



ECONOMIA APLICADA

BRAZILIAN JOURNAL OF APPLIED ECONOMICS

Vol. 19 – nº 3

Julho – Setembro 2015

ARTIGOS

Crescimento da Produtividade no setor de serviços e da indústria no Brasil: dinâmica e heterogeneidade

Paulo de Andrade Jacinto, Eduardo Pontual Ribeiro

The Time-(In)Variant Interplay of Government Spending and Private Consumption in Brazil

Diego Ferreira

Dependence analysis of ethanol, sugar, oil, BRL/USD exchange rate and Bovespa: a vine copula approach

Anderson Gomes Resende, Osvaldo Candido

Economias de escala e escopo na previdência complementar fechada brasileira

Marcelo Abi-Ramia, Rogério Boueri, Adolfo Sachsida

A Questão Da Separabilidade Fraca Na Estimação De Sistemas De Demanda: Uma Aplicação Para A Demanda De Carnes No Brasil

Guilherme Fonseca Travassos, Alexandre Bragança Coelho

Medindo a Qualidade das Escolas: Evidências para o Brasil

Andréa Zaitune Curi, André Portela de Souza

ECONOMIA FEA-RP/USP



ECONOMIA APLICADA

Vol. 19 – nº 3 Julho – Setembro 2015

PAPERS

Paulo de Andrade Jacinto, Eduardo Pontual Ribeiro

The Time-(In)Variant Interplay of Government Spending and Private Consumption in Brazil

Diego Ferreira

Dependence analysis of ethanol, sugar, oil, BRL/USD exchange rate and Bovespa: a vine copula approach

Anderson Gomes Resende, Osvaldo Candido

Scale and scope economies in Brazilian pension funds

Marcelo Abi-Ramia, Rogério Boueri, Adolfo Sachsida

The issue of weak separability in demand systems estimation: an application to the demand of meat in Brazil

Guilherme Fonseca Travassos, Alexandre Bragança Coelho

Andréa Zaitune Curi, André Portela de Souza

ISSN 1413-8050



APOIO:



Ministério
da Educação

Ministério da
Ciência e Tecnologia



ECONOMIA APLICADA

Vol. 19 – nº 3

Julho – Setembro 2015

Editor

Reynaldo Fernandes

Editores Associados

Luiz Guilherme Scorzafave
Angelo Costa Gurgel
Rodrigo De Losso
Cláudio Ribeiro de Lucinda & Walter Belluzzo Junior

Sergio Naruhiko Sakurai
Eliezer Martins Diniz
Irineu E. de Carvalho Filho

Conselho Editorial

Affonso Celso Pastore
USP
Cássio E. Camargo Rolim
UFPR
Clélio Campolina Diniz
CEDEPLAR
Eleutério F. S. Prado
USP
Francisco Anuatti Neto
USP/RP
Geraldo Sant'ana de Camargo Barros
ESALQ/USP
José Marcelino da Costa
NAEA/PA
Marcelo Portugal
UFRGS
Márcio Gomes Pinto Garcia
PUC/ RJ
Paulo César Coutinho
UnB
Pierre Perron
Boston University
Ricardo R. Araújo Lima
UnB
Roberto Smith
UFCE
Rogério Studart
UFRJ
Sérgio Werlang
FGV/RJ
Victor Bulmer-Thomas
University of London
Wilson Suzigan
Unicamp

Antônio Barros de Castro
UFRJ
Cláudio Monteiro Considera
UFF
Denisard C. de Oliveira Alves
USP
Fernando de Holanda Barbosa
FGV-UFF
Geoffrey J. D. Hewings
University of Illinois
Gustavo Maia Gomes
IPEA
José A. Scheinkman
Princeton University
Maria José Willumsen
Florida International University
Mário Luiz Possas
UFRJ
Paulo Nogueira Batista Júnior
FGV/SP
Pedro Cesar Dutra Fonseca
UFRGS
Robert E. Evenson
Yale University
Rodolfo Hoffmann
ESALQ/USP
Russell E. Smith
Washburn University
Tomás Málaga
FGV/SP
Werner Baer
University of Illinois



A Revista ECONOMIA APLICADA é uma publicação trimestral do Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo. Os conceitos emitidos são de responsabilidade exclusiva do(s) autor(es). A simples remessa do trabalho implica que o(s) autor(es) concordam que, em caso de aceitação para publicação, a ECONOMIA APLICADA (BRAZILIAN JOURNAL OF APPLIED ECONOMICS) passa a ter os direitos autorais para a veiculação dos artigos, tanto em formato impresso como eletrônico a eles referentes, os quais se tornarão propriedade exclusiva da ECONOMIA APLICADA (BRAZILIAN JOURNAL OF APPLIED ECONOMICS). É permitida a reprodução total ou parcial dos artigos desta revista, desde que seja explicitamente citada a fonte completa. Revista financiada com recursos do Programa de Apoio a Publicações Científicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, entidade governamental brasileira promotora do desenvolvimento científico e tecnológico. Esta revista está sendo indexada por Journal of Economic Literature, versões *eletronic on line* e CD-ROM e Scielo Brasil.

Secretaria e Divulgação: Juliana de Freitas Vitória Capa: Christof Gunkel
Revisão linguísticas (Português e Inglês): Iulo Feliciano Afonso (Solution Translations
Eireli — Epp)
Diagramação: Bruna Carolina Garcia

Endereço

Revista Economia Aplicada, Departamento de Economia, FEA-PR/USP
Avenida do Bandeirantes, 3900, Ribeirão Preto, SP.
CEP 14040-905
Telefone: (0xx16) 3315-3910
email:revecap@usp.br
site: <http://www.usp.br/revecap>

Assinaturas

tipo	Brasil	Exterior*
Individual	R\$50,00	R\$ 90,00
Institucional	R\$70,00	R\$110,00

*inclui custos de postagem

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Publicações e Divulgação do SBD/FEA/USP.

Economia Aplicada / Departamento de Economia, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo – v. 1, n. 1 – Ribeirão Preto: FEA-RP, 1997-

Trimestral

Publicado anteriormente sob responsabilidade de FEA/USP, FIPE e FEA=RP
ISSN 1413-8050

1. Economia I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto. Departamento de Economia.

CDD 22.ed – 330.

ECONOMIA APLICADA

Vol. 19 – nº 3

Julho – Setembro 2015

ARTIGOS

- 401 **Crescimento da Produtividade no setor de serviços e da indústria no Brasil: dinâmica e heterogeneidade**
Paulo de Andrade Jacinto , Eduardo Pontual Ribeiro
- 429 **The Time-(In)Variant Interplay of Government Spending and Private Consumption in Brazil**
Diego Ferreira
- 455 **Dependence analysis of ethanol, sugar, oil, BRL/USD exchange rate and Bovespa: a vine copula approach**
Anderson Gomes Resende , Osvaldