</sub> = valor adicionado <sub>preços básicos</sub> – impostos sobre a atividade + subsídios à atividade; ou b) valor adicionado <sub>custo fatores</sub> = remuneração dos assalariados + excedente bruto.

Finalmente, é preciso salientar que a base de dados utilizada foi extraída das matrizes insumo-produto de cada Estado da região Sul, construídas por Souza (1997 e 1999), e que correspondem aos anos de 1985 e 1995. Tais matrizes foram estimadas utilizando-se o

método RAS.<sup>4</sup> Assim sendo, deve ficar claro que essas matrizes não representam, necessariamente, as verdadeiras matrizes dos Estados, já que, por se tratar de matrizes regionalizadas, elas não passam de uma estimativa da verdadeira matriz de cada Estado. Desse modo, os estudos regionais de estrutura produtiva e análise de impacto devem ser encarados mais como uma tendência ou como uma primeira aproximação do que como uma verdade incontestável.

### 3 Dimensão econômica do agronegócio na região Sul

O processo de industrialização dos Estados da região Sul, a partir dos anos de 1930, deu-se com base no modelo de substituição de importações que a economia brasileira adotou. Na década de 1950, a região, embora contasse com uma agricultura diversificada, apresentava uma indústria que encontrava dificuldades de expansão pela falta de infra-estrutura básica. Conseqüentemente, era considerada de pouca importância em nível nacional se comparada com a da região Sudeste e com pouca dinâmica e não diversificada, porque se voltava para o primeiro beneficiamento de produtos agrícolas e se destinava, basicamente, ao abastecimento local.

No final da década de 1950, em especial na de 1960, a integração da economia da região Sul à economia nacional passou a ser o principal projeto não só das lideranças locais, mas também do governo central, sob o impulso do Plano de Metas. Para alcançar esse objetivo, foram implementados incentivos creditícios ao investimento direto industrial; o setor público encarregou-se de financiar e implementar a infra-estrutura básica de serviços públicos (rede rodoviária e ferroviária, energia elétrica, porto marítimo, saneamento etc.), o que facilitou o escoamento da produção agrícola e criou condições essenciais para o investimento privado na indústria e, portanto, para a integração da região Sul ao mercado nacional.

---

4 O referido método permite, no caso de um problema de regionalização, gerar uma matriz de coeficientes para uma região em particular, conhecidas as informações sobre algumas atividades econômicas regionais, como a produção total dos setores da região, as vendas e as compras intersetoriais totais etc., tendo como ponto de partida a matriz insumo-produto nacional e considerando o fato de que essa matriz nacional reflete uma média das relações insumo-produto de todas as regiões da nação (ver Bérni, 1998; Teixeira e Silva, 1978 e 1993; Bacharach, 1970; Miller e Blair, 1985; Parré, 2000). Cabe salientar também que o método RAS foi criado por Richard Stone (1963) como uma técnica utilizada para a atualização de matrizes insumo-produto. Pelo que se sabe, a terminologia RAS foi dada em homenagem a seu próprio nome.



Esses fatos, associados à concessão de crédito agrícola no final da década de 1960 e com mais intensidade na de 1970, destinado a financiar custeio, investimento e comercialização, favoreceram a modernização da agricultura, abrindo um mercado potencial para a dinamização da agroindústria, tanto nos segmentos de beneficiamento como na expansão da indústria de máquinas e implementos e insumos agrícolas.

Nesse contexto, contudo, os Estados da região Sul apresentavam particularidades bastante visíveis no processo de capitalização da agricultura, assentada na produção de trigo, soja, arroz e pecuária extensiva. Entretanto, na década de 1980, dois grandes segmentos econômicos foram importantes nesse processo: de um lado, a expansão das agroindústrias ligadas ao complexo da soja (óleo, farelo, rações etc.) no Rio Grande do Sul e Paraná e, de outro, as ligadas ao processamento de carnes suínas e de aves em Santa Catarina.

Obviamente, pode-se afirmar que, no agronegócio da região Sul, o tipo de agroindústria que se desenvolveu em virtude da política agrícola brasileira conduziu à mecanização da produção agrícola e ao consumo de insumos modernos, criando, com isso, fortes ligações para frente na agricultura e fortes ligações para trás nas agroindústrias, que, na atualidade, permitem estímulos dinâmicos de interdependência.

A questão é: dadas as mudanças estruturais da agricultura na região e sua crescente integração diferenciada com as agroindústrias, qual a dimensão econômica que apresenta o agronegócio dos Estados da região Sul?

### 3.1 O Estado do Rio Grande do Sul

O Rio Grande do Sul, pela forma original da sua ocupação territorial, inicialmente como estratégia de defesa da fronteira e, logo, para o fornecimento de animais à zona mineradora do País, apresenta hoje, no meio rural, três tipos diferentes de agricultura, vinculadas fortemente às agroindústrias: a pecuária extensiva tradicional; as áreas de lavoura empresarial do arroz, trigo e soja e a agricultura colonial da policultura, fumo e uva. (Hoffmann *et al.*, 1985)

A associação desse conjunto de atividades com as indústrias e serviços de base agrícola permite afirmar que a dimensão econômica do agronegócio gaúcho para o ano de 1985 é altamente representativa, já que responde por quase 49% do seu PIB (Tabela 2). A análise dos agregados indica que as atividades econômicas que mais contribuem com o agronegócio são as a jusante (52,76%), seguidas pela produção rural (34,79%) e, finalmente, pelas indústrias a montante (12,45%).

No caso a jusante, fica evidente que, no ano de 1985, a renda gerada com os serviços de comércio e distribuição final foi maior que o valor do produto industrial visto que, do valor total faturado a jusante, 61,88% são gerados pela distribuição final e 38,12% pela produção agroindustrial propriamente dita.

**Tabela 2**  
**A Estrutura do Agronegócio no Estado do Rio Grande do Sul**  
**em 1985 a Custo de Fatores (Cr\$ bilhões e percentuais)**

Agregados do agronegócio	Valores	Participação relativa dos agregados no agronegócio	Participação relativa do Agronegócio no PIB
I Montante	6728	12,45	
II Produto rural	18793	34,79	
III Jusante	28503	52,76	
Produto agroindustrial	10865	38,12	
Distribuição final	17637	61,88	
Valor do agronegócio	54023	100,00	48,65
PIB Estadual	111042		100,00

Fonte: Dados da pesquisa.

Por outro lado, a participação relativa conjunta a montante e a jusante (65,21%) indica que a produção do agronegócio, em sua grande maioria, tem sua origem nos centros urbanos, isto é, existe uma forte integração da agricultura com as indústrias de máquinas e equipamentos e insumos modernos, bem como com as indústrias processadoras e atividades de serviço de base agrícola.

Com o processo de modernização da economia brasileira, associado às políticas de abertura do mercado no final da década de 1980 e, com mais intensidade, na de 1990, o agronegócio da economia gaúcha apresentou significativas mudanças estruturais para o ano de 1995 (Tabela 3): a importância do agronegócio do Rio Grande do Sul passou de 48,65% do PIB estadual em 1985 para 38,27% em 1995, ou seja, houve uma variação de 10,38 pontos percentuais, que equivale a uma diminuição de 21,34%.

**Tabela 3**  
**A Estrutura do Agronegócio no Estado do Rio Grande do Sul**  
**em 1995 a Custo de Fatores (Cr\$ milhões e percentuais)**

Agregados do agronegócio	Valores	Participação relativa dos agregados no agronegócio	Participação relativa do agronegócio no PIB
I Montante	618088	10,19	
II Produto rural	1610037	26,55	
III Jusante	3835866	63,26	
Produto agroindustrial	1404572	36,62	
Distribuição final	2431294	63,38	
Valor do agronegócio	6063991	100,00	38,27
PIB Estadual	15844366		100,00

Fonte: Dados da pesquisa.

O reflexo dessa mudança estrutural torna-se notório quando se comparam os agregados do agronegócio. Embora se note, em termos hierárquicos, que a importância relativa entre os agregados não mudou, constata-se que tanto o produto das indústrias a montante como da produção rural tiveram uma variação negativa de 2,26 e 8,24 pontos percentuais, respectivamente, o que representa um decréscimo de 18,15% a montante e 23,68% no produto rural; já a jusante teve uma variação de 10,50%, ou um crescimento percentual de 19,90%. Mesmo que a análise evidencie a queda significativa a montante, do produto rural e do próprio agronegócio na economia gaúcha, pode-se afirmar que entre 1985 e 1995 o agronegócio do Estado tem se especializado na produção de alimentos processados já que a jusante a distribuição final cresceu 2,42%, principalmente por meio dos serviços de transporte, armazenamento e comercialização de alimentos, se comparada com a produção industrial, que decresceu em 3,93% no período analisado.

**3.2 O Estado de Santa Catarina**

As diversificadas atividades econômicas e sua boa distribuição nos diferentes segmentos territoriais no Estado de Santa Catarina, tanto na agricultura como na agroindústria, motivadas por uma população bem distribuída em pequenas e médias empresas, fizeram com que a economia daquele Estado se tornasse grande competidora, entre outros, nos segmentos de produção de carnes, por meio sistemas de integração, e na indústria têxtil, via pequenas, médias e grandes indústrias, tanto no mercado nacional como no internacional. A dimensão econômica do agronegócio de Santa Catarina de 1985 corrobora esses fatos, uma vez que responde por,

aproximadamente, 62% do seu PIB (Tabela 4), indicando, com isso, que as bases do desenvolvimento econômico desse Estado repousam preponderantemente nas atividades de base agrícola.

**Tabela 4**  
**A Estrutura do Agronegócio no Estado de Santa Catarina**  
**em 1985 a Custo de Fatores (Cr\$ milhões e percentuais)**

Agregados do agronegócio	Valores	Participação relativa dos agregados no agronegócio	Participação do agronegócio no PIB
I Montante	2962	11,59	
II Produto rural	8471	33,13	
III Jusante	14133	55,28	
Produto Agroindustrial	8107	57,37	
Distribuição final	6025	42,63	
Valor total do agronegócio	25566	100,00	61,55
PIB Estadual	41538		100,00

Fonte: Dados da pesquisa.

A estrutura do agronegócio mostra que o produto majoritário é gerado no setor urbano em virtude de, em conjunto, a montante e a jusante, representar aproximadamente 67%. Contudo, ao se analisar a estrutura a jusante emerge um padrão diferenciado: a participação relativa da distribuição final, que se espera seja mais elevada que o produto agroindustrial em razão da tendência mundial de os serviços crescerem mais que a produção propriamente dita, apresenta-se relativamente menor, indicando que as agroindústrias de processamento de Santa Catarina destinam grande parte de seus produtos para fora do Estado e para o mercado externo. Pereira *et al.* (1999) confirmam esse fato ao afirmarem que Santa Catarina ocupa o quinto lugar entre os Estados exportadores e o segundo lugar na região Sul, com uma taxa de exportação de 8,6%, perdendo somente para o Paraná, cuja taxa é de 13%.

Por outro lado, nota-se que o processo de abertura econômica ocorrido nas décadas de 1980 e 1990 aparentemente não tem causado grandes mudanças estruturais no agronegócio catarinense, já que sua participação relativa no PIB de 1985 (61,55%) a 1995 (59,90%) diminuiu em 2,68%, isto é, praticamente não mudou (Tabela 5).

**Tabela 5**  
**O Agronegócio de Santa Catarina de 1995**  
**a Custo de Fatores (Cr\$ milhões e percentuais)**

Agregados do agronegócio	Valores	Participação relativa dos agregados no agronegócio	Participação do agronegócio no PIB
I Montante	444676	11,98	
II Produto rural	1199434	32,32	
III Jusante	2066910	55,70	
Produto agroindustrial	1089896	52,73	
Distribuição final	977015	47,27	
Valor total do agronegócio	3711020	100,00	59,90
PIB Estadual	6195120		100,00

Fonte: Dados da pesquisa.

Nesse contexto, percebe-se, no entanto, no produto a jusante, que o setor distribuição final vem ganhando considerável participação no faturamento, o que não ocorria no ano de 1985, já que passou, de 1985 a 1995, de 42,63% para 47,27% (cresceu 10,88%). Cabe salientar ainda o fato de, no produto rural, em termos relativos, ter aumentado o uso de maquinaria e insumos modernos, mesmo porque a participação a montante passou, no período, de 11,59% para 11,98%, ou seja, cresceu ligeiramente: em torno de 3%.

Enfim, nota-se, com base no agronegócio de Santa Catarina, que não houve um processo de mudança estrutural que alterasse o perfil de desenvolvimento econômico dos últimos anos, uma vez que os investimentos em outras áreas, tal como na metal-mecânica, não mudaram significativamente a importância relativa do agronegócio no PIB entre 1985 a 1995. Cabe salientar, contudo, que esses resultados, pelo nível de agregação das informações, não permitem visualizar mudanças mais significativas em nível das principais cadeias produtivas do agronegócio de Santa Catarina.

### 3.3 O Estado do Paraná

A agricultura do Paraná tem muitas de suas atuais características fundiárias influenciadas pela cultura de café do passado e pelas culturas empresariais de grãos das ultimas décadas, o que a diferencia da pequena propriedade familiar que se observa em Santa Catarina. Isso, associado à migração gaúcha para a fronteira agrícola do oeste paranaense, dando condições para que a agroindústria paranaense se desenvolvesse permanentemente via expansão das

culturas da soja e do trigo, induziu o crescimento das indústrias de beneficiamento, de maquinaria e de insumos modernos. A participação do agronegócio no PIB do Paraná, que, em 1985, foi de aproximadamente 56%, confirma esse fato e indica, por sua vez, que no final da década de 1980 a economia paranaense como um todo estava atrelada, de forma significativa, às atividades de base agrícola (Tabela 6).

**Tabela 6**  
**Estrutura do Agronegócio no Estado do Paraná em 1985**  
**a Custo de Fatores (Cr\$ bilhões e percentuais)**

Agregado do Agronegócio	Valores	Participação relativa dos agregados no agronegócio	Participação do agronegócio no PIB
I Montante	6652	13,86	
II Produto rural	18784	39,13	
III Jusante	22564	47,01	
Produto Agroindustrial	11250	49,86	
Distribuição Final	11314	50,14	
Valor Agronegócio	48001		56,07
PIB Estadual	85609		100,00

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se também, na estrutura do agronegócio, que o produto rural apresenta-se bastante elevado (39,13%) se comparado com o dos Estados de Santa Catarina (33,13%) e Rio Grande do Sul (34,79%), fato que se repete também a montante (13,86%). O conjunto dessas informações sugere que a agricultura paranaense, em termos relativos, usa com mais intensidade máquinas e insumos modernos (13,86%) se comparado com Santa Catarina (11,59%) e Rio Grande do Sul (12,45%). No entanto, quando comparada com a participação a jusante, pode-se afirmar que o conjunto das indústrias que fazem parte desse agregado é menor que os dos outros Estados.

Em síntese, os dados indicam que ocorreu a integração agricultura-indústria tanto a montante como a jusante, já que existe a predominância do setor urbano no agronegócio paranaense, ou seja, 39,13% são produzidos no meio rural e 60,87%, no setor urbano (montante e jusante).

O agronegócio de 1985, ao ser comparado com o agronegócio de 1995 (Tabela 7), deixa em evidência que o processo de abertura do mercado, o crescimento econômico de 1993 a 1995 e a estabilização da economia acarretaram mudanças estruturais significativas, uma vez que a participação relativa do agronegócio no PIB passou de 56,07% em 1985 para 33,46% em 1995, isto é, a importância relativa do agronegócio praticamente diminuiu em 40,32% num período de dez anos.

Em vista disso, pode-se afirmar que a importância relativa das indústrias a jusante no faturamento total passou de 47,01% em 1985 para 56,44% em 1995. Nesse sentido, o produto industrial e a distribuição final na estrutura a jusante mantiveram-se equilibrados, entretanto com níveis mais elevados em 1995.

**Tabela 7**  
**A Estrutura do Agronegócio no Estado do Paraná em 1995**  
**a Custo de Fatores (Cr\$ milhões e percentuais)**

Agregado do Agronegócio	Valores	Participação relativa dos agregados no agronegócio	Participação do agronegócio no PIB
I Montante	507796	11,86	
II Produto rural	1357880	31,71	
III Jusante	2416893	56,44	
Produto Agroindustrial	1230604	50,92	
Distribuição Final	1186289	49,08	
Valor Agronegócio	4282569		33,46
PIB Estadual	12797763		100,00

Fonte: Dados da pesquisa.

A queda significativa do agronegócio na composição do PIB estadual deve ser observada com cautela em virtude da fonte de dados que se está utilizando. Porém, a existência de mudanças estruturais pode ser atribuída, em grande parte, à acelerada expansão de outros complexos industriais e do setor serviços, motivada, segundo Cunha (1995), pelos investimentos realizados em segmentos modernos da informação e comunicação, bem como em segmentos voltados para a produção de máquinas e aparelhos eletrônicos, fitas, discos magnéticos, fabricação de aparelhos e equipamentos de telecomunicações. Também aparecem com destaque os investimentos realizados no gênero de materiais de transporte, com ênfase na produção de caminhões e ônibus.

Em síntese, o conjunto de informações indica que o perfil de desenvolvimento econômico do Paraná vem mudando aceleradamente, objetivando uma maior diversificação de sua produção pelo fortalecimento de setores que não fazem parte do agronegócio.

4 Inserção da região Sul nas tendências estruturais do agronegócio brasileiro

Sabendo-se que o agronegócio brasileiro, ao longo dos últimos quarenta anos, sofreu profundas transformações estruturais, a questão que se coloca é: dadas essas mudanças, de que maneira os Estados de Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná se inserem nesse processo?

Para estabelecer indicadores que mostrem de que maneira a região Sul se insere nas mudanças estruturais do agronegócio brasileiro, a seguir é apresentado um panorama abrangente das tendências do agronegócio nacional; um quadro comparativo do agronegócio nacional com o da região Sul e, finalmente, estabelece-se, a partir da importância relativa dos agregados, o desenvolvimento industrial que apresenta o agronegócio de cada Estado da região Sul.

4.1 Panorama do agronegócio nacional

A mensuração do agronegócio brasileiro de 1959 a 1995 (Tabela 8) deixa em evidência um conjunto de características importantes de sua mudança estrutural. Algumas das mais significativas são salientadas a seguir:

Tabela 8  
Agronegócio Brasileiro de 1959 a 1995 a Custo de Fatores (em percentuais)

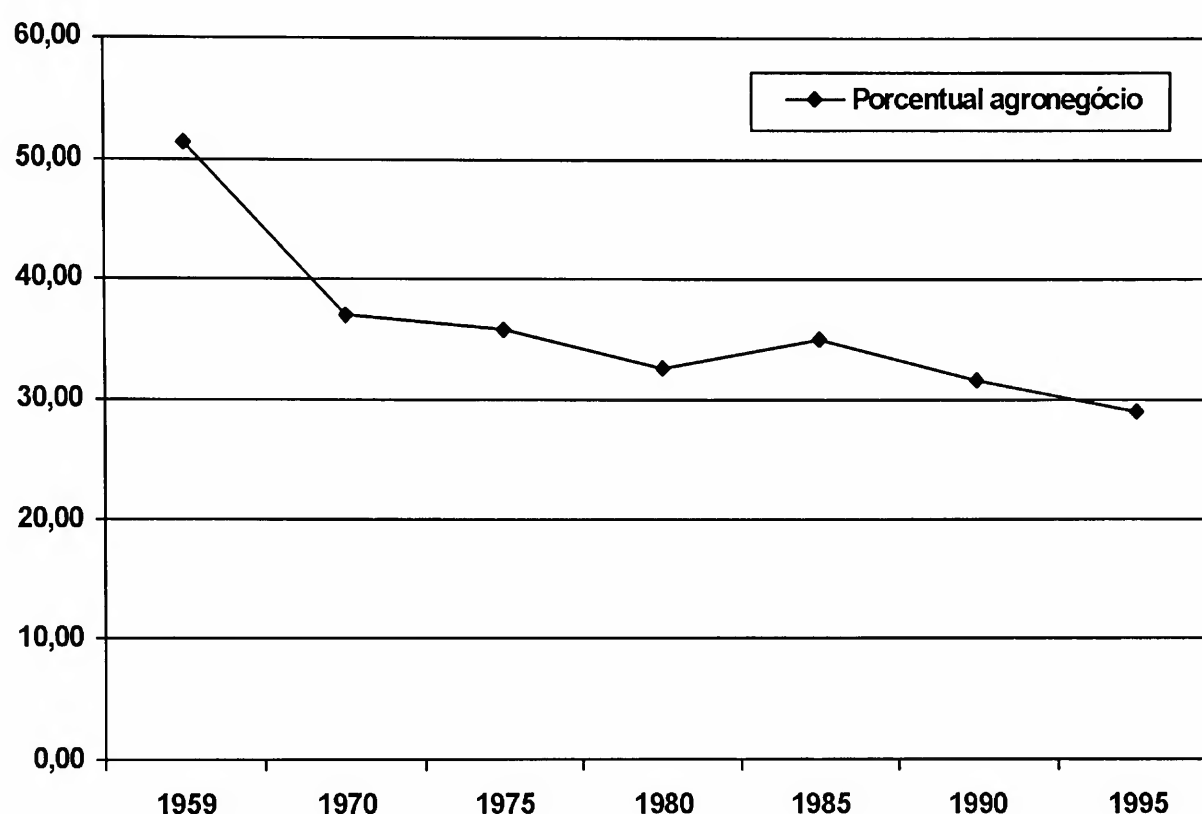
Agregados do agronegócio	1959	1970	1975	1980	1985	1990	1995
I Montante	5,09	7,30	8,48	8,67	8,59	8,53	9,66
II Produto rural	44,88	35,76	36,72	31,50	30,19	26,62	33,91
III Jusante	50,03	56,94	54,80	59,83	61,22	64,85	56,43
Produto agroindustrial	22,69	31,13	28,57	24,28	24,52	22,99	19,98
Distribuição final	27,34	25,81	26,23	35,55	36,71	41,86	36,46
Agronegócio	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Agronegócio/PIB brasileiro	51,40	37,08	35,82	32,56	34,97	31,57	28,91

Fonte: Montoya e Guilhoto (2000).



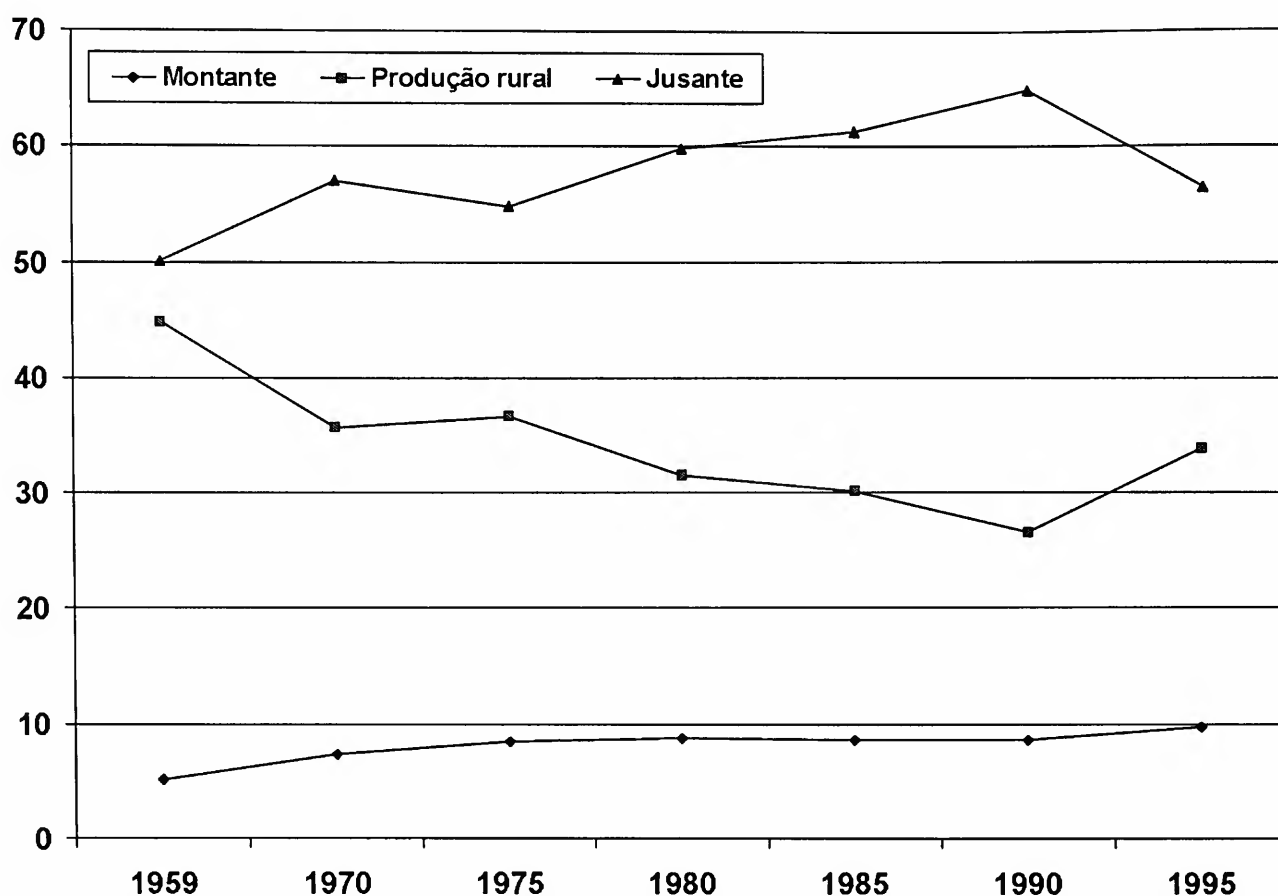
- a) apesar de ficar evidente uma expansão permanente do valor do agronegócio, sua participação relativa no PIB nacional apresenta uma tendência à diminuição nos últimos quarenta anos em virtude da franca expansão de outros complexos industriais e do setor de serviços (Figura 1);

**Figura 1**  
**Tendência da Participação Relativa do Agronegócio no PIB do Brasil**  
**no Período 1959-1995 (valores a custos de fatores, em porcentual)**



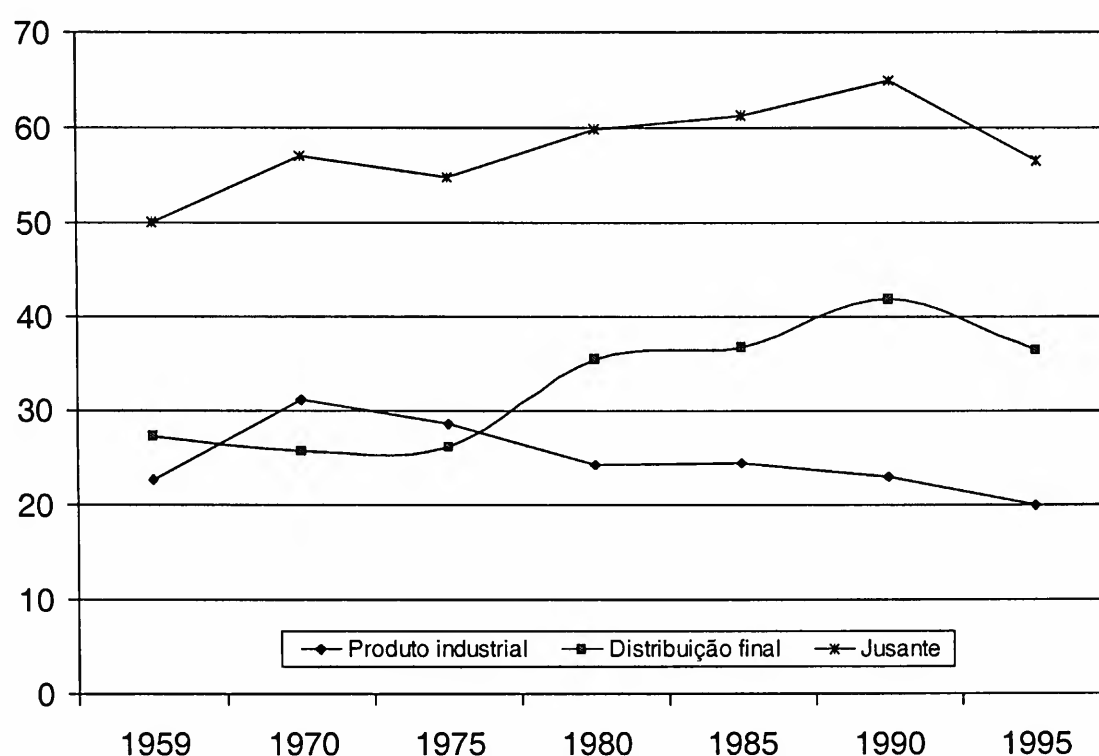
- b) a montante de 1959 (5,09%) a 1980 (8,67%) cresceu 70,33% em razão do processo de “modernização da agricultura”, impulsionado pela política de substituição de importações e pelo crédito agrícola; contudo, essa tendência, na década de 1980, esgotou-se a ponto de, a partir de 1985, apresentar perda em sua participação relativa, embora se deva destacar que a tendência de 1959 a 1995 é de crescer (Figura 2);

**Figura 2**  
**Evolução Relativa da Estrutura do agronegócio Brasileiro no Período 1959-1995**  
**(valores a custos de fatores, em porcentual)**



- c) a produção rural de 1959 a 1990 mostra uma diminuição na participação relativa no agronegócio brasileiro, e ainda que tenha se recuperado em 1995, existe uma clara tendência à perda relativa de renda nesse período, cuja provável causa, além das tendências estruturais do agronegócio, é a tendência natural à concentração das estruturas de mercado das indústrias a montante e a jusante com as quais negocia o produtor rural (Figura 2);

**Figura 3**  
**Evolução Relativa dos Componentes a Jusante do Agronegócio Brasileiro**  
**no Período 1959-1995 (valores a custos de fatores, em porcentual)**



d) a jusante apresenta uma tendência que revela crescimento na participação relativa, certamente induzida pelas políticas de industrialização e pela crescente demanda do mercado consumidor urbano, que vêm exigindo maiores produtos industrializados, diversificação de alimentos e maior demanda por serviços (Figura 2). Deve-se chamar atenção, contudo, para o fato de que os componentes a jusante (Figura 3) de 1959 a 1975, em sua participação relativa, vinham alternando posições; porém, de 1980 a 1995, a predominância relativa dos setores serviços (distribuição final) sobre os da agroindústria tornou-se permanente num nível superior a, aproximadamente, 14%.

## 4.2 Quadro comparativo do agronegócio nacional com o da Região Sul

Uma comparação geral da tendência do agronegócio da região Sul com o agronegócio brasileiro dos últimos quarenta anos deixa em evidência que a participação relativa no PIB vem diminuindo não somente no Brasil (Figura 1) mas também na economia da região Sul (Tabela 9), já que este último passou de 53,57% em 1985 para 40,35% em 1995.

**Tabela 9**  
**A Estrutura do Agronegócio da Região Sul de 1985 a 1995 a Custo de Fatores (Cr\$ milhões e percentuais)**

Agregados do agronegócio	1985		1995	
	Valores	%	Valores	%
I Montante	16342	12,88	1570559	11,17
II Produto rural	46048	36,09	4167352	29,64
III Jusante	65200	51,10	8319669	59,18
Produto agroindustrial	30222	46,35	3725072	44,77
Distribuição final	34976	53,65	4594597	55,23
Valor do agronegócio	127590	100,00	14057580	100,00
Agronegócio/PIB	238188	53,57	34837249	40,35

Fonte: Dados da pesquisa.

Quando analisados os agregados do agronegócio da região Sul, observa-se que o único agregado que não se insere nos padrões nacionais é o a montante, já que esse, na região Sul, tende a cair, e em nível nacional vem aumentando sua participação permanentemente. Por sua vez, no agregado da produção rural e a jusante, as tendências da região Sul indicam, em conjunto, que se inseriram nos padrões nacionais, ou seja, em termos relativos, o produto rural diminuiu e o produto a jusante aumentou.

As tendências a jusante, no que corresponde ao produto agroindustrial e distribuição final, também evidencia que a região Sul inclui-se na tendência decrescente do Brasil no que se refere ao produto agroindustrial e à tendência crescente da distribuição final.

Em geral, o conjunto de tendências apresentadas bem como o nível da participação relativa dos agregados no agronegócio sugerem estratégias de desenvolvimento industrial diferenciadas na região Sul, certamente em função das vantagens comparativas que seus recursos naturais lhe proporcionam.

Uma análise mais particularizada do agronegócio de cada Estado da região Sul com o do País no período de 1985 a 1995 (Tabela 10), que se caracterizou pelas políticas de abertura de mercado, longos processos inflacionários e estabilização econômica confirmam esses fatos. Enquanto no Brasil a importância relativa do agronegócio diminuiu em torno de 17,33%, nos Estados do Rio Grande do Sul e do Paraná diminuiu mais que a média nacional, com 21,34% e 40,32%, respectivamente; já no caso de Santa Catarina (2,70%), esse processo encontra-se abaixo da média nacional e com tendência a uma certa estabilização.

**Tabela 10**  
**Quadro Comparativo do Agronegócio Brasileiro, com os dos Estados da Região Sul de 1985 a 1995 a Custo de Fatores (em percentuais)**

Agregados do agronegócio	RS		SC		PR		BR*	
	1985	1995	1985	1995	1985	1995	1985	1995
I Montante	12,45	10,19	11,59	11,98	13,86	11,86	8,59	9,66
II Produto rural	34,79	26,55	33,13	32,32	39,13	31,71	30,19	33,91
III Jusante	52,76	63,26	55,28	55,70	47,01	56,44	61,22	56,43
Produto agroindustrial	38,12	36,62	57,37	52,73	49,86	50,92	24,52	19,98
Distribuição final	61,88	63,38	42,63	47,27	50,14	49,08	36,71	36,46
Valor do agronegócio	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Agronegócio/PIB	48,65	38,27	61,55	59,90	56,07	33,46	34,97	28,91

Dados estimados por Montoya e Guilhoto (2000).

Fonte: Dados da pesquisa.

Quando analisado o produto rural, nota-se que no período de 1985 a 1995 que este aumentou sua importância relativa, em nível nacional, o que, segundo Bacha e Rocha (1998), obedeceu ao aumento significativo na produtividade da agropecuária brasileira. Entretanto, deve-se ressaltar, com base em Dias e Amaral (1999), que esse incremento relativo deu-se também porque, nesse período, os preços recebidos pelo produtor foram elevados.

Nos Estados, contudo, observa-se, em termos relativos, que a importância do produto rural tendeu a diminuir no período em análise, o que sugere que a produção rural de outras regiões contribuiu significativamente para o crescimento da produto agrícola nacional via incremento de produtividade e/ou da incorporação de terras a lavouras empresariais. Isso é corroborado pelo incremento relativo do uso de insumos modernos (a montante) que apresenta o agronegócio brasileiro e pelo decréscimo relativo que as economias do Rio Grande do Sul e Paraná apresentam nesse agregado.

**4.3 Dimensão histórica do desenvolvimento industrial no agronegócio**

Nesse ponto, a questão que se coloca é: qual é o grau de desenvolvimento industrial que apresenta o agronegócio de cada Estado da região Sul?

Considerando, sobretudo, a participação da produção rural na estrutura global do agronegócio e, conseqüentemente, a participação a montante e a jusante, Malassis (1969)

classifica-o, com base numa perspectiva histórica, como: 1) uma economia alimentar pré-industrial ou economia agrícola nos casos em que, do valor total do agronegócio a montante (ou agregado I) representa 5%, a jusante (ou agregado III) 20%, e a produção rural (ou agregado II) 75%; 2) uma economia alimentar industrializada quando a montante atinge 17%, a produção rural participa com 32%, e a jusante, com 51% do valor total do agronegócio.

Nessa linha de raciocínio, embora os agronegócios do Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná, de 1985 a 1995, tenham tido bases de desenvolvimento diferentes, mostraram-se, nos parâmetros de Malassis, como economias alimentares em processo de industrialização avançada, sem, contudo, chegar ao *status* de serem consideradas economias alimentares industrializadas. Note-se, nessa classificação, que está implícita a idéia de que a passagem de uma economia alimentar pré-industrial para a industrial dá-se quando a predominância da renda das explorações rurais passa para a participação dessas em menos de um terço na renda global do agronegócio, em virtude, por um lado, da utilização de técnicas de produção que incorporam máquinas e insumos modernos nas atividades agropecuárias e, por outro, do aumento da produção das indústrias de base agrícola com os respectivos serviços de distribuição e consumo que geram. São esses os fatos nos agronegócios dos Estados da região Sul.

Cabe salientar ainda que o nível de industrialização dos Estados da região Sul, ao ser comparado à economia nacional, embora possa ser classificado simultaneamente como economia em processo de industrialização, evidencia-se que existem etapas de desenvolvimento mais avançadas nesses Estados, ou seja, o nível de desenvolvimento industrial do agronegócio da região Sul apresenta-se superior à média nacional, principalmente no que se refere à utilização de insumos modernos (a montante) para a produção rural.

## 5 Conclusão

Este artigo teve como objetivo mensurar o agronegócio dos Estados da região Sul para o período de 1985 a 1995, bem como verificar sua inserção na tendência estrutural do agronegócio da economia brasileira.

Verificou-se que a importância relativa do agronegócio do Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná no PIB estadual está, em geral, acima da média nacional, indicando, pelo menos na década de 1980, que o desenvolvimento econômico dos Estados da região Sul teve como base angular as atividades do agronegócio. Já o agronegócio da década de 1990 dos três Estados, após o processo de estabilização econômica e abertura de mercado, apresenta, com relação ao PIB estadual, diferenças extremamente marcantes em sua importância relativa:

Santa Catarina mantém padrões constantes nos últimos dez anos; o Rio Grande do Sul, por sua vez, tendeu a diminuir sua participação no PIB em torno de 21%; já o Paraná apresentou mudanças dramáticas porque o agronegócio no PIB estadual diminuiu em pouco mais de 40%.

A análise dos agregados do agronegócio, por outro lado, indica particularidades específicas em cada Estado da região Sul. Contudo, um fato importante e comum chama a atenção: a produção agrícola está altamente integrada com o setor urbano, uma vez que as indústrias a montante e a jusante contribuem majoritariamente no valor total do faturamento do agronegócio.

Nessa linha de análise, dado o nível elevado de integração entre as indústrias a montante e a jusante com a produção rural, políticas setoriais em nível nacional ou estadual a serem desenhadas devem considerar, por exemplo, que os incentivos para incrementar o produto terão fortes reflexos diretos e indiretos que superam os limites das atividades do agronegócio a ponto de abranger as economias como um todo. Por sua vez, do ponto de vista empresarial, considerando que existe na região Sul uma dinâmica conjunta e significativa entre a produção rural e as indústrias e serviços de base agrícola, certamente estratégias que organizem economicamente o produtor rural bem como as próprias cadeias produtivas são necessárias para obter um maior nível de eficiência e resultados econômicos.

Ao se analisar o nível de inserção dos Estados da região Sul nas tendências estruturais que apresenta o agronegócio brasileiro, observou-se, em geral, que os Estados não somente se inserem profundamente em seu processo de transformação, mas também apresentam níveis de desenvolvimento industrial mais elevados se comparados ao do Brasil como um todo. Porém, uma questão que fica pendente para ser analisada é: dada a dimensão econômica do agronegócio que, em conjunto, apresentam os Estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná, até que ponto o processo de transformação estrutural do agronegócio brasileiro está influenciado pela região Sul?

## Bibliografia

- Bacha, C., Rocha, M. O comportamento da agropecuária brasileira, no período de 1987 a 1996. *Revista de Economia e Sociologia Rural* (Sober). v. 36, n. 1, p. 35-59, jan./mar. 1998.
- Bacharach, M. *Biproportional matrices and input-output change*. Cambridge: Cambridge University Press, 1970.

- Bêrni, D. Descrição e previsão da mudança estrutural no Brasil entre 1959 e o ano 2000: insumo-produto, método Delphi e método RAS. In: Montoya, M. A. (org.), *Relações intersetoriais do Mercosul e da economia brasileira: uma abordagem de equilíbrio geral do tipo insumo-produto*. Passo Fundo: Ediupf, 1998.
- CEPAL. *Pauta sobre las clasificaciones estadísticas internacionales incorporadas en el banco de datos del comercio exterior de America Latina y el Caribe* (Badecel). 1986, p. 91.
- Cunha, Sieglinde Kindl. O papel das políticas e das instituições no desenvolvimento industrial do Paraná. *Revista de Economia*. Paraná: Ed. UFPR, n. 19, ano 21, p. 101-135, 1995.
- Davis, John; Goldberg, Ray. *A concept of agribusiness*. Division of Research. Graduate School of Business Administration. Boston: Harvard University, 1957.
- Dias, G. L. S., Amaral, C. M. *Cambios estructurales en la agricultura brasileña: 1980-1998*. Segunda versão revisada, original Português: São Paulo: FEA-USP, 1999. Mimeografado.
- Furtuoso, M. *O produto interno bruto do complexo agroindustrial brasileiro*. 1998. Tese (Doutorado) - ESALQ/USP
- Hoffmann, Rodolfo et al. *Inovação tecnológicas e transformações recentes na agricultura brasileira*. Relatório de pesquisa, Piracicaba: ESALQ-USP, 1985, v. 4, 780p.
- Lauschner, Roque. *Agribusiness, cooperativa e produtor rural*. 2. ed. São Leopoldo: Unisinos, 1995.
- Leontief, W. *The structure of the american economy in 1951*. Ed. Ampl. New York: Oxford University Press, 1951.
- Malassis, L. Analyse du complexe agro-alimentaire d'après la comptabilité nationale française. *Économies et Sociétés*. Paris, v. 3, n. 9, p. 1667-1687, set. 1969 (Cahiers de L'I.S.E.A, Série "Développement économique et agriculture" dirigida por Michel Cépède, Luois Malassis e Joseph Klatzmann).
- Miller, R. E; Blair, P. D. *Input-output analysis: foundations and extensions*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985 464p.
- Montoya, Marco Antonio; Guilhoto, Joaquim. Dimensão econômica e mudança estrutural no agronegócio brasileiro entre 1959 e 1995. In: Montoya, Marco Antonio, Parré, José Luiz (orgs.), *O agronegócio brasileiro no final do século XX: estrutura produtiva, arquitetura organizacional e tendências*. Passo Fundo: Ediupf, v. 1, 2000. 394 p.



Parré, José Luiz. *O agronegócio nas macrorregiões brasileiras: 1985 a 1995*. Piracicaba, 2000. 191 p. Tese (doutorado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" Universidade de São Paulo.

Pereira, Laércio B., Cário, S. A. F., Knízkova, M. Dinamismo exportador dos complexos agroindustriais selecionados dos Estados da região Sul e Brasil - período 1988-97. In: *Anais do XXXVII Congresso da Sociedade Brasileira de Economia e Sociologia Rural (Sober)*. CD-Rom, agosto 1999.

Souza, Nali de Jesus. Evolução da estrutura econômica do Brasil e dos Estados da região Sul entre 1985 e 1995. In: Montoya, Marco Antonio (org.), *Relações intersetoriais do Mercosul e da economia brasileira*. Passo Fundo: Ediupf, 1998. 366p.

\_\_\_\_\_. Metodologia de obtenção das matrizes de insumo-produto dos Estados da região Sul, 1985 a 1995. *Estudos do Cepe*, Santa Cruz do Sul: v. 6 (jul./dez. 1997), p. 7-22, 1999.

\_\_\_\_\_. Regionalização da matriz de insumo-produto e o impacto do aumento da produção de grãos no RS e no Brasil. *Análise Econômica*. Porto Alegre, ano 15, n. 27, p. 110-129, mar. 1997

Stone, R. (ed.). *Input-output relationships, 1954-1966*. London: Chapman and Hall, 1963 (A programme for growth).

Teixeira, J. R.; Silva, D. C. M. Modernização da matriz de input-output utilizando modelos matemáticos. *Revista Brasileira de Economia*, v. 32, n. 1, p. 141-160, jan/mar. 1978.



# Metas de inflação: uma análise preliminar para o caso brasileiro\*

Helder Ferreira de Mendonça<sup>§</sup>

## RESUMO

A orientação de uma política monetária voltada para a busca da estabilidade de preços tem levado à adoção das metas inflacionárias em diversos países. A principal característica deste regime monetário é o anúncio oficial dos limites de flutuação da taxa de inflação para um horizonte de curto e médio termo. O presente artigo apresenta as principais discussões que norteiam a análise sobre metas inflacionárias. Destarte, diversas questões são analisadas ao longo do trabalho: a importância da credibilidade; os benefícios provenientes da maior transparência da política monetária; a dificuldade para a obtenção das metas planejadas; e o resultado de algumas evidências empíricas acerca das metas inflacionárias. Por último, mas não menos importante, faz-se uma análise preliminar para o caso do Brasil.

**Palavras-chave:** estabilidade de preços, política monetária, metas inflacionárias, credibilidade, economia brasileira.

## ABSTRACT

The tendency of a monetary policy designed to search for price stability has induced the adoption of inflation targets in several countries. The main characteristic of this monetary regime, is the announcement of official target ranges for the inflation rate at short and middle term horizons. The present paper analyzes the main discussions that guide the analysis concerning inflation targets. Thus, several questions are analyzed in the paper: the importance of credibility; the advantages from the increase of the transparency of the monetary policy; the difficulty in the attainment of the planned targets; and the results of some empirical evidence about inflation targets. Last but not least important, it is a preliminary analysis of the Brazilian case.

**Key words:** price stability, monetary policy, inflation targets, credibility, Brazilian economy.

**JEL classification:** E31, E52.

---

\* Agradeço os profícuos comentários realizados por um *referee* anônimo desta Revista, todavia, possíveis erros e omissões são de exclusiva responsabilidade do autor.

§ Professor do Departamento de Economia da UFF.

Recebido em março de 2000. Aceito em agosto de 2000.

*“In practice, no major central bank makes any kind of binding commitment over the course of its future monetary policy.”* (Clarida, Gali e Gertler, 1999, p. 20)

## 1 Introdução

A orientação de uma política monetária voltada para a busca da estabilidade de preços tem remetido à discussão de qual a melhor âncora nominal a ser utilizada. Ao longo do século XIX e XX dois tipos de âncoras nominais têm sido propostas: a fixação de preços de uma ou mais mercadorias (*commodities*) e a taxa de crescimento de uma grandeza nominal. Embora a taxa de inflação e a taxa de crescimento do produto (em termos nominais) possam servir como âncoras, a mais comum tem sido a utilização de agregados monetários via utilização de metas.<sup>1</sup>

Os primeiros teóricos a proporem um regime monetário similar ao de metas inflacionárias foram Marshall e Wicksell.

*“Writing in 1887, Alfred Marshall advocated a monetary system which ‘adjusted to fix the purchasing power of each unit of currency closely to an absolute standard.’ [Marshall, 1887]. And later, in 1898, the Swedish economist, Knut Wicksell, advocated an explicit price-level standard for monetary policy [Wicksell, 1898].”* (Haldane, 1995, p. 1, grifos meus)

Vários fatores justificam a difusão do regime de metas inflacionárias no período recente.<sup>2</sup> Dentre os diversos motivos destacam-se: o insucesso da adoção de metas monetárias nos anos 70, a intensificação de esforços no combate à inflação na década de 80 e o aumento da independência dos bancos centrais nos anos 90.

---

1 Para uma análise sobre âncoras nominais sob uma perspectiva histórica ver Aschheim e Tavlas (1994).

2 O primeiro país a adotar o regime de metas inflacionárias explícitas nos anos 90 foi a Nova Zelândia (1990), sendo seguido posteriormente por Canadá (1991), Reino Unido (1992), Suécia (1993), Finlândia (1993), Austrália (1994) e Espanha (1994). Também são exemplos Israel, Chile e Brasil. Além dos países citados, há o caso daqueles que utilizam metas inflacionárias implícitas. Esta é situação de: Áustria, Bélgica, Dinamarca, França, Alemanha, Irlanda, Itália, Holanda, Portugal, Japão, Coréia, México, Suíça e EUA.

O regime de metas inflacionárias é caracterizado pelo anúncio oficial de uma banda para a flutuação da taxa de inflação e pelo reconhecimento explícito de que o principal objetivo da política monetária deve ser a manutenção de uma taxa de inflação baixa e estável. Ou seja, pode-se afirmar que “(...) *the idea of inflation targets is obviously a manifestation of the principle of long-run monetary neutrality.*” (Stevens e DeBelle, 1995, p. 81) Outrossim, a literatura tem destacado que as metas de inflação aumentam a comunicação com o público sobre os planos e objetivos das autoridades monetárias, tendo por consequência um aumento da responsabilidade do banco central (BC) na busca das metas prenunciadas. (Bernanke e Mishkin, 1997)

Em suma, as principais características do regime de metas inflacionárias são: i) anúncio público em números da meta de inflação para médio termo; ii) compromisso institucional da busca da estabilidade de preços como objetivo prioritário de longo termo da política monetária; iii) reduzida participação de metas intermediárias; e iv) maior transparência para o público da condução da política monetária. (Mishkin, 1999 e Svensson, 1999)

Responsáveis pela política monetária em diversos países têm adotado metas inflacionárias porque acreditam ter encontrado uma estrutura capaz de neutralizar as expectativas inflacionárias dos agentes sem estarem sujeitos aos problemas presentes em outros regimes.<sup>3</sup>

*“The announcement of a specific goal for inflation is an attempt to anchor inflationary expectations and develop a measure of confidence in the conduct of monetary policy in much the same way that monetary or exchange rate objectives were designed to do, while avoiding the problems of unstable velocity or being a sitting target for speculative players in currency markets.”* (Stevens e DeBelle, 1995, p. 81)

---

3 A Alemanha, país que recebe grande destaque na literatura que envolve independência do BC, não se enquadra no caso do regime de metas inflacionárias explícitas. O *Bundesbank* tem defendido a posição de que metas monetárias são superiores aos demais regimes para garantir a disciplina e a transparência da política monetária. Todavia, há uma meta inflacionária implícita que transforma o país em um caso híbrido (metas monetárias pragmáticas), isto é, possui características de metas monetárias e inflacionárias.

Diferente do caso de fixação da taxa de câmbio<sup>4</sup> e da mesma forma que no caso de metas monetárias, a utilização de metas inflacionárias permite à política monetária responder a choques sobre a economia. Ademais, conserva a propriedade de ser facilmente compreendida pelo público e possui a vantagem adicional de que os choques de velocidade de circulação da moeda são irrelevantes, pois não há a necessidade de uma relação estável entre moeda e inflação. Outra vantagem atribuída às metas inflacionárias é que elas são capazes de atenuar os efeitos (positivos e negativos) oriundos de um choque de demanda, uma vez que são estabelecidos os limites superior e inferior para a flutuação da taxa de inflação. (Bernanke e Mishkin, 1997)

O artigo tem por objetivo apresentar as principais discussões que norteiam a análise sobre metas inflacionárias e elaborar uma avaliação preliminar do regime monetário implantado no Brasil em junho de 1999. O artigo está estruturado da seguinte forma: a segunda seção analisa a importância da credibilidade; a terceira examina os benefícios provenientes da maior transparência da política monetária; a quarta discute as dificuldades para a obtenção das metas planejadas; a quinta destaca algumas evidências empíricas acerca das metas inflacionárias; a sexta realiza uma análise preliminar para o regime de metas inflacionárias implantado no Brasil; por último é apresentada a conclusão dos pontos levantados ao longo do artigo.

## 2 Credibilidade

O sucesso de uma política antiinflacionária depende do nível de confiança que os agentes econômicos depositam na exequibilidade da política anunciada ser implementada e ser cumprida até o fim.

*“If the announced inflation target is not credible, e.g. public does not perceive it as feasible or desirable, it may be less effective in reducing inflation expectations. Lack of commitment on the part of society at large to the anti-inflationary policy requires tighter monetary*

---

4 Deve-se lembrar que a taxa de câmbio é capaz de afetar a inflação e o produto de diversas formas. Em relação ao nível de preços, a taxa de câmbio afeta a inflação por meio do preço dos produtos importados. Além disso, a taxa real de câmbio é capaz de afetar a balança comercial, provocando alterações na demanda agregada. “The exchange rate is, in turn, affected by interest-rate differentials, foreign-exchange risk premia, various foreign disturbances, including the credibility of the inflation target and related expectations of future exchange rates. Therefore, the exchange rate is important under inflation targeting in an open economy, both in transmitting the effects of interest rate setting and in transmitting various disturbances. Since some foreign disturbances are transmitted through the exchange rate, and the exchange rate affects CPI inflation, there is some element of stabilizing exchange rates under CPI-inflation targeting.” (Svensson, 1999, p. 37)

*policy than otherwise would have been the case. As a consequence, adhering to the target may give rise to substantial adverse short-term output and employment effects, which in the first instance could reduce the acceptability of the announced inflation target even further ” (Brunilla e Lahdenperä, 1995, p. 122-123, grifos meus)*

Na análise sobre metas inflacionárias a credibilidade do regime é resultado da credibilidade operacional e da credibilidade política, isto é,

*“Operational credibility refers to ability of the central bank to fulfil the announced target of monetary policy and is, of course, affected by the conduct of monetary policy. (...) A different concept is political credibility, which reflects investors’ assessment about the probability of a regime shift, where the present price-stability target is given up, at least temporarily. Political credibility depends to a large extent on the political support for the price-stability target, and to a lesser extent on the conduct of monetary policy.” (Andersson e Berg, 1995, p. 214, grifos meus)*

De forma diferente de simples regras políticas, as metas para a inflação permitem ao BC o uso de modelos de estrutura e decisão em conjunto com todas as informações relevantes para determinar a ação política mais adequada para obter a meta anunciada. Além disso, há a vantagem adicional de o regime em consideração possibilitar o uso de políticas discricionárias sem levar à perda de credibilidade. Ou seja, o regime de metas inflacionárias deve ser entendido como um caso onde há descrição limitada.

Vale ressaltar que na ausência de choques de oferta (inexistência do *trade-off* de curto termo para estabilização do emprego), uma meta inflacionária rígida funcionaria bem. Todavia, na presença de choques, uma meta rígida não é suficiente para conter os efeitos negativos sobre o emprego ou produto. Assim, uma flexibilidade limitada (uso de bandas como metas de inflação) deve ser preferível a uma política monetária discricionária ou uma meta rígida.

Há dois elementos que afastam as metas inflacionárias da situação de uma regra rígida (Mishkin, 1999): i) metas de inflação não provêem instruções simples e mecânicas de como o BC deveria conduzir a política monetária; e ii) metas para a inflação apresentam, tal como têm sido empregadas, elevado grau de descrição da política.

O segundo ponto acima denota que há a possibilidade de emergir um dilema entre credibilidade e flexibilidade. Na tentativa de evitar a manifestação do problema, a solução

encontrada tem sido a estratégia de misturar uma regra simples com a descrição, isto é, o anúncio de uma meta para a inflação com a presença de cláusulas de escape.<sup>5</sup>

Sob a estratégia mista, o BC, em condições normais, segue a meta anunciada e se desvia dela apenas no caso em que ocorre grandes choques sobre o produto. A vantagem desta estrutura é que se o BC tem a possibilidade de uso de cláusulas de escape em situações extremas, não há perda de credibilidade quando a meta não é obtida, pois a mudança na política planejada não é resultado da adoção de políticas inconsistentes no tempo, mas resultado de variáveis que não podem ser mensuradas.<sup>6</sup> Contudo, as cláusulas de escape não representam uma solução para os problemas advindos da incerteza sobre as previsões da inflação. Em última instância, o sucesso das metas depende da acurácia da previsão inflacionária.

Na prática, a regra política antiinflacionária mais utilizada tem sido o anúncio de bandas para a inflação. Uma banda mais larga implica maior flexibilidade e maior probabilidade da meta ser alcançada. O problema com esta estrutura é que ela não oferece um bom guia para a formação de expectativas. Se houver falta de credibilidade, o público incorpora às expectativas o limite superior da banda, o que implica mais tempo para o processo de busca da estabilidade de preços.

Além da utilização de bandas, existe a possibilidade da meta anunciada ter como base um único número com a presença de cláusulas de escape. Conforme destacado por Brunilla & Lahdenperä (1995), a distinção entre a adoção de bandas ou de um único ponto tem importância secundária caso os agentes sejam dotados de expectativas racionais. A razão para esta interpretação advém do fato de os agentes saberem que as autoridades monetárias possuem capacidade limitada na determinação da taxa de inflação. Destarte, mesmo que seja anunciado um ponto como meta, as expectativas serão formadas para uma taxa de inflação próxima à anunciada. A vantagem da utilização de bandas é que a transparência é maior e pequenas flutuações na taxa de inflação não precisam ser justificadas à população.

Uma outra dificuldade para implementar as metas inflacionárias consiste na escolha de uma meta ótima capaz de minimizar os possíveis efeitos negativos sobre o produto.

---

5 Em geral, as cláusulas de escape têm sido utilizadas para excluir os efeitos decorrentes de importantes choques de oferta, tais como: mudanças nos termos do comércio; mudanças nos impostos indiretos; desastres naturais; encargos governamentais; e taxas de juros.

6 O apêndice apresenta de que forma as cláusulas de escape têm sido utilizadas para um conjunto representativo dos países que utilizam metas inflacionárias explícitas.



*“At present, there is no consensus among economists about the level of inflation that is optimal for economic performance. While a target of zero inflation has often been suggested, arguments in favour of low positive inflation have also been put forward recently. Moreover, it has been argued that inflation should be targeted at its current rate, because the loss of economic output that accompanies a reduction in inflation is greater than any potential benefit.”* (Brunilla e Lahdenperä, 1995, p. 121, grifo meu)

Todos os países que optaram pelo regime de metas inflacionárias têm adotado como meta uma inflação maior que zero.<sup>7</sup> Esta postura deriva do argumento de que a existência de uma inflação baixa não gera problemas de expectativas sobre a taxa de inflação futura ou problemas de credibilidade para o BC. Ademais, é admitido que uma taxa de inflação próxima a zero provocaria uma pressão permanente para o aumento da taxa natural de desemprego e que poderiam ser produzidos problemas de natureza recessiva sobre a economia.

O ponto a ser assinalado é que a adoção de um regime de metas para a inflação implica efeitos não apenas sobre a variação inflacionária, mas também sobre o lado real da economia. Responsáveis pela política monetária nos países que passaram a fazer uso das metas supracitadas têm apresentado a preocupação em acomodar flutuações sobre o produto e o emprego. (Mishkin, 1999) É importante salientar que a presença do produto na função objetivo da autoridade monetária não significa que haverá a manifestação do viés inflacionário.<sup>8</sup>

Fazendo-se uso de uma função de perda padrão,

$$L_t = (a/2) (\pi_t - \pi^*)^2 + b (y_t - y^p_t)^2 \quad a, b > 0 \quad \text{onde,}$$

$\pi_t$  = inflação no período t;       $\pi^*$  = meta da taxa de inflação;

$y_t$  = log do produto;       $y^p_t$  = log do produto potencial,

7 O apêndice mostra as metas de inflação para o caso de 9 países.

8 O conceito **viés inflacionário** deriva do argumento de ineficácia das políticas. O âmago do conceito pode ser entendido como a tentação que os governos têm de buscar um aumento do produto e/ou redução do nível de desemprego por meio do uso de políticas monetárias expansionistas.

é fácil observar que se a meta atribuída ao produto for equivalente ao produto potencial, isto é, assumindo-se que a política monetária não é capaz de causar efeitos reais sobre a economia de forma sistemática, o segundo termo da equação é eliminado e, portanto, a inflação torna-se a única variável relevante na análise. Conforme destacado por Svensson (1999, p. 4)

*“[There is] a fundamental asymmetry between inflation and output in inflation targeting. There is both a level goal and a stability goal for inflation, and the level goal (that is, the inflation target) is subject to choice. For output, there is only a stability goal and no level goal. Or, to put it differently, the level goal is not subject to choice; it is given by the capacity output level. Therefore, I believe it appropriate to label minimizing [the loss function] as ‘(flexible) inflation targeting’ rather than inflation-and-output-gap targeting”*

### 3 Transparência

Um dos principais argumentos favoráveis à adoção de metas inflacionárias é o aumento da transparência na condução da política monetária.<sup>9</sup> Na maioria dos países que utilizam o sistema de metas para a inflação a transparência é reforçada pelo aumento da comunicação entre a autoridade monetária e o público. Essa comunicação é feita, em grande parte, por meio de relatórios de inflação. Tais relatórios apresentam quatro pontos básicos: i) as metas e os limites da política monetária; ii) os valores numéricos da meta de inflação e como eles foram determinados; iii) como as metas para a inflação são obtidas, dadas as condições atuais da economia; e iv) as razões para os possíveis desvios às metas anunciadas. (Mishkin, 1999) Outrossim, a independência de instrumento do BC é fortalecida.

*“[The] inflation targeting arrangement that gives instrument independence to the central bank reduces the inflationary bias of monetary policy making. The reason for this result is that if the inflation target is publicly announced the arrangement is transparent, solves the private information problem and makes reputation more effective.”*  
(Herrendorf, 1998, p. 443, grifo meu)

---

9 O caso mais formalizado para a transparência das ações do BC é o da Nova Zelândia. Neste país o governo tem o direito de demitir o presidente do BC caso a inflação se desvie em 25% da taxa anunciada. Os benefícios oriundos de maior transparência das ações do BC podem ser ilustradas com os casos de Canadá (1996) e Inglaterra (1997). Para uma análise detalhada sobre estes países ver Mishkin & Posen (1997).

Em síntese, os benefícios provenientes de uma maior transparência podem ser entendidos pelo seguinte esquema de delegação eficiente da política monetária em uma sociedade democrática:

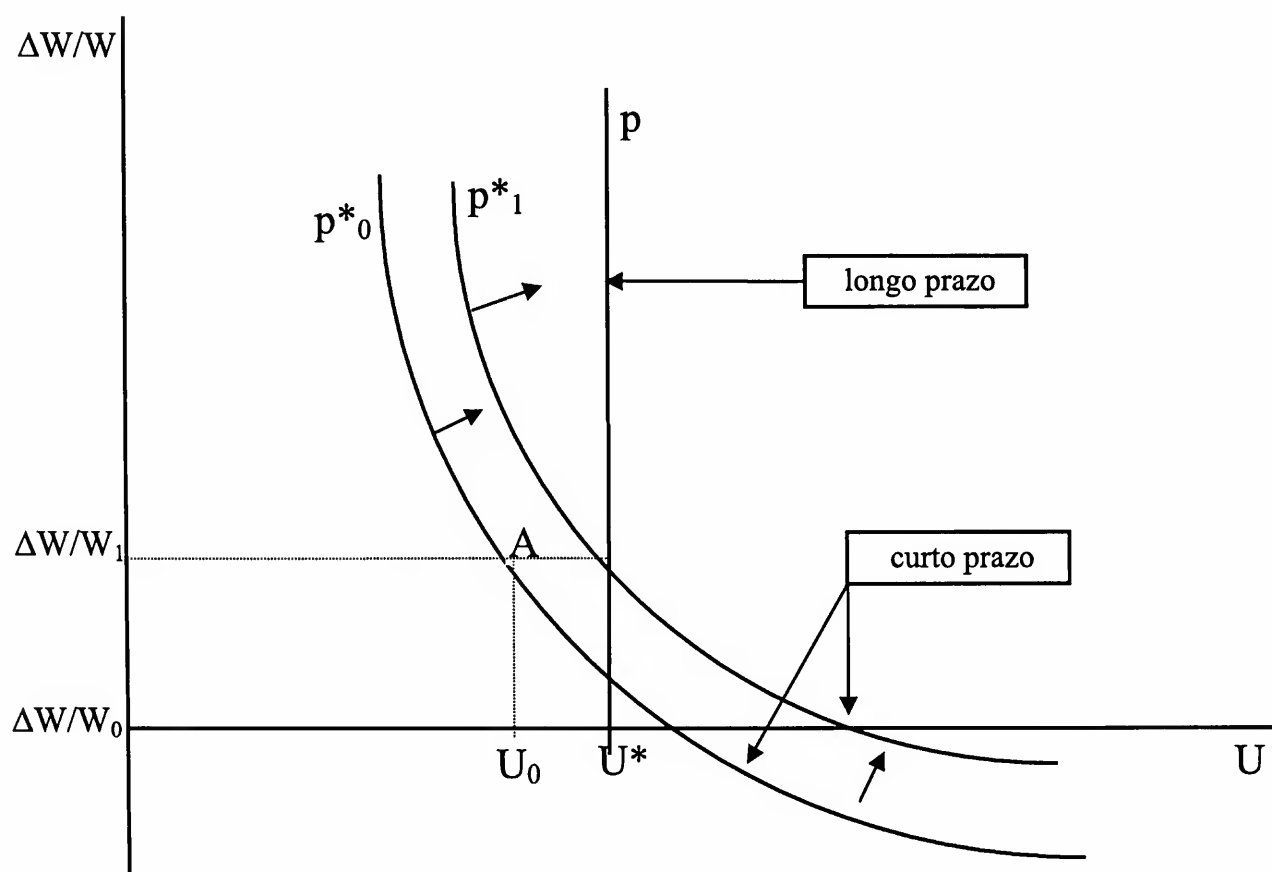
*“(...) (1) society (the collective of the citizens) announces goals for monetary policy, (2) the central bank receives instrument independence to pursue the goals without short-term political inference, and (3) the central bank is accountable to society for fulfilling the goals. Transparency of the goals and the policy is then crucial for the accountability of the central bank, that is, for society’s monitoring and evaluation of monetary policy. Transparency thus improves the central bank’s incentives to pursue the announced goals. Transparency may also facilitate public understanding of monetary policy and make monetary policy more predictive, which may stabilize inflation expectations and increase the credibility of monetary policy. Improved public understanding and increased credibility is likely to facilitate the implementation of monetary policy and thereby contribute to the achievement of the goals.”* (Svensson, 1999, p. 39, grifo meu)

Apesar do argumento de que metas inflacionárias são capazes de aumentar a transparência e reduzir o viés inflacionário da política monetária, deve-se lembrar que o regime sobredito permite a ação discricionária do BC, o que, por sua vez, não elimina por completo o viés inflacionário. (Herrendorf, 1998) Portanto, o uso deste regime por si só não significa que o BC seja sempre avesso à inflação. O benefício que pode ser obtido pelo anúncio de uma meta inflacionária explícita é que, se ela for crível, pode induzir os agentes a refazerem suas expectativas fazendo com que elas convirjam, de forma rápida, para a meta anunciada.

#### 4 Dificuldades para a obtenção das metas planejadas

Ainda que o controle da inflação seja considerado o objetivo prioritário da política monetária, não pode ser negado que os BCs possuem objetivos de **curto termo**, sobretudo no que se refere ao produto e à taxa de câmbio. Na prática, é comum a interferência do BC sobre o produto e o emprego, o que revela que a ação da autoridade monetária não se restringe a uma única variável ao longo do tempo. Assim sendo, o problema de inconsistência dinâmica pode emergir devido à manifestação do viés inflacionário. Esta é uma observação importante, pois podem ser gerados problemas que reduzem a acurácia da autoridade monetária na obtenção das metas planejadas.

**Gráfico 1**  
**Curva de Phillips - Versão Friedman-Phelps**



O argumento acima tem como referencial teórico o princípio aceleracionista da curva de Phillips (versão Friedman-Phelps). De acordo com esta perspectiva, o resultado de uma expansão monetária faz com que o nível de emprego se eleve enquanto os trabalhadores têm a falsa expectativa de que os preços encontram-se ao nível  $p^*_0$  (vide Gráfico 1). Entretanto, assim que os trabalhadores percebem que suas expectativas foram frustradas, isto é, que os preços sofreram um aumento para  $p^*_1$ , há uma redução na oferta de trabalho, fazendo com que taxa natural de desemprego volte a vigorar na economia.<sup>10</sup> Portanto, verifica-se que o

10 O Gráfico 1 ilustra o movimento decorrente de uma expansão monetária onde o BC tem por objetivo atingir o ponto A da curva de Phillips  $P^*_0$ . Assumindo que as firmas percebem a expansão monetária antes dos trabalhadores, ou seja, que elas observam a queda no salário real, o resultado é um incentivo em contratar mais trabalhadores oferecendo um salário nominal mais elevado, o que, por conseguinte, desloca a economia para o ponto A. Neste ponto, a taxa de inflação é superior a zero ( $P^* > 0$ ) e a taxa de desemprego desloca-se de sua posição natural ( $U^*$ ) para  $U_0$ . Após algum tempo, os trabalhadores verificam que o salário real sofreu redução devido ao aumento dos preços (as expectativas são refeitas com base em  $P^*_1$ ). Destarte, os trabalhadores reivindicam um aumento dos salários na tentativa de recuperarem a perda sofrida. Como o novo salário ( $\Delta W/W_1$ ) não apresenta um aumento real em relação ao anterior ( $\Delta W/W_0$ ), os trabalhadores que sofreram ilusão monetária saem do mercado e volta a vigorar a taxa natural de desemprego na economia.

nível de emprego cresce apenas no curto termo, o que implica que o *trade-off* verificado na curva de Phillips-Lipsey entre inflação e desemprego não se confirma no longo termo.<sup>11</sup>

Um outro ponto que prejudica a acurácia da autoridade monetária na busca da meta de inflação é a defasagem com que são observados os efeitos da política monetária sobre a economia. Nesse sentido, como forma de ajudar o processo de tomada de decisões, torna-se indispensável o uso do instrumental econométrico para que possam ser estimados os impactos provenientes de choques sobre a inflação. Para o processo de previsão existem três tipos de modelos básicos:

- i) **não-estruturais** - o modelo macroeconômico mais utilizado para estimar a inflação no regime de metas inflacionárias é o VAR (auto-regressão vetorial), que corresponde a um resumo estatístico das relações entre diversas variáveis sem uma interpretação econômica explícita, cujas previsões são razoáveis para o caso de economias que se encontram em uma situação de equilíbrio estacionário;<sup>12</sup>
- ii) **indicadores antecedentes** - consiste na combinação de variáveis econômicas com o objetivo de capturar sinais de prováveis pontos de inflexão na trajetória futura da inflação por meio do comportamento de variáveis que sejam capazes de explicá-la;<sup>13</sup>
- iii) **estruturais** - são construídos com a preocupação de revelar uma relação de causa e efeito a partir de relações teóricas conhecidas entre algumas variáveis macroeconômicas. Existem três pontos principais que justificam o uso de modelos estruturais (Longworth e Freedman, 1995): a) que a teoria econômica é capaz de explicar os principais elementos presentes no mecanismo de transmissão monetária; b) que há estabilidade suficiente entre algumas das

11 O método adotado por Friedman diz respeito às expectativas adaptativas. Ou seja, as expectativas são formadas a partir da experiência passada, recebendo maior ênfase os períodos mais recentes. Assim sendo, supondo-se uma inflação crescente, os salários reais nunca iriam se ajustar por completo ao aumento dos preços, o que implica a possibilidade da taxa de desemprego permanecer abaixo da taxa natural devido à ilusão monetária dos trabalhadores. Portanto, uma política monetária expansionista poderia ser capaz de expandir o nível de emprego enquanto vigorasse tal movimento. A representação matemática das expectativas sobre a taxa de inflação esperada  $p^*$  pode ser expressa

como:  $p_t^* = \sum_{i=1}^n a_i p_{t-i}$ , onde  $\sum a_i = 1$ , sendo  $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n$ .

12 Para uma análise da capacidade de os modelos VAR descreverem a política monetária, ver Evans e Kuttner (1998).

13 Da mesma forma que no caso de modelos não-estruturais, os indicadores antecedentes fazem uso de pouca teoria econômica.

principais relações na economia que são sensíveis a uma base estimada ou à calibração de um modelo sobre elas; e c) que é necessária à condução da política monetária, na busca da meta inflacionária, a avaliação, em termos quantitativos, do impacto proveniente de mudanças nas condições monetárias sobre os valores futuros da variável sob análise.

O modelo a seguir (Stevens e DeBelle, 1995) evidencia a dificuldade do BC em obter as metas inflacionárias planejadas. Admita-se que o processo inflacionário é dado por

$$\pi_t = X_t' \beta + \varepsilon_t \quad (1)$$

onde:

$X$  = vetor de variáveis explanatórias (inclusive instrumentos de política monetária); e

$\varepsilon$  = distúrbio aleatório com média zero e variância  $\sigma^2$

Considere-se ainda que o BC tem um modelo do processo de inflação que corresponde a

$$\pi_t = X_t' b + e_t \quad (2)$$

onde:

$b$  = valor estimado de  $\beta$ .

O problema do BC consiste em implementar uma meta para a inflação. Ou seja, o BC espera obter uma taxa de inflação que se encontre dentro de uma banda predeterminada. Portanto, a tarefa operacional do BC consiste em ajustar os instrumentos políticos de forma que a inflação esperada para a data futura  $(t+k)$  situe-se na banda estabelecida

$$L < E[\pi_{t+k}] < U \quad (3)$$

onde:

$L$  = limite inferior;

$U$  = limite superior.

A previsão da taxa de inflação pelo BC é obtida por meio de

$$E[\pi_{t+k}] = E[X_{t+k}]'b \quad (4)$$

Se  $X_{t+k}$  for conhecido, admitindo-se a hipótese padrão para o erro de previsão do modelo de regressão linear, a variância do erro de previsão é resultado da combinação da variância do erro verdadeiro e a variância do estimador linear (b), isto é,

$$\sigma_f^2 = \sigma^2 + \sigma^2 X_{t+k}' (X'X)^{-1} X_{t+k}. \quad (5)$$

Como  $X_{t+k}$  é uma estimativa, a variância do erro de previsão da inflação é maior que este valor. Portanto, tal variância será uma combinação (não-linear) da variância dos parâmetros estimados em b, a variância do erro ( $\varepsilon$ ) e a variância dos erros de previsão para X.<sup>14</sup> Se X é uma variável única, o resultado padrão para a variância relevante implica

$$\sigma_f^2 = \sigma^2 + \sigma^2 X_{t+k}' (X'X)^{-1} X_{t+k} + \sigma^2 \sigma_u^2 X_{t+k}' (X'X)^{-1} + b^2 \sigma_u^2 \quad (6)$$

onde:

$\sigma_u^2$  = é a variância do erro no processo de previsão de X.

Portanto, uma importante observação que não pode ser desprezada é o fato de que há elementos estocásticos no processo de formação dos preços que denotam que a estrutura da economia não é conhecida com certeza. Por conseguinte, a previsão da inflação depende da estimativa, passível à existência de erros, de outras variáveis. Destarte, o maior problema em relação às metas para a inflação é que o BC compromete-se em alcançar um objetivo sem ter a capacidade de garantir sua consecução.

Na análise sobre o regime de metas inflacionárias existe o debate sobre qual a melhor meta a ser adotada: taxa de inflação ou nível de preços.<sup>15</sup> Uma desvantagem relativa para a adoção da taxa de inflação como meta é que não há resposta para choques não-antecipados sobre o nível de preços. Sendo assim, previsões para inflação que envolvam um espaço de tempo longo devem apresentar variância elevada, tendo por resultado uma redução na capacidade

14 A função das variâncias dos erros e parâmetros relevantes no processo geram previsões de X.

15 Para uma leitura sobre esta controvérsia, ver Yates (1995), Haldane e Salmon (1995), e Andersson e Berg (1995).

de planejamento do setor privado. Por outro lado, uma meta para o nível de preços requer que *overshoots* e *undershoots* da meta sejam eliminados por completo, o que acarreta menor variância nos modelos de previsão de preços de longo termo.<sup>16</sup>

A principal dúvida que tem sido colocada no debate sobre a implementação de metas inflacionárias é se a inflação é previsível e controlável o bastante para receber uma meta. A dificuldade em prever a inflação de forma precisa para períodos muito curtos e longos implicam dois problemas potenciais para a estratégia de metas inflacionárias: i) problema de natureza operacional - uma vez que há um hiato temporal entre a ação da política monetária e a resposta da inflação, isto implica baixa previsibilidade, o que pode resultar em problemas de precisão para a meta; e ii) credibilidade do BC - como a inflação apresenta alto grau de imprevisibilidade, há dificuldade no julgamento do público em avaliar o esforço realizado pelo BC para a obtenção da meta anunciada. (Bernanke e Mishkin, 1997)

Os dois pontos acima merecem comentários adicionais. O primeiro item remete à questão operacional da política monetária. Deve-se lembrar que a política é executada no curto termo, e que o mundo real é dinâmico. Portanto, trabalhar com soluções que correspondem à situação de estado estacionário são úteis apenas para análise no universo teórico. O segundo ponto vai de encontro à idéia de que um regime de metas inflacionárias aumenta a compreensão da política monetária, sugerindo, além disso, que a construção de credibilidade por meio desse regime pode ser um árduo e longo processo.

## 5 Algumas evidências empíricas acerca das metas inflacionárias

Com o objetivo de verificar se a implementação das metas inflacionárias estimula ou não a existência do *trade-off* variabilidade inflação-produto,<sup>17</sup> Cecchetti e Ehrmann (1999) utilizaram para exame o produto 5 anos antes (representado por losangos no Gráfico 2) e 5 anos depois (denotado por círculos no Gráfico 2) de nove países que adotaram metas de inflação explícitas.

---

16 Apesar deste resultado parecer razoável, é importante lembrar que este tipo de conduta pode levar a uma política monetária mais volátil no curto termo.

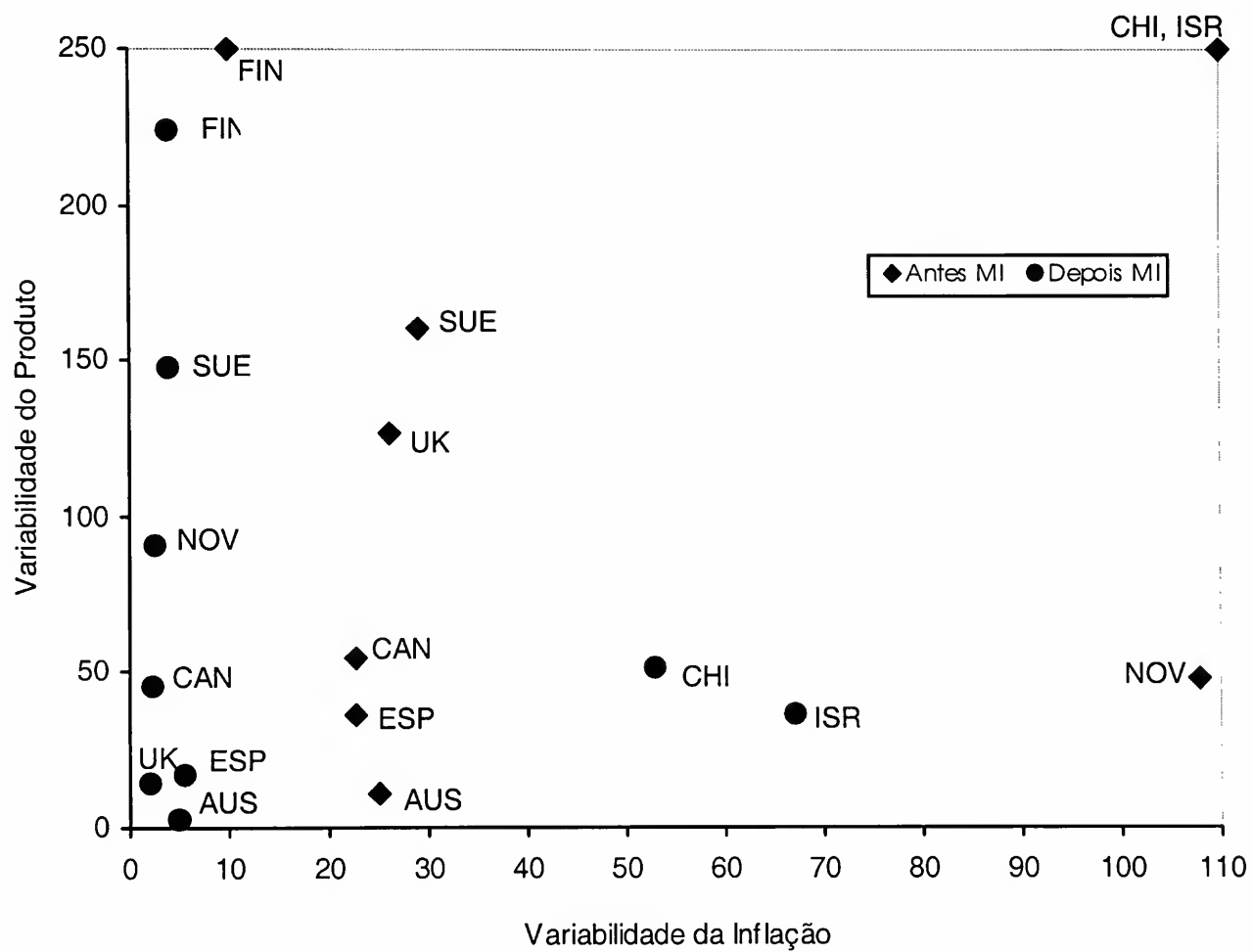
17 A variância da inflação tem por base o índice de preços do consumidor, enquanto que a volatilidade do produto corresponde ao desvio da produção industrial em relação à tendência.



Também foi considerada a diferença ao quadrado da inflação observada à taxa de 2%.<sup>18</sup>

Admitindo-se que os países utilizados na amostra partem de uma situação estacionária para o *trade-off* supracitado, sua manifestação, devido à adoção de metas inflacionárias, deveria ser percebida pelo deslocamento dos pontos para cima (o que denota maior variabilidade do produto) e para a esquerda (menor variabilidade da inflação). Conforme pode ser observado pelo Gráfico 2, apenas a Nova Zelândia indica a existência do *trade-off*, os demais países apresentaram maior eficiência (menor variabilidade da inflação e do produto) após a implantação das metas de inflação.

Gráfico 2  
*Trade-off* Variabilidade Inflação-Produto



Fonte: Cecchetti e Ehrmann (1999, p. 5).

18 Ao invés de se fazer uma análise particular para cada país como forma de se avaliar o comportamento da inflação e do desemprego antes e depois da adoção das metas para a inflação [ver, por exemplo, a análise desenvolvida por Mishkin e Posen (1997)], utilizou-se a estrutura elaborada por Cecchetti e Ehrman (1999). A partir da análise desenvolvida pelos autores mencionados é possível concentrar as informações em apenas dois gráficos e observar os principais fenômenos associados à adoção das metas de inflação em relação ao conjunto de países selecionados.

Apesar do resultado obtido mostrar-se favorável às metas para a inflação, os autores responsáveis pelo teste reconhecem que as evidências apresentadas podem não ser confiáveis, pois se tiver ocorrido um choque entre os períodos analisados há uma tendência de que tanto a variabilidade do produto quanto da inflação decresça, tendo como consequência o deslocamento dos pontos em direção à origem. Não obstante, o Gráfico 2 sugere a existência do *trade-off*, pois é possível observar grupos de países ao longo de curvas concêntricas que se movem radialmente a partir da origem.

Como forma de eliminar possíveis distorções presentes no Gráfico 2, foram estimadas mudanças nas preferências das autoridades monetárias de 23 países.<sup>19</sup> Os resultados encontrados denotam que a adoção de metas inflacionárias reduzem, de forma significativa, a variabilidade da inflação, enquanto que o aumento da variabilidade do produto foi desprezível. Não obstante o aumento da aversão à variabilidade inflacionária em todos os países da amostra, a análise particular daqueles que adotaram metas explícitas para a inflação indica um nível de aversão maior relativamente à dos demais, embora a diferença seja modesta. (Cecchetti e Ehrmann, 1999)

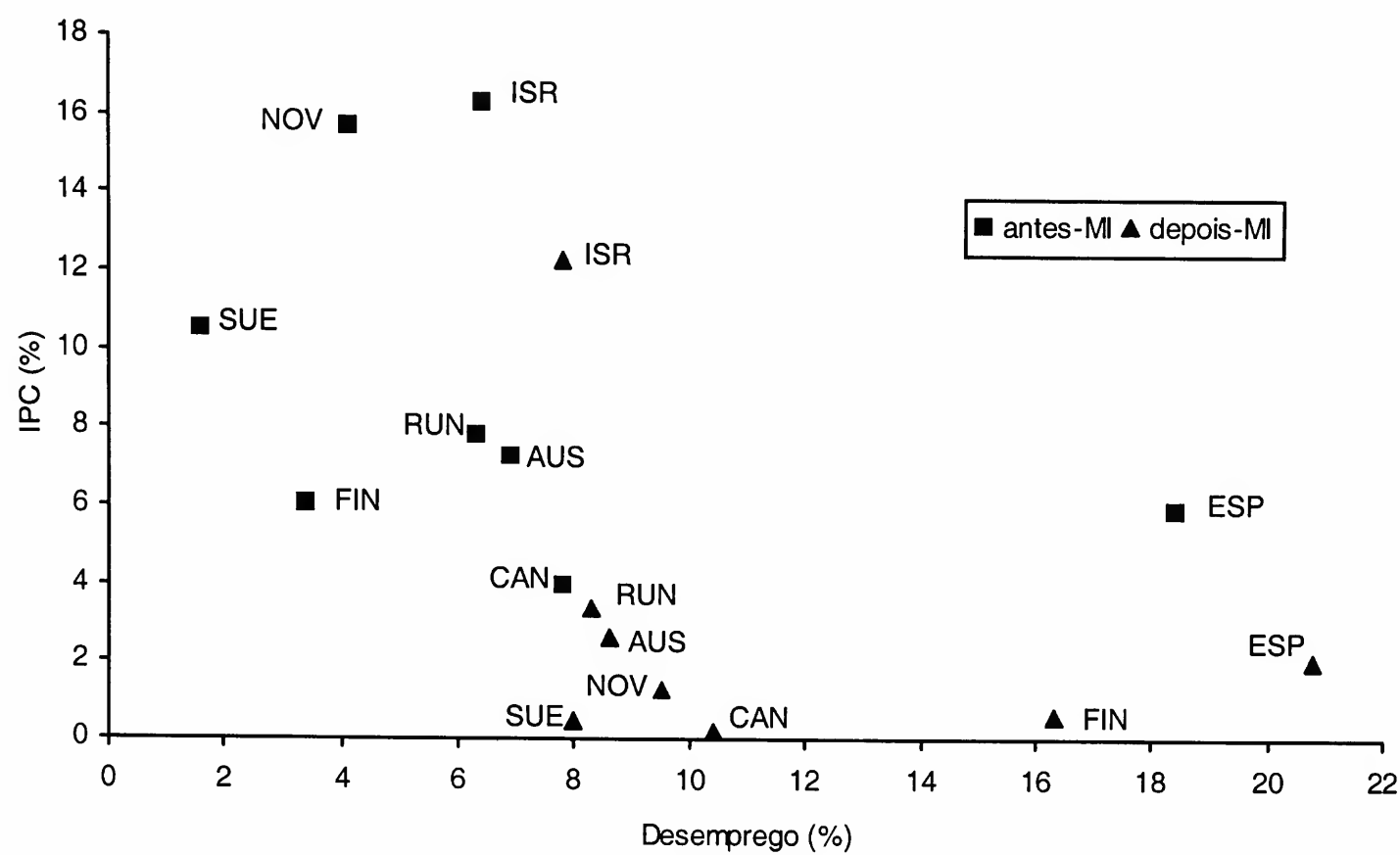
Além da análise sobre o impacto da adoção das metas inflacionárias sobre a variabilidade da inflação e do produto, outra questão que deve ser verificada é se a introdução do regime não implica custos sociais elevados. Em outras palavras, é preciso verificar se uma possível queda da inflação é obtida por meio de um aumento da taxa de sacrifício. Destarte, foram considerados a taxa de inflação e a taxa de desemprego anual, três anos antes e três anos depois da implantação do regime de metas explícitas para a inflação.<sup>20</sup>

---

19 Nove dos quais com metas inflacionárias explícitas.

20 Optou-se pela margem de três anos porque considera-se ser um tempo razoável para que possa ser absorvido pela economia os efeitos oriundos da mudança do regime monetário.

**Gráfico 3**  
**Desemprego X Inflação**

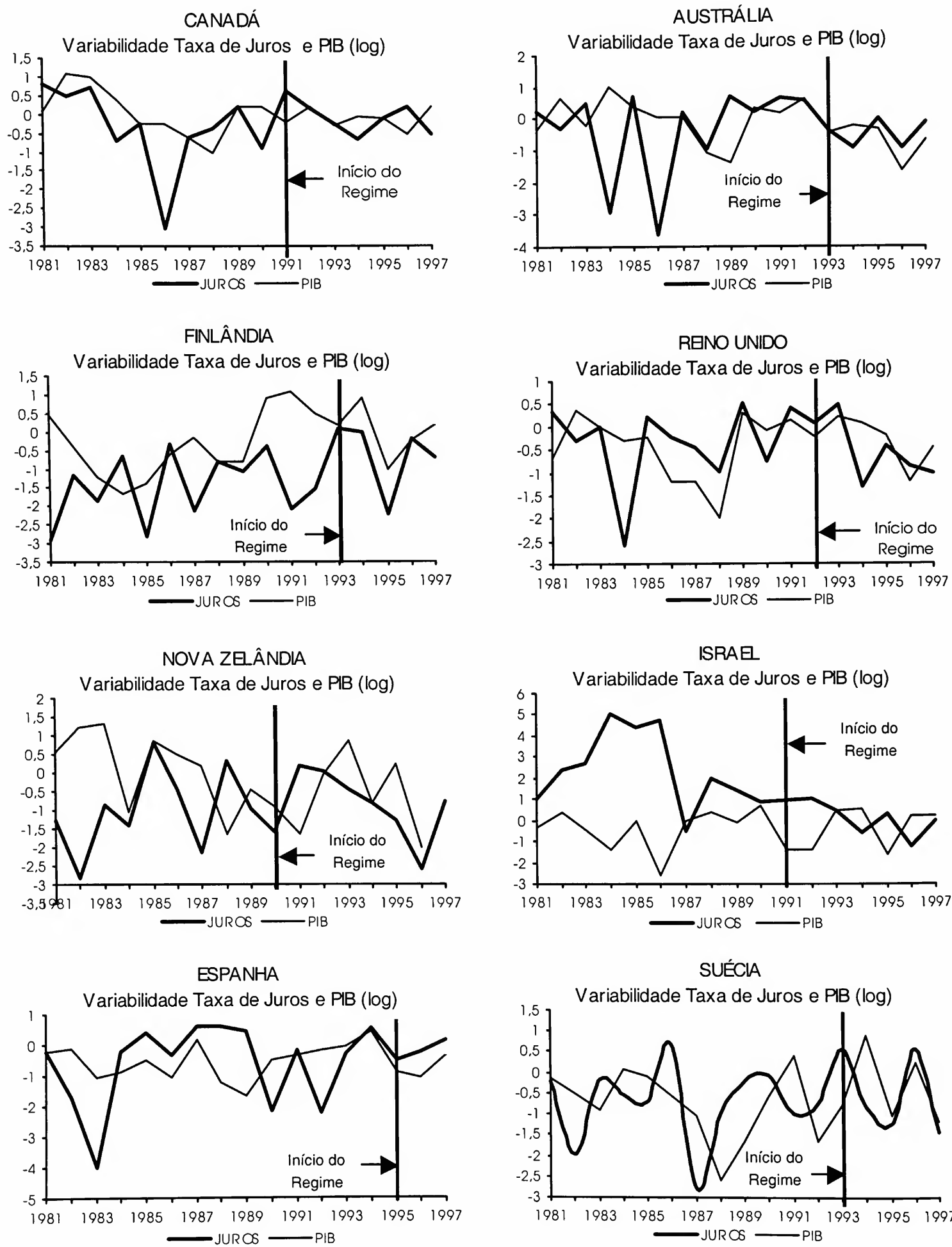


Fonte: International Monetary Fund (1998).<sup>21</sup>

Conforme pode ser observado a partir do Gráfico 3, a introdução das metas inflacionárias implicou mudança na relação desemprego-inflação. Todos os países da amostra revelam que após a adoção do regime (denotado por triângulos no Gráfico 3) houve queda da inflação e aumento do desemprego se comparado ao período anterior à implantação das metas (denotado por quadrados no Gráfico 3). Este é um resultado que merece atenção, pois sugere que as metas para a inflação são capazes de reduzir a inflação, entretanto, os efeitos sobre o desemprego não podem ser ignorados.

21 Devido à indisponibilidade de dados, no caso da Espanha foram consideradas as informações correspondentes a dois anos depois da adoção das metas inflacionárias.

Gráfico 4



Fonte: International Monetary Fund (1998).

Apesar do resultado encontrado, deve-se lembrar que a maioria dos países utilizados na análise adotaram o regime de metas inflacionárias durante o processo de desinflação, o que denota por si só uma possível redução do produto e um aumento temporário do desemprego. Um outro fator que deve ser levado em consideração advém do fato de que os anos 90 apresentaram como característica uma menor taxa de crescimento e maior desemprego para a maioria dos países.<sup>22</sup> Ou seja, não se pode considerar que os resultados encontrados devem-se, de forma exclusiva, à introdução das metas para a inflação; entretanto, como todos os países utilizados na amostra fazem uso das metas inflacionárias, pode-se afirmar, no mínimo, que o regime em questão não inibe o possível aumento da taxa de sacrifício.

Um argumento que tem sido utilizado como consenso pelos teóricos que analisam o regime de metas para a inflação refere-se à menor variabilidade da taxa de juros na economia, o que, por sua vez, poderia reduzir a volatilidade na taxa de crescimento do PIB. O Gráfico 4 mostra a variabilidade (log da variância) da taxa de juros e do PIB. Embora metade da amostra selecionada (Canadá, Austrália, Israel e Espanha) sugira que após a implantação das metas há redução da volatilidade dos juros e, por conseguinte, do produto, o mesmo não é observado no restante da amostra (Nova Zelândia, Finlândia, Reino Unido e Suécia). Portanto, as evidências não são fortes o suficiente para que se possa afirmar que a introdução do regime de metas inflacionárias representa um mecanismo capaz de reduzir a volatilidade dos juros e do produto.

## 6 O caso brasileiro

Em junho de 1999 o Conselho Monetário Nacional estabeleceu as metas e os intervalos de tolerância para a inflação como nova diretriz para a política monetária.<sup>23</sup> Antes do regime de metas inflacionárias foram utilizados, durante o Plano Real, o sistema de *crawling peg* para a taxa de câmbio e metas para agregados monetários, que, devido à conjuntura internacional, se tornaram mecanismos insuficientes para garantir a estabilidade de preços.

---

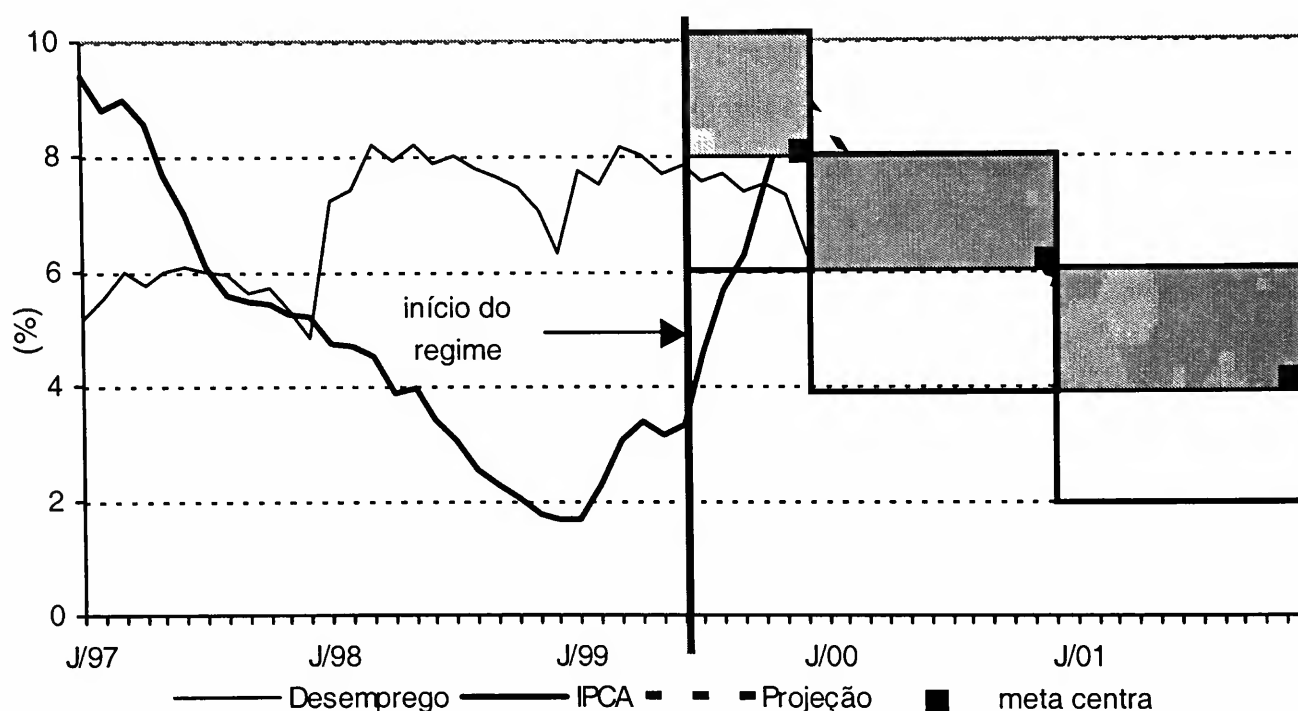
22 Agradeço a um parecerista por esta observação.

23 “Para 1999, a meta foi fixada em 8%, admitindo-se desvios de dois pontos percentuais para cima ou para baixo. Para o ano 2000, a meta foi fixada em 4%, com intervalo de tolerância de  $\pm 2\%$ . E, para o ano 2001, a meta foi fixada em 4%, com intervalo de  $\pm 2\%$ .” (BCB, 1999)

A instalação de metas para a inflação advém da expectativa de que o uso de metas é capaz de fazer com que a inflação proveniente de choques de oferta seja eliminada de forma gradativa. Assim sendo, é esperado que este regime elimine as distorções sobre os preços decorrentes da forte desvalorização cambial promovida pelo ataque especulativo de janeiro de 1999 e traga de volta a estabilidade da taxa de inflação.

Após o primeiro semestre sob o novo regime monetário, tem sido destacado o êxito da equipe econômica em ter obtido uma inflação de 8,94% (medido pelo IPCA<sup>24</sup>) para o ano de 1999. Apesar de a inflação ter se encontrado dentro da meta anunciada, algumas considerações devem ser feitas.

**Gráfico 5**  
**Evolução do IPCA, Desemprego e Metas para a Inflação**



Fontes: Banco Central do Brasil e Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

Deve-se lembrar que os efeitos da política monetária não são imediatos. Em geral, superam um ano para começarem a ser percebidos.<sup>25</sup> Destarte, não se pode atribuir às metas

24 O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) reflete a variação dos preços das cestas de consumo das famílias com renda mensal, independente da fonte, de 1 a 40 salários mínimos.

25 "According to conventional wisdom, monetary policy achieves its full impact on inflation with a lag of one to two years." (Andersson e Berg, 1995, p. 209)

inflacionárias, em apenas seis meses, a capacidade de determinar a formação de expectativas do setor privado. A evolução do IPCA revela que não houve qualquer mudança em sua trajetória após a instalação do novo regime (vide Gráfico 5), o que, por conseguinte, reforça a idéia de que os possíveis benefícios oriundos das metas ainda não foram percebidos.

Outro fato a ser observado é que a meta anunciada é constituída de um intervalo para flutuação tendo como meta central um ponto (8% em 1999). Isto implica que o intervalo pode ser dividido em duas bandas (6% a 8%, e 8% a 10%) com características distintas. Se a taxa de inflação estiver situada no primeiro caso (6% a 8%), não há a necessidade de implementar uma política de contração monetária, isto é, a taxa de juros básica pode sofrer redução. Caso contrário, uma taxa de inflação acima do alvo não permite redução significativa da taxa de juros. O resultado de 1999 indica que a economia encontra-se no segundo caso (área sombreada do primeiro quadrilátero<sup>26</sup> no Gráfico 5). Este é um resultado desconfortável, pois a não redução da taxa de juros leva à necessidade de resultados fiscais primários que sejam capazes de neutralizar o serviço da dívida, o que, por sua vez, não é um processo indolor para a sociedade. O mesmo cenário mostra-se adequado para os anos 2000 e 2001, visto que para serem alcançadas as respectivas metas centrais a trajetória do IPCA deve situar-se nas áreas dos retângulos sombreados do Gráfico 5, o que implica rigidez para os juros.

Uma outra observação a ser feita é que ao contrário do regime monetário anterior onde o público observava o câmbio como uma regra que determinava o comportamento da política monetária, o uso de metas para a inflação pressupõe a adoção de um regime de câmbio flexível. A justificativa para este procedimento advém do fato de que o regime em consideração dá liberdade ao BC para o uso da política monetária enquanto instrumento de política econômica; todavia, há o compromisso da autoridade monetária em se esforçar na consecução da meta inflacionária prevista.<sup>27</sup>

A transição ocorrida no Brasil para o novo regime monetário mostrou-se razoável. Após a mudança do regime de câmbio ocorrida no início de 1999, o BCB esperou que a instabilidade do mercado fosse atenuada para então implementar o uso de metas para a inflação. Não obstante, o segundo semestre de 1999 foi marcado por diversas intervenções do BCB no

---

26 Os quadriláteros no Gráfico 5 correspondem à banda de flutuação para a taxa de inflação estabelecida para cada ano.

27 É por esse motivo que a maioria dos defensores de metas para a inflação sustentam o argumento de que a presença de metas intermediárias (agregados monetários, câmbio etc.) não são adequadas, porque indicam uma regra de comportamento que, se for alterada, pode levar à perda de credibilidade.

mercado cambial como forma de evitar que a taxa de câmbio ultrapassasse a cotação de dois reais para um dólar americano. É importante advertir que as interferências do BCB no mercado de câmbio não podem ser entendidas como um possível problema para o sucesso das metas inflacionárias, uma vez que, sob esta estrutura, o BCB deve interferir no mercado toda vez que julgar que uma possível desvalorização cambial coloque em risco a meta de inflação anunciada.

Um ponto importante que deve ser interpretado de forma adequada diz respeito à independência do BC. Na literatura sobre metas inflacionárias tem sido discutida a necessidade de um BC independente para que as metas de inflação tenham êxito. Esta idéia tem como fundamento o fato de que o conceito de independência é resultado de outros dois (Fischer, 1995): independência de instrumento (*instrument independence*) e independência de meta (*goal independence*). No primeiro caso, há a necessidade que o BC tenha à sua disposição os instrumentos necessários para que possa alcançar seus objetivos sem depender de nenhuma outra autoridade política. Por outro lado, a independência de meta refere-se à liberdade que o BC possui para definir qual o objetivo a ser alcançado. Assim, a independência de instrumento torna-se imprescindível para que o BC possa ter a capacidade de utilizar seus instrumentos na busca da meta de inflação.

Apesar da afirmação acima, na prática a independência do BC não representa condição necessária para o sucesso das metas inflacionárias. A utilização de metas para a inflação tem como uma de suas justificativas o aumento da independência de instrumento do banco central. Logo, as metas para a inflação devem ser utilizadas para aumentar a independência e não o contrário. Um bom exemplo desta situação é o caso dos três BCs com maior grau de independência (EUA, SUI e ALE), onde não se observa o uso de metas inflacionárias explícitas e há sucesso na busca da estabilidade de preços. Ou seja, não há evidências que indiquem que países com elevado grau de independência do BC tenham a necessidade de adotar metas inflacionárias. Esta situação é adequada para o caso de países que se encontram em processo de conquista de credibilidade para o combate à inflação, tal como o clássico exemplo da Nova Zelândia.

O Brasil enquadra-se no último caso; conforme demonstrado por Mendonça (1998), o BCB atuou de forma coordenada com o governo no período pós-Real, o que, por conseguinte, denota um baixo grau de independência *de facto* do BCB. Um outro ponto que indica que o BCB não possui características de um BC independente diz respeito à alta rotatividade na presidência (em um período inferior a dois anos o Brasil conta com o seu terceiro presidente). Não obstante, conforme já discutido, a meta estabelecida para o ano de 1999 foi alcançada e há fortes indícios que o mesmo sucesso será obtido no ano 2000.



Portanto, a presença de um BC independente não é condição *sine qua non* para o sucesso das metas para a inflação.

Um dos principais problemas para o regime de metas inflacionárias é que a presença do comportamento discricionário não permite estimativas confiáveis, o que implica que a formação de expectativas no curto e médio termo fica prejudicada. Além disso, não se deve desprezar a possibilidade de uma maior variabilidade da política monetária associada à expectativa de não cumprimento da meta anunciada poder estimular a aceleração da inflação. O caso brasileiro ilustra bem a dificuldade do uso de técnicas econométricas de previsão para o leque de inflação.<sup>28</sup>

No período atual, o BCB tem feito uso de indicadores antecedentes compostos com o objetivo de identificar os possíveis pontos de inflexão na trajetória futura da inflação. Como é reconhecido que os indicadores antecedentes podem revelar, de forma equivocada, choques não relacionados à inflação, tem sido utilizado, na tentativa de minimizar o problema, o algoritmo do filtro de Kalman para a combinação das variáveis. De acordo com o BCB, foram selecionados para a construção de indicadores antecedentes para a inflação 49 variáveis econômicas divididas em cinco grupos: moeda e finanças; emprego e salário; preços; nível de atividade; e setor externo. Além disso, uma outra medida para identificar e diagnosticar os choques que afetam a inflação é o uso do núcleo de inflação (*core inflation*). Neste caso, são excluídos os choques temporários e os componentes considerados mais voláteis do índice de preços.<sup>29</sup>

Na busca de maior transparência de suas ações, o BCB passou a divulgar para o público, além das informações mensais contidas no Boletim do Banco Central, um Relatório de Inflação trimestral. Após cinco edições dos relatórios, observa-se que há dissensões, que não podem ser desprezadas, quanto à projeção para a inflação em cada relatório (ver Tabela 1). O prin-

---

28 O leque de inflação corresponde à distribuição das probabilidades de ocorrência de intervalos para a inflação.

29 O uso do núcleo de inflação é prática comum em diversos países. São exemplos: Austrália, Bélgica, Canadá, Cingapura, Espanha, Estados Unidos, Filipinas, Finlândia, França, Grécia, Holanda, Israel, Japão, Nova Zelândia, Portugal, Reino Unido e Suécia. Na grande maioria destes países os efeitos provenientes de alimentos, energia e impostos indiretos são retirados do índice de preços. Para evitar a exclusão espúria de componentes tem sido empregado o método de estimadores de influência limitada, cujos principais indicadores são a mediana ponderada e a média aparada. No Brasil, a Fundação Getúlio Vargas tem divulgado o núcleo de inflação para o IPC com base na técnica de médias aparadas, enquanto que o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada divulgou resultados preliminares do núcleo de inflação para o IPCA fazendo uso da técnica de suavização de médias aparadas (tendência comum dos diversos componentes do índice e tendência comum dos vários índices de inflação).

cial motivo para a discrepância entre as projeções é atribuído às modificações que a taxa de juros sofreu ao longo do período. Esta é uma observação importante, pois implica que a confiabilidade das projeções realizadas para a inflação depende da estabilidade da taxa de juros. Ademais, verifica-se que para os períodos em que se pode fazer um cotejo direto (mesma taxa de juros utilizada como base para as projeções da taxa de inflação - relatórios de setembro/99, dezembro/99 e março/00) as divergências não são eliminadas. As justificativas do BCB podem ser sumariadas em três pontos básicos: i) inclusão de novas variáveis capazes de dar maior acurácia à previsão da inflação; ii) a existência de choques de oferta que não foram devidamente quantificados; e iii) reavaliação de cenários macroeconômicos.

**Tabela 1**  
**Projeção Central da Inflação**

Ano	Trim	Relatório				
		jun/99 (*)	set/99 (**)	dez/99 (**)	mar/00 (**)	jun/00 (***)
1999	3º	7,2	-x-	-x-	-x-	-x-
1999	4º	8,2	7,4	8,9	-x-	-x-
2000	1º	6,7	6,1	7,6	7,0	-x-
2000	2º	6,2	6,0	7,8	7,4	6,6
2000	3º	-x-	4,8	7,4	7,5	6,7
2000	4º	-x-	4,6	5,8	6,3	5,6
2001	1º	-x-	3,7	5,4	6,7	6,1
2001	2º	-x-	-x-	4,9	5,9	6,3
2001	3º	-x-	-x-	-x-	4,4	5,0
2001	4º	-x-	-x-	-x-	3,3	3,9
2002	1º	-x-	-x-	-x-	-x-	2,9
2002	2º	-x-	-x-	-x-	-x-	1,9
2002	3º	-x-	-x-	-x-	-x-	0,9
2002	4º	-x-	-x-	-x-	-x-	0,1

Fonte: Banco Central do Brasil.

Obs.: Inflação acumulada em 12 meses, em % a.a.

Projeções realizadas com juros constantes de: (\*) = 21% a.a.; (\*\*) = 19%; e (\*\*\*) = 17,5%.

A grande maioria dos países que faz uso de metas inflacionárias explícitas emprega o recurso das cláusulas de escape. No Brasil, o recurso mencionado não foi implantado.<sup>30</sup> A justificativa para esta decisão, de acordo com o Ministro da Fazenda, é que o País precisa desenvolver credibilidade. Há um consenso entre os economistas de que o principal elemento para o desenvolvimento da credibilidade é a história de lhanza da instituição. A história está relacionada de forma intrínseca ao conceito de reputação. Se, por exemplo, o BC teve sucesso ao longo dos anos no combate à inflação, isto significa que o BC conquistou reputação. Esta reputação é importante porque os agentes passam a acreditar que o BC será capaz de controlar a inflação futura, o que revela ganho de credibilidade. Portanto, credibilidade não é algo que se conquista com rapidez, é preciso tempo.

Ao contrário do que se poderia esperar, um elemento que pode prejudicar a eficiência do regime de metas inflacionárias no País é a possibilidade da incorporação das cláusulas de escape. A introdução de novos recursos pode ser entendido como uma mudança das regras do jogo. Assim, os agentes são levados a refazer suas expectativas, o que implica perda de reputação e, portanto, da credibilidade obtida. Se a equipe econômica decidir implantar as cláusulas de escape, são admitidas duas interpretações: i) foi um erro não tê-las introduzidas no início do regime. Por consequência, houve desperdício de tempo no árduo processo de busca da credibilidade; ou, ii) o novo regime não é capaz de disciplinar a inflação e há a necessidade da criação de mecanismos adicionais para que as metas anunciadas sejam obtidas a qualquer custo.

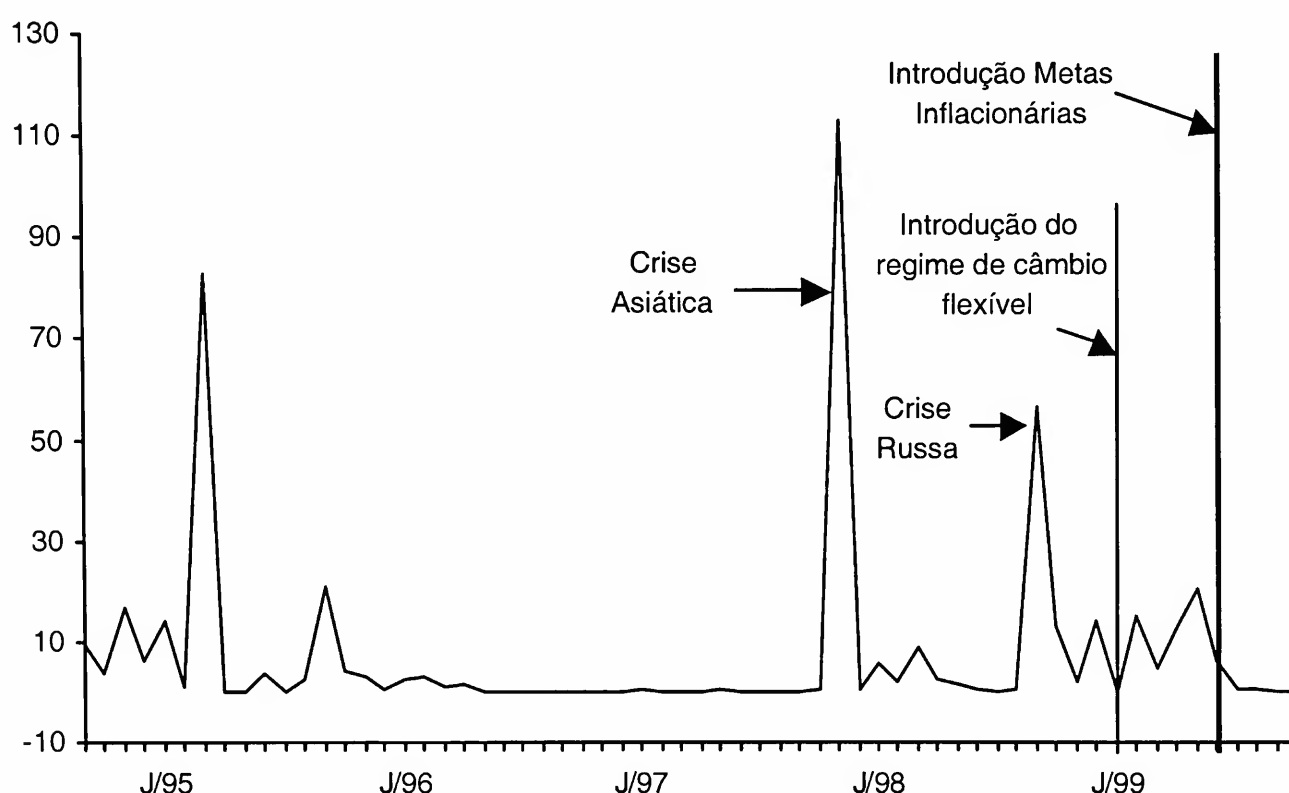
As análises realizadas indicam que os países que adotaram metas inflacionárias apresentam uma redução da inflação e aumento do desemprego. O caso brasileiro pode ser entendido como um contra-exemplo. Após a implantação do regime, a taxa de desemprego apresentou queda desprezível, enquanto a taxa de inflação continuou se acelerando (vide Gráfico 5). A justificativa para a inflação no ano de 1999 é explicada, em grande parte, pela desvalorização cambial, pelos aumentos de tarifas de serviços públicos e dos preços dos combustíveis. Ou seja, não se pode dizer que a inflação de 1999 tenha sido gerada com o objetivo de reduzir o nível de desemprego. Logo, não se pode acusar o BCB de padecer do que os economistas chamam de viés inflacionário.

---

30 Deve-se ressaltar que o sistema de cláusulas de escape não pode ser confundido com o que foi estabelecido por meio do Decreto n. 3088, de 21 de junho de 1999: “Parágrafo único. Caso a meta não seja cumprida, o Presidente do Banco Central do Brasil divulgará publicamente as razões do descumprimento, por meio de uma carta aberta ao Ministro de Estado da Fazenda, que deverá conter: i) descrição detalhada das causas do descumprimento; ii) providências para assegurar o retorno da inflação aos limites estabelecidos; e iii) o prazo pelo qual se espera que as providências produzam efeito.”

Como o regime de metas inflacionárias tem como princípio evitar a manifestação do viés inflacionário na condução da política monetária, não é surpresa que a adoção das metas não tenha sido capaz de evitar a subida dos preços. Por conseguinte, não se deve responsabilizar o BCB por algo que ele não pode controlar. Deve-se ressaltar que as metas inflacionárias não têm a capacidade de conter o aumento de preços decorrente de choques de oferta. É por esse motivo que boa parte dos países que adotam essa estrutura fazem uso das cláusulas de escape.

**Gráfico 6**  
**Variabilidade da Taxa de Juros**



Fonte: Banco Central do Brasil.

Uma outra observação a ser feita refere-se à variabilidade da taxa de juros. É consenso entre os economistas de que na presença de um regime de câmbio fixo há maior probabilidade de variação dos juros, o que, por conseguinte, pode implicar maior flutuação do produto. O Gráfico 6 mostra o comportamento da volatilidade (variância) da taxa de juros (SELIC) no período posterior à implementação do Plano Real. O gráfico supracitado sugere que a variação dos juros reduziu-se de forma significativa após a introdução das metas inflacionárias. Entretanto, não se pode garantir que este comportamento perdure na presença de choques como o asiático em 1997 e o russo em 1998. Deve-se lembrar que na ausência de choques, o

sistema de *crawling peg* para o câmbio também apresentou baixa variabilidade da taxa de juros. Ou seja, não se pode afirmar que as metas inflacionárias têm a capacidade de neutralizar as causas da variação da taxa de juros enquanto não passar pelo teste de um choque.

## 7 Conclusões

As metas inflacionárias representam um avanço na busca de mecanismos que sejam capazes de garantir a estabilidade de preços no sistema. Entretanto, não se pode dizer que as metas representam um *free lunch*. As evidências empíricas indicam que o sucesso dos países na obtenção das metas de inflação tem apresentado como efeito negativo o aumento na taxa de desemprego. Outrossim, há a dificuldade de serem elaboradas estimativas confiáveis da taxa de inflação para o horizonte de médio termo (na maioria dos casos entre um e dois anos). A possibilidade do erro de previsão não pode ser ignorada, pois a base do regime monetário em questão é a credibilidade conquistada pelo responsável pela política monetária. Destarte, se em um curto espaço de tempo as projeções da inflação não se realizarem, há queda na credibilidade da autoridade monetária, o que, por sua vez, pode levar ao fracasso do regime. O elemento fundamental para que as projeções inflacionárias conquistem a confiança dos agentes é a estabilidade da taxa de juros. Enquanto a taxa de juros estiver sofrendo alterações, o público não pode responsabilizar o BCB pelo erro de previsão, pois cada alteração implica novo cenário macroeconômico e, por conseguinte, há a dificuldade inerente do público avaliar a habilidade do BCB neste quesito.

É importante frisar que os possíveis bons resultados para a economia brasileira no ano 2000 (menor inflação e desemprego que em 1999) não podem ser atribuídos às metas para a inflação. A chance de ocorrer uma nova aceleração inflacionária via desvalorização cambial é desprezível, uma vez que, sob um regime de flutuação suja, não é permitido fortes variações da taxa de câmbio. Além disso, observa-se que a capacidade produtiva da economia está operando bem abaixo de seus limites, o que elimina a possibilidade da demanda agregada provocar aumento de preços. Um terceiro elemento favorável à queda da inflação é a expectativa de uma boa safra. Portanto, independente da meta anunciada, presume-se uma inflação, para 2000, menor que a de 1999. Quanto ao desemprego, espera-se uma leve redução impulsionada pela forte desvalorização cambial ocorrida no início de 1999. A principal conclusão a que se chega é que a inflação e o desemprego no Brasil dependem de uma série de fatores que não se restringem ao anúncio de uma meta para a inflação.

## Referências bibliográficas

- Andersson, K., Berg, C. The inflation target in Sweden. *In: Haldane, A.G. (ed.), Targeting inflation*. Bank of England, 1995.
- Aschheim, J., Tavlas, G. S. Nominal anchors for monetary policy: a doctrinal analysis. *BNL Quarterly Review*, n. 191, december 1994.
- Banco Central do Brasil. *Relatório de inflação*, diversos números.
- Bernanke, B., Mishkin, F. Inflation targeting: a new framework for monetary policy? *Journal of Economic Perspectives*, v. 11, n. 2, spring 1997
- Brunilla, A.; Lahdenperä, H. Inflation-targets: principal issues and practical implementation. *In: Haldane, A. G. (ed.), Targeting inflation*. Bank of England, 1995.
- Cecchetti, S., Ehrmann, M. Does inflation targeting increase output volatility? An international comparison of policymakers' preferences and outcomes. *NBER Working Paper Series 7426*, december 1999
- Clarida, R.; Gali, J., Gertler, M. The science of monetary policy: a new Keynesian perspective. *NBER Working Paper n. 7147*, may 1999
- Evans, C.L., Kuttner, K.N. Can VARs describe monetary policy? *Mimeo*, 1998.
- Haldane, A. G. *Targeting inflation*. Bank of England, 1995.
- Haldane, A., Salmon, C. *Three issues on inflation-target framework*. *In: Haldane, A. G. (ed.), Targeting Inflation*. Bank of England, 1995.
- Herrendorf, B. Inflation targeting as a way of precommitment. *Oxford Economic Papers*, v. 50, n. 3, july 1998.
- International Monetary Fund. *International Financial Statistics*, Washington, D.C., v. 51, n. 1, jan. 1998.
- McDonough, W. A framework for the pursuit of price stability. *Economic Policy Review*, Federal Reserve Bank of New York, v. 3, n. 3, august 1997
- Longworth, D., Freedman, C. The role of the staff economic projection in conduction Canadian monetary policy. *In: Haldane, A. G. (ed.), Targeting inflation*. Bank of England, 1995.

Mendonça, H. F. Metas inflacionárias: uma reflexão. *Gazeta Mercantil*, n. 503, 26 de janeiro de 2000.

\_\_\_\_\_. Regimes monetários e o Brasil. *Gazeta Mercantil*, n. 453, 12 de novembro de 1999.

\_\_\_\_\_. Aspectos teóricos e empíricos sobre bancos centrais independentes: implicações para o caso brasileiro. *Revista Economia Aplicada*, São Paulo: FIPE/FEA-USP, v. 2, n. 1, jan-mar 1998.

Mishkin, F. International experiences with different monetary policy regimes. *NBER Working Paper* 6965, february 1999.

Mishkin, F., Posen, A. Inflation targeting: lessons from four countries. *Economic Policy Review*, Federal Reserve Bank of New York, v. 3, n. 3, august 1997

Stevens, G.; Debelle, G. Monetary policy goals for inflation of Australia. In: Haldane, A. G. (ed.), *Targeting inflation*. Bank of England, 1995

Svensson, L. Monetary policy issues for the eurosystem. *NBER Working Paper* 7177, june 1999.

Yates, A. On the design of inflation-target framework. In: Haldane, A. G. (ed.), *Targeting inflation*. Bank of England, 1995.

Apêndice

Tabela 1  
Aspectos Operacionais de Metas Inflacionárias

País (data da adoção)	Medida de Inflação	Meta (% a.a.)	Horizonte
Austrália (abril -1993)	IPC (exclui: preços de frutas e vegetais, petróleo, taxa de juros, preços controlados pelo setor público, e outros preços voláteis)	2 a 3	indefinido
Brasil (junho 1999)	IPCA	8 (± 2) - 1999 6 (± 2) - 2000 4 (± 2) - 2001	1 ano
Canadá (fevereiro 1991)	IPC (exclui: alimentos, energia e efeitos primários dos impostos indiretos)	1 a 3	18 meses
Finlândia (fevereiro 1993)	IPC (exclui: subsídios governamentais, impostos indiretos, preços de imóveis e pagamentos de juros imobiliários)	em torno de 2	1 ano
Israel (dezembro - 1991)	IPC	8 a 11	1 ano
Nova Zelândia (março 1990)	IPC (exclui: variações em impostos indiretos ou tarifas públicas, variações significativas nos termos de troca, taxa de juros e desastres naturais)	0 a 2 (até nov. 1996); 0 a 3 (a partir de dez. 1996)	1 ano
Espanha (janeiro 1995)	IPC (exclui: efeitos primários dos impostos indiretos)	abaixo de 3	indefinido
Suécia (janeiro 1993)	IPC	2 ± 1	indefinido
Reino Unido (outubro 1992)	RPIX índice de vendas a varejo (exclui: pagamentos de juros imobiliários)	2,5 ou menos	Até o fim do atual Parlamento

Fontes: Bernanke & Mishkin (1997, p. 99) e Banco Central do Brasil (1999).



# Metas de inflação e mecanismos de transmissão de política monetária: o caso brasileiro

Carlos Eduardo Soares Gonçalves<sup>§</sup>

## RESUMO

Este artigo busca uma corroboração empírica das relações de causalidade entre variáveis consideradas importantes para a determinação da taxa de inflação no novo sistema de metas de inflação adotado pelo Banco Central brasileiro. Busca-se uma racionalidade econômica que justifique a aparentemente lenta trajetória de queda que a autoridade monetária vem imprimindo às taxas de juros básicas na economia.

**Palavras-chave:** metas de inflação, mecanismos de transmissão, taxas de juros.

## ABSTRACT

This paper aims to corroborate the causal relations among the most important explanatory variables that eventually will determine the inflation rate, given the new framework of Inflation Target recently adopted by the Brazilian Central Bank. It seeks a rationale for the apparently slow velocity in the downward movement of the prime interest rates controlled by the central bank.

**Key words:** inflation targeting, transmission mechanism, interest rates

**JEL classification:** E43.

---

<sup>§</sup> Doutorando em Economia do IPE-USP.

Recebido em julho de 2000. Aceito em setembro de 2000.

## 1 Introdução

Após a queda do regime de bandas cambiais, em janeiro 99, a economia brasileira careceu de uma âncora nominal que guiasse as expectativas dos agentes privados quanto à determinação do nível de preços e da taxa de inflação. Em julho do mesmo ano, o governo brasileiro passou então a adotar o regime de metas de inflação, já empregado em países como Inglaterra, Nova Zelândia e Austrália.

Este regime assim como outros tipos de arranjos monetários (câmbio fixo, *currency board* etc.) estão diretamente vinculados a um amplo debate acadêmico iniciado pelo importante trabalho de Kydland e Prescott (1977), no qual os referidos autores chamam a atenção para o problema de inconsistência temporal quando decisões do planejador central *ex-ante* ótimas passam a ser subótimas *ex-post*, e mostram como em regimes discricionários com expectativas racionais a economia atingirá sempre um equilíbrio inferior ao equilíbrio sob regras. Em outro importante artigo desta literatura, Barro e Gordon (1983) mostram que a taxa de inflação de equilíbrio em uma economia onde a autoridade monetária possua poder discricionário será inevitavelmente superior à do regime de regras sem que sejam gerados quaisquer ganhos em termos de emprego. Tal equilíbrio é conhecido na literatura como equilíbrio de *third-best*, e o referido “excesso” de inflação é denominado de viés inflacionário. A consequência direta deste fato é que o bem-estar da sociedade é indubitavelmente superior no regime de regras. O sistema de metas de inflação assim como os arranjos de política monetária que fazem uso de metas intermediárias (moeda, câmbio etc.) objetivam combater os mecanismos de incentivos que levam as economias a equilíbrios com taxas de inflação demasiadamente elevadas.

Neste novo arranjo de política econômica, a própria inflação passa a desempenhar o papel de âncora nominal na economia. Tal sistema naturalmente se opõe aos regimes de metas intermediárias, onde a autoridade monetária fixa, por exemplo, a taxa de expansão de algum agregado monetário que (ao menos em tese) apresente elevada correlação com a taxa de evolução dos preços.

A grande vantagem dos sistemas de metas intermediárias está calcada na facilidade operacional destes arranjos, dada a relativa simplicidade em se controlar, por exemplo, a taxa de expansão de um agregado monetário. Uma desvantagem clara nestes regimes de “regras” é que variáveis reais, como o produto interno e o emprego, por exemplo, podem apresentar elevada variância ante a realização de choques aleatórios não-contingenciados na elaboração da regra.

Além disto, o fato de vários países terem abandonado a estratégia de metas para agregados monetários parece dever-se à não comprovação empírica da relação de causalidade implícita na equação da teoria quantitativa da moeda, fato recorrente em economias com elevada instabilidade na velocidade de circulação da mesma.

Já no caso da utilização das chamadas âncoras cambiais, as experiências de diversos países que empregaram sistemas cambiais fixos ou “quase-fixos”, na década de 90, não parecem muito alentadoras. Como mostram os modelos de primeira e segunda geração na literatura de ataques especulativos,<sup>1</sup> regimes de câmbio fixo em um mundo de elevada mobilidade de capitais dificilmente se sustentam por períodos mais longos. Um exemplo importante é o caso da Inglaterra, que apesar de possuir sólidos fundamentos macroeconômicos, foi vítima de um ataque especulativo (de segunda geração) em 1992, que a obrigou a abandonar o ERM, passando a adotar o regime de metas de inflação.

Hall e Mankiw (1994) defendem a adoção de metas para a taxa de expansão do produto nominal, arranjo que apresentaria a vantagem de atribuir explicitamente um grau de importância a estabilizações do produto real. Note, por exemplo, que neste caso uma elevação da inflação devido a um choque negativo de oferta não geraria uma resposta contracionista por parte da autoridade monetária devido à concomitante queda do produto real oriunda deste mesmo choque. Existem, entretanto, duas claras desvantagens inerentes a este tipo de regime: a primeira delas é que a variável-alvo, o produto nominal, é um conceito de difícil compreensão pelo conjunto da sociedade, o que diminui a transparência do regime e a habilidade de comunicação do BC com os agentes privados. Em segundo lugar, informações sobre estatísticas de produto nominal normalmente só são disponibilizadas com grandes defasagens, o que torna ainda mais complicada a questão do monitoramento, pela sociedade, das ações da autoridade monetária.

Dadas as principais dificuldades inerentes às âncoras cambiais, monetárias e de produto nominal, alguns países têm optado, ao longo dos anos 90, pelo sistema de metas de inflação. Ao que parece, a principal vantagem deste regime está ligada ao elevado teor de transparência do mesmo, dado que informações relativas à taxa de inflação parecem ser muito mais facilmente compreendidas pelo público em geral do que números referentes à taxa de expansão do M4, por exemplo. Tal fato sugere um grau mais elevado de *accountability* por parte do Banco Central, que terá suas ações (ou o resultado delas) mais facilmente supervisionadas pela sociedade. Espera-se também que, à medida que o regime ganhe credibilidade, essa elevada

---

1 Ver Obstfeld e Rogoff (1996, p. 558-565).

transparência gere uma rápida convergência das expectativas de inflação dos agentes privados em direção à meta, o que eventualmente diminuiria a chamada “taxa de sacrifício” em programas de estabilização.

Com relação à dicotomia regras *versus* discricção, Bernanke & Mishkin (1997) argumentam que o sistema de metas inflacionárias incorpora os pontos positivos de ambos, já que ao mesmo tempo que isola o Banco Central de pressões expansionistas sistemáticas - acarretadas por ciclos políticos ou conflitos de federalismo fiscal<sup>2</sup> - deixa espaço de manobra para que o BC reaja contraciclicamente, evitando elevadas variâncias no produto real eventualmente ocasionadas pela incidência de choques negativos de oferta.

O objetivo deste trabalho não é, entretanto, aprofundar teoricamente o debate sobre o regime de metas de inflação, mas sim analisar quais os mecanismos de transmissão e quais as efetivas relações de causalidade entre as variáveis econômicas de maior importância neste novo paradigma institucional, especificamente para o caso brasileiro.

Uma intuição inicial aponta no sentido de que elevações nas taxas de juros exerceriam efeitos negativos importantes sobre alguns componentes da demanda agregada (investimentos e demanda de duráveis), afetando, eventualmente, o hiato do produto e a taxa de inflação (Curva de Phillips). Além disto, em uma economia aberta com regime de câmbio flexível, deve-se também atentar para o impacto de movimentos nos juros internos sobre a formação da taxa de câmbio, variável-chave na determinação da inflação dos bens comercializáveis. Vale ainda comentar o canal do efeito riqueza, segundo o qual um aumento na taxa de juros de curto prazo deprimiria o valor presente dos títulos públicos não-indexados, diminuindo a renda permanente das famílias e ampliando as consequências recessivas de um aperto monetário. Entretanto, no Brasil, devido ao fato de cerca de 60% da dívida pública encontrar-se (pós)indexada à taxa over-Selic, um aumento nos juros gera não um efeito riqueza, mas um efeito renda que age na direção de diminuir a eficácia da política monetária.<sup>3</sup>

No Brasil, o **principal** instrumento de política econômica para o controle da inflação, dada a rigidez da política fiscal a curto e médio prazos, é a taxa de juros básica da economia determinada pelo Banco Central, o chamado over-Selic. Além deste, a autoridade monetária também pode influenciar os níveis de inflação via controle discricionário de outros tipos de instrumentos, como, por exemplo: nível de compulsórios, intervenções esporádicas no mercado de câmbio<sup>4</sup> etc.

---

2 Ver Velasco (1994).

3 Como mostram Pastore e Pinotti (1999).

Em suma, a relevância do uso da taxa de juros como instrumento de política em um sistema de metas de inflação deve estar fortemente associada à magnitude de sua importância na formação da taxa de câmbio (mercado de ativos), bem como de sua influência sobre o hiato do produto (mercado de bens).

Alem desta introdução, o trabalho está dividido da seguinte maneira: a seção 2 descreve sinteticamente as equações do modelo estrutural a ser estimado, a seção 3 comenta os dados utilizados, e na seção 4 encontram-se as estimações realizadas. Finalmente a seção 5 apresenta um sumário das conclusões e de recomendações de política.

## 2 Modelo

O modelo<sup>5</sup> é composto por quatro equações estruturais, que em conjunto determinam endogenamente a taxa de inflação, o câmbio nominal, o hiato do produto, e a taxa de juros real para uma dada regra de reação da autoridade monetária. As equações a serem estimadas são: uma demanda agregada (IS), uma Curva de Phillips (oferta agregada), e uma equação de paridade coberta da taxa de câmbio.

Respectivamente, em notação matemática:

$$h_t = f(h_{t-1}, r_{t-1}, c_{t-1}, \varepsilon_{1t}) \quad (1)$$

$$\pi_t = f(\pi_{t-1}, h_{t-1}, \Delta e_{t-1}, \varepsilon_{2t}) \quad (2)$$

$$\Delta e_t = f(\Delta i, \Delta i^*, \Delta sr, \varepsilon_{3t}) \quad (3)^6$$

$$\text{Regra de reação}^7 \quad (4)$$

4 Na realidade, em sua essência, o modelo de metas de inflação pressupõe independência de instrumentos de atuação, ainda que não pressuponha independência de objetivos do Banco Central.

5 Semelhante ao sugerido por e Bogdanski, Tombini e Werlang (1999) e Svensson (1997).

6  $\varepsilon_{3t} = E_t e_{t+1} - E_{t-1} e_t$

Sendo os sinais esperados das relações expressos pelas derivadas parciais abaixo:

$$\frac{\partial h_t}{\partial h_{t-1}} > 0, \frac{\partial h_t}{\partial r_{t-1}} < 0, \frac{\partial h_t}{\partial c_{t-1}} > 0$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial \pi_{t-1}} > 0, \frac{\partial \pi_t}{\partial h_{t-1}} > 0, \frac{\partial \pi_t}{\partial \Delta e_{t-1}} > 0$$

$$\frac{\partial \Delta e_t}{\partial \Delta i_t} < 0, \frac{\partial \Delta e_t}{\partial \Delta i_t^*} > 0, \frac{\partial \Delta e_t}{\partial sr_t} > 0$$

onde  $h$  é o hiato do produto,  $\pi$  é a taxa de inflação,  $\pi_{t-1}$  a inflação passada,  $C$  é o estoque de crédito na economia,<sup>8</sup> e a taxa de câmbio nominal,  $r$ , a taxa de juros real,  $i$  e  $i^*$  as taxas de juros nominais interna e externa, respectivamente, e  $sr$  é uma medida de risco soberano. Os sinais das derivadas parciais são apenas uma idéia *a priori* do que a teoria econômica parece sugerir via modelos simples do tipo IS/LM e Curva de Phillips. Apesar de o canal do crédito não estar presente no modelo sugerido por Bogdanski, Tombini e Werlang (1999), a intuição inicial de que a demanda por bens duráveis deve ser sensível não apenas à taxa de juros real, mas também às condições de crédito na economia, justifica a inclusão desta última variável na formulação da curva IS.

Cabem aqui algumas observações sobre o sistema de equações acima descrito. Note que fazendo uso de variáveis defasadas nas regressões do modelo estrutural, evitamos o problema do viés em equações simultâneas no caso de  $E(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) \neq 0$ . Já na equação (2), devido à existência de uma série extremamente curta sobre expectativas futuras para taxa de inflação, a Curva de Phillips é especificada com expectativas adaptativas. Vale ainda frisar que o artigo não tem a preocupação de entrar mais profundamente no debate sobre como deve ser construída a série de hiato do produto, e simplificada utiliza-se a metodologia de “filtrar” as séries iniciais empregando o filtro de Hodrick-Prescott.<sup>9</sup> Esta é apenas mais uma forma

7 As regras podem seguir uma especificação a la Taylor (1993).

8 Para a motivação de incluir o estoque de crédito na curva IS, ver Bernanke and Blinder (1988).

arbitrária de se determinar a tendência de uma série (no caso, o produto potencial) por meio da suavização da mesma. Não se pode, portanto, caracterizar tal metodologia como superior ou inferior a qualquer outra (tendência linear, por exemplo).

### 3 Dados

Em relação às séries de dados, é forçoso reconhecer que rigorosamente temos disponíveis apenas 16 observações mensais para as variáveis em questão no atual regime de câmbio flutuante, o que se caracteriza como forte empecilho a qualquer tipo de exercício econométrico rigoroso. Como sugerido por Bogdanski *et al.* (1999), serão realizadas as estimações para o período que vai de Agosto/1994 a Abril/2000.<sup>10</sup>

#### Séries:

**Hiato do produto ( $h$ ):** são usados os dados da produção industrial divulgados pelo IBGE. Não foram utilizados dados referentes ao PIB por estarem estes disponíveis apenas em bases trimestrais. A série de hiato é construída diminuindo-se da série original (valores realizados) uma tendência (produto potencial), que é calculada usando a já citada metodologia de Hodrick-Prescott.

**Taxas de juros reais e nominais:** o modelo utiliza duas diferentes medidas de juros reais, a saber: os juros de mercado dos contratos de Swap-Pré de 12 meses ( $r^a$ ), que é a taxa relevante de captação para os bancos que financiam o investimento privado; e também a taxa do Selic efetivo mensal ( $r^b$ ), ambas deflacionadas pelo IPCA. A taxa de juros nominal ( $i$ ) é dada pelo valor **nominal** do contrato de Swap de 12 meses.

---

9 Ver Cooley (1999) - *Frontiers of Business Cycles*.

10 Reconhece-se, entretanto, que a quebra de regime ocorrida em Janeiro/1999 deixa os resultados do trabalho sujeitos à Crítica de Lucas, com exceção da equação (3), que será estimada com dados diários a partir de Fev/1999.

**Risco soberano ( $sr$ ):** para a medida de risco soberano, utilizou-se a medida de *spread-over-treasury* de um título externo brasileiro, o C-bond. A escolha deste título deve-se à elevada liquidez que o mesmo apresenta nos mercados secundários de dívida soberana. Parece razoável supor que o preço deste ativo já incorpore todas as informações relevantes sobre a percepção de risco País, dada a rápida reação dos investidores estrangeiros a mudanças no cenário político-econômico.

**Juros externos ( $i^*$ ):** os dados sobre juros externos referem-se ao rendimento nominal dos títulos da dívida americana com prazo de vencimento de 1 ano.

**Câmbio nominal ( $e$ ):** utiliza-se o número oficial do Banco Central para o câmbio nominal diário, a chamada taxa  $ptax$ .

**Crédito ( $c$ ):** os dados de crédito (disponibilizados pelo Banco Central) utilizados são referentes ao estoque de crédito concedido às pessoas física e jurídica, não incluindo crédito habitacional e o crédito ao setor público.

**Inflação ( $p$ ):** foram escolhidos, dentre uma enorme gama de índices de inflação, os dados mensais do IPCA, que é o mesmo índice adotado pelo governo para balizar a meta de inflação para os próximos anos.<sup>11</sup>

## 4 Estimações

### 4.1 Equação (1): IS

Realizando testes ADF para as variáveis implícitas na equação 1, chegou-se aos seguintes resultados:

---

11 Apesar da adoção do índice “cheio” por motivos óbvios de falta de credibilidade, é natural que gradativamente se passe a adotar um índice de núcleo para a meta de inflação, que por não incorporar choques de oferta ou de preços relativos, apresentaria uma maior correlação com instrumentos de política monetária que o índice “cheio”. Para uma análise mais detalhada sobre as várias medidas de núcleo, ver Picchetti e Toledo (2000).



Tabela1

Testes de Raiz Unitária (ADF)

Variável	Estatística do Teste	Valor crítico a 5%	Defasagens
$r^a$	-3.50	-2.90	2
$r^b$	-3.60	-2.90	2
$h$	-2.97	-1.95	1
$c$	-3.47	-2.90	2

Obs.: 1.  $r^a$  corresponde à taxa dos contratos de Swap de um ano, e  $r^b$  à taxa Selic.

2. Critério para seleção das defasagens: iniciar com uma defasagem arbitrariamente elevada e diminuí-la gradativamente até alcançar a melhor estrutura de *lags* (do geral para particular).

Pela tabela acima, rejeita-se a hipótese de raiz unitária para todas as variáveis que compõem a equação (1), podendo-se, portanto, estimar tal equação por mínimos quadrados ordinários.

Na estimação da curva IS foram testadas várias especificações de defasagem de atuação da política monetária (juros) sobre o lado real da economia (hiato do produto). Apresentam-se, a seguir, algumas das várias equações estimadas, que constituem apenas pequenas variações da equação 1 (as tabelas são auto-explicativas no que tange às especificações testadas):

Tabela 2a

Variável Explicada: Hiato do Produto

	Especificação 1	Especificação 2	Especificação 3
$h(-1)$	0.54** (5.18)	0.54** (5.25)	0.51** (4.62)
$r^a(-1)$	-0.26 (-0.99)	-1.31 (-1.81)	
$r^a(-2)$			-0.61 (-0.81)
$c(-1)$		3.7e(-5) (1.55)	
$c(-2)$			1.4e(-5) (0.58)
Schwarz	5.39	5.42	5.47
Q(12)	0.18	0.13	0.10

**Tabela 2a'**  
**Variável Explicada: Hiato do Produto**

	Especificação 4	Especificação 5	Especificação 6
$h(-1)$	0.41** (4.21)	0.49** (4.70)	0.48** (4.53)
$r^a(-3)$	-2.27** (-3.36)		
$r^a(-4)$		-0.75 (-1.74)	
$c(-3)$	6.1e(-5) (2.75)**		
$c(-4)$		1.9e(-5) (1.22)	
Schwarz	5.21	5.40	5.42
Q(12)	0.13	0.14	0.15

Os valores entre parênteses representam a estatística-t \*significante a 5% \*\*significante a 1%.

A especificação 4 (na tabela acima) é a que se apresenta melhor ajustada, tomando como critério de seleção a estatística de Schwarz. Além disto, o teste de Ljung-Box rejeita a hipótese de autocorrelação serial na estrutura de resíduos para este mesmo modelo. As tabelas subseqüentes mostram novas estimações, utilizando agora a taxa de juros over-Selic deflacionada pelo IPCA como variável explicativa.

**Tabela 2b**  
**Variável Explicada: Hiato do Produto**

	Especificação 1	Especificação 2	Especificação 3
$h(-1)$	0.53** (5.06)	0.48** (4.63)	0.40** (3.73)
$r^b(-1)$	-0.80 (-1.10)		
$r^b(-2)$		-1.66* (-2.31)	
$r^b(-3)$			-1.50* (-2.21)
$c(-1)$	2.2e(-5) (0.90)		
$c(-2)$		4.7e(-5) (1.98)	
$c(-3)$			3.8e(-5) (1.60)
Schwarz	5.45	5.40	5.32
Q(12)	0.12	0.11	0.30

Tabela 2b’  
Variável Explicada: Hiato do Produto

	Especificação 4	Especificação 5	Especificação 6
$h(-1)$	0.40	0.41**	0.48**
	(3.55)	(3.46)	(3.81)
$r^b(-4)$	-2.08*		
	(-2.86)		
$r^b(-5)$		-1.72 **	
		(-2.25)	
$r^b(-6)$			-0.87
			(-1.05)
$c(-4)$	5.7e(-5)*		
	(2.40)		
$c(-5)$		5.0e(-5)	
		(1.98)	
$c(-6)$			2.27e(-5)
			(0.82)
Schwarz	5.24	5.21	5.30
Q(12)	0.17	0.21	0.13

Os valores entre parênteses representam a estatística-t \*significante a 5% \*\*significante a 1%.

A conclusão importante das estimações acima apresentadas é a ratificação das hipóteses de que as taxas reais de juros (modelos a e b) e o crédito (no modelo a) são estatisticamente significantes na explicação do hiato da produção industrial. Entretanto, a magnitude dos coeficientes estimados indica que seriam necessárias variações muito grandes nas variáveis de política para que seus efeitos sobre o hiato do produto assumissem valores expressivos. Outra particularidade das estimações realizadas é que no modelo (b), quando são usados os juros básicos como variável explicativa, a defasagem do instrumento (juros selic) para a variável hiato do produto é maior (5 meses), e além disto a magnitude de seu impacto é ainda menor que a já tímida magnitude verificada no modelo (a).

Tais resultados corroboram a idéia de que os níveis dos juros reais são menos importantes para explicar a cadência da atividade econômica do que o senso comum parece sugerir.

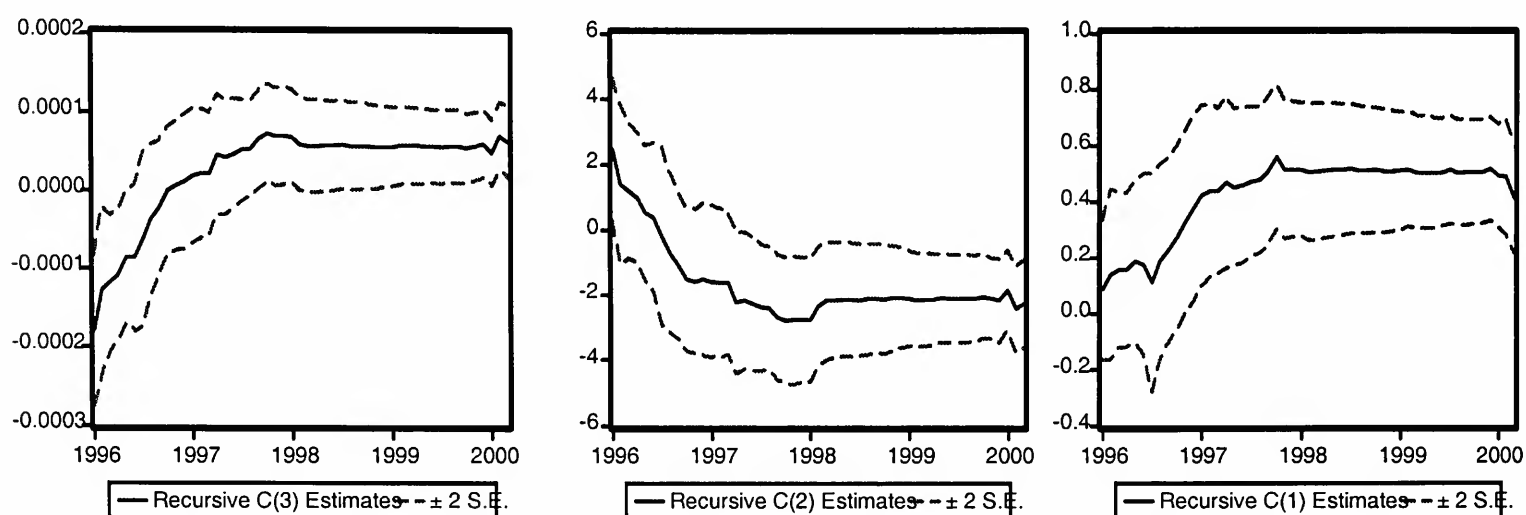
Vale notar também que mesmo nos casos em que tais variáveis apresentam baixas estatísticas-t, na grande maioria das vezes os sinais dos seus coeficientes estão sempre de acordo com o esperado.

Em realidade, além dos efeitos dos juros reais sobre a produção industrial serem pequenos, não há como se afirmar que o padrão das relações acima estimadas se mantenha robusto no

caso da variável estimada ser o hiato do PIB, fato de elevada importância dado que o percentual da produção industrial na composição do PIB é de apenas 36%.

### Teste de Estabilidade

Realizando um teste de recursividade para os coeficientes acima estimados, chega-se aos seguintes resultados:



Onde  $c(1)$ : coeficiente do hiato defasado.

$c(2)$ : coeficiente do juro real.

$c(3)$ : coeficiente do estoque de crédito.

Os gráficos acima deixam clara a existência de elevado grau de estabilidade dos coeficientes estimados mesmo após a mudança no regime cambial ocorrida em Janeiro/99, o que torna mais robusta a conclusão de que há, efetivamente, um padrão estável de relações entre as variáveis explicativas e o hiato do produto industrial. A presença de alguma quebra estrutural significativa no período no qual se insere a amostra seria identificada pela não convergência assintótica dos coeficientes presentes nos gráficos.

### 4.2 Equação (2): Phillips

Lembrando que grande parte da amostra utilizada insere-se em um período de regime de bandas cambiais com desvalorização nominal predeterminada, os resultados obtidos nas estimações da Curva de Phillips não parecem trazer qualquer informação especial. Em particular, o fato de se aceitar a hipótese nula de que o hiato do produto não é significativo para

explicar a variável dependente inflação não deve ser entendido como um argumento robusto para se minimizar sua importância como variável explicativa da mesma, em um regime de câmbio flutuante. Vale lembrar que no regime de câmbio fixo, elevações na absorção interna se traduzem diretamente em perdas de reserva, encontrando-se a inflação ancorada à taxa nominal de câmbio.<sup>12</sup> É de se esperar, portanto, que estimações utilizando fundamentalmente dados relativos ao período 94/99 não indiquem a presença de uma relação significativa entre o hiato do produto e taxa de inflação.

**Tabela 3**  
**Testes de Raiz Unitária (ADF)**

Variável	Estatística do Teste	Valor crítico a 5%	Defasagens
$e$	2.18	-1.94	4
$\pi$	-2.16	-1.94	2

**Tabela 4**  
**Variável Explicada: Inflação**

Variável Explicativa	$\beta$	Teste-t	R <sup>2</sup>	Ljung-Box (32) / P-Value
$\pi(-1)$	0.85	18.6	0.68	0.12
$\Delta e(-1)$	1.55	2.16		
$h(-3)$	2.26	1.36		

\*Estimada para o período ago.94/jan.99.

Note-se que não parece haver dúvida na relação de causalidade câmbio inflação justamente por se tratar de um regime de câmbio predeterminado.

12 Na verdade, a inflação seguirá mais fortemente a trajetória do câmbio nominal quanto maior for a proporção de bens comercializáveis na cesta de consumo do indivíduo representativo, e quanto maior for a indexação das expectativas e dos contratos à taxa de câmbio.

4.3 Equação (3): paridade de juros

Assumindo que a taxa de câmbio é formada no mercado de ativos via uma equação de não-arbitragem, tem-se que:  $(1 + I_t) = (1 + I_t^*) \left( \frac{E_t e_{t+1}}{e_t} \right) (1 + SR_t)$ . Aplicando logaritmos e diferenciando:

$$\Delta i_t = \Delta i_t^* + sr_t + E_t e_{t+1} - E_{t-1} e_t - \Delta e_t \rightarrow \Delta e_t = \Delta i_t^* + \Delta sr_t + (E_t e_{t+1} - E_{t-1} e_t) - \Delta i_t$$

Assume-se que a expressão entre parênteses segue o padrão comportamental de um ruído branco, já que no nível o câmbio nominal apresenta a estrutura de um passeio aleatório. Na Tabela 5 encontram-se os testes de raiz unitária realizados para as variáveis acima citadas, usando somente dados (diários) relativos ao período de câmbio flexível.

Tabela 5  
Testes de Raiz Unitária (ADF)

Variável*	Estatística do Teste	Valor crítico a 5%	Defasagens
<i>e</i>	-2.43	-2.87	2
<i>sr</i>	-1.48	-1.94	2
<i>i</i>	-3.27	-3.42	4
<i>i</i> *	-2.90	-3.42	2

Devido a problemas de endogeneidade na equação de paridade acima citada, optou-se por estimar um VAR simples na diferença das variáveis juros internos, juros externos, risco soberano e câmbio nominal.<sup>13</sup> O objetivo deste exercício é esclarecer, por meio de um teste de Granger,<sup>14</sup> qual a relação de precedência temporal na causalidade destas variáveis.

Para selecionar o número de defasagens na estimação do vetor auto-regressivo foi empregado o Critério de Schwarz.

13 Não foi possível encontrar nenhum vetor de cointegração entre as referidas variáveis.  
14 Na realidade, não existe consenso em relação à exigência de estacionariedade para a aplicação do teste de Granger.

Tabela 6  
VAR

Lags	Schwarz
12	-20.05
10	-20.49
8	-21.00
6	-21.49
4	-22.07
2	-22.68

A curta defasagem do VAR é consistente com o fato de se estar trabalhando com séries financeiras e de frequência diária. A estimação com um VAR(2) traz alguns resultados interessantes em termos de relações de causalidade:

Tabela 7  
Teste de Granger

Hipótese Nula	P-Value
$\Delta sr$ não granger causa $\Delta e$	0.01
$\Delta e$ não granger causa $\Delta sr$	0.17
$\Delta i$ não granger causa $\Delta i^*$	0.98
$\Delta i^*$ não granger causa $\Delta i$	0.08
$\Delta sr$ não granger causa $\Delta i^*$	0.70
$\Delta i^*$ não granger causa $\Delta sr$	0.002
$\Delta i$ não granger causa $\Delta e$	0.00
$\Delta e$ não granger causa $\Delta i$	0.00
$\Delta i$ não granger causa $\Delta sr$	0.02
$\Delta sr$ não granger causa $\Delta i$	0.15

Observando a Tabela 7, parece ficar claro que movimentos nas taxas de juros externas causam (no sentido de Granger) tanto o prêmio de risco soberano como as taxas de juros internas de mercado. Mais ainda, rejeita-se a hipótese de que mudanças nos juros internos causam movimentos na taxa nominal de câmbio.

O fato relevante é que piores na percepção de risco são causadas tanto pela piora do cenário externo como pela alta das taxas de juros domésticas de mercado resultantes daquele primeiro movimento. O resultado final é que um maior prêmio cobrado sobre os papéis

brasileiros tende a depreciar a taxa de câmbio, o que deverá, *ceteris paribus*, resultar em uma inflação mais elevada.

## 5 Conclusão e recomendações de política

A conclusão central deste artigo é que a estimação de um modelo simplificado gera resultados capazes de justificar uma função de reação do governo que implicitamente assuma a existência de uma relação estatisticamente significativa entre as taxas de juros reais e o nível de atividade econômica. Vale lembrar, contudo, que para alcançar efeitos de magnitudes consideráveis sobre o nível de atividade econômica as variáveis de política monetária (juros e crédito) teriam que apresentar oscilações de grande porte, fato que obviamente diminui a eficácia de tais instrumentos.

No que tange ao canal externo, sendo realmente importante a influência que a (des)valorização do câmbio nominal exerce sobre os níveis de inflação, não parece razoável afirmar que o Banco Central tenha capacidade de intervir de modo significativo sobre este canal de transmissão dada as relações de causalidade originadas a partir dos testes de Granger. Em particular, juros mais elevados, piorando a percepção de risco País, pode não ser eficaz no sentido de conter pressões alistas sobre a taxa de câmbio.

Além disto, experiências de outros países do mundo, onde os bancos centrais conseguiram, por meio de políticas monetárias de cunho conservador, estabelecer um elevado nível de credibilidade com o setor privado e, portanto, influenciando significativamente as taxas de inflação esperada, evidenciam a importância de um terceiro canal de transmissão de política, o das expectativas.

Assim, diante das evidências e dos argumentos aqui apresentados, a única justificativa robusta para uma aparentemente elevada cautela que vem apresentando o Banco Central brasileiro na redução das taxas de juros<sup>15</sup> é a que se baseia no argumento de que uma queda mais significativa nas taxas básicas afetaria adversamente as expectativas de inflação. Além disto, o impacto positivo que uma redução nos juros reais traria para as contas públicas, dada a elevada proporção de títulos pós-indexados no total da dívida, diminui a força dos argumentos a favor de uma redução (de juros) demasiado gradualista.

---

15 Dado que é pequeno o estimado efeito marginal verificado nas relações de juros/crédito com o hiato do produto, e sendo, portanto, também pequeno o efeito de uma diminuição nos juros sobre as taxas de inflação.



Finalmente, uma natural extensão deste artigo é reestimar, no futuro, as relações aqui tratadas, com uma base de dados mais extensa dentro do atual regime de câmbio flexível, com o intuito de corroborar os resultados aqui apresentados.

## Bibliografia

- Barro, Robert; Gordon, David. Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, 12, 1983.
- Bernanke, Ben S., Blinder, Alan. Credit, money and aggregate demand. *AER, Papers and Proceedings*, 1988.
- Bernanke, Ben S., Laubach, Thomas; Mishkin, Frederic S.; Posen, Adam S. *Inflation targeting*. Princeton University Press, 1999.
- Bernanke, Ben S., Mishkin, Frederic S. Inflation targeting: a new framework for monetary policy? *Journal of Economic Perspectives*, 11, 1997.
- Bogdanski, Joel; Tombini, Alexandre; Werlang, Sérgio. Implementing inflation targeting, *Mimeo*. Banco Central do Brasil, 1999.
- Cooley, Thomas F. *Frontiers of business cycle research*. Princeton University Press, 1995.
- Enders, Walter. *Applied econometric times series*. John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- Mankiw, Gregory; Hall, Robert E. Nominal income targeting. *Monetary policy*. The University of Chicago Press, 1994.
- Pastore, Affonso C., Pinotti, Maria C. The channels of monetary transmission in Brazil. *Mimeo*, 1999.
- Picchetti, Paulo; Toledo, Celso. How much to trim? A methodology for calculating core inflation, with an application for Brazil. *Economia Aplicada*, São Paulo: FEA-USP/FIPE, v. 4, n. 4, p. 683-704, out./dez. 2000.
- Kydland, Finn; Prescott, Edward. Rules rather than discretion: the inconsistency of optimal plans. *Journal of Political Economy*, 85, 1977.
- Rogoff, Kenneth; Obstfeld, Maurice. *Foundations of international macroeconomics*. The MIT Press, 1996.

- Svensson, Lars E. Inflation forecast targeting: implementing and monitoring inflation targets. *European Economic Review*, p. 1111-1146, 1997
- Taylor, John B. Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, p. 195-214, 1993.
- Velasco, Andrés. The common property approach to the political economy of fiscal policy. *Mimeo*, Havard University, 1994.

## **Leilões de objetos idênticos com demanda unitária: resultados introdutórios\***

Alexandre R. Kosbiau<sup>§</sup>  
Marilda Sotomayor<sup>¶</sup>

### **RESUMO**

Esta é uma introdução de caráter didático à Teoria dos Leilões de objetos idênticos com demandas unitárias, onde os objetos são vendidos simultaneamente ou sequencialmente. Sob as hipóteses de valores privados independentes caracterizamos os equilíbrios simétricos e demonstramos um teorema de equivalência de *payoffs*.

**Palavras-chave:** leilões de objetos idênticos, demandas unitárias.

### **ABSTRACT**

This is an introduction to the auction theory of identical objects and single-unit demands. The objects are sold simultaneously or sequentially. Under the hypothesis of independent private values, we characterize the symmetric equilibria and prove a payoff equivalence theorem.

**Key words:** auctions of identical objects, single-unit demands.

**JEL classification:** D44.

---

\* Este trabalho foi parcialmente financiado pela FINE/ SP e CNPq- Brasil.

§ Universidade de São Paulo, Departamento de Economia.

¶ Universidade de São Paulo, Departamento de Economia. E-mail: marildas@usp.br.

Recebido em maio de 2000. Aceito em outubro de 2000.

## 1 Introdução

Existem  $k$  objetos idênticos indivisíveis e  $n$  compradores neutros ao risco. Cada comprador deseja comprar, no máximo, um item, atribui um valor monetário aos objetos e não conhece o valor dos objetos para os demais compradores. As avaliações dos diferentes compradores são observações independentes de uma variável aleatória com distribuição contínua. A distribuição é de conhecimento comum entre os agentes. O mecanismo de venda é um leilão de lance lacrado onde os objetos são vendidos simultaneamente ou seqüencialmente. Os lances dos compradores dependem das suas avaliações segundo uma mesma função. Este é o modelo simétrico com valores privados independentes (SVPI). Ele pode ser apropriado para bens pessoais não duráveis, sem nenhum valor de revenda. É o modelo de leilões de que trataremos neste artigo.

Historicamente a literatura formal sobre leilões teve início em 1961 com o trabalho seminal de Vickrey. De lá para cá este assunto tem sido de interesse de inúmeras pesquisas que contribuíram para o desenvolvimento de uma poderosa e elegante teoria. Stark e Rothkopf (1979) listam quase 500 artigos. A maior parte deles refere-se à venda de um único objeto indivisível.

Os tipos mais populares de leilões de um objeto são o leilão de preço ascendente ou leilão inglês, o leilão de preço descendente ou leilão holandês, o leilão de primeiro preço de lance selado e o leilão de segundo preço de lance selado, também conhecido como leilão de Vickrey.

No leilão inglês, o leiloeiro determina um preço mínimo inicial para o objeto e gradativamente sobe o preço até que todos os licitantes menos um desistam de participar do leilão. O licitante não desistente paga pelo objeto um preço igual ao último lance. Numa variação, usada no Japão, o preço aparece numa tela e é aumentado gradativamente. Qualquer licitante que deseje estar ativo ao preço corrente aperta um botão. O licitante que soltar o botão deve retirar-se do leilão e não tem permissão para retornar. (Ver Wolfstetter, 1996, p. 370).

O leilão holandês é conduzido por um leiloeiro, que estabelece um preço elevado que é diminuído gradativamente até que um dos licitantes pare o leilão. Este licitante é o vencedor, que fica com o objeto, pagando por este o preço do momento da interrupção do leilão.<sup>1</sup>

---

1 Um leilão holandês interessante é usado em muitas cidades americanas como um método para oferecer descontos na venda de roupas. Cada peça é vendida pelo preço marcado na etiqueta menos um desconto que depende do número de semanas que a peça ficou na prateleira. O preço cai, de uma semana para outra, 10%, até que o preço mínimo de venda seja alcançado. (Ver Wolfstetter, 1996, p. 414).

Em leilões de lance selado, cada licitante submete um lance dentro de um envelope fechado. O objeto é vendido ao licitante que tiver feito o maior lance. No leilão de lance selado de primeiro preço o ganhador paga o valor do seu lance. No leilão de segundo preço ou de Vickrey o licitante vencedor paga o valor do segundo lance mais elevado. Ou seja, o objeto é vendido por um preço igual ao maior lance perdedor.

A propriedade mais importante do leilão de segundo preço, provada por Vickrey (1961), é que submeter o verdadeiro valor é uma estratégia dominante para o comprador. De fato, o comprador não ganha nada fazendo lances por baixo do verdadeiro valor porque, quaisquer que sejam as ofertas dos outros compradores, isso só diminui a sua probabilidade de ganhar, sem alterar o preço que terá de pagar, caso ganhe o leilão. Da mesma forma, ele não ganha nada fazendo lances acima do seu verdadeiro valor, porque se isto é necessário para vencer o leilão, deve ser porque alguém fez uma oferta que é pelo menos igual ao seu verdadeiro valor. Neste caso terá de pagar uma quantia igual ou maior do que o seu verdadeiro valor, o que lhe dá um excedente menor ou igual a zero. Assim, o uso do leilão de Vickrey assegura ao vendedor o segundo valor mais alto dentre os valores de todos os licitantes, supondo que estes usem a sua estratégia dominante. Desta forma, este tipo de leilão não incentiva o comprador a procurar obter informações sobre os seus rivais, o que reduz os custos de preparação dos lances. Além disso, se os licitantes adotam sua estratégia dominante, a alocação resultante dos bens será eficiente (o objeto será alocado para o licitante com o mais alto valor).

A comparação destas quatro formas de leilão pode ser reduzida a comparar os leilões inglês e holandês, ou o de segundo e de primeiro preços. Isso se deve ao fato mostrado por Vickrey, de que o leilão holandês é equivalente ao leilão de primeiro preço e, no modelo SVPI, o leilão inglês é equivalente ao de segundo preço. É fácil ver que o leilão holandês é equivalente estrategicamente ao leilão de 1º preço (de lance selado) e que esta equivalência estratégica não requer que um licitante conheça o valor do objeto para si mesmo. De fato, num leilão holandês o licitante deve escolher o nível de preço ao qual ele parará o leilão, isto é, o nível de preço ao qual reclamará o objeto, se este ainda não tiver sido vendido. O licitante ganhador será aquele que escolher o nível mais alto e o preço que ele pagará será igual a esta quantia. Este é também o modo pelo qual o ganhador e o preço são determinados num leilão de 1º preço de lance selado. Assim, os jogos estratégicos induzidos por estes leilões são equivalentes. Isto é, os conjuntos de estratégias são idênticos, e as funções resultado, que transformam estratégias em alocações, são as mesmas para ambas as formas de leilão. Conseqüentemente, a identidade do ganhador, o preço que ele paga e os equilíbrios destes dois jogos de leilão devem coincidir.

No contexto do modelo simétrico de valores privados independentes, o leilão de 2º preço e o leilão inglês são estrategicamente equivalentes, embora num sentido mais fraco do que a

equivalência estratégica dos leilões holandês e de 1º preço de lance selado. De fato, num leilão inglês o comprador deve escolher o nível de preço ao qual deixará o leilão. O licitante ganhador será aquele que escolher o nível mais alto, e o preço que ele pagará será igual ao nível escolhido pelo último comprador a deixar o leilão. Este é também o modo pelo qual o ganhador e o preço são determinados num leilão de 2º preço de lance selado.

No leilão inglês, se o comprador souber o valor do objeto para si mesmo, ele terá uma estratégia dominante, que é lançar ativamente até que o preço alcance o valor do objeto para ele. Independentemente das estratégias adotadas pelos outros jogadores, esta simples estratégia será uma ótima resposta. Analogamente, no leilão de 2º preço, se um comprador souber o valor do objeto para si mesmo, então a sua estratégia dominante será submeter um lance selado igual ao seu valor. Portanto, em ambos os leilões - inglês e de 2º preço - existe um único equilíbrio em estratégias dominantes. Em ambos os leilões, no equilíbrio, o ganhador será o licitante que tem o valor mais alto do objeto e o preço que ele pagará será o segundo valor mais alto. Neste sentido, os dois leilões são equivalentes.<sup>2</sup>

Vickrey (1961) explicitou equilíbrios simétricos para os leilões de um único objeto de primeiro e de segundo preços de lances selados. Mais ainda, ele provou que no modelo simétrico de valores privados independentes (SPVI), com licitantes neutros ao risco, estas duas formas de leilão são *payoff*-equivalentes, isto é, em equilíbrio, o vendedor e os compradores obtêm os mesmos *payoffs* nos dois tipos de leilões. Este é o celebrado Teorema de Equivalência de Receitas de Vickrey (1961). Devido ao resultado de equivalência estratégica este teorema vale também para os leilões holandês e inglês.

O Teorema de Equivalência de Receitas é bastante surpreendente, pois à primeira vista pode parecer que, como era acreditado antigamente, o leilão de Vickrey acarretasse alguma perda de receita para o vendedor, comparado ao leilão de primeiro preço.<sup>3</sup> Porém, neste leilão, os compradores farão geralmente lances mais altos do que no leilão de 1º preço, onde, no equilíbrio, o objeto é vendido a um preço inferior àquele que o mais alto licitante esteja querendo pagar. De fato, como dizer a verdade é uma estratégia dominante para cada

---

2 Observe que este argumento requer que cada ofertante conheça o valor do objeto para si mesmo. Se existirem mais do que dois licitantes e o que está sendo leilado for, por exemplo, o direito de extração de minerais de uma jazida mineral, onde a quantidade de minerais a ser extraída é desconhecida, ou se for um objeto de arte, que será vendido por um preço não determinado, então esta equivalência não se aplicará. Os jogadores aprendem sobre seus valores quando outros jogadores deixam um leilão inglês e condicionam seu comportamento a esta informação.

3 Esta crença se deveu a uma falsa argumentação de Cassady (1967, p. 260): “... *in the Dutch auction... each potential buyer tends to bid his highest demand price, whereas a bidder in the English system need advance a rival's offer by only one increment.*”

comprador no leilão de Vickrey, o uso desse leilão assegura ao vendedor o valor do licitante com o segundo maior valor, supondo que todos os compradores usem a sua estratégia dominante. O mais surpreendente, porém, é que o leilão de licitação em envelope selado de primeiro preço é incapaz de proporcionar um resultado melhor que o leilão de segundo preço. Mais precisamente, a receita esperada para o vendedor, gerada por qualquer um desses dois mecanismos, é o valor esperado do objeto para o 2º mais alto avaliador.

Uma modificação deste resultado é obtida com a introdução de licitantes avessos ao risco. Naturalmente nada muda no leilão de segundo preço. Porém as estratégias e *payoffs* se alteram no leilão de primeiro preço. Neste mecanismo os compradores fazem lances inferiores aos seus valores reais quando são neutros ao risco. Com a aversão ao risco, esta tática torna-se menos atraente, o que leva os licitantes a submeterem lances mais altos do que submeteriam se fossem neutros ao risco. Assim, a receita do vendedor cresce e o vendedor prefere o leilão holandês ao inglês.

Uma outra alteração é obtida se removermos a independência do modelo SVPI e a substituirmos pela hipótese de uma correlação positiva entre as avaliações dos licitantes. Correlação positiva significa que se a avaliação de um licitante é alta (respectivamente baixa), é provável então que as avaliações dos seus oponentes também sejam altas (respectivamente baixas). Uma correlação positiva não afeta os lances no leilão de segundo preço, pois é sempre uma estratégia dominante dizer a verdade. Porém, faz com que os licitantes lancem mais baixo num leilão de primeiro preço. Desta forma, a introdução de correlação reduz o *payoff* do vendedor no leilão holandês e não o afeta no leilão inglês. Assim, o vendedor prefere o leilão inglês ao holandês quando os valores são correlacionados positivamente. A intuição deste resultado é esboçada como segue: cada licitante sabe que ganhará o leilão somente quando as avaliações dos outros licitantes forem inferiores a sua. Quando os valores são correlacionados positivamente, os licitantes com valores baixos também acreditarão que seus rivais têm avaliações baixas. Desta forma eles diminuirão seus lances. Por outro lado, isto convence os licitantes com valores altos a não lançarem tão agressivamente.

A hipótese de simetria é central para o teorema de equivalência de receitas. Se as avaliações dos compradores não são variáveis aleatórias identicamente distribuídas, não mais pode ser garantido no leilão de primeiro preço que o objeto será vendido ao comprador com a mais alta avaliação. Ou seja, Pareto eficiência só é assegurada pelo leilão de segundo preço. Se uma autoridade pública usa leilões como um procedimento para aconselhar uma alocação, eficiência deve ser o seu objetivo primário. Isto sugere que as autoridades públicas deveriam usar leilões de segundo preço.

Um estudo detalhado de leilões assimétricos é feito em Maskin e Riley (1993). Eles encontram condições suficientes sob as quais os leilões de primeiro preço são preferidos pelo vendedor. Seus resultados sugerem que, nas situações em que o vendedor sabe menos sobre os licitantes do que estes sabem sobre os seus rivais, o leilão de primeiro preço tende a gerar uma receita esperada mais alta que o leilão de segundo preço. Mas em leilões de arte, por exemplo, onde o leiloeiro está tão bem informado quanto os próprios licitantes, sobre os seus preços de reserva, acontece o oposto.

Myerson (1981) generalizou os resultados de Vickrey consideravelmente, estendendo-o para modelos mais gerais de leilões com um único objeto. Os métodos introduzidos por Myerson têm, desde então, sido amplamente aplicados a outros problemas envolvendo informação privada. Riley e Samuelson (1981) mostraram, independentemente, o mesmo resultado de Myerson (1981). Milgrom e Weber (1982) generalizaram também o Teorema de Equivalência de Receitas no caso de um único objeto, mas em outra direção, ou seja, assumindo que os licitantes conhecem como o seu valor para o objeto depende da informação privada de cada licitante. Eles somente consideram três mecanismos específicos de leilões: o de primeiro preço e lance selado e dois mecanismos de leilão oral progressivo. Restritos ao caso de valores privados independentes, todos os três mecanismos geram a mesma receita esperada.

Embora, como mencionado anteriormente, a maior parte dos modelos de leilões tratados na literatura considere a venda de um único objeto indivisível, o caso de vários objetos idênticos, onde os licitantes estão interessados em comprar um único objeto, tem merecido a atenção de muitos autores, de tal forma que atualmente este assunto é um dos campos mais ativos de pesquisas da teoria de leilões. Assim é que nos propomos a oferecer uma breve introdução a esta teoria. A nossa análise tem por base o modelo simétrico de valores privados e independentes (SVPI). Os objetos são vendidos simultaneamente ou seqüencialmente.

No **leilão simultâneo de preço discriminatório** cada um dos licitantes que submeterem os  $k$  mais altos lances paga o valor de seu lance. Nos **leilões simultâneos de preço uniforme ou de Vickrey**, cada um paga o lance correspondente ao  $k+1$ -ésimo lance mais elevado, que é o lance do mais alto perdedor. Vickrey também considerou o caso em que cada ganhador paga o valor do lance mais baixo submetido por um ganhador. Estes dois últimos tipos de leilão produzem o preço mínimo e o preço máximo de equilíbrio competitivo, respectivamente, para o mercado correspondente aos valores declarados.

Duas outras generalizações dos leilões de primeiro e segundo preços são o **leilão seqüencial de 1º preço** e o **leilão seqüencial de 2º preço**. O primeiro é simplesmente uma



seqüência de  $k$  leilões de 1º preço de lance selado, onde, em cada rodada, o licitante com o maior lance ganha um objeto e paga o valor de seu lance. O segundo é uma seqüência de leilões de 2º preço de lance selado. Isto é, em cada rodada, o licitante com o maior lance ganha um objeto e paga o equivalente ao 2º lance mais elevado, ou seja, o maior lance perdedor. Em ambos os leilões seqüenciais, ao fim de cada rodada, o leiloeiro anuncia o preço ao qual o objeto foi vendido. Este tipo de leilão é comum, por exemplo, para vender vinho, cavalos de raça e carros usados. Como no leilão de um único objeto, para o caso de valores privados independentes, no equilíbrio, cada um desses leilões gera a mesma receita esperada para o vendedor.

Weber (1983) considera uma família mais ampla de mecanismos. Os licitantes com os mais altos valores ganham um objeto, mas ele permite que o valor de um licitante dependa da informação privada dos outros, como no modelo para um único objeto de Milgrom e Weber. O preço de equilíbrio é o mesmo em todos esses mecanismos uma vez tenham sido satisfeitas certas condições de fronteira. Por exemplo, a condição poderia ser que se um licitante tem o valor mais baixo possível e ganha (caso em que todos os outros devem também ter o mesmo valor mais baixo possível para o objeto), então ele tem um lucro esperado de zero. Engelbrecht-Wiggans (1987) estende este resultado ao caso de um número aleatório de objetos, independentemente da informação privada do licitante.

Engelbrecht-Wiggans (1988) generaliza o resultado de Vickrey para leilões de múltiplos objetos de maneira análoga à que Myerson fez para os resultados de Vickrey sobre os leilões de um único objeto. Embora ele requeira valores privados independentes, cada licitante pode adquirir mais de um objeto.

Em Menezes (1998) é apresentada uma resenha com os enunciados dos principais resultados, que são ilustrados com exemplos simples de dois objetos e três compradores.<sup>4</sup>

As mais importantes aplicações de leilões de múltiplos objetos são em mercados financeiros. A venda de ações do Tesouro dos Estados Unidos, por exemplo, é feita em mais de 150 leilões por ano, usando um mecanismo de leilão de lance lacrado.

---

4 É preciso observar aqui que, devido a uma errônea interpretação deste autor, o enunciado do Teorema 2 (ii) está incorreto, como também os argumentos usados no exemplo de leilão discriminatório e a observação final deste exemplo (ver a correção desses erros na observação 1 do presente artigo).

O presente trabalho tem um caráter didático. Não nos limitamos aos enunciados e exemplos. Apresentamos também as demonstrações dos resultados enunciados e, no apêndice, fornecemos as técnicas matemáticas necessárias para o seu entendimento. O nosso intuito é o de fornecer uma base teórica acessível ao leitor que deseja lançar-se na pesquisa na Teoria de Leilões. As demonstrações existentes na literatura são de difícil acompanhamento pelo leitor que não está familiarizado com as técnicas matemáticas usadas nessa Teoria. Por isso, embora as demonstrações apresentadas aqui sigam as linhas das demonstrações de Milgrom (1985) para os teoremas e Lema 1, e de Wolfstetter (1996) para o Lema 3, são diferentes das apresentadas nesses artigos, não somente por estarem mais detalhadas como também por usarem, algumas vezes, um enfoque diferente visando facilitar o seu entendimento. Um exemplo disso é a introdução dos Lemas 2 e 3 que não estão em Milgrom (1985).

Aqui, sob as hipóteses de valores privados e independentes, caracterizamos (a) os equilíbrios simétricos para cada uma das quatro formas padrões de leilão: simultâneo uniforme e discriminatório e seqüencial de primeiro e de segundo preços, e (b) demonstramos o teorema de equivalência de receitas para uma família mais ampla de leilões, que inclui os quatro formatos de leilões padrões.

Esses resultados são obtidos aqui de duas maneiras diferentes. Na primeira abordagem demonstramos o Teorema de Equivalência de Receitas para os quatro tipos de jogos de leilão a partir dos equilíbrios simétricos. Restringimo-nos ao caso de valores uniformemente distribuídos, com três objetos e cinco licitantes. Porém, o procedimento usado pode ser aplicado a distribuições arbitrárias, não necessariamente uniformes, com qualquer número de objetos e licitantes. A finalidade dessa abordagem é fundamentar os resultados apresentados. As técnicas usadas nas suas demonstrações são distintas das existentes na literatura. Em Menezes (1998) as demonstrações são apenas esboçadas. Na outra abordagem demonstramos um Teorema de Equivalência de *Payoffs* para modelos mais gerais. A partir deste resultado derivamos os equilíbrios simétricos para os quatro jogos particulares.

Ambas as técnicas são úteis para o melhor entendimento desses leilões. As vantagens da segunda abordagem são: (a) os *payoffs* são determinados e a equivalência de receitas é estabelecida para uma família mais ampla de regras de leilão (isto nunca poderia ser alcançado resolvendo-se todos os leilões possíveis, um por um), e (2) sua simplicidade (não necessitamos lidar com condições de primeira ordem e resolver equações diferenciais não lineares). Esta abordagem complementa a usada por Menezes (1998) referente aos resultados comuns aos dois trabalhos.

Este artigo está dividido da seguinte forma. Na seção 2 resolvemos os quatro tipos de jogos de leilão para o caso de valores uniformemente distribuídos em  $[0, 1]$  com três objetos e cinco licitantes. Na seção 3 apresentamos o modelo de valores privados independentes, enunciamos e demonstramos os resultados principais. A seção 4 conclui o artigo. No Apêndice fornecemos alguns resultados sobre Teoria de Probabilidades que serão usados nas demonstrações dos Teoremas.

## 2 Soluções dos leilões padrões para o caso de valores distribuídos uniformemente

Usaremos as seguintes notações:

$V_l^m \equiv$  Estatística de ordem  $l$  da amostra aleatória  $V_1, \dots, V_m$ , com valores em  $[0, 1]$ ,  $m = 1, \dots, 5$ ,  
com  $V_1^m \geq V_2^m \geq \dots \geq V_5^m$

$F(x) \equiv P(V_j \leq x)$  e  $f(\cdot)$  é a função densidade de probabilidade de  $V_j$ ,  $\forall j=1, \dots, n$ .

$Z_i^m \equiv$  Estatística de ordem  $i$  da amostra aleatória  $Z_1, \dots, Z_m$ , com valores em  $[0, v]$ , onde

$$F_{Z_j}(x) = P(Z_j \leq x) = P(V_j \leq x \mid V_j \leq v) = \frac{F(x)}{F(v)} \text{ e } f_{Z_j}(x) = \frac{f(x)}{F(v)}$$

**Exemplo:** (*Existência e unicidade de equilíbrio simétrico e equivalência de receitas em leilões simultâneos e seqüenciais*) Existem cinco compradores potenciais ( $n=5$ ) neutros ao risco e três objetos idênticos e indivisíveis ( $k=3$ ). Cada comprador deseja comprar no máximo um objeto. Suponha que o preço de reserva do vendedor seja  $r = 0$ . Suponha também que cada licitante  $j$  atribui um valor monetário  $v_j$  aos objetos e não conheça o valor dos objetos para os demais compradores. As avaliações dos diferentes compradores são amostragens independentes de uma distribuição uniforme em  $[0, 1]$  e de conhecimento comum entre os agentes. O mecanismo de venda é um leilão de lance lacrado onde os objetos são vendidos simultaneamente ou seqüencialmente. Então o único equilíbrio simétrico é:

$b_U(v) = v$  (*Leilão simultâneo de preço uniforme*).

$b_D(v) = E[V_3^4 \mid V_3^4 < v]$  (*Leilão simultâneo de preço discriminatório*).

$$b_{PP}(v) = \left(\frac{2v}{5}, \frac{v}{2}, \frac{2v}{3}\right) \text{ (Leilão seqüencial de primeiro preço e}$$

$$b_{SP}(v) = \left(\frac{2v}{4}, \frac{2v}{3}, v\right) \text{ (Leilão seqüencial de segundo preço), onde a } i\text{-ésima coordenada,}$$

para  $i = 1, 2, 3$ , representa o lance ótimo na  $i$ -ésima rodada do leilão.

A receita esperada do vendedor nos quatro tipos de leilão é:

$$R^* = 1.$$

A seguir explicamos detalhadamente como chegamos a esses resultados. As demonstrações utilizam duas hipóteses preliminares cujas validades serão então confirmadas: a simetria do equilíbrio e a monotonicidade estrita das estratégias de equilíbrio.

### 1) Leilão simultâneo de preço uniforme

Considere este jogo sob a perspectiva do jogador 1. Se o jogador 1 fizer um lance menor do que o seu valor, então ele poderá não ganhar um objeto numa situação em que poderia ganhar, e não irá alterar o preço que irá pagar caso ganhe. Agora suponha que o jogador 1 considere fazer um lance maior do que o seu valor. Se isso é necessário para ganhar, então é porque o seu verdadeiro valor é menor do que o terceiro maior lance. Nesse caso, ele estará lançando um valor mais alto do que o terceiro maior lance. Conseqüentemente, ele ganhará, mas pagará o terceiro maior lance, que é maior que o seu verdadeiro valor. Isso significa dizer que lançar o verdadeiro valor é uma estratégia dominante para todo licitante. Então,

$$b_U(v) = v$$

é um equilíbrio simétrico, como afirmamos.

Vamos mostrar que  $b(v) = v$  é o único equilíbrio simétrico. O *payoff* esperado do jogador 1, se ele joga  $b$ , tem avaliação  $v$ , e o terceiro máximo dos lances dos outros jogadores é  $B$ , com função densidade de probabilidade  $f_B$ , é dado por:

$$\Pi(b, v) = vP(B < b) - E(B|B < b)P(B < b) = \int_0^b (v-x)f_B(x)dx.$$

Então o *payoff* esperado será maximizado quando  $\frac{\partial \Pi(b, v)}{\partial b} = (v-b)f_B(b) = 0$ . Logo,  $b = v$  para todo lance no suporte de  $f_B$ . Portanto,  $b(v) = v$  é o único equilíbrio simétrico.

A receita esperada no leilão de preço uniforme é três vezes o valor esperado do maior lance perdedor, ou seja, três vezes a esperança da estatística de ordem 4 da amostra  $V_1, \dots, V_5$ . Usando a expressão  $(B_5)$  do Apêndice:

$$EV_j^m = \frac{m-j+1}{m+1}, \forall j = 1, \dots, m, \forall m = j, \dots, n, \text{ obtemos}$$

$$R^* = 3EV_4^5 = 3\left(\frac{2}{6}\right) = 1$$

## 2) Leilão simultâneo de preço discriminatório

Sob a perspectiva do licitante 1 e considerando que os lances são funções crescentes dos valores, de tal forma que os três licitantes com os maiores valores recebem um objeto, ele será um dos ganhadores quando sua avaliação for maior do que a estatística de ordem 3 da amostra  $\{V_2, \dots, V_5\}$ . Logo, o lance ótimo deve ser o valor esperado de  $V_3^4$  condicionado a ganhar um objeto. Ou seja, um licitante com valor  $v$  faz um lance, num equilíbrio simétrico, de acordo com a seguinte função:

$$b_D(v) = E[V_3^4 | V_3^4 < v]$$

A justificativa para o argumento acima é a seguinte: o comprador 1 ganha um objeto se e somente se pelo menos dois de seus rivais têm avaliações abaixo de  $\sigma(b)$ , onde  $\sigma \equiv (b_D)^{-1}$  ou ainda se e somente se  $\sigma(b) > V_3^4$ . Desta forma:

$$P(\text{ganhar jogando } b \text{ contra } b_D(v) \text{ dos rivais}) = P(V_3^4 < \sigma(b)) \equiv F_W(\sigma(b)), \text{ onde } W \equiv V_3^4$$

No equilíbrio,  $b$  deve maximizar o *payoff* esperado:

$$\Pi(b, v) = (v - b) F_w(\sigma(b)). \text{ Então,}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial b}(b, v) = (v - b) f_w(\sigma(b)) \frac{1}{b'_D(b_D^{-1}(b))} - F_w(\sigma(b)) = (v - b) f_w(v) \frac{1}{b'_D(v)} - F_w(v) = 0.$$

Ou ainda,

$$v f_w(v) - b_D(v) f_w(v) - b'_D(v) F_w(v) = 0.$$

$$[b_D(v) F_w(v)]' = v f_w(v).$$

$$b_D(v) = \int_0^v s \frac{f_w(s)}{F_w(v)} ds \quad \text{Logo, } b_D(v) = E[W | W < v] = E[V_3^4 | V_3^4 < v], \text{ como queríamos}$$

demonstrar.<sup>5</sup>

O vendedor vai receber o lance de cada ganhador. Os ganhadores têm as três mais altas avaliações. O vendedor espera que cada ganhador lance o terceiro maior valor entre as outras quatro avaliações. Assim, ele espera que cada ganhador lance a quarta mais alta avaliação, isto é,  $EV_4^5$ . A receita esperada é a soma dos valores esperados dos lances dos ganhadores. Logo,

$$R^* = 3E(V_4^5) = 3\left(\frac{2}{6}\right) = 1$$

---

5 O fato de que  $\pi$  tem um máximo segue do seguinte argumento. Temos que  $\frac{\partial^2 \Pi(b, v)}{\partial b \partial v} = F'_w(\sigma(b)) \sigma'(b) > 0$ , desde que  $\sigma$  é estritamente crescente por hipótese. Logo,  $\frac{\partial \Pi(b, v)}{\partial b}$  é estritamente crescente como função de  $v$ . Tome  $b < b_D(v)$ , perto de  $b_D(v)$ . Então existe  $v' \in [0, 1]$  tal que  $b_D(v') = b$ . Então  $b_D(v') = b < b_D(v)$ . Como  $b_D(\cdot)$  é estritamente crescente, temos que  $v' < v$ . Assim  $\frac{\partial \Pi(b, v)}{\partial b} > \frac{\partial \Pi(b, v')}{\partial b} = \frac{\partial \Pi(b_D(v'), v')}{\partial b} = 0$ . Então  $\pi(\cdot, v)$  é crescente para  $b < b_D(v)$ . Similarmente mostramos que  $\pi(\cdot, v)$  é decrescente para  $b > b_D(v)$ . Desta forma,  $b_D(v)$  é um maximante global.

**Observação.** No caso de dois objetos e três compradores o lance ótimo será:

$$b_D(v) = E(V_2^2 | V_2^2 < v) = \frac{v(3-2v)}{3(2-v)}$$

Isto corrige o engano em Menezes (1998, p. 321), que afirma que  $b_D(v) = E(V_3^3 | V_3^3 < v) = \frac{2v}{5}$ . Neste exemplo a receita esperada será  $R^* = 2 E(V_3^3) = \frac{1}{2}$  e o pagamento esperado será, segundo o Teorema 1 (Milgrom e Weber, 1982 e Myerson, 1981,

$$E(V_2^2 | V_2^2 < v)P(V_2^2 < v) = \frac{v^2(3-2v)}{3},$$

que é o mesmo que no leilão de preço uniforme, contrariando a afirmação de Menezes (1998, p. 321) de que os pagamentos esperados dos licitantes nos leilões de preço uniforme e discriminatório são distintos.

### 3) Leilão seqüencial de 1º Preço

Resolveremos este jogo de trás para frente.

**3ª Rodada do leilão:** ao fim da penúltima rodada há três compradores potenciais e um único objeto. Este é apenas um leilão de 1º preço de um único objeto. Consideramos que os lances são crescentes em termos dos valores, tal que o licitante com o maior valor em cada rodada ganhe um objeto. Então, sob a perspectiva do licitante 1, ele ganha na terceira rodada se não ganhou nas duas primeiras e se sua avaliação  $v$  for maior do que as dos outros dois licitantes presentes nesta rodada. Isto equivale a requerer que  $v$  seja maior do que o terceiro e quarto maiores valores em  $\{V_2, \dots, V_5\}$  e menor do que o segundo maior valor desta amostra. Ou seja, o licitante 1 ganha um objeto se

$$V_3^4 < v < V_2^4$$

O jogador 1 ganha na terceira rodada se o seu lance for maior do que o lance dos outros dois jogadores presentes nesta rodada. Sejam  $W_2$ , e  $W_3$  as avaliações dos outros dois

jogadores presentes na terceira rodada. Denote  $b^* \equiv b_{PP}^3$  (lance ótimo na terceira rodada do leilão seqüencial de primeiro preço),  $\sigma \equiv b^{*-1}$ ,  $F_j(x) = P(W_j \leq x)$ ,  $j=2,3$  e  $f_j(x) = F'_j(x)$ .

Então a probabilidade de 1 ganhar na terceira rodada é

$\rho(b) = P(b > b^*(W_j), j=2,3) = P(W_j < \sigma(b))^2 = F_j^2(\sigma(b))$ . No equilíbrio,  $b$  deve maximizar o *pay-off* esperado:

$P(b, v) = (v-b)\rho(b)$ . Então,

$$\frac{\partial \Pi(b, v)}{\partial b} = (v-b)\rho'(b) - \rho(b) = 0.$$

Temos que  $\rho'(b) = 2F_j(\sigma(b)) \cdot f_j(\sigma(b)) \cdot \sigma'(b)$ .

Logo,  $(v-b) 2F_j(\sigma(b)) f_j(\sigma(b)) \cdot \frac{1}{b^{*'}(v)} - F_j^2(\sigma(b)) = 0$ , donde

$$2F_j(v)vf_j(v) - 2b^*(v)f(v)F_j(v) - b^{*'}(v)F_j^2(v) = 0$$

$$[b^*(v) F_j^2(v)]' = 2vF_j(v)f_j(v)$$

$$b^*(v) F_j^2(v) = \int_0^v 2x F_j(x) f_j(x) dx$$

$$b^*(v) = \int_0^v 2x \frac{F_j(x)}{F_j(v)} \frac{f_j(x)}{F_j(v)} dx = E[W_2^3 | W_1^3 = v]^6 \text{ (Ver Apêndice).}$$

Ou seja, o lance ótimo num leilão de primeiro preço de 1 objeto e 3 compradores é o valor esperado do segundo valor mais alto condicionado a ganhar. Dessa forma, o lance ótimo para o licitante 1 na terceira rodada deve ser o valor esperado do terceiro maior valor dentre os demais licitantes, condicionado a ganhar nesta rodada. Ou seja, um licitante com valor  $v$  faz um lance na terceira rodada, num equilíbrio simétrico, de acordo com a seguinte função:

6 Que  $b^*(v)$  é um maximante segue do mesmo argumento usado na nota anterior.



$$b_{PP}^3(v) = E[V_3^4 \mid V_3^4 < v < V_2^4]$$

Usando as expressões  $(B_4)$ ,  $(B_3)$  e  $(B_6)$  do Apêndice B temos:

$$b_{pp}^3(v) = E[V_3^4 \mid V_2^4 = v] = E[V_4^5 \mid V_3^5 = v] = E[Z_1^2] = \frac{2}{3}v.$$

**2ª Rodada do leilão:** na segunda rodada do leilão há quatro licitantes e dois objetos à venda. Além disso, os licitantes que participam nesta rodada sabem que se eles perderem a possibilidade de comprar o segundo objeto colocado à venda, então dadas as estratégias que eles utilizariam na última rodada do leilão, o licitante perdedor da segunda rodada que tenha o maior valor irá ganhar o terceiro objeto. Para que um comprador seja indiferente entre ganhar um dos dois objetos idênticos, o preço que ele pagaria por qualquer um deles tem que ser a mesma variável aleatória. Isto é, sob a perspectiva do licitante 1, ele querará pagar na segunda rodada, caso ganhe nesta rodada, o mesmo que pagaria na terceira rodada caso não ganhasse na segunda. Logo, se ele tem valor  $v$ , ele lançará o valor esperado da estatística de ordem 3 de  $\{V_2, \dots, V_5\}$  condicionada a ganhar um objeto na segunda rodada. Ele ganha na segunda rodada se não ganhou na primeira e sua avaliação  $v$  for maior que as avaliações dos outros três licitantes presentes nesta rodada. Isto é, sob a perspectiva do licitante 1, ele ganha na segunda rodada se dentre as avaliações dos outros quatro licitantes,  $v$  for maior do que a segunda mais alta e menor do que a primeira mais alta. Isto significa dizer que:

$$V_2^4 < v < V_1^4$$

Assim, um licitante com valor  $v$  faz um lance na segunda rodada do leilão da seguinte forma:

$$b_{PP}^2(v) = E[V_3^4 \mid V_2^4 < v < V_1^4].$$

Usando as expressões  $(B_4)$ ,  $(B_3)$  e  $(B_6)$  do Apêndice B temos:

$$b_{pp}^2(v) = E[V_3^4 \mid V_1^4 = v] = E[V_4^5 \mid V_2^5 = v] = E[Z_2^3] = \frac{2}{4}v.$$

**1ª Rodada do leilão:** o licitante 1 ganha na primeira rodada se sua avaliação for maior do que as avaliações dos outros quatro licitantes, isto é, se  $V_1^4 < v$ . Com um argumento análogo ao usado acima, podemos concluir que o seu lance ótimo será

$$b_{pp}^1(v) = E[V_3^4 | V_1^4 < v] = E[V_4^5 | V_1^5 = v] = E[Z_3^4] = \frac{2}{5}v$$

Assim,

$$b_{pp}(v) = \left(\frac{2v}{5} \cdot \frac{v}{2} \cdot \frac{2v}{3}\right)$$

é a estratégia de equilíbrio para um licitante com valor  $v$ , como afirmado.

Resumindo a discussão acima, um comprador tem a garantia de ganhar um dos três objetos se o seu valor se encontra dentre os três maiores valores. Se o seu valor for o maior, tal licitante ganhará na primeira rodada do leilão. Se o seu valor for o segundo maior, tal licitante irá ganhar na segunda rodada do leilão e se for o terceiro maior ele ganhará na terceira rodada do leilão. A receita esperada na primeira rodada do leilão é o valor esperado do lance do ganhador na primeira rodada, que é o valor esperado do lance, na primeira rodada, do licitante com a maior avaliação:

$$E(b_{pp}^1(V_1^5)) = E\{E[V_4^5 | V_1^5]\} = E[V_4^5] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

A receita esperada na segunda rodada do leilão é o valor esperado do lance ganhador na segunda rodada, ou seja, é o valor esperado do lance, na segunda rodada, do licitante com a segunda maior avaliação:

$$E(b_{pp}^2(V_2^5)) = E\{E[V_4^5 | V_2^5]\} = E[V_4^5] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

A receita esperada na terceira rodada do leilão é o valor esperado do lance ganhador na terceira rodada, ou seja, é o valor esperado do lance, na terceira rodada, do licitante com a terceira maior avaliação:

$$E(b_{pp}^3(V_3^5)) = E\{E[V_4^5 | V_3^5]\} = E[V_4^5] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Como vemos, as receitas esperadas nas três rodadas do leilão seqüencial de 1º preço são iguais. A receita esperada do vendedor é:

$$R^* = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

#### 4) Leilão seqüencial de 2º Preço

Também resolveremos este jogo de trás para frente.

**3ª Rodada do leilão:** na última rodada há três licitantes e um único objeto. Então temos um leilão de 2º preço de um único objeto. Cada um dos três licitantes remanescentes faz como lance o seu verdadeiro valor, ou seja,

$$b_{SP}^3(v) = v,$$

lembrando que denotamos por  $b_{SP}^3$  o lance ótimo na terceira rodada do leilão de primeiro preço.

**2ª Rodada do leilão:** na terceira rodada o jogador paga o segundo maior lance feito pelos licitantes presentes, caso ganhe. Como o lance é igual ao valor nesta rodada, sob a perspectiva do jogador 1, ele paga, na terceira rodada, o terceiro maior valor de  $\{V_2, \dots, V_5\}$  caso ganhe. Como no equilíbrio ele deve ser indiferente entre ganhar um objeto na segunda rodada e ganhar um objeto na terceira rodada, ele quer pagar  $V_3^4$  caso ganhe na segunda rodada. Assim, se  $V_1 = v$  e o licitante 1 ganha na segunda rodada ele espera pagar  $E[V_3^4 | V_2^4 < v < V_1^4]$ , que é o mesmo que  $E[V_4^5 | V_2^5 = v]$ , por (B<sub>4</sub>) do Apêndice B. Sob a perspectiva do jogador 1, o seu pagamento na segunda rodada, se ele ganha nesta rodada, deve ser igual ao segundo maior lance nesta rodada, que é o lance do licitante de segundo maior valor dentre os quatro jogadores presentes nesta rodada, considerando que os lances são crescentes em termos dos valores. Ou seja, se o jogador 1 é do tipo  $v$ ,

$$E[V_4^5 | V_2^5 = v] = E[b_{SP}^2(V_2^4) | V_2^4 < v < V_1^4] = E[b_{SP}^2(V_3^5) | V_2^5 = v].$$

Então  $b_{SP}^2(V_3^5) = E(V_4^5 | V_3^5) = E(Z_1^2) = \frac{2V_3^5}{3}$ , pois

$$E(E(V_4^5 | V_3^5) | V_2^5 = v) = E\left(\frac{2}{3}V_3^5 | V_2^5 = v\right) = \frac{2}{3}E(Z_1^3) = \frac{v}{2} \text{ e}$$

$$E(V_4^5 | V_2^5 = v) = E(Z_2^3) = \frac{v}{2}.$$

**1ª Rodada do leilão:** na primeira rodada do leilão o licitante 1 ganha se sua avaliação for maior do que as avaliações dos outros quatro licitantes, isto é, se  $V_1^4 < v$ . Como no equilíbrio ele deve ser indiferente entre ganhar um objeto na segunda rodada e ganhar um objeto na primeira rodada, ele quer pagar  $V_3^4$  caso ganhe na primeira rodada. Assim, se  $V_1 = v$  e o licitante 1 ganha na primeira rodada, ele espera pagar  $E[V_3^4 | V_1^4 < v]$ , que é o mesmo que  $E[V_4^5 | V_1^5 = v]$ . Com um argumento análogo ao usado acima, podemos concluir que

$$E[V_4^5 | V_1^5 = v] = E[b_{SP}^1(V_1^4) | V_1^4 < v] = E[b_{SP}^1(V_2^5) | V_1^5 = v].$$

Então  $b_{SP}^1(V_2^5) = E(V_4^5 | V_2^5) = E(Z_2^3) = \frac{v}{2}$ , pois

$$E\{E[V_4^5 | V_2^5] | V_1^5 = v\} = \frac{1}{2}E(V_2^5 | V_1^5) = \frac{1}{2}E(Z_1^4) = \frac{1}{2}\left(\frac{4v}{5}\right) = \frac{2v}{5} \text{ e}$$

$$E(V_4^5 | V_1^5 = v) = E(Z_3^4) = \frac{2v}{5}$$

Assim,

$$b_{SP}(v) = \left(\frac{2v}{4}, \frac{2v}{3}, v\right)$$

é a estratégia de equilíbrio para um licitante com valor  $v$ , como afirmado.

A receita esperada na primeira rodada do leilão é o valor esperado do segundo maior lance, que é o valor esperado do lance do licitante de segunda maior avaliação, i.e.,

$$E(b_{sp}^1(V_2^5)) = E\frac{2V_2^5}{4} = \frac{2}{4} \bullet \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$$

De forma similar, na segunda rodada do leilão, a receita esperada é o valor esperado do segundo maior lance, que é o valor esperado do lance do licitante de segundo maior valor nesta rodada. Como o segundo maior valor da segunda rodada é o terceiro maior valor, a receita esperada na segunda rodada do leilão é:

$$E(b_{sp}^2(V_3^5)) = \frac{2}{3} EV_3^5 = \frac{2}{3} \frac{3}{6} = \frac{1}{3}$$

Como o segundo maior valor da terceira rodada é o quarto maior valor, a receita esperada na segunda rodada do leilão é:

$$E(b_{sp}^3(V_4^5)) = EV_4^5 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Poderíamos também ter calculado diretamente:

$$Eb_{sp}^1(V_2^5) = E[E(V_4^5 | V_2^5)] = EV_4^5 = \frac{1}{3}$$

$$Eb_{sp}^2(V_3^5) = E[E(V_4^5 | V_3^5)] = EV_4^5 = \frac{1}{3}$$

$$Eb_{SP}^3(V_4^5) = EV_4^5 = \frac{1}{3}$$

Assim, a receita total esperada do vendedor é

$$R^* = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

As quatro formas de leilão geram a mesma receita esperada. Para os leilões sequenciais a receita esperada obtida em diferentes rodadas é a mesma. Este fato não é acidental, como veremos na próxima seção.

### 3 O modelo Simétrico de Valores Privados Independentes (SVPI)

Um lote de  $k$  objetos idênticos está para ser vendido. O vendedor valoriza cada objeto em zero. Existem  $n$  compradores neutros ao risco, cada um dos quais deseja comprar, no máximo, um objeto. Cada comprador  $i$  conhece o seu próprio valor  $v_i$  dos objetos (esta é a hipótese de valor privado) e não conhece as avaliações dos seus oponentes. Os valores dos diferentes licitantes são observações independentes de uma variável aleatória não negativa  $V$  com uma distribuição contínua de conhecimento comum entre os agentes. Sejam  $F(v)$  e  $f(v)$  a função de distribuição e a função densidade de  $V$ , respectivamente. O suporte de  $f$  é  $[0, \bar{v}]$ . Assim, todos os agentes concordam que a probabilidade de que o valor do licitante  $i$  seja menor do que  $v$  seja dado por  $F(v)$ , todo mundo sabe que todo mundo sabe isto, todo mundo sabe que todo mundo sabe que todo mundo sabe isto, *ad infinitum*.

Sejam  $V_1, \dots, V_n$  os valores dos licitantes. Em prol de uma notação mais simples, mas sem perda de generalidade, restringimo-nos ao caso  $k < n$ . Como na seção anterior, denotamos por  $V_l^m$  as estatísticas de ordem  $l$  da amostra aleatória  $V_1, \dots, V_m$ ,  $m = 1, \dots, n$ , com

$$V_1^m \geq V_2^m \geq \dots$$

Todas as formas de leilão que consideramos induzem um jogo com informação incompleta sobre os *payoffs* dos jogadores. Embora os jogos induzidos pelos leilões sequenciais sejam jogos dinâmicos, as hipóteses que impomos nos permitem considerá-los como jogos estáticos. Desta forma a noção de equilíbrio adequada é a de equilíbrio de Nash-Bayesiano. Porque as

regras desses leilões tratam os compradores simetricamente e porque temos hipóteses simétricas sobre os compradores, procuramos por equilíbrios de Nash simétricos. Desta forma, cada licitante escolhe a mesma função de lance.

### 3.1 Resultados principais

Dadas as hipóteses do modelo, a escolha de lances para um dado comprador afeta seu *payoff* somente à medida que afeta a sua probabilidade de ganhar uma unidade ou a quantia que ele espera pagar caso ganhe um dos objetos.

Segundo a abordagem de Harris e Raviv (1981), Myerson (1981) e Riley e Samuelson (1981), o problema de decisão de um licitante (quando as estratégias dos outros licitantes estão fixas) é o de escolher uma probabilidade  $p$  de ganhar um objeto e um correspondente pagamento esperado  $g(p)$ , associado ao lance que ganha algum objeto com probabilidade  $p$ . Dada a hipótese de independência no modelo, o conjunto de pares  $(p, g(p))$  disponíveis para o licitante depende somente das regras do leilão e das estratégias dos outros jogadores, e não de seu valor privado para os objetos. Assim sendo, se o comprador 1 valoriza uma unidade em  $v$ , o seu *payoff* esperado para um ponto  $(p, g(p))$  é

$$\Pi_1(p) = v \cdot p - g(p).$$

Seja  $p^*(v)$  a escolha de  $p$  que maximiza  $\pi_1$  quando o comprador 1 tem valor  $v$ . Isto é,  $p^*(v)$  é a probabilidade do comprador 1 de ganhar um objeto quando tem avaliação  $v$  e todos jogam em equilíbrio. Assumimos que  $g(\cdot)$  é diferenciável em  $p^*(v)$ . Então:

$$\frac{\partial}{\partial p} \pi_1(p^*(v)) = v - g'(p^*(v)) = 0.$$

Então

$$g'(p^*(v)) = v \tag{A1.}$$

Supondo que  $p^*(v)$  é diferenciável, temos:

$$\frac{dg(p^*(v))}{dv} = g'(p^*(v)) \cdot \frac{dp^*(v)}{dv} = v \cdot \frac{dp^*(v)}{dv}$$

Assim obtemos:

$$g(p^*(v)) = g(p^*(0)) + \int_0^v dg(p^*(s)) = g(p^*(0)) + \int_0^v s \cdot dp^*(s)$$

Temos assim demonstrado o seguinte resultado:

**Lema 1** (Myerson (1981), Riley e Samuelson (1981): *Sejam  $p^*(v)$  e  $g(p^*(v))$  a probabilidade de um licitante ganhar algum objeto e o pagamento esperado, respectivamente, quando o seu valor é  $v$  e todos jogam em equilíbrio. Se  $p^*(.)$  e  $g(.)$  são diferenciáveis, então<sup>7</sup>*

$$g(p^*(v)) = g(p^*(0)) + \int_0^v s \cdot dp^*(s)$$

O nosso primeiro teorema é o seguinte:

**Teorema 1 (Princípio da Equivalência de Payoffs)** (Milgrom e Weber, 1982; Myerson, 1981).

*Consideremos o modelo de leilão de valores privados independentes simétricos com  $n$  licitantes neutros ao risco e  $k$  objetos. Assumamos que um perfil de estratégias de equilíbrio é tal que os licitantes com os  $k$  mais altos valores têm certeza de receber um objeto, e um licitante com valor zero tem um pagamento esperado de zero. Então: (a) o pagamento esperado de um comprador com valor  $v$  é igual a*

$$E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \cdot P(V_k^{n-1} \leq v),$$

*(b) a receita esperada do vendedor neste equilíbrio é*

$$k \cdot E(V_{k+1}^n) \text{ e}$$

*(c) o lucro esperado de cada licitante é  $\Pi_1 = [v - E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v)] P(V_k^{n-1} \leq v)$*

<sup>7</sup> Esta fórmula vale mesmo se  $g(.)$  não é diferenciável.



**Demonstração:** por hipótese, se todos jogam em equilíbrio, um comprador ganha um objeto se a sua avaliação é uma das  $k$  mais altas avaliações. Isto significa dizer que um comprador ganha um objeto se as avaliações de pelo menos  $n-k$  dos outros  $n-1$  compradores são menores ou iguais à sua avaliação. Então, sob a perspectiva do comprador 1, a probabilidade do comprador 1 ganhar um objeto, dado que o seu valor do objeto é  $v$ , é

$$p^*(v) = P(V_k^{n-1} \leq v) = F_{V_k^{n-1}}(v),$$

onde  $V_k^{n-1}$  é a estatística de ordem  $k$  da amostra  $\{V_2, \dots, V_n\}$ .

Então,

$$dp^*(v) = f_{V_k^{n-1}}(v).dv$$

Usando o Lema 1 temos que, levando em conta que  $g(p^*(0))=0$ ,

$$g(p^*(v)) = \int_0^v s f_{V_k^{n-1}}(s) ds.$$

Por outro lado, se  $x \leq v$ ,

$$f_{V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v}(x) = \frac{f_{V_k^{n-1}}(x)}{F_{V_k^{n-1}}(v)}.$$

Então:

$$E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \cdot P(V_k^{n-1} \leq v) = F_{V_k^{n-1}}(v) \int_0^v s \frac{f_{V_k^{n-1}}(s)}{F_{V_k^{n-1}}(v)} ds = \int_0^v s f_{V_k^{n-1}}(s) ds.$$

Logo,

$$g(p^*(v)) = E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \cdot P(V_k^{n-1} \leq v),$$

o que demonstra a parte (a).

Para a parte (b), observe que a receita esperada do vendedor é a soma do que cada um dos  $k$  ganhadores pagará. Cada ganhador tem avaliação  $V_j^n$  para algum  $j=1, \dots, k$ . Temos que a estatística de ordem  $k$  da amostra  $\{V_1, \dots, V_n\}$ , quando  $V_1 = V_j^n$  para algum  $j=1, \dots, k$ , é a estatística de ordem  $k+1$  da amostra  $\{V_1, \dots, V_n\}$ . Desta forma, sob a perspectiva do jogador 1, se ele tem avaliação  $V_1 = V_j^n$  para algum  $j=1, \dots, k$ , o seu pagamento esperado é  $E(V_{k+1}^n)$ . Logo, o vendedor espera receber  $k \cdot E(V_{k+1}^n)$ .

Para a parte (c) temos que o lucro esperado de cada comprador é dado por:

$$\Pi_1 = \Pi_1(p^*(v)) = v \cdot p^*(v) - g(p^*(v))$$

Portanto,  $\Pi_1 = v \cdot P(V_k^{n-1} \leq v) - E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \cdot P(V_k^{n-1} \leq v)$ , donde

$$\Pi_1 = \left[ v - E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \right] \cdot P(V_k^{n-1} \leq v)$$

e a demonstração está completa. ■

Nos leilões simultâneos de Vickrey (ou uniforme) e discriminatório, uma estratégia para um licitante é uma função  $b(\cdot)$ , que associa cada um de seus possíveis valores  $v$  a um lance  $b(v) \geq 0$ . No leilão de Vickrey, é uma estratégia dominante submeter o próprio valor. Então  $b(v) = v$  é um equilíbrio. Um jogador típico, digamos o jogador 1, ganha algum objeto se seu lance for maior que o  $k$ -ésimo lance mais alto dos restantes  $n-1$  licitantes. Isto significa dizer que ele ganha um objeto se o seu valor for um dos  $k$  valores mais altos. Então o Teorema 1 aplica e temos provado o seguinte resultado:

**Teorema 2** (Vickrey, 1962; Ortega-Reichert, 1968).

*No modelo SVPI com  $n$  licitantes neutros ao risco,  $k$  objetos ( $n > k$ ) vale o seguinte:*

(a) *Seja  $b_j(v) = v = E[V_k^{n-1} | V_k^{n-1} = v]$ , para  $j=1, \dots, n$ . Então  $(b_1(\cdot), \dots, b_n(\cdot))$  é o único equilíbrio simétrico do leilão simultâneo de preço uniforme.*

(b) *O lucro esperado de um licitante com valor  $v$  no leilão de preço uniforme é:*

$$\Pi_1 = \left[ v - E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \right] \cdot P(V_k^{n-1} \leq v)$$

(c) O pagamento esperado de um comprador com valor  $v$  é igual a

$$E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \cdot P(V_k^{n-1} \leq v),$$

(d) A receita total esperada do vendedor no leilão de preço uniforme é  $k \cdot E(V_{k+1}^n)$ .

Os seguintes lemas serão de utilidade:

**Lema 2:** seja  $p^*(v)$  a probabilidade de um licitante ganhar algum objeto quando o seu valor é  $v$  e todos jogam em equilíbrio. Então  $p^*(v)$  é crescente.

**Demonstração:** o *payoff* esperado de um comprador com avaliação  $v$  e probabilidade de ganhar algum objeto igual a  $p^*(v)$  pode ser escrito como uma função de  $v$ :

$$\Pi_1(v) = v \cdot p^*(v) - g(p^*(v)).$$

Então,  $\Pi_1'(v) = v \cdot [p^*(v)]' + p^*(v) - g'(p^*(v)) \cdot [p^*(v)]' = [v - g'(p^*(v))] [p^*(v)]' + p^*(v)$ .  
Por A1 temos que

$$\Pi_1'(v) = p^*(v).$$

A2

Por outro lado, a função  $\Pi_1(v)$  é convexa. De fato, sejam  $v_1, v_2$  e  $v^* = \lambda v_1 + (1-\lambda)v_2$ . Então,  $\Pi_1(v_j) = v_j p^*(v_j) - g(p^*(v_j)) \geq p \cdot v_j - g(p)$ ,  $\forall j = 1, 2$  e  $\forall p$ . Em particular para  $p = p^*(v^*)$ . Então,  $\Pi_1(v_j) \geq p^*(v^*) v_j - g(p^*(v^*))$ ,  $\forall j = 1, 2$ , donde  $\lambda \Pi_1(v_1) + (1-\lambda) \Pi_1(v_2) \geq \lambda p^*(v^*) v_1 - \lambda g(p^*(v^*)) + (1-\lambda) p^*(v^*) v_2 - (1-\lambda) g(p^*(v^*)) = p^*(v^*) (\lambda v_1 + (1-\lambda) v_2) - g(p^*(v^*)) = p^*(v^*) v^* - g(p^*(v^*)) = \Pi_1(v^*) = \Pi_1(\lambda v_1 + (1-\lambda) v_2)$ . Portanto,  $\lambda \Pi_1(v_1) + (1-\lambda) \Pi_1(v_2) \geq \Pi_1(\lambda v_1 + (1-\lambda) v_2)$ , como afirmamos.

Desta forma,  $\Pi_1'(v)$  é crescente em  $v$ , o que implica que  $p^*(v)$  é crescente em  $v$ , como queríamos demonstrar. ■

Assumiremos por enquanto que no leilão discriminatório a função de distribuição de  $b(V_j)$  é estritamente crescente em  $[0, \bar{v}]$ , para todo comprador  $j$ . Isso implica que  $p^*(b)$ , a probabilidade de ganhar lançando  $b$ , quando todos os outros jogam em equilíbrio, é estritamente crescente. De fato, se  $b_1 > b_2$ , então  $p^*(b_1) = P(b(V_j) < b_1, \text{ para pelo menos } (n-k) \text{ compradores } j \text{ dentre os } (n-1) \text{ restantes}) = P(b_2 < b(V_j) < b_1, \text{ para pelo menos } (n-k) \text{ compradores } j \text{ dentre os } (n-1) \text{ restantes}) + P(b(V_j) < b_2, \text{ para pelo menos } (n-k) \text{ compradores } j \text{ dentre os } (n-1) \text{ restantes})$ .

$j$  dentre os  $(n-1)$  restantes)  $> P(b(V_j) < b_2$  para pelo menos  $(n-k)$  compradores  $j$  dentre os  $(n-1)$  restantes)  $= p^*(b_2)$ , usando-se que  $P(b_2 < b(V_j) < b_1$ , para pelo menos  $(n-k)$  compradores  $j$  dentre os  $(n-1)$  restantes)  $> 0$ , pelo fato da função de distribuição de  $b(V_j)$  ser estritamente crescente.

Agora podemos provar o seguinte resultado:

**Lema 3:** *No leilão simultâneo discriminatório,  $b(v)$  é estritamente crescente em  $[0, \bar{v}]$ .*

**Demonstração:** Estamos assumindo que  $p(b)$  é estritamente crescente em  $b$ . Seja  $p(b(v)) = p^*(v)$ . Pelo Lema 2  $p^*(v)$  é crescente em  $v$ . Logo,  $b(v)$  é crescente em  $v$ . Para ver que  $b(v)$  é estritamente crescente use o fato de que caso contrário, se digamos  $v_1 < v_2$  e  $b(v_1) = b(v_2)$ ,  $b(v)$  não seria ótima resposta para um licitante com avaliação  $v' \in (v_1, v_2)$  nas situações em que a mais alta avaliação está em  $(v_1, v_2)$ . De fato, nestas situações, lançando  $b(v') + \varepsilon$ , para  $\varepsilon > 0$ , e suficientemente pequeno, o licitante sempre ganha o leilão. Desta forma, ele pode aumentar o seu *payoff* esperado e lucrar com o desvio. Portanto,  $b(\cdot)$  é estritamente crescente, como queríamos demonstrar. ■

A demonstração do lema acima corrige a demonstração apresentada por Wolfstetter (1996), onde o autor incorretamente conclui que se  $p^*(v)$  é crescente em  $v$  e  $p^*(b)$  é crescente, então  $b(v)$  é crescente.

Para verificar que a função de distribuição de  $b(V_j)$  é estritamente crescente em  $[0, \bar{v}]$ , use que  $P(b(V_j) \leq b_1) = P(V_j \leq b^{-1}(b_1)) = F(b^{-1}(b_1))$ ,  $F$  é estritamente crescente e  $b^{-1}$  é estritamente crescente por ser a inversa de uma função estritamente crescente.

O Lema 3 implica que a probabilidade do licitante 1 ganhar, se ele é do tipo  $v$ , é:

$p^*(v) = P(\text{ganhar} \mid \text{valor} = v) = P(b(V_j) \leq b(v), \text{ para pelo menos } (n-k) \text{ compradores } j \text{ dentre os } (n-1) \text{ restantes})$

$= P(V_j \leq v, \text{ para pelo menos } (n-k) \text{ compradores } j \text{ dentre os } (n-1) \text{ restantes}) = P(V_k^{n-1} \leq v)$ , como no leilão de Vickrey.

Logo, para este leilão o Teorema 1 também se aplica. Assim,

$g(p(v)) = E(V_k^{n-1} \mid V_k^{n-1} \leq v) \cdot P(V_k^{n-1} \leq v)$ .

Então, como neste leilão um comprador paga o seu lance  $b(v)$  se ele ganha um objeto, temos que:

$$g(p^*(v)) = b(v) \cdot P(V_k^{n-1} \leq v).$$

Segue então que:

$$b(v) = E[V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v].$$

Temos, dessa forma, demonstrado o seguinte resultado:

**Teorema 3:** (Vickrey, 1962; Ortega-Rechert. 1968).

*No modelo SVPI com  $n$  licitantes neutros ao risco,  $k$  objetos,  $n > k$ , vale o seguinte:*

(a) *Seja  $b_j(v) = E[V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v]$  para  $j=1, \dots, n$ . Então  $(b_1(\cdot), \dots, b_n(\cdot))$  é o único equilíbrio simétrico do leilão simultâneo discriminatório.*

(b) *O lucro esperado de um licitante com valor  $v$  no leilão discriminatório é:*

$$\Pi_1 = [v - E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v)] \cdot P(V_k^{n-1} \leq v)$$

(c) *O pagamento esperado de um comprador com valor  $v$  é igual a*

$$E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \cdot P(V_k^{n-1} \leq v),$$

(d) *A receita total esperada do vendedor no leilão discriminatório é  $k \cdot E(V_{k+1}^n)$ .*

Dos Teoremas 2 e 3 obtemos o seguinte corolário:

**Corolário 1:** *A receita total esperada do vendedor e o payoff esperado dos compradores são os mesmos em ambos os leilões simultâneos, de preço uniforme e discriminatório.*

Nos leilões sequenciais de primeiro e segundo preços,  $k$  objetos estão à venda por meio de uma sequência de  $k$  leilões. Sejam  $b_1, b_2, \dots, b_k$  os lances ganhadores. Uma estratégia é

uma coleção de funções  $\beta_1(\cdot), \beta_2(\cdot; b_1), \dots, \beta_k(\cdot; b_1, \dots, b_{k-1})$ , onde  $\beta_j(\cdot; b_1, \dots, b_{j-1})$  é o lance de um jogador de valor  $v$  na  $j$ -ésima rodada, dado que  $b_1, \dots, b_{j-1}$  são os lances ganhadores das rodadas anteriores. Suporemos que cada função  $\beta_j(\cdot; b_1, \dots, b_{j-1})$  é estritamente crescente.

**Teorema 4** (Weber, 1983; Milgrom, 1985). *No modelo SVPI com  $n$  licitantes neutros ao risco,  $k$  objetos ( $n > k$ ), o seguinte segue:*

(i) *Nos leilões seqüenciais de primeiro e segundo preços o lucro esperado de um licitante com valor  $v$  é:*

$$\Pi_1 = \left[ v - E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v) \right] \cdot P(V_k^{n-1} \leq v),$$

*O pagamento esperado é*

$$g(p^*(v)) = P(V_k^{n-1} \leq v) \cdot E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v)$$

*e a receita esperada é*

$$k \cdot E[V_{k+1}^n].$$

(ii) *Seja  $b_{pp}^l(v) = E[V_k^{n-1} | V_l^{n-1} < v < V_{l-1}^{n-1}] = E[V_{k+1}^n | V_l^n = v]$  para  $l = 1, \dots, k$  e seja  $b_{pp}(\cdot) = (b_{pp}^1(\cdot), \dots, b_{pp}^k(\cdot))$ . Então,  $b_{pp}(\cdot)$  é o único equilíbrio simétrico do leilão seqüencial de 1º preço.*

(iii) *Seja  $b_{sp}^l(v) = E[V_k^{n-1} | V_l^{n-1} = v] = E[V_{k+1}^n | V_{l+1}^n = v]$ , para  $l = 1, \dots, k$  e seja  $b_{sp}(\cdot) = (b_{sp}^1(\cdot), \dots, b_{sp}^k(\cdot))$ . Então,  $b_{sp}(\cdot)$  é o único equilíbrio simétrico do leilão seqüencial do 2º preço.*

**Demonstração:** Como a função  $\beta_j(\cdot; b_1, \dots, b_{j-1})$  é estritamente crescente, para todo  $j = 1, \dots, k$ , o ganhador na rodada  $j$  será o comprador com o  $j$ -ésimo mais alto valor. É claro, então, que os ganhadores serão aqueles que tiverem valores entre os  $k$  mais altos valores. Desta forma, o Teorema 1 aplica para ambos os tipos de leilões e temos demonstrado a parte (i).

Sob a perspectiva do comprador 1, a probabilidade de ele ganhar algum objeto em alguma rodada, quando tem um valor  $v$  é:

$$p^*(v) = P(V_k^{n-1} \leq v).$$

Sabemos que o pagamento esperado de um jogador do tipo  $v$  é:

$$P(V_k^{n-1} \leq v) \bullet E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} \leq v).$$

A probabilidade de ele ganhar um objeto exatamente na rodada  $k$  é a probabilidade dele ganhar algum objeto e não ganhar nas  $k-1$  primeiras rodadas. Isto é,

$P(\text{jogador 1 ganhar na rodada } k | V_1=v) = P(v \text{ ser maior do que exatamente } n-k \text{ } V_j\text{'s e menor do que exatamente } k-1 \text{ } V_j\text{'s do conjunto } \{V_2, \dots, V_n\}) =$

$$P(V_k^{n-1} < v < V_{k-1}^{n-1})$$

Assim, o pagamento esperado de um jogador do tipo  $v$  na rodada  $k$  é:

$$P(V_k^{n-1} < v < V_{k-1}^{n-1}) \cdot E(V_k^{n-1} | V_k^{n-1} < v < V_{k-1}^{n-1})$$

A probabilidade de ele ganhar algum objeto exatamente na rodada  $k-1$  é:

$P(\text{jogador 1 ganhar na rodada } k-1 | V_1=v) = P(v \text{ ser maior do que exatamente } n-k+1 \text{ } V_j\text{'s e menor do que exatamente } k-2 \text{ } V_j\text{'s do conjunto } \{V_2, \dots, V_n\}) =$

$$P(V_{k-1}^{n-1} < v < V_{k-2}^{n-1})$$

Então, o pagamento esperado de um jogador do tipo  $v$ , na rodada  $k-1$ , é:

$$P(V_{k-1}^{n-1} < v < V_{k-2}^{n-1}) \cdot E(V_{k-1}^{n-1} | V_{k-1}^{n-1} < v < V_{k-2}^{n-1}).$$

Continuando com este procedimento podemos deduzir que o pagamento esperado de um jogador do tipo  $v$  na rodada  $l$  é dado por:

$$P(V_l^{n-1} < v < V_{l-1}^{n-1}) \cdot E(V_l^{n-1} | V_l^{n-1} < v < V_{l-1}^{n-1}).$$

Logo, o pagamento esperado do jogador 1 na rodada  $l$  se ele ganha um objeto exatamente na rodada  $l$  é, usando  $(B_3)$  e  $(B_4)$  do Apêndice B:

$$E(V_k^{n-1} | V_l^{n-1} < v < V_{l-1}^{n-1}) = E(V_k^{n-1} | V_{l-1}^{n-1} = v) = E(V_{k+1}^n | V_l^n = v).$$

No leilão de primeiro preço o comprador paga o seu lance, se ganhar. Logo, o lance do comprador nesse leilão será, quando tiver avaliação  $v$ ,

$$b_{PP}^l(v) = E(V_{k+1}^n | V_l^n = v) \forall l: 1, \dots, k.$$

e temos demonstrado a parte (ii).

Num leilão seqüencial de 2º preço temos que a estratégia dominante de um licitante qualquer na última rodada ( $l = k$ ) é submeter um lance com o seu verdadeiro valor  $\beta_k(v; b_1, \dots, b_{k-1}) = v$ . Se o jogador ganha na  $k$ -ésima rodada, ele espera pagar  $E(V_{k+1}^n | V_k^n = v)$ , e se ganha na rodada  $k-1$ , ele espera pagar  $E(V_k^{n-1} | V_{k-1}^{n-1} < v < V_{k-2}^{n-1})$ . Sob a perspectiva do jogador 1, o seu pagamento na rodada  $k-1$ , dado que ele ganha nesta rodada, deve ser igual ao segundo maior lance nesta rodada, que é o lance do licitante de maior valor dentre os  $n-k+1$  jogadores restantes, ou seja, é o lance do licitante com o  $k-1$ -ésimo maior valor em  $\{V_2, \dots, V_n\}$ . Dado que  $(V_{k-1}^{n-1} < v = V_1 < V_{k-2}^{n-1})$ , o licitante com o  $k-1$ -ésimo maior valor em  $\{V_2, \dots, V_n\}$  é o licitante com o  $k$ -ésimo maior valor em  $\{V_1, \dots, V_n\}$ . Então, se o jogador 1 é do tipo  $v$ ,

$$E(V_k^{n-1} | V_{k-1}^{n-1} < v < V_{k-2}^{n-1}) = E(V_{k+1}^n | V_{k-1}^n = v)$$

$$E(\beta_{k-1}(V_{k-1}^{n-1}) | V_{k-1}^{n-1} < v < V_{k-2}^{n-1}) = E(\beta_{k-1}(V_k^n) | V_{k-1}^n = v).$$

Logo,

$$E(V_{k+1}^n | V_{k-1}^n = v) = E(\beta_{k-1}(V_k^n) | V_{k-1}^n = v) \quad (*)$$



É claro que  $\beta_{k-1}(v) = E(V_{k+1}^n | V_k^n = v)$ . De fato, basta ver que

$$\beta_{k-1}(V_k^n) = E(V_{k+1}^n | V_k^n) \text{ é solução da equação (*)}.$$

Argumentando indutivamente provamos que  $\beta_l(v) = E(V_{l+1}^n | V_l^n = v)$ , o que demonstra a parte (iii) e conclui a demonstração. ■

## 4 Conclusão

O propósito deste trabalho foi oferecer uma introdução à teoria de leilões de múltiplos objetos onde cada comprador está interessado em comprar somente um objeto. A análise desenvolvida teve por base o modelo simétrico de valores privados e independentes, onde os itens eram vendidos simultaneamente ou sequencialmente. Ilustramos a equivalência de *payoffs* dos leilões simultâneos de preço uniforme e discriminatório e dos leilões sequenciais de primeiro e segundo preços. Estabelecemos, então, um resultado mais geral: todos os leilões que contemplam com um objeto cada um dos licitantes, com os  $k$  mais altos valores e com o mesmo valor crítico, são *payoff* equivalentes.

A teoria dos leilões encontra-se entre os ramos mais bem-sucedidos da Economia. É crescente o número de consultores, especialistas nesta área, que têm oferecido seus conhecimentos teóricos para desenhos de mecanismos de leilão realizados na prática. Testar a teoria dos leilões tem sido o foco de inúmeros trabalhos em Economia Experimental. Muitas pesquisas têm sido feitas e muito resta ainda para ser aprendido. Mas a recente explosão de interesse em leilões promete que nossos conhecimentos crescerão substancialmente num futuro próximo.

## Referências

- Cassady, R. Jr. Auctions and auctioneering. *University of California Press*, 1967
- Engelbrecht-Wiggans, R. Optimal reservation prices in auctions. *Management Science*, 33, p. 763-70, 1987
- \_\_\_\_\_ Revenue equivalence in multi-object auctions. *Economic Letters* 26, p. 15-19, 1988.

- Harris, M., Raviv, A. Allocation mechanisms and the design of auctions. *Econometrica*, 49, p. 1477-1499, 1981.
- Harsanyi, J. Games with incomplete information. *American Economic Review*, 85, p. 291-303, 1995.
- Jürgen Eichberger. *Game theory for economists*. Academic Press Inc., 1993.
- Maskin E., Riley, John. Asymmetric auctions. *Working Paper*, Harvard University and UCLA, 1993.
- Menezes, F. Auctions of identical objects with single-unit demands: a survey. *Revista Brasileira de Econometria*, v. 18, n. 2, p. 309-340, 1998.
- Milgrom, P.; Weber, R. A theory of auctions and competitive bidding. *Econometrica*, 50, p. 1089-1122, 1982.
- Milgrom, P. The economics of competitive bidding: a selective survey. In: Hurwicz, L., Schmeidler, D., Sonnenschein H. (eds.), *Social goal and social organization: essays in memory of Elisha Pazner*. Cambridge University Press, 1985.
- Myerson, R. Optimal auction design. *Mathematics of Operation Research*, 6, p. 58-73, 1981.
- Ortega-Reichert, A. Models for competitive bidding under uncertainty. *Technical Report* n. 103, Department of Operations Research, Stanford University, 1968.
- Riley, J., Samuelson, W. Optimal auctions. *American Economic Review*, 71, p. 381-92, 1981.
- Stark, R., Rothkopf, M. Competitive bidding: a comprehensive bibliography. *Operations Research*, 27, p. 364-90, 1979
- Vickrey, W. Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders. *Journal of Finance* 16, p. 9-37, 1961.
- \_\_\_\_\_. Auctions and bidding games. *Recent Advances in Game Theory* (conference proceedings). Princeton University, 1962, p. 15-27.
- Weber, R. Multi-object auctions. In: Engelbrecht-Wiggans, R.; Shubik, M., Stark, R. (eds.), *Auctions, bidding and contracting: uses and theory*. New York: New York University Press, 1983.
- Wolfstetter, E. Auctions: an introduction. *Journal of Economic Surveys*, 10, p. 367-420, 1996.

## Apêndice: estatísticas de ordem

Sejam  $V_1, V_2, \dots, V_n$ ,  $n > 1$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com função de distribuição comum  $F = F_{V_j}$  e f.d.p.  $f = f_{V_j}$  com suporte em  $[0, \bar{v}]$ . Dizemos que as  $V_j$  formam uma amostra aleatória de tamanho  $n$  tirada de  $F$ , ou tirada da população com distribuição  $F$ .

Para cada  $\omega$  no espaço amostral,  $(V_1^n(\omega), V_2^n(\omega), \dots, V_n^n(\omega))$  é a permutação de  $(V_1(\omega), \dots, V_n(\omega))$  que satisfaz  $V_1^n(\omega) \geq V_2^n(\omega) \geq \dots \geq V_n^n(\omega)$

Assim,  $V_1^n = \max(V_1, \dots, V_n)$  e  $V_n^n = \min(V_1, \dots, V_n)$ . Para cada  $j=1, 2, \dots, n$ , a variável  $V_j^n$  é chamada a *estatística de ordem  $j$  da amostra*  $V_1, V_2, \dots, V_n$ .

A função de distribuição das estatísticas de ordem é dada por:

$$F_{V_j^n}(x) = [P(V_j \leq x)]^n = F^n(x)$$

Para  $j > 1$ ,

$F_{V_j^n}(x) = P(V_j^n \leq x) = P(\text{no mínimo } (n-j+1) \text{ dos } V_k \text{ são } \leq x) = P(\text{exatamente } (n-j+1) \text{ dos } V_k \text{ são } \leq x \text{ e } (j-1) \text{ dos } V_k \text{ são } > x) + P(\text{no mínimo } (n-j) \text{ dos } V_k \text{ são } \leq x)$ . Logo,

$$F_{V_j^n}(x) = \frac{n!}{(n-j+1)!(j-1)!} F^{n-j+1}(x)(1-F(x))^{j-1} + F_{V_{j-1}^n}(x) \quad (B_1)$$

Logo, a f.d.p. de  $V_j^n$ , para todo  $j=1, \dots, n$ , é

$$f_{V_j^n}(x) = \frac{n!}{(n-j)!(j-1)!} F(x)^{n-j} (1-F(x))^{j-1} f(x) \quad (B_2)$$

Para todo  $s < k$   $[V_k^n | V_s^n = v]$  é precisamente  $Z_{k-s}^{n-s}$ , a estatística de ordem  $k-s$  da amostra aleatória  $z_1, \dots, z_{n-s}$ , de tamanho  $n-s$ , onde  $F_{Z_j}(x) = P(Z_j \leq x) = P(V_j \leq x | V_j \leq v) = \frac{F(x)}{F(v)}$  e

$$f_{Z_j}(x) = \frac{f(x)}{F(v)}, \text{ para } x \geq v. \text{ Portanto,}$$

$$E(V_k^n | V_s^n = v) = E(Z_{k-s}^{n-s})$$

Logo, podemos escrever também

$$E(V_k^m | V_s^m = v) = E(V_{k+t}^{m+t} | V_{s+t}^{m+t} = v), \forall t = 0, \dots, n-m, \forall m \leq n. \quad (B_3)$$

Por  $(B_1)$  e  $(B_2)$  temos:

$$F_{Z_j^m}(x) = \frac{m!}{(m-j+1)!(j-1)!} \left[ \frac{F(x)}{F(v)} \right]^{m-j+1} \left( 1 - \frac{F(x)}{F(v)} \right)^{j-1} + F_{Z_{j-1}^m}(x)$$

$$f_{Z_j^m}(x) = \frac{m!}{(m-j)!(j-1)!} \left[ \frac{F(x)}{F(v)} \right]^{m-j} \left( 1 - \frac{F(x)}{F(v)} \right)^{j-1} \frac{f(x)}{F(v)}$$

Podemos escrever também

$$E(V_k^n | V_s^n = v) = E(V_k^n | V_{s+1}^n < v \leq V_s^n), \forall s < k \quad (B_4)$$

Se  $V_1, \dots, V_n$  são i.i.d com distribuição uniforme em  $[0, 1]$ , sabemos que  $F(x) = x$  e  $f(x) = 1$ . Então,

$$EV_1^m = \frac{m}{m+1}, \forall m = 1, \dots, n$$

$$EV_j^m = \frac{m-j+1}{m-j+2} EV_{j-1}^m, \forall j = 1, \dots, n, \forall m = j, \dots, n$$

Logo,

$$EV_j^m = \frac{m-j+1}{m+1} \cdot \forall j = 1, \dots, m, \forall m = j, \dots, n. \quad (B_5)$$

Quando as variáveis  $V_j$  têm distribuição uniforme em  $[0, 1]$ , as  $z_j$ , acima definidas, têm distribuição uniforme em  $[0, v]$ . Então,  $F_{Z_j}(x) = \frac{x}{v}$  e  $f_{Z_j}(x) = \frac{1}{v}$ . Assim,

$$f_{Z_j^m}(x) = \frac{m!}{(m-j)!(j-1)!} \left(\frac{x}{v}\right)^{m-j} \left(1 - \frac{x}{v}\right)^{j-1} \frac{1}{v}$$

Desta forma  $E[Z_j^m] = \int_0^v x f_{Z_j^m}(x) dx$

Procedendo à mudança da variável  $x$  por  $zv$  obtemos

$$E[Z_j^m] = v \int_0^1 z f_{V_j^m}(z) dz = v E[V_j^m], \text{ donde}$$

$$E[Z_j^m] = \frac{m-j+1}{m+1} v, \forall j = 1, \dots, m \quad (B_6)$$

De  $B_3$  e  $B_6$  podemos escrever:

$$E[V_j^n | V_s^n = v] = E[Z_{j-s}^{n-s}] = \frac{n-j+1}{n-s+1} v, \forall s < j, \forall j = 2, \dots, n. \quad (B_7)$$

Em particular,

$$E[V_2^n | V_1^n = v] = E[Z_1^{n-1}] = \frac{n-1}{n} v. \quad (B_8)$$



# Credit channel without the LM curve\*

Victorio Y. T. Chu<sup>§</sup>  
Márcio I. Nakane<sup>□</sup>

## ABSTRACT

This paper extends Bernanke and Blinder (1988)'s macroeconomic model of credit channel to an environment where the monetary authority has control over a short-term interest rate. The comparative statics regarding changes in the market interest rate, in the required reserve ratio over bank deposits, and in the risk of public bonds are highlighted.

**Key words:** credit channel, IS-LM model, interest rate instrument, required reserves, bank spread.

## RESUMO

Este artigo realiza uma extensão do modelo macroeconômico de canal de crédito devido a Bernanke e Blinder (1988) para contemplar o caso em que a autoridade monetária tem controle sobre uma taxa de juros de curto prazo. A estática comparativa relacionada a alterações na taxa de juros de mercado, nas taxas de recolhimento compulsório sobre depósitos bancários e no risco dos títulos públicos são destacados.

**Palavras-chave:** canal de crédito, modelo IS-LM, instrumento de taxa de juros, reservas compulsórias, spread bancário.

**JEL classification:** E44, E50.

---

\* The authors thank, without implicating, Sérgio Werlang, Eduardo Lundberg, Paulo Springer de Freitas and Priscilla Lhacer for valuable comments. The views expressed here are solely the responsibility of the authors and do not reflect those of the Banco Central do Brasil or its members.

§ Banco Central do Brasil.

□ Banco Central do Brasil and Universidade de São Paulo.

Recebido em setembro de 2000. Aceito em dezembro de 2000.

## 1 Introduction

The purpose of these notes is to develop a simple macroeconomic model to better understand the transmission mechanisms of monetary policy for a country like Brazil. We adapt Bernanke and Blinder (1988)'s model of credit channel to an environment characterized by the following features:<sup>1</sup>

the monetary authority follows an inflation targeting regime;

the monetary authority has control over two policy instruments, namely a short-term interest rate and the required reserve ratio on demand deposits;

private companies do not issue bonds;

households do not purchase bonds directly.

These features are in general accordance with what one observes for the Brazilian economy. This paper gives emphasis to the credit channel of monetary policy. It deals with a closed economy with no uncertainty and, therefore, other important transmission mechanisms working through e.g. the exchange rate and agent's expectations are ignored.

The main difference between our model and that of Bernanke and Blinder is that the monetary authority is not supposed to target a monetary aggregate. Instead, following the practice of many modern central banks, it is assumed that the monetary authority conducts monetary policy by manipulating a short-term interest rate. Romer (2000) explores the implications of such an assumption for the traditional IS-LM model. We extend Romer's model by introducing a banking sector, which allows us to discuss the bank lending channel of monetary policy.

This paper is a first step in a research effort whose aim is to empirically evaluate the relevance of the credit channel for Brazil.

The paper is organized as follows: section 2 develops the model. Section 3 performs some comparative static exercises. Section 4 concludes.

---

1 In this paper we do not make any distinction between the credit channel and the bank lending channel, which we take as synonymous. See Kashyap and Stein (1994) for an overall survey on the bank lending channel.



## 2 The model

There are four agents in the economy: households, firms, banks and government.

Households can either consume or save their earnings. Let  $S(y, r_B)$  denote real savings by the households with  $y$  being their real income and  $r_B$  the real interest rate on public bonds. The partial derivatives are  $S_y > 0$  and  $S_{r_B} > 0$

The empirical literature has not achieved a consensus about the likely effects of the interest rate on savings. Perhaps, a more reasonable specification would be one in which the impact of real interest rate on aggregate savings would be close to zero. This is the likely impact for both the US according to Campbell and Mankiw (1989) as well as for Brazil according to Gleizer (1991). None of our conclusions change if we take  $S_{r_B} = 0$

Firms are responsible for the investment decisions. Let  $I(r_B, r_L)$  be the economy's investment schedule where  $r_L$  is the real interest rate on bank loans. Assume that  $I_{r_B} < 0$  and  $I_{r_L} < 0$ . The existence of a bank lending channel crucially relies on a non-zero value for  $I_{r_L}$

Firms rely on bank loans to finance part of their investment due to the special role that banks play in credit markets. Sharpe (1990) argues that banks establish "customer relationships" with their borrowers because, in the process of lending, a bank gathers valuable information about its own customers. As a result, lock-in effects that make costly for borrowers to switch lenders are created.

Banks hold three assets: reserves ( $R$ ), public bonds ( $B^b$ ) and loans ( $L^b$ ). Banks' balance sheet is expressed as:

$$R + B^b + L^b = D^b \quad (1)$$

where  $D^b$  is banks' total deposits. We assume that banks passively accept all deposits the non-bank public willingly offers. Suppose that the non-bank public's supply of deposits is  $D^d(y, r_B)$  with the partial derivatives  $D_y^d > 0$  and  $D_{r_B}^d < 0$

Deposits pay no interest and are subject to legal reserve requirements. We assume that banks hold no excess reserves. Total bank reserves are then given by

$$R = \alpha D^b \quad (2)$$

where the required reserve ratio  $\alpha$  is exogenously determined by the monetary authority.

Banks' demand for public bonds is assumed to be  $B^b(\sigma, r_L)$  where  $\sigma$  is a measure of economywide risk. The partial derivatives are assumed to be  $B_\sigma^b > 0$  and  $B_{r_L}^b < 0$ . Notice that we are assuming that the demand for public bonds is totally inelastic with respect to its own interest rate. This specification captures, in a simple way, the idea that the demand for public bonds is primarily for liquidity purposes.

Replacing (2) and  $B^b(s, r_L)$  in (1) allows one to express the banks' supply of loans as:

$$L^b = (1 - \alpha) D^b - B^b(\sigma, r_L) \quad (3)$$

The non-bank public's demand for bank loans is given by  $L^d(r_L, y)$  with the partial derivatives  $L_{r_L}^d < 0$  and  $L_y^d > 0$

The government issues public bonds ( $B^g$ ) and borrows reserves from banks ( $R$ ). There are two policy instruments that the monetary authority seeks to control, the reserve ratio on deposits  $\alpha$  and the interest rate on public bonds  $r_B$ . We do not model the optimal choice of the policy instruments by the monetary authority; instead, both  $\alpha$  and  $r_B$  are taken as exogenous in the model.

In most of the industrialized countries the management of reserve ratios as a tool of monetary policy has fallen out of favour.<sup>2</sup> This is not the case of Brazil, though. The Brazilian monetary authority still makes active use of required reserves as a monetary policy instrument.

We assume that the monetary authority pursues an inflation target and that it has control over the (nominal) interest rate on public bonds. In the absence of uncertainty, the inflation target regime implies that the monetary authority can control effective inflation<sup>3</sup> and, therefore, it

---

2 See Borio (1997).

3 This assumption also explains why  $r_B$  and not the nominal interest rate on public bonds is the argument of the money demand.

can also control  $r_B$ . Consistent with this view, we take  $r_B = \bar{r}_B$  where  $\bar{r}_B$  is the real interest rate on public bonds, exogenously determined by the monetary authority. The supply of public bonds  $B^s$  is infinitely elastic at  $\bar{r}_B$

Let us now turn to the market-clearing conditions. There are four markets to consider: the markets for goods, deposits, public bonds, and bank loans. The respective market-clearing conditions are:<sup>4</sup>

$$I(\overset{-}{r}_B, \overset{-}{r}_L) = S(\overset{+}{y}, \overset{+}{r}_B) \quad (4a)$$

$$D^b = D^d(\overset{+}{y}, \overset{-}{r}_B) \quad (4b)$$

$$B^s = B^b(\overset{+}{\sigma}, \overset{-}{r}_L) \quad (4c)$$

$$L^b = L^d(\overset{-}{r}_L, \overset{+}{y}) \quad (4d)$$

Following Walras law, one of the market-clearing conditions can be ignored. In what follows, the market for public bonds is not considered.

The market clearing condition for the goods market corresponds to the *IS* schedule. Like an usual *IS*, its slope is negative in the  $(r_L, y)$  plan:

$$\left. \frac{dr_L}{dy} \right|_{IS} = \frac{S_y}{I_{r_L}} < 0 \quad (5)$$

---

4 The signs below each variable indicate the assumed signs for the partial derivatives.

We combine the market clearing conditions for both the deposits and bank loans in a single schedule. In order to accomplish that, replace equation (3) with  $D^b = D^d$  in the market clearing condition for loans (4d), yielding:

$$(1 - \alpha)D^d(y, r_b) - B^b(\sigma, r_L) = L^d(r_L, y) \quad (6)$$

Equation (6) gives the combinations of  $r_L$  and  $y$  that guarantees the simultaneous equilibrium in the deposit and loan markets. Call this schedule  $DL$ . The  $DL$  locus can have either a positive or a negative slope in the  $(r_L, y)$  plan:

$$\left. \frac{dr_L}{dy} \right|_{DL} = \frac{(1 - \alpha)D_y^d - L_y^d}{B_{r_L}^b + L_{r_L}^d} \lesseqgtr 0 \quad (7)$$

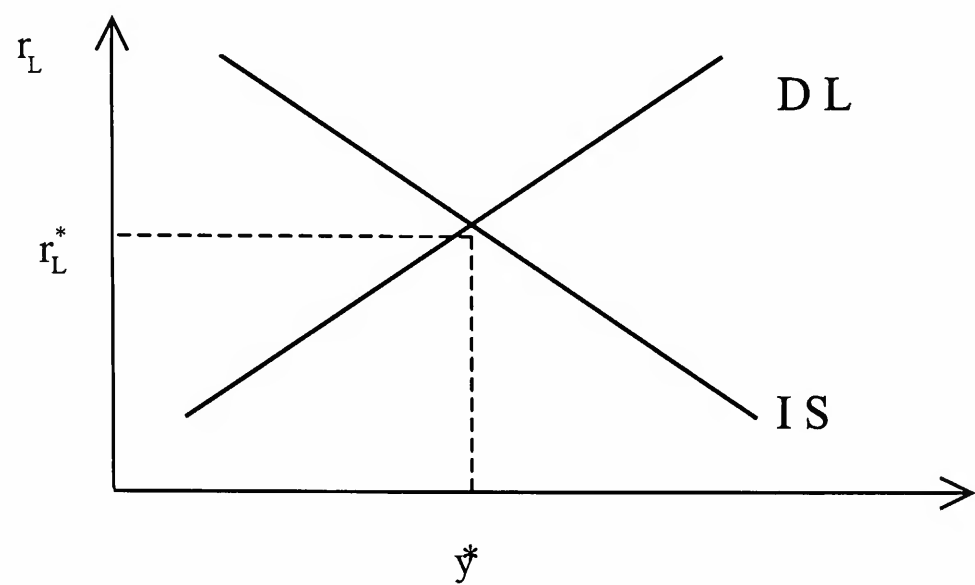
The ambiguity arises because of the uncertain sign for the numerator. In what follows, we assume that the slope for  $DL$  can be either positive or negative but, in any event, that it is always greater than the slope for  $IS$ . A sufficient condition for such inequality to hold is that

$S_y \approx D_y^d$  and  $I_{r_L} \approx L_{r_L}^d$ . In words, when the transactions demand for money closely follows the behaviour of aggregate savings and when a change in the loan interest rate shifts overall investment and the demand for bank loans in similar ways.<sup>5</sup>

The economy's general equilibrium is represented in Figure 1. Given the values for the exogenous variables, the equilibrium values for  $r_L$  and  $y$  are, respectively, represented by  $r_L^*$  and  $y^*$

5 The illustrative figures show the case when the  $DL$  slope is positive. Except for one of our comparative static results, all the other results do not depend on this feature.

**Figure 1**  
**The Economy's General Equilibrium**



**3 Comparative static**

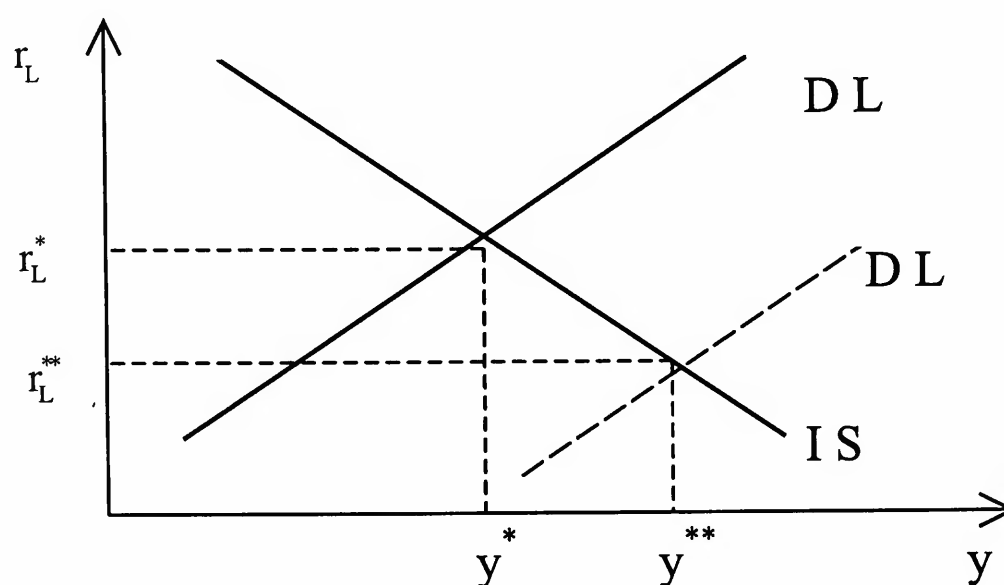
The exogenous variables in the model are  $\alpha$ ,  $\bar{r}_B$ , and  $\sigma$ . Table 1 summarizes the comparative static results for the model. The appendix shows the formal results.

**Table 1**  
**Comparative Static**

Variable $\lambda$	$dr_L^*/d\lambda$	$dy^*/d\lambda$
$\alpha$	+	
$\bar{r}_B$	?	
$\sigma$	+	

Consider, first, a decrease in the required reserve ratio  $\alpha$ . The decrease in  $\alpha$  causes an initial excess supply in the asset market, which shifts the  $DL$  locus to the right. The  $IS$  locus is not altered. With the decrease in  $\alpha$ , banks have a higher volume of funds available for lending. To clear the market, the loan interest rate starts to reduce and the output starts to increase. The final result depicts an increase in the equilibrium value of the output and a decrease in the bank loan rate. Bank spread, as measured by  $(r_L - r_B)$ , also reduces with the decrease in  $\alpha$ . Figure 2 shows graphically these effects.

**Figure 2**  
**Effects of Reducing the Required Reserve Ratio**



If the firms do not rely on bank loans to finance their investments, changes in the reserve ratio would have no effect on output.<sup>6</sup> Thus, the presence of the bank lending channel is responsible for the real impacts of modifications in  $\alpha$ .

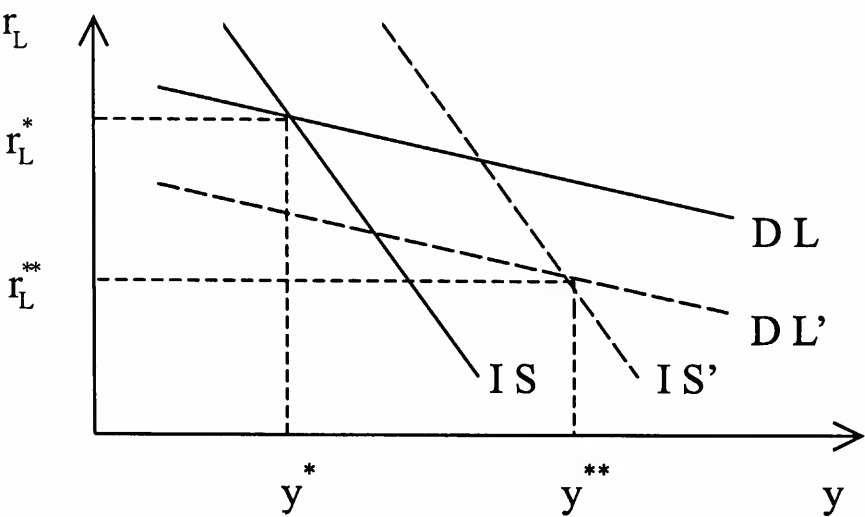
The model predictions seem to describe well the effects on the Brazilian economy. Puga (1998) estimates a Bayesian VAR model for Brazil with the result that shocks in the required reserves account for 9.6% of the variability in bank spread and for 14.8% of the variability in real GDP after 12 months.

The real interest rate on public bonds  $\bar{r}_B$  is our measure of the stance of the monetary policy. A monetary policy loosening (a reduction in  $\bar{r}_B$ ) increases aggregate demand shifting the  $IS$  curve to the right. In the asset market, a reduction in  $\bar{r}_B$ , has initially the effect of increasing the volume of funds available to banks because it causes an increase in the amount of the public's deposits. For each level of  $y$ , the loan interest rate starts to decrease, causing a downward shift to the  $DL$  curve. The new equilibrium depicts greater values for the output and an uncertain outcome for  $r_L$ . Figure 3 illustrates the possible outcomes.

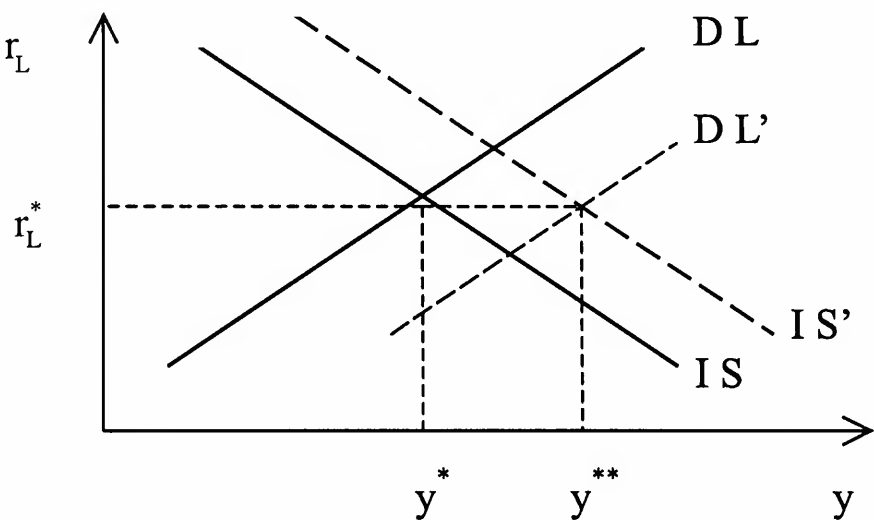
<sup>6</sup> See equation (12b) in the appendix.

Figure 3  
Effects of Reducing  $\bar{r}_B$

(a) Negative  $DL$  Slope



(b) Positive  $DL$  Slope



As suggested by Figure 3, the impact on lending interest rates is dependent upon the slope of the  $DL$  curve. In panel (a),  $DL$  has a negative slope. In this situation, it is always true that the loan interest rate reduces with decreasing  $\bar{r}_B$ . If, however, the  $DL$  slope turns out to be positive one cannot rule out the possibility that the loan interest rate may actually increase when  $\bar{r}_B$  is reduced. In order to investigate this possibility, rearrange terms in (13a) to obtain:

$$\frac{dr_L^*}{d\bar{r}_B} = \frac{[\text{shift in } IS][\text{slope of } DL] - [\text{shift in } DL][\text{slope of } IS]}{[\text{slope of } DL] - [\text{slope of } IS]} \quad (8)$$

where:

$$[\text{shift in } IS] = -\frac{I_{r_B} - s_{r_B}}{I_{r_L}} < 0$$

$$[\text{shift in } DL] = \frac{(1-\alpha)D_{r_B}^d}{B_{r_L}^b + L_{r_L}^d} > 0$$

Expression (8) makes clear that a necessary condition for the sign of  $\frac{dr_L^*}{d\bar{r}_B}$  to be negative is

to have a positive slope for  $DL$ . Moreover, this outcome is more likely to arise when the shift in  $IS$  is large. The intuition is clear: a large  $IS$  shift to the right requires a large upward adjustment in the lending interest rate to clear the asset market.

As for the effects of changes in  $\bar{r}_B$  on output, there is no ambiguity in our results. Regardless of the assumption on the  $DL$  slope reductions in  $\bar{r}_B$  lead to an expansion in output. Moreover, the bank lending channel exacerbates the effects of monetary policy. In the absence of the bank lending channel, the expansionary effects of a loosening in monetary policy would be more modest.<sup>7</sup>

Our results are in line with those obtained by Bernanke and Blinder (1988). Miron *et al.* (1994) and Hallsten (1999), on the other hand, found that the effects of monetary policy on output as well as on bank interest rates are uncertain. Hallsten (1999) formally derives the conditions under which the monetary policy has a larger impact on output in the presence of a

7 See equation (13b) in the appendix. The bank lending channel is absent when  $I_{r_L} = L_{r_L}^d = 0$ .



bank lending channel. Like Bernanke and Blinder, however, both Miron *et al.* (1994) and Hallsten (1999) deal only with the case of a monetary authority following a money supply rule.

The effects of changes in our measure of risk  $\sigma$  are predictable. A reduction in uncertainty leads banks to reduce their demand for public bonds, shifting the  $DL$  locus to the right. The result is a reduction in the loan interest rate and an increase in output. The graphical representation is exactly like the one depicted in Figure 2.

#### 4 Concluding remarks

This paper combined the bank lending model of Bernanke and Blinder (1988) and the interest rate rule IS-LM model of Romer (2000) to examine the channels of transmission of monetary policy for a country like Brazil. The monetary authority is supposed to control two policy instruments, namely the required reserve ratio on demand deposits and a short-term interest rate.

The credit channel is introduced via bank loans. Possible asymmetric information problems make firms dependent upon credit extended by banks to finance their investments. In addition, from the standpoint of bank liabilities, loans and public bonds are assumed to be imperfect substitutes.

We showed that changes in the required reserve ratio can produce real effects, changing both the loan interest rate (and, therefore, the volume of credit) as well as real output. Changes in the government-controlled interest rate have positive effects on output but the effects on bank spread are found to be ambiguous.

Romer (2000) remarks that:

*“One area in which both the IS-LM and IS-MP<sup>8</sup> approaches may have simplified too far is in their treatment of financial markets. In both models, the only feature of financial markets that matters for the demand for goods is ‘the’ real interest rate; and in both, monetary policy has a powerful and direct influence on that interest rate. In practice,*

---

8 Authors' note: The MP curve is a horizontal line in output-real rate space showing the central bank's choice of the real interest rate.

*however, the demand for goods depends on many different interest rates, and on how much credit is available at those rates. The impact of monetary policy on many of those rates, and on credit availability given those rates, is tenuous and uncertain. Thus it might be desirable to split the analysis of financial markets. One part would analyse how various aspects of financial markets affect the demand for goods; the other would analyse how various forces, including monetary policy, affect interest rates and credit availability.*

*This two-pronged approach would emphasize that many aspects of financial markets other than the particular interest rate controlled by the central bank affect aggregate demand, and it would highlight from the beginning many of the difficulties and uncertainties of actual policymaking. The obvious disadvantage of this approach is that it would not produce a framework as simple or powerful as IS-LM or IS-MP.” (p. 168)*

We see our attempt in this paper as one step towards filling the gap spotted by Romer and yet keeping the model at a manageable tractability.

It remains to be investigated the empirical relevance of the credit channel for the Brazilian economy. This aspect is left to future research.

## 1 Appendix

This appendix derives the expressions for the comparative static results displayed in Table 1.

The two-equation system is represented by the *IS* and *DL* functions. They are shown below:

$$\underset{-}{I}(\underset{-}{r}_B, \underset{-}{r}_L) = \underset{+}{S}(\underset{+}{y}, \underset{+}{r}_B) \quad (9a)$$

$$(1 - \alpha)D^d(y, r_B) - B^b(\sigma, r_L) = L^d(r_L, y) \quad (9b)$$

This system is solved for the loan interest rate  $r_L$  and output  $y$  taking as given the values for the exogenous variables. Let  $r_L^*$  and  $y^*$  be the respective values of  $r_L$  and  $y$  that solves the system (9). Differentiating this system totally and evaluating the result around the equilibrium values, one has:

$$\begin{bmatrix} I_{r_L} & -S_y \\ -B_{r_L}^b - L_{r_L}^d & (1-\alpha)D_y^d - L_y^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dr_L^* \\ dy^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ D^d \end{bmatrix} d\alpha - \begin{bmatrix} I_{r_B} - S_{r_B} \\ (1-\alpha)D_{r_B}^d \end{bmatrix} d\bar{r}_B + \begin{bmatrix} 0 \\ B_\sigma^b \end{bmatrix} d\sigma \quad (10)$$

Let  $\Delta$  be the system's Jacobian determinant evaluated at the equilibrium solution, which is equal to:

$$\Delta = I_{r_L} (B_{r_L}^b + L_{r_L}^d) \left[ \frac{dr_L}{dy} \Big|_{DL} - \frac{dr_L}{dy} \Big|_{IS} \right] > 0 \quad (11)$$

where all the expressions are evaluated at the equilibrium and the  $IS$  and  $DL$  slopes are given, respectively, by (5) and (7). The positive sign for  $\Delta$  is due to our assumption that the slope for  $DL$  exceeds the one for  $IS$ .

It follows from (10) that the model's comparative statics are given by:

### 1.1 Variations in $\alpha$

$$\frac{dr_L^*}{d\alpha} = \frac{D^d S_y}{\Delta} > 0 \quad (12a)$$

$$\frac{dy^*}{d\alpha} = \frac{D^d I_{r_L}}{\Delta} < 0 \quad (12b)$$

## 1.2 Variations in $\bar{r}_B$

$$\frac{dr_L^*}{d\bar{r}_B} = \frac{(S_{r_B} - I_{r_B})[(1-\alpha)D_y^d - L_y^d] - (1-\alpha)S_y D_{r_B}^d}{\Delta} \lesseqgtr 0 \quad (13a)$$

$$\frac{dy^*}{d\bar{r}_B} = \frac{(S_{r_B} - I_{r_B})[(B_{r_L}^b + L_{r_L}^d] - (1-\alpha)D_{r_B}^d I_{r_L}}{\Delta} < 0 \quad (13b)$$

## 1.3 Variations in $\sigma$

$$\frac{dr_L^*}{d\sigma} = \frac{S_y B_\sigma^b}{\Delta} > 0 \quad (14a)$$

$$\frac{dy^*}{d\sigma} = \frac{B_\sigma^b I_{r_L}}{\Delta} < 0 \quad (14b)$$

## References

- Bernanke, B. S.; Blinder, A. S. Credit, money, and aggregate demand. *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 78, p. 435-439, 1988.
- Borio, C. E. V. The implementation of monetary policy in industrial countries: a survey. *BIS Economic Papers* n. 47, Basle, Switzerland: Bank for International Settlements, 1997
- Campbell, J. Y., Mankiw, N. G. Consumption, income, and interest rates: reinterpreting the time series evidence. In: Blanchard, O. J., Fischer, S. (eds.), *NBER Macroeconomics Annual 1989*. Cambridge, MA.. MIT Press, 1989.
- Gleizer, D. L. Saving and real interest rates in Brazil. *Revista de Econometria*, 11, p. 63-92, 1991.
- Hallsten, K. Bank loans and the transmission mechanism of monetary policy. *Sveriges Riksbank Working Paper* n. 73. Stockholm: Sveriges Riksbank, 1999

- Kashyap, A. K., Stein, J. C. Monetary policy and bank lending. *In: Mankiw, N. G. (ed.), Monetary policy*. Chicago: University of Chicago Press, 1994.
- Miron, J. A., Romer, C. D., Weil, D. N. Historical perspectives on the monetary transmission mechanism. *In: Mankiw, N. G. (ed.), Monetary policy*. Chicago: University of Chicago Press, 1994.
- Puga, F. P. Uma estimação dos efeitos dos compulsórios sobre o spread bancário, o PIB e a inflação. *Boletim Conjuntural do IPEA* n. 42, p. 39-42, 1998.
- Romer, D. Keynesian macroeconomics without the LM curve. *Journal of Economic Perspectives*, 14, p. 149-169, 2000.
- Sharpe, S. A. Asymmetric information, bank lending, and implicit contracts: a stylized model of customer relationships. *Journal of Finance*, 45, p. 1069-1087, 1990.



## **Eficiência nos gastos do setor público**

Ivo Torres<sup>§</sup>  
Luiz Martins Lopes<sup>§</sup>

### **RESUMO**

Este artigo apresenta as estimativas de um modelo de custos e eficiência produtiva para uma amostra do setor público estadual. Tanto a capacidade produtiva como a alocação da mão-de-obra são levadas em conta na avaliação do setor de saúde pública.

**Palavras-chave:** eficiência produtiva, eficiência nos gastos públicos.

### **ABSTRACT**

The article presents the estimates of a model of cost and productive efficiency for a sample of state public sector. Both productive capacity and allocation of labor are considered in the public health.

**Key words:** productive efficiency, public expenditure efficiency.

**JEL classification:** E62, H51.

---

<sup>§</sup> Professores do Departamento de Economia da FEA-USP.

## **Apresentação**

A existência de bens e serviços que são ofertados pelo setor público a preço zero ignora as condições das demandas.

Ao serem reveladas somente as condições da oferta, a análise de eficiência econômica fica restrita à produção e/ou custos.

As várias abordagens existentes para a análise da eficiência produtiva procuram responder à questão: a produção está sendo maximizada para um dado nível de gastos?

O objetivo final da obtenção de tal resposta está em prover o setor público de um conhecimento sobre a utilização eficiente dos recursos à sua disposição, identificando pontos passíveis de atuação para a correção de possíveis desperdícios existentes. O artigo procura estabelecer as bases para a quantificação das possibilidades eficientes nos gastos do setor público e na produção de bens e serviços que são ofertados no mercado a preço zero. A título de ilustração apresenta uma aplicação inicial com dados públicos estaduais no setor saúde do Estado de São Paulo.

O artigo tem como base o estudo elaborado por Torres e Diaz (1997). As diferenças principais entre o artigo e o estudo estão em um maior detalhamento do modelo teórico e na obtenção e uso de melhores informações. O propósito do artigo não é a apresentação de coeficientes por serviço prestado numa unidade e, sim, fornecer os coeficientes calculados para o agregado do serviço prestado, baseados na eficiência produtiva e nos gastos no setor público. Erros e omissões são exclusivamente dos autores.

## **1 Eficiência produtiva**

O conceito de eficiência econômica na área do setor público é revelado pelas condições da produção em nível da capacidade produtiva. Assim, dois tipos de possibilidades de eficiência podem ser definidas com relação à produção:

- a) utilização total da capacidade produtiva e;
- b) combinação de fatores.

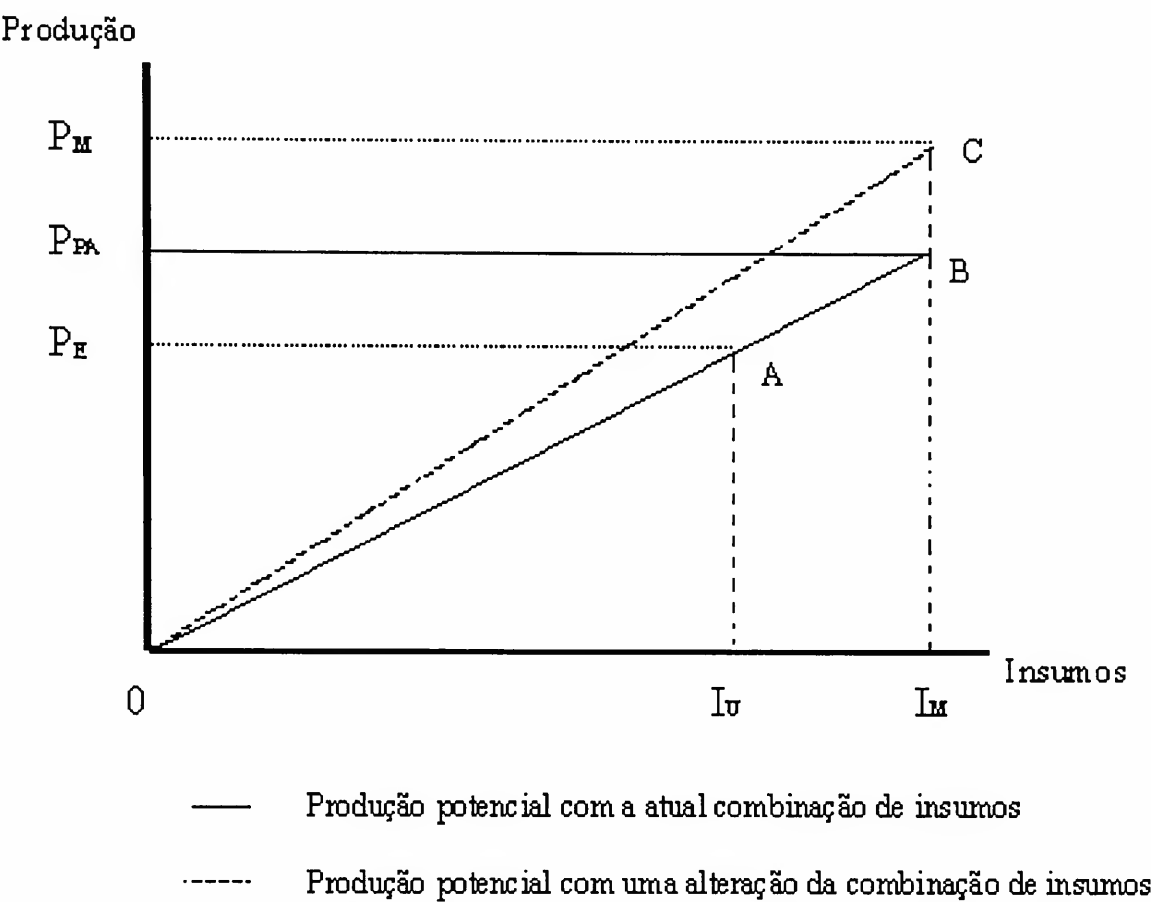
O primeiro caso implica que há possibilidade de se obter um nível maior de produção se, dada uma forma de se combinar os insumos, a produção efetiva estiver abaixo da capacidade produtiva.



O segundo caso significa que uma alteração na forma de combinar os insumos elevaria a produção potencial para uma dada capacidade produtiva.

O Gráfico 1 ilustra as duas possibilidades.

**Gráfico 1**  
**Eficiência Produtiva**



Dada a disponibilidade de insumos  $I_M$  e uma dada forma de combiná-los, a produção potencial atual seria dada por  $P_{PA}$ , enquanto que o que está sendo utilizado é o montante  $I_U$  (existe capacidade ociosa) e a produção efetiva é dada por  $P_E$ .

Dessa forma,  $(P_{PA}-P_E)/P_E = h$  define o percentual não utilizado da capacidade produtiva total.

Por outro lado, supondo que haja uma maneira de alterar a combinação dos insumos disponíveis, a produção potencial máxima seria dada por  $P_M$  e, assim,  $(P_M - P_{PA})/ P_{PA} = g$  definiria o percentual de possível aumento de produto devido à combinação de insumos.

## 2 O modelo geral

Admite-se, inicialmente, que existe uma função de produção definida como a relação entre a quantidade produzida e as quantidades de insumos utilizados;

ou:  $Y = F(X)$

onde:  $Y$  = Produto final

$X$  = Vetor de insumos utilizados

Por outro lado, admite-se que, dadas as quantidades de insumos  $X_o$ , existe produção  $Y_o$  máxima;

ou:  $Y_o = F(X_o)$

$X_o$  é definido como a quantidade eficiente de recursos para produzir  $Y_o$ , e as relações entre os insumos encontradas em  $X_o$  são combinações eficientes.

Considera-se, ademais, um montante de recursos utilizados dado por  $X_u$ , que gera uma produção qualquer  $Y_p$ .

Se  $X_u$  é a combinação eficiente de recursos,  $Y_u$  é a produção máxima:

a)  $Y_p = Y_u$  produção eficiente;

b)  $Y_p < Y_u$  produto menor que a capacidade de produção.

Por outro lado, se  $X_u$  não é uma combinação eficiente de recursos, existe  $X_p$ , onde são utilizadas menores quantidades de recursos para produzir  $Y_p$ , o que indica a possibilidade de melhor combinação dos insumos na função de produção.

A análise de eficiência econômica pode ser desenvolvida em duas direções. Primeiramente, por meio da quantificação do uso da capacidade, que mostra quanto se poderia aumentar a produção para um dado nível de custos.

Em segundo lugar, via quantificação da combinação de insumos, que mostra quanto se poderia reduzir os custos para um dado nível de produção.

### 3 Produção e custos

A eficiência produtiva é definida preliminarmente em termos físicos. O passo seguinte é convertê-la em valor.

Em relação ao uso de capacidade, dado que o custo total da produção atual é o mesmo da produção eficiente, basta calcular o custo de uma unidade de produto eficiente e compará-lo com o custo de uma unidade de produto atual. A diferença é o custo da capacidade ociosa por unidade de produto.

No tocante à combinação de insumos basta calcular o custo da dotação atual de recursos e compará-lo com o custo da dotação eficiente de recursos. A diferença é o custo de alocação de insumos em termos de custo por unidade de produto.

A junção dos dois custos converte em valor as duas medidas de eficiência produtiva.

Por simplicidade, admite-se que uma função de produção utiliza dois fatores X e Y.

Admite-se também que a produção se faz a coeficiente fixo cujo valor é dado por  $b = \frac{Y}{X}$ , que indica a necessidade de b unidades de Y para serem utilizadas em conjunto com uma unidade de X.

Define-se Ze como o fator conjunto (X,Y) cuja unidade é dada por uma unidade de X mais b unidades de Y.

Pode-se propor a produção eficiente como sendo:

$$Q_e = f(Z_e), \text{ sendo } Z_e = a(X + Y)$$

Onde  $b = \frac{Y}{X}$  e “a” é o coeficiente de transformação da combinação (X + Y) em unidades de Ze.<sup>1</sup>

---

1 Suponha-se que  $b = 2$ . Assim, para cada unidade de x seriam utilizadas duas unidades de y. Sendo essa combinação correspondente a uma unidade de Ze, o valor de “a” seria dado por  $\frac{1}{b+1} = \frac{1}{3}$

Vale lembrar que tanto X como Y, embora variáveis em suas utilizações, são fixos em suas dotações empregadas pelo governo, principalmente no curto prazo. Por isso, são fontes para um possível aumento de produção quando usados aquém da produção potencial.

### Capacidade ociosa

Utiliza-se uma função de produção bastante simples:

$$Q_a = \left(\frac{1}{C}\right) Z_a, \text{ em que } Z_a = C Q_a$$

$Q_{at}$  = quantidade máxima que pode ser produzida dadas as dotações de X e Y utilizando a combinação atual de fatores;

$Q_{ap}$  = Quantidade que está sendo produzida atualmente;

$Q_{anp}$  = Quantidade não produzida devido à ociosidade.

Seja:

$$\frac{Q_{ap}}{Q_{at}} = \text{Taxa de utilização dos fatores} = t_u = \frac{Z_{ap}}{Z_{at}}$$

$$\frac{Q_{anp}}{Q_{at}} = \text{Taxa de Ociosidade} = t_o = \frac{Z_{anp}}{Z_{at}}$$

Logo:

$$t_o + t_u = 1$$

Seja  $P_{za}$  o preço do fator conjunto ou  $P_{za} = P_x + hP_y$

Sendo  $h \geq b$ .

O custo total é dado por:

$P_{za} Z_{at} = P_{za} C Q_{at}$ , visto que o montante total de fatores é remunerado.

Ou

$$C_t = P_{za}C_{Qap} + P_{za}C_{Qanp}$$

Sendo o Custo Médio dado por:

$$C_{mea} = P_{za}C \left( 1 + \frac{Q_{anp}}{Q_{ap}} \right) = P_{za}.C \left( \frac{Q_{at}}{Q_{ap}} \right)$$

Assim, procedendo as substituições necessárias:

$$C_{mea} = P_{za} C (1 - t_o)^{-1}$$

Se a produção estivesse sendo executada utilizando-se a capacidade total disponível ( $t_o = 0$ )

$$C_{meac} = P_{za} C$$

A capacidade ociosa faz com que o custo seja  $\{ (1 - t_o)^{-1} t_o \}$  por cento maior, ou:

$P_{acco} = \{ (1 - t_o)^{-1} t_o \}$  é a porcentagem de acréscimo de custo devido à capacidade ociosa.

### Combinação de fatores

Admite-se agora que  $h > b$ .

Corrigido o custo de capacidade ociosa, o custo médio atual é dado por:

$$C_{mea} = P_{za} C$$

Por outro lado, como a quantidade do fator conjunto  $Z$  é basicamente definida pelo fator  $X$ , e estando atualmente sendo utilizadas  $h$  unidades do fator  $Y$  para cada unidade do fator  $X$ , a quantidade total do fator conjunto  $Z$  não se altera se se alterar a forma de combinar  $X$  e  $Y$  de  $h$  para  $b$ . Deste modo, apenas no segundo caso há uma quantidade do fator  $Y$  que é redundante.

Na hipótese de esses fatores poderem ser dispensados (deixarem de constituir um ônus para o governo) é possível calcular-se a redução dos custos que isso acarretaria sem alterar a produção total.

Tomando Ze como a combinação eficiente dos fatores, o custo médio é dado por:

$$C_{mee} = P_{ze} C$$

$$P_{za} = P_x + h P_y \quad \text{e} \quad P_{ze} = P_x + b P_y$$

O percentual de custo acima do custo da combinação eficiente de recursos é da ordem de:

$$\frac{C_{mea} - C_{mee}}{C_{mee}} = \frac{P_{za} - P_{ze}}{P_{ze}} = \frac{P_{za}}{P_{ze}} - 1$$

Substituindo os valores dos preços:

$$P_{accf} = (h - b) \frac{P_y}{P_x + b P_y}$$

#### 4 Eficiências produtivas e custos eficientes das atividades múltiplas no setor saúde pública

Apresenta-se, a seguir, a título de ilustração, a análise de uma primeira amostra de dados no setor saúde pública. Um dos maiores problemas que se apresenta na análise de eficiências produtivas é a definição do produto final em termos de unidades físicas homogêneas para que exista a possibilidade de se medir a produção, produtividades, custos médios etc.

O conceito de produto no setor serviços exige algumas hipóteses sobre as suas atividades, para que a quantificação de dados possa tornar-se operacional.

Para as atividades na área de saúde, a consulta (atendimento) foi considerada como sendo uma unidade de produto.

O Setor Saúde Pública do Estado de São Paulo foi selecionado para uma análise inicial de um período anual dividido em duas áreas: um conjunto de Unidades de Atendimento, formando os grupos de Posto de Atendimento Médico, Unidade Básica de Saúde, Ambulatório de Saúde Mental e Ambulatório Especializado, que basicamente realizam consultas, e um conjunto de Hospitais Estaduais, que, além de consultas, realizam uma série de outros procedimentos médico-hospitalares. As análises são efetuadas em função das informações do ano de 1995 de cerca de 2/3 de consultas e gastos estaduais em saúde, em uma amostra selecionada entre os quatro grupos de unidades de atendimento de UTs1 a UTs4 e em nove hospitais de HEs1 a HEs9.

As fontes de dados do estudo são as informações estaduais disponíveis para o ano de 1995 para o Setor Saúde Pública do Estado de São Paulo. As informações originais estão disponibilizadas na Internet, no site do SUS, a partir do ano de 1999, permitindo análises para a rede pública local e nacional de saúde, em função de dados totais dos hospitais e das unidades de atendimento, por origem federal, estadual e municipal. A amostra para 1995 permitiu que o estudo identificasse e quantificasse os possíveis coeficientes na eficiência produtiva e nos gastos, seguindo os conceitos expressos no modelo teórico. Em próximos estudos, as informações de 1999 em diante, constantes do site do SUS, estarão disponíveis para a realização de análises sobre o período em questão e, futuramente, para a análise comparativa entre períodos, permitindo quantificar possíveis eficiências de uso dos fatores e de variações de dotações ao longo do tempo.

### **Fator médico**

As produtividades médias médicas (consulta/médicos PFa) e a produtividade potencial (PFp) são calculadas conforme disposto na Tabela 1 (se as unidades com utilização de capacidade consultas/médicos abaixo da média operasse na média do grupo - os dados são de amostra sobre o ano de 1995).

**Tabela 1**  
**Produtividade Média do Insumo Médico nas UTs**

	Produtividade	Desvio	Produtividade
	PFa	Padrão	PFp
UTs1	139.47	33.44	151.32
UTs2	165.16	23.77	167.47
UTs3	102.71	26.51	113.19
UTs4	82.15	13.19	86.01

A produção em nível da produtividade potencial seria, em média, 5,8% maior do que a produção verificada. Esta é uma indicação preliminar, porquanto a metodologia aqui utilizada estabelece a necessidade de se considerar que a eficiência produtiva incorpora não apenas quantidades, mas também qualidade dos serviços prestados. Por exemplo, as consultas de UTs em quantidade menor do que o padrão médio de todas UTs talvez tenham sido realizadas ao longo de um tempo individualmente maior. A produção poderia ser relativamente próxima à capacidade, e o possível porcentual para o aumento anual de produtividade seria menor do que o apontado na amostra do ano de 1995.

**Fatores médico/não-médico**

O Padrão de Lotação no setor estadual fornece o número de médicos e não-médicos necessários para operar as UTs em máxima capacidade. Dessa forma, foi possível calcular-se a necessidade de pessoal não-médico para operar as UTs dentro das condições em que se encontravam no ano de 1995.

Os dados disponíveis não permitiram o detalhamento por tipo de unidade. Assim sendo, adotou-se a média do conjunto como representativa da combinação dos fatores atuais (FCa) visto que a Secretaria da Saúde propõe em sua análise o Padrão de Lotação como representativa da combinação ideal de fatores (FCp). Os resultados são apresentados na Tabela 2.



**Tabela 2**  
**Quantidade de Mão-de-Obra Não-Médica**

FCa = 3.35 não-médicos para cada médico
FCp = 2.68 não-médicos para cada médico

**Custo**

O estudo pretende mostrar este impacto por meio da comparação entre o custo atual de uma unidade de produto e o custo que tal unidade apresentaria se o serviço pudesse ser prestado em nível do produto potencial. Para que a comparação fosse efetivada nas diversas unidades de atendimento, procedeu-se da maneira sugerida no modelo teórico.

As Produtividades Físicas do fator médico foram calculadas por tipo de unidade, tanto em sua magnitude atual (PFa) quanto corrigida para o produto potencial (PFp). Os resultados estão mostrados na Tabela 1.

O segundo item a ser calculado diz respeito à quantidade de mão-de-obra não-médica que está associada a cada médico para que possa ser produzido o serviço de atendimento. As estimativas são apresentadas na Tabela 2.

A combinação dos fatores médico e não-médico fornece a composição do fator conjunto na produção do serviço das UTs. Assim, o custo mensal desse fator pode ser calculado a partir das seguintes fórmulas:

Custo Atual = Salário Médico + FCa x Salário Não-Médico  
Custo Ideal = Salário Médico + FCp x Salário Não-Médico

Com base nos dados da amostra para o ano de 1995, o salário médio mensal dos fatores são de R\$ 734,58 para médicos e R\$ 379,69 para não-médicos.

Calculando-se o custo do fator conjunto nos casos atual (CFCa) e ideal (CFCp), os resultados obtidos são os seguintes:

CFCa = R\$ 2006,54  
CFCp = R\$ 1752,15

Fator mão-de-obra e custo final

De posse das estatísticas, estimou-se o custo de uma unidade de produção (consulta) para a situação atual, primeiramente corrigindo-se o uso do serviço médico (nas utilizações abaixo da capacidade produtiva), em seguida inserindo-se a combinação dos fatores médico/não-médico e, finalmente, agregando-se ambos, cujo resultado convencionou-se chamar de Custo Eficiente. A Tabela 3 fornece os resultados obtidos.

**Tabela 3**  
**Custo Atual e Custo Eficiente das Consultas Devido à Mão-de-obra**

Tipo de Unidade	Custo Atual	Custo Eficiente
UTs1	14,38	11,58
UTs2	12,15	10,46
UTs3	19,54	15,48
UTs4	24,43	20,36

De acordo com as informações retiradas dos orçamentos da Secretaria da Saúde (média 1995/1996), o fator trabalho representa aproximadamente 45,5% do total de gastos. Os custos finais das consultas por grupo de unidade são calculados considerando esse parâmetro e constam da Tabela 4.

Para esse cálculo admitiu-se que nenhum outro insumo estaria sendo subutilizado, quer com relação à sua disponibilidade, quer no referente à sua combinação com outros insumos.<sup>2</sup>

**Tabela 4**  
**Custo Final das Consultas**

Custo	UTs1	UTs2	UTs3	UTs4
Atual	31,60	26,70	42,95	53,69
Eficiente <sup>2</sup>	28,80	25,01	38,89	49,62

2 O custo eficiente da UTs2 é R\$ 25,01, que é composto de R\$ 10,46 de mão-de-obra (Tabela 3), mais R\$ 14,55 de custos não relativos à mão-de-obra, calculados pelo custo final de R\$ 26,70 menos o custo atual de mão-de-obra de R\$ 12,15 (Tabela 3). O custo eficiente é calculado do mesmo modo para as outras UTs.

Assim sendo, o custo unitário do produto diferiria em cerca de 8,8% do custo unitário referente ao produto potencial em função do nível de capacidade dos fatores mão-de-obra. Novamente, a área de saúde tem atividades múltiplas, como as diferenças de tempo entre operações etc. A metodologia aponta, pois, que as qualidades por atendimento devem ser inseridas complementando as verificações quantitativas. Desse modo, o custo poderia ser algo próximo ao custo eficiente e o diferencial seria menor do que o revelado por quantidade de consultas na amostra do ano de 1995.

**Hospitais Estaduais (HEs)**

A produção realizada dentro de um hospital deve ser separada em dois grandes grupos: Atendimento Ambulatorial e Internações, sendo que um Atendimento Ambulatorial pode significar desde uma simples consulta até procedimentos mais sofisticados como radiodiagnósticos ou quimioterapia. Os vários procedimentos médicos-hospitalares desenvolvidos de modo geral são identificados o quadro 1.

**Quadro 1**  
**Procedimentos Disponíveis no Atendimento Hospitalar**

01- A.V.E.I.A.N.M.
02- ATENDIMENTO MÉDICO (CONSULTA)
03- ATENDIMENTO MÉDICO (PROCEDIMENTOS)
05-ATENDIMENTO ODONTOLÓGICO (PROCEDIMENTOS)
06- RADIODIAGNÓSTICO
07- MEDICINA NUCLEAR
08- ULTRASSONOGRAFIA
09- OUTROS EXAMES IMAGENOLOGIA
10- PATOLOGIA CLÍNICA
11- EXAMES HEMODINÂMICOS
12- OUTROS EXAMES ESPECIALIZADOS
13- TERAPIA RENAL SUBSTITUTIVA
14- RADIOTERAPIA
15- QUIMIOTERAPIA
16- FISIOTERAPIA
17- OUTRAS TERAPIAS ESPECIALIZADAS
18- PRÓTESE E ÓRTESE

Para os hospitais, tomou-se igualmente a quantidade de consultas (simples) como sendo, de início, a unidade padrão de produto e na qual todos os outros procedimentos também precisam ser considerados. Em função da amostra das quantidades no ano de 1995 e do valor recebido por elas (basicamente do SUS), calculou-se o valor médio recebido por consulta.

Admitindo que os valores dos diversos procedimentos representam suas dificuldades e complexidades quando comparados aos da consulta simples, efetuou-se a transformação dos vários procedimentos em unidades, que foram chamadas de “Consultas Equivalentes”, a partir da divisão do valor total recebido nos procedimentos realizados pelos valores médios das consultas simples em cada hospital.

Utilizando-se a mesma metodologia adotada nas UTs, procedeu-se à avaliação do uso da capacidade médica nos HEs, da combinação dos fatores mão-de-obra médica e não-médica, dos custos atuais devido à mão-de-obra e das eficiências produtivas e de custos eficientes finais.

Utilizando-se a média anual de médicos por hospital, calculou-se a produtividade média do conjunto de HEs.

Admitindo que os hospitais que apresentam produtividades abaixo da média geral têm condições de produzir nessa média, calculou-se qual seria a produção potencial do conjunto de HEs.

Com base no Padrão de Lotação dada pela Secretária da Saúde, como representativa da combinação ideal de fatores, por meio do coeficiente  $FCp = 2,68$  da quantidade de não-médicos para cada médico, calculou-se o número de não-médicos necessários para manter a produção no nível atual.

A Tabela 5 apresenta a produção para a amostra de hospitais para os quais foi possível apresentar as consultas equivalentes e os cálculos das transformações.

**Tabela 5**  
**Produção Potencial**

	Hospitais HEs1 a HEs9
Valor da Consulta R\$*	2,45
Produção Total	11.186.148,05
No. Médicos Média Anual	2.504,74
No. Não Médicos Média Anual	7.364,33
Produtividade	4.465,97
Produção Potencial	12.724.645,61
No. Eficiente de Não Médicos	6.712,69

\*Representa, em média, quanto o hospital é remunerado por consulta pelo SUS.

O número eficiente de não-médicos poderia ser, em média, 8,8% menor para a produção observada. A indicação é obtida considerando apenas as quantidades de consultas equivalentes. Tanto nas UTs como nos HEs, às quantidades devem ser acrescidas as qualidades dos vários procedimentos de atendimento. Dessa maneira, a produção poderia ser relativamente próxima do potencial, e o porcentual ainda possível de aumento seria algo menor do que o resultado preliminar apontado na amostra referente ao ano de 1995.

5 Considerações sobre os resultados

Dada a produção atual, sugerida inicialmente pelo modelo teórico, e a quantidade de mão-de-obra médica em tal produção, aplicou-se a relação Padrão de Lotação (não-médicos/médicos) e calculou-se a quantidade de mão-de-obra não-médica necessária.

Na amostra de hospitais no ano de 1995 a quantidade de mão-de-obra não-médica para cada médico é 2,94 (coeficiente FCa). Assim, como nas UTs, o custo atual de uma consulta, em média, no conjunto de hospitais estaduais devido à mão-de-obra é dada por:

$Za = 1 \text{ médico} + 2,94 \text{ não-médico};$

O custo mensal de  $Za = 734,58 + 2,94 (379,69) = 1\,850,87;$

Portanto, o custo da consulta é dado por:

$Cc = (\text{Custo mensal de } Za) / (\text{Produtividade média mensal de } Za) = \text{R\$ } 4,97$

O custo de cada consulta seria R\$ 4,37 em nível do produto potencial, em função da produtividade potencial da mão-de-obra.

Se for também inserida a correção devido à combinação dos insumos, o custo de Ze (combinação eficiente), calculado pelo coeficiente de lotação  $FC_p = 2,68$ , seria o seguinte:

Custo Ze = 1.752,15, sendo cerca de 95% do atual custo Za.

Aplicando-se o percentual ao custo da consulta, depois de correção da influência de capacidade ociosa, o custo eficiente da consulta devido ao fator mão-de-obra seria R\$ 4,15.

Como o total de gastos do conjunto de hospitais dividido pelo número de consultas equivalentes mostra que em média a consulta situou-se em torno de R\$ 14,96,<sup>3</sup> as correções calculadas em relação ao insumo mão-de-obra estimariam o custo das consultas em R\$ 14,14.<sup>4</sup>

Os resultados devem ser tomados como aproximações preliminares dos custos das “Consultas Equivalentes”, pois apenas as correções de eficiência produtiva com relação à de mão-de-obra foram consideradas. A existência de possíveis alocações de outros insumos com ociosidade abaixo da capacidade deve ser analisada e incorporada ao cálculo final. De qualquer modo, com as informações da amostra do ano de 1995, as estimativas iniciais indicam que a eficiência nos HEs situou-se em aproximadamente 94,2% e nas UTs em 91,2%.

## Considerações finais

As estimativas obtidas devem ser consideradas como uma primeira aproximação de indicadores observados na eficiência produtiva e nos gastos na situação do ano de 1995. Sugerem que o produto ainda poderia ser algo entre 5% a 8% maior, para o mesmo custo correspondente, caso a mão-de-obra fosse alocada em nível de plena ocupação da dotação dos fatores médico e não-médico. Entretanto, as múltiplas atividades e condições no setor saúde, como as diferentes demandas por serviço prestado por unidade, sugerem que, apesar de possível espaço para aumento, os percentuais estimados poderiam ser relativamente menores do que revelado preliminarmente na amostra daquele ano.

---

3 Calculado pelos orçamentos liquidados dos HEs, dividido pela produção.

4 Vale lembrar que as correções foram calculadas apenas para alocação de mão-de-obra. Assim, o custo eficiente é R\$ 14,14, calculado pelo custo R\$ 14,96 menos R\$ 4,97 de custo devido à mão-de-obra mais R\$ 4,15 de custo eficiente da consulta devido à mão-de-obra.

As possibilidades de eficiências produtivas e custos eficientes estimadas dizem respeito às condições de oferta e se referem àquelas resultantes de uma subprodução física derivada da utilização dos insumos mão-de-obra médica e não-médica.

Nas condições da oferta existem possibilidades de outras eficiências que afetam os custos, algumas afetando diretamente a produção física eficiente e outras não. A principal delas se refere ao estoque de capital (equipamentos) que está sendo utilizado.

Como no caso do insumo médico, é necessário investigar a existência ou não de capacidade ociosa em sua utilização, o que implicaria ser possível aumentar o nível de produção para a mesma dotação de fatores.

Um segundo ponto que merece pesquisas mais específicas fica por conta da qualidade do serviço prestado. Nesse caso, um aumento da dotação de recursos na produção do setor pode muitas vezes não se transformar em um aumento de produção física do mesmo, mas na melhoria da qualidade dessa produção e, assim, o serviço prestado passa a ser superior em qualidade quando comparado ao que era antes.

Em tais circunstâncias, seria necessário o desenvolvimento de métodos passíveis de serem aplicados nas produções para que estas pudessem ser comparadas. Basicamente, isso se verifica quando da comparação dos resultados da atividade em dois ou mais períodos de tempo.

Finalmente, o comportamento do governo, no que diz respeito à compra dos insumos, é outro aspecto que merece especial atenção, pois a existência de procedimentos institucionais para a aquisição de bens e serviços pode gerar custos que excedem os preços vigentes no mercado. Nesse aspecto, é necessário desenvolver metodologias de comparações entre os preços pagos pelo setor e os preços vigentes no mercado, que poderiam indicar o impacto destas correções nos custos de produção.

A metodologia sobre a eficiência produtiva e nos gastos é objeto de análises anual, e entre períodos é extremamente útil para ações tomadas pelo governo e pelo setor privado, tendo em vista a geração da produção potencial e bem-estar social. Estudo de Martone (2001) mostra que a produtividade do total dos fatores dos setores privado e público do País variou negativamente em torno de 1,5% ao ano de 1991 a 1995. Por outro lado, revela que há aumento de produtividade do total de fatores de produção na fase de estabilidade da economia ao longo dos primeiros anos do Real, no período 1996/2000, gerando a possibilidade de produto maior, dadas as dotações de mão-de-obra e equipamentos. As estimativas são para toda a economia. O índice no período 91/95, que inclui todos os setores, é uma média

referencial, ou seja, é um indicador da possibilidade de maior produtividade. Tal índice é comparável ao constatado na amostra sobre o setor saúde em relação à economia, naquela situação do ano de 1995.<sup>5</sup>

Entre as possibilidades de pesquisa na área, os autores estão desenvolvendo em 2001 um detalhamento teórico específico para comparar a eficiência nos gastos do setor público entre dois ou mais períodos, com base em dados de uma nova pesquisa (em execução) que está sendo realizada por Torres e Diaz (2001).

## Bibliografia

- BERNDT, Ernst R. *et al.* Price index for medical care goods and services: an overview of measurements costs. *NBER*, november 1998.
- Duncombe, W., Yinger, J. An analysis of returns to scale in public production, with an application to fire protection. *Journal of Public Economics* 52, p. 49-72, 1993.
- Martone, Celso Luiz. The external constraint to economic growth in Brazil. *In: Seminar of Fifteen Years of Democracy in Brazil*. London, february 2001.
- Torres, Ivo; Diaz, M<sup>a</sup> Dolores M. Gasto per capita e metodologia de custo por serviço no Estado de São Paulo. *Relatório de Pesquisa*, FIPE, dezembro 1997
- Torres, Ivo; Diaz, M<sup>a</sup> Dolores M. Análise comparativa temporal e sistema de acompanhamento do gasto público; Incidência de tarifas nos preços dos serviços públicos. FIPE, Pesquisa em Andamento, 2001.

---

5 As medidas sobre eficiência produtiva e nos gastos no setor saúde, tanto nas unidades de atendimento como nos hospitais são tomadas sempre como referencial de maneira extremamente criteriosa. Por exemplo, a capacidade de uma unidade de atendimento é estabelecida pelo pico, e nesse caso os médicos e atendentes estão a postos, mesmo que em certo horário eventualmente não afluam o número padrão de pessoas atendidas. Por outro lado, há o conceito de hospital regional, com corpo médico especializado para operações do coração etc. As pessoas das cidades próximas afluem para o hospital da região, que é usado em toda a sua potencialidade, e não há a ociosidade que ocorreria se houvesse duplicação de hospitais de porte em cada cidade. A prioridade da prestação dos serviços das unidades de atendimento e dos hospitais é o atendimento da população. Desta maneira, as medidas reveladas no setor saúde pública seriam comparáveis, entre dados, durante o ano. As medidas são também comparáveis entre dados de dois ou mais períodos, viáveis em próximos estudos, em função de dados recentes na Internet do SUS, que disponibiliza informações para o ano de 1999 em diante.



## **Simple tools for complex economic problems\***

**Arnold Harberger<sup>§</sup>**

### **The beginning - from international relations into Economics**

I started my undergraduate studies at Johns Hopkins University in September 1941, but I didn't get too far before the Second World War interrupted. I was in the U. S. Army from April, 1943 until March of 1946. The reason I went to the University of Chicago was that my last army post was in Illinois. I was auditing the accounts of some army camps when my discharge orders came in March. Had I gone back to Johns Hopkins, I would have had to wait until October before I could resume my studies. But Chicago was on the quarter system and I was able to enter there a mere six days after I left the army.

I was fascinated, partly because of the war, by the subject of International Relations and I entered the Chicago program in that field, and completed my masters in International Relations in 1947. I was actually going on to a Ph.D. There were two famous people in International Relations in Chicago at that time - Hans Morgenthau and Quincy Wright. Morgenthau was a very influential person and I really liked his courses. But I thought, if I was doing the Ph.D. I also should take courses with Wright, who taught International Law. So I registered for his course in International Law, which was very demanding. You had to write a paper every two weeks. Each paper would be a case in International Law. I remember that my first case had something to do with Spanish owners of a ship, with French merchants shipping some molasses on that ship to a British colony. So I studied the legal system of the 18<sup>th</sup> century and how the laws of those three countries interacted at that time, and finally wrote this paper. But on finishing it, asked myself "Harberger, are you a man or a mouse?"

Meantime, I had taken a lot of Economics courses while in International Relations and I always had good results in those courses. The following day, instead of turning in that paper, I

---

\* Entrevista realizada com o professor Arnold Harberger, em abril de 2000, pelos professores Eduardo A. Haddad e Márcio I. Nakane, da FEA-USP.

§ Emeritus Professor of the University of Chicago, Professor of Department of Economics UCLA.

went to the Economics department and asked "Will you have me?" They were very happy to enroll me, so I shifted to Economics, probably around December of 1947. Quite obviously, that shift was permanent. My studies went very fast, and I left Chicago in September of 1949 with my Ph.D. nearly complete. I actually got my degree at the end of that year (June, 1950) but I was teaching at Johns Hopkins from September 1949 onward.

That's how I got into Economics, by being so unhappy and frustrated with International Law. I was a lucky person in the sense that I was one of the top two people coming out of Chicago in my year. I had a number of different offers of good academic jobs. I decided to go to Johns Hopkins because I had been there as an undergraduate and had a great affection for the place. It was a very good and a very small department. I was not treated like a raw recruit but instead was welcomed as an equal member of the faculty. I had a very good time there for four years before I went back to Chicago as an Associate Professor.

### **The University of Chicago in the old days**

Frank Knight and Jacob Viner were very important scholars in Chicago in those days. I had actually hoped, as I came to Chicago, to study with Jacob Viner. But almost precisely when I arrived to study International Relations in 1946, Viner went to Princeton. So I never overlapped with him. The only contact I had with him was once when he came to Chicago to use the library, when I served as his research assistant. So I did get to see him in that role. I took classes with Frank Knight, a couple for credit, and then I audited about three more. So I probably had more courses with Frank Knight than anybody else. He was, in my day at least, more of a philosopher than a technical economist. Certainly you did not learn much technical Economics from him. He did not talk at all about the issues of risk, uncertainty and profit, the topic which had made him famous. He talked instead about doubting the limits of rationality, that, yes, people are rational but they also do dumb things. That was his way of looking at the world. I think that he instilled in me a certain generalized skepticism and a certain willingness to look on the human beings as full of mistakes and fragilities and weaknesses. Also, in a certain sense, to be comfortable looking at them in that way. That's the way they are and that's all there is to it. We study them with all of their weaknesses and mistakes and foibles.

The deepest influences on my economic thinking came, in alphabetical order, from Milton Friedman, Jacob Marschak and T.W. Schultz. I had Price Theory with Friedman and Macro with Marschak. Schultz taught Agricultural Economics, but I learned from him in all dimensions. He was a very broad economist, one of the great economists of the century. He is not as famous as Friedman, but he did get a Nobel Prize and all the other awards that go to the very

best. Anyway, those three were the big influences on my thinking. My Ph.D. committee consisted of Lloyd Metzler, Kenneth Arrow and Franco Modigliani. With these six as the key people in my formation as an economist how could I possibly lose? I think I was very, very lucky.

## **Simplicity versus complexity in Economics**

I don't have to tell any Brazilian how bad economic policy can get, or how bad economic policy can lead to trouble for a country. Brazilians have seen many such experiences in recent historical times. I think that the Economics profession has the duty, in some sense, to help bring about good policies. We should take that responsibility very seriously and be willing to make personal sacrifices in order to bring about and implement such policies for the good of society. I think that we have many people who do make great sacrifices in trying to bring about better economic policy. Those who work in government who are serious about Economics have to suffer many things - governments do such dumb things that these poor "fulanos" can't change. If they complain too much they will get fired. And if they quit, then less able people will probably take their place, and they do not want to see that.

Many good people just keep struggling and hope that someday they will be able to contribute something to the building of a better policy. It's not a situation where you just sit down with a pencil and design policies for the ideal world. It's not like that at all. Certainly in doing this kind of work, in bringing good policy to government, the first thing you have to do is recognize to that the only way good policy comes about is by good economists persuading and convincing people. You don't convince them by telling them "Oh, my model says that you have to do this, Sir." "And why?" "Because the model says so." "Can you explain this to me?" "Well, it's too complicated for me to explain." You can't do that. You have to convince people. Therefore, I think it is important for young economists to learn this aspect of life as they are going through their studies. That when they learn about protectionism they should also learn how to explain the difficulties of protectionism to people who don't understand it. And likewise for other, similarly important topics.

I think that in general the use of simple tools should be maximized. One of the great principles that I perceive to be in trouble today is the principle of parsimony or simplicity. That you never use a more complicated tool for a job that can be done by a simpler tool. It isn't that you try to frame everything the complicated way and then have the simple cases as special cases. You work up and only add the complicated tools when they are essential to be added, when they have a strong marginal positive product. I am 100% sure that in many, many pieces of today's literature, the same points could be established using simple supply and demand concepts. Instead people are using very complicated machinery to make the same point.

I have Ph.D. students who work with me on highly relevant topics. I insist on their using straightforward tools, the simplest tools that go straight at their problem. Nothing fancy where you don't need to be fancy. But sometimes they come with a highly "supertechnical" paper, and I ask "Why are you doing this?" Typically they respond "Well, I need this in order to get a job." And I say, "Okay, I won't stand in your way. I won't stop you from doing something that you think you need to do in order to get a job. But please, try to tell me what message you want me to learn from that." Never do I get a message. The message is that they need to do something high-tech in order to please the job market. Not that it is important for its own sake, or that it's teaching you something deep about Economics.

Let me tell you another story to show you how crazy our profession has gotten. I have one recent doctoral thesis in which one chapter deals with the demand for real cash balances. Now that is a very fundamental story in Economics and it goes back forever and ever. There is an enormous literature using demand functions for real cash balances, in all of which a rise in the interest rate causes people to reduce their real balances.

Okay, I lived through periods here in Latin America (including Chile and Argentina during the middle 1970s and lots of countries during the 1980s) when a depositor in a bank could get 3% interest from the bank per month, real interest. How can the holding of these cash balances be a negative function of this interest rate? The own price is the interest you get paid for holding these balances. The interest rates you can get on other assets give rise to a cross elasticity. Isn't it funny that this profession has lived for so many years treating a cross elasticity as if it were the own-price elasticity, in some sense? So this student goes out and fits demand equations in which real cash balances are the dependent variable, and the interest rate paid on these same balances is the relevant explanatory variable. Wonderful results. The rate of inflation is a cost of holding cash balances. That's true everywhere, always. The real interest rate paid on cash balances is a separate variable. Its coefficient is always positive and very important in the cases of time deposits, savings deposits, certificates of deposit, that kind of thing. Inflation affects such deposits negatively, the real interest rate on them affects them positively. The real interest rate among other things affects them negatively as we have always learned. This is a beautiful, simple result. The student did this for some twenty different countries and found it always worked.

Why should a young person from the Banco Central del Ecuador be discovering this thing in the year 2000, while so many giants of the profession have been spinning all kinds of supertechnical wheels in macroeconomics, but not paying attention to something that is so simple, so straightforward, so useful. These are examples of my concerns about where the profession has been going. People have overlooked the simple problems. The example above was a simple problem with a simple solution. I mentioned it because I could tell you all about it in five

minutes. But there are also some very difficult problems, like how do you deal with the problem of quantifying the opportunity costs of labor in the presence of unemployment. This is a very difficult problem. Keynesian type models tend to view the opportunity cost as zero for everything - for labor and for capital, when the economy is in a recession. This obviously is not correct. If you follow that line you get into very deep logical trouble. It leads you to contemplate paying people to dig ditches in the morning and fill them up in the afternoon, as Keynes once suggested. Well, we know that we can do better than that.

If you go to the other extreme you get Lucas type models. Lucas type models only have voluntary unemployment. People are always on their labor supply function, choosing between labor and leisure all of the time. But do you think those who are unemployed are happy in that status? Obviously not, but if you offer these people a job at 25% below the going wage, at least if it is a permanent job, they are going to say no. So they are not willing to take the job at a lower wage but they are not content being unemployed. So, what price should we set for their opportunity cost? Obviously this is not an easy question to answer. But, its an important question. It's something that is very interesting to look into. Much more interesting that a lot of things that one sees in today's literature. Yet one sees little pressure for people to move in that direction.

This preference for sophistication is not a new thing. I think that there were strands in the profession that were always somehow one way or another headed in supertech direction. There are different variants of supertech. I think that an important crossroads came with the rational expectations revolution. That was a significant watershed. I think that the rational expectations revolution was a very healthy thing. There was just too much ad hoc playing around before that time and people didn't think enough about the rationality aspect of things. But going back to Frank Knight, rationality is by no means the whole story and I do not at all like the magical solutions of "super-rationality" In Chicago the students used to have skits where they made fun of professors. In one of these the question was "When did the ancestors of the human race stop walking on all fours and start walking on two feet?" And the answer was "When the present value of the future benefits first exceeded the costs." In that kind of Economics you are not putting yourself in the position of the decisionmaker, you are pretending that even though each decisionmaker doesn't see something, that somehow the decision makers combined end up doing that thing. Adam Smith said something that sounds like that and I believe Adam Smith. But Adam Smith's version of the magic of the market was based on supply and demand, where we can see and easily understand the signals that lead to any given behavior. The demanders that don't demand something are those that don't want to pay so high of a price. And the suppliers that don't supply are those that want a higher price. It all makes sense. Anybody can understand the mechanics of supply and demand.

Project evaluation is a similarly clear case. You say, "How does the market mechanism work in the capital market?" Well, people see a cost of capital, let that be 10%. Then they study carefully the project and find that it promises to yield them only 8%. So they don't do that project because they're going to lose money. But if its expected yield is 14% while the cost of capital is 10%, the project looks fine. It is easy to see how the capital market works, with people doing actual evaluations trying to see what is the likely yield of this or that investment and how does it compare with the cost. In the end, this is the mechanism that links interest rates with the marginal productivity of capital.

I think that is the way we ought to think about lots of things. And the interesting thing in project evaluation is that you can go to good businesses all around the world and they're actually calculating internal rates of return on prospective investments and comparing them to their "cost of capital" So it isn't that this is something that is just imagined by economists. I'd like to see us implement this kind of link with reality as we work in any area of Economics. What do people actually do? What signals do they see, and respond to in their actions?

Contrast this with people who were writing papers in which the banks which lent to the Asian countries (prior to the 1997 crisis) were assumed to be counting on the IMF to bail them out if they got into trouble. Do you know how you should study that problem? Go to the files of Goldman Sachs, Citicorp and Chase Manhattan Bank and find out what they were saying in those meetings. You don't need to do fancy econometrics or anything else; you can simply learn from the people who were there. Ask those people and you'll find out. And I'll bet that they were not sending lots of memos saying "Oh, we surely can count on the IMF to bail us out." But I'm willing to be convinced if you can bring me the memos (or transcripts of meetings) in which such things were said.

I think that its important for economists to practice observation from day one to day n, always being alert to the things we see in the world around us, and making connections back and forth between what we see and what we do. When I get to a new country, the first thing I want to do is to go to a supermarket. There I want to look at the prices and see what goods are on the shelves. Between the supermarket, the cost of a taxi ride, and the cost of a haircut you can infer a great deal about the level of income in a country, about the nature of its economy, and about what kind of trade restrictions and many other policies it has. All sorts of things can be seen from such simple observations. But people have to practice in order to develop the capacity to do it. I think its very important for young economists to be alert to the world around them, today to see critical factors. When I first saw a 30% real interest rate, I didn't believe it. But now I understand the circumstances in which such high real rates can emerge. So it's no longer a total anomaly for me. Now, when I see it, I expect also to see very

constricted credit, a credit crunch, lots of bad loans on the banking system, leading the banks to squeeze credit still further. These things together constitute a syndrome, in which I can now understand how real interest rates can get so very high. But if I see high real rates without the rest of the syndrome, then I will have to swallow my pride and look for a new explanation. Little by little as you accumulate experience you begin to have sort of a world view into which a lot of things fit. And when you later observe certain things that do not fit, that's when you have to struggle afresh with the evidence, and restart your learning process.

The Chicago tradition always incorporated the real world, always incorporated simple Economics tested against reality and always incorporated giving our students, in particular, an intuitive appreciation for the nature of economic processes - what economies are like and what they're not like, what makes sense and what does not make sense. I would say one more thing, that certainly when I take on a new problem, the last thing I want to do is to look at all of the literature first. I want to look at the problem and understand it as best I can, to try to grapple with it directly rather than put myself in the mold that has evolved in the literature. I want to get a "natural" answer to the problem, so to speak, before I go to the literature.

We always used to ask questions (on final exams, comprehensives, prelims, etc) that were directly derived from the world. We summarized the underlying facts, and the student was supposed to be able to move from these facts to analysis. That was an important part of the Chicago way of doing things.

### **The recipe for success in our profession**

That's an easy question: there is no recipe for success in Economics. You look at the people who have succeeded in the profession and they range from people like T. W. Schultz and D. Gale Johnson, who have made a huge impact on the real world, but wouldn't know what to do with second derivatives, all the way to mathematical prodigies like Gerard Debreu and Kenneth Arrow. All these have been great successes in the profession. There is a saying in English, "different strokes for different folks" There are people whose natural aptitudes carry them to one area in Economics and there are others whose aptitudes carry them in another direction.

I certainly don't think that people should try to do a kind of Economics that isn't natural to them. I think I mentioned earlier that I like natural Economics. That's really the way I feel about it. For myself, I find it most natural to focus on the supply and demand for different things and how those forces interact and what are the outside forces driving them. For me there is no magic, only people behaving and responding to the forces and pressures they see and per-



ceive. I think my main tasks as an economist are first to observe, then order and rationalize what I see.

### **What do I want to be remembered for?**

That's hard to say. Certainly for being a teacher of good economists, good policy economists, serious economists who know how to deal with the real world. I think I was very lucky to have so many wonderful students who have gone on to do wonderful things in every avenue of life. More than a dozen central bank presidents, around 30 ministers, 2 presidents of Republics in Latin America, half a dozen Rectors of universities, some 25 deans. These lists just keep building. They go on and on. I feel very proud of my former students and I am very happy that they were part of my life. If you say, what do you think is more important, what I wrote or my students? My students are more important without any doubt whatsoever in my mind. Having this kind of connection with my own students has also led to a very happy life. Generation after generation of students, they keep adding, nothing gets subtracted. It's a very happy relationship.

In another direction, I think I want to be known as a very ardent defender of using simple tools seriously to solve economic problems. I really don't think that complicated tools reach far into the policy sphere. You can be doing complicated things and convince a seminar at MIT or Carnegie Mellon, perhaps with a very neat solution to a tricky problem. But complicated analyses do not help much in designing or in deciding how to liberalize our trade. Here the necessity to convince so many key people becomes paramount. Every now and then you may face a problem which by its nature is so complicated that you can only communicate with experts about it. But I don't think that there are many of that kind. I know that you can go very, very far emphasizing simplicity and communicability, as I have suggested. The great scope and versatility of consumer surplus analysis provide one with all the evidence I need to support this view.

I'm feeling much the same right now about Real Exchange Rate Economics. Everywhere I go, somehow Real Exchange Rate Economics pursues me. It isn't that I pursue it, it pursues me. I ran into real exchange rate problems in El Salvador in the late seventies and in Chile and all over Latin America during the debt crisis of the 1980s and in Mexico's 1994 crisis. I go to Indonesia from 1997 through 2000, and there I find more real exchange rate problems. Now I've just now returned from Russia, where I encountered still more real exchange rate problems. So I feel that God has made me to be a man of the real exchange rate. It isn't that I chose it, it was thrust upon me. God keeps putting more and more real exchange rate problems on my plate.



So I hope that before I depart from this profession I'll be able to fulfill this mission. More and more, I perceive that even very smart people often don't seem to have fully absorbed and understood Real Exchange Rate Economics. Somehow the essence of this branch of Economics must come to be appreciated much more widely. The real exchange rate is a vastly more important concept than most economists realize. It is the key equilibrating variable of a nation's balances of trade and payments. Moreover, as the real exchange rate adjusts to bring about an economic equilibrium, it also acts as a fundamental determinant of a country's comparative advantage. And finally, it is difficult to conceive of a macroeconomic analysis (or modeling) of a country's economy in which the real exchange rate did not play a very basic, essential role. The task that fate has placed at my doorstep, because of so many different exposures to the workings of the real exchange rate mechanism, is to use that experience to help bring our profession at large to a fuller appreciation of the pivotal role that the real exchange rate plays in our economic life.



## Orientação para Apresentação de Artigos

A revista ECONOMIA APLICADA é publicada trimestralmente nos meses de março, junho, setembro e dezembro. A revista considera de interesse textos inéditos cuja análise envolva originalidade e reflexão. Os artigos enviados para a revista ECONOMIA APLICADA serão submetidos ao seu corpo de pareceristas por meio do sistema *double blind review*, ou seja, durante o processo de avaliação não é(são) revelado(s) o(s) nome(s) do(s) autor(es) aos *referees*, nem os nomes destes ao(s) autor(es). O corpo de pareceristas é constituído por professores e pesquisadores da FEA-USP e de outras instituições, brasileiras e estrangeiras.

A revista, além de artigos, terá seções reservadas a *surveys*, comunicações, resenhas e à divulgação de pesquisas, dissertações, teses, palestras e resultados de encontros que sejam relevantes para uma melhor compreensão da economia. A revista terá, ademais, uma seção denominada *Como Eu Pesquiso*, em que serão apresentados depoimentos de professores e pesquisadores sobre suas atividades de pesquisa. Serão aceitos para publicação artigos em português, inglês, espanhol e francês.

Os artigos deverão obedecer ao seguinte padrão:

Extensão máxima de 25 páginas (página de 33 linhas e linha de 70 toques);

Apresentação de um resumo de, no máximo, 150 palavras e de 3 a 5 palavras-chave, ambos em inglês e português, JEL Classification em dois dígitos;

Notas colocadas no rodapé de cada página;

Simples referência de autoria colocada entre parênteses no próprio texto;

Especificação do(s) nome(s) completo(s) do autor(es) e de sua qualificação(ões) acadêmica(s) e profissional(is);

Referências da bibliografia efetivamente citada ao longo do artigo listadas no final do texto, de acordo com a norma NBR-6023 da ABNT;

As comunicações deverão ter, no máximo, 10 páginas, e as resenhas de livros não deverão exceder 3 páginas.

O autor deverá fornecer uma cópia impressa e uma cópia em disquete do texto em WORD 6.0 e das tabelas e dos gráficos em EXCEL.

Os arquivos de gráficos, tabelas e mapas deverão ser entregues nos formatos originais e separados do texto.

O autor receberá gratuitamente 5 exemplares do número da revista em que for publicado o seu trabalho, além de 10 separatas.



# BRAZILIAN JOURNAL OF APPLIED ECONOMICS

The Brazilian Journal of Applied Economics is a quarterly publication of the Department of Economics and of Fipe - Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (Economic Research Institute Foundation) of the School of Economics, Business Administration and Accounting of the University of São Paulo, Brazil.

## EDITOR:

Carlos Roberto Azzoni (cazzoni@usp.br)

## EDITORIAL BOARD:

Affonso Celso Pastore (USP),  
 Antônio Barros de Castro (UFRJ), Cássio F. Camargo Rolim (UFPR),  
 Cláudio Monteiro Considera (UFF), Clélio Campolina Diniz (CEDEPLAR),  
 Denisard C. de Oliveira Alves (USP), Eleutério F. S. Prado (USP),  
 Fernando de Holanda Barbosa (FGV-UFF), Geoffrey J. D. Hewings (University of Illinois),  
 Geraldo Sant'ana de Camargo Barros (ESALQ/USP), Gustavo Maia Gomes (IPEA),  
 José Marcelino da Costa (NAEA/PA), José A. Scheinkman (Princeton University),  
 Juan Hersztajn Moldau (USP), Marcelo Portugal (UFRGS), Maria José Willumsen (Flórida International University),  
 Márcio Gomes Pinto Garcia (PUC/RJ), Mário Luiz Possas (UFRJ), Paulo César Coutinho (UnB),  
 Paulo Nogueira Batista Júnior (FGV/SP), Pierre Perron (Boston University),  
 Pedro Cezar Dutra Fonseca (UFRGS), Ricardo R. Araújo Lima (UnB),  
 Robert E. Evenson (Yale University), Roberto Smith (UFCE), Rodolfo Hoffmann (ESALQ/USP),  
 Rogério Studart (UFRJ), Russell E. Smith (Washburn University), Sérgio Werlang (FGV/RJ),  
 Tomás Málaga (FGV/SP), Victor Bulmer-Thomas (University of London),  
 Werner Baer (University of Illinois), Wilson Suzigan (Unicamp).

**Secretary:** Rute Neves

**Sales and Delivery:** Maria de Jesus Antunes Soares

**Editing:** Eny Elza Ceotto (Portuguese)

**Editorial Design:** Sandra Vilas Boas

## Mailing Address:

Revista de Economia Aplicada  
 Depto. de Economia FEA/USP • FIPE - Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas  
 Av. Prof. Luciano Gualberto, 908 • FEA II - Depart. de Publicações Fipe • Cidade Universitária São Paulo • SP • CEP 05508-900  
 Phone: (55-11) 3818-5867 e 3818-6072 • Fax (55-11) 3818-6073 • E-mail: revecap@usp.br • www.fipe.com/revecap

## Subscriptions for Delivery Outside Brazil:

Individuals - US\$ 80,00 Institutions - US\$ 100,00 (air mail included)

Annual subscription: 4 numbers

Individual issues can also be purchased at the above address.

# Contents

## PAPERS

<b>College Education and Labor Market in Brazil .....</b>	<b>7</b>
Reynaldo Fernandes, Renata Del Tedesco Narita	
<b>Movements in the Interest Rate Term-structure and Immunization in Brazil.....</b>	<b>33</b>
Gyorgy Varga, Marcos Valli	
<b>Precification of Agricultural Commodities Options in Brazil: The Case of Arabica Coffee .....</b>	<b>55</b>
Dalton Rodrigues da Silva Leite, João Gomes Martines Filho, Carlos José Caetano Bacha	
<b>Agribusiness in Brazilian Southern States in the Period 1985-1995 .....</b>	<b>99</b>
Marco Antonio Montoya, Andrea Oltramari, Cássia Barichello Pasqual, Nadia M. Bogoni	
<b>Inflation Targeting: A Preliminary Analysis of the Brazilian Case .....</b>	<b>129</b>
Helder Ferreira de Mendonça	
<b>Inflation Targeting and Monetary Policy Transmission Mechanisms: The Brazilian Case .....</b>	<b>159</b>
Carlos Eduardo Soares Gonçalves	

---

## NOTES

<b>Auctions of Identical Objects With Unitary Demand: Introductory Results .....</b>	<b>177</b>
Alexandre R. Kosbiau, Marilda Sotomayor	
<b>Credit Channel Without the LM Curve.....</b>	<b>213</b>
Victorio Y. T. Chu, Márcio I. Nakane	

---

## RESEARCH

<b>Public Expenditure Efficiency .....</b>	<b>229</b>
Ivo Torres, Luiz Martins Lopes	

---

## HOW I DO RESEARCH

<b>Simple Tools for Complex Economic Problems .....</b>	<b>247</b>
Arnold Harberger	

**PAPERS**

**College Education and Labor Market in Brazil**

Reynaldo Fernandes, Renata Del Tedesco Narita

**Movements in the Interest Rate Term-structure and Immunization in Brazil**

Gyorgy Varga, Marcos Valli

**Precification of Agricultural Commodities Options in Brazil: The Case of Arabica Coffee**

Dalton Rodrigues da Silva Leite, João Gomes Martines Filho, Carlos José Caetano Bacha

**Agribusiness in Brazilian Southern States in the Period 1985-1995**

Marco Antonio Montoya, Andrea Oltramari, Cássia Barichello Pasqual, Nadia M. Bogoni

**Inflation Targeting: A Preliminary Analysis of the Brazilian Case**

Helder Ferreira de Mendonça

**Inflation Targeting and Monetary Policy Transmission Mechanisms: The Brazilian Case**

Carlos Eduardo Soares Gonçalves

**NOTES:**

**Auctions of Identical Objects With Unitary Demand: Introductory Results**

Alexandre R. Kosbiau, Marilda Sotomayor

**Credit Channel Without the LM Curve**

Victorio Y. T. Chu, Márcio I. Nakane

**RESEARCH:**

**Public Expenditure Efficiency**

Ivo Torres, Luiz Martins Lopes

**HOW I DO RESEARCH:**

**Simple Tools for Complex Economic Problems**

Arnold Harberger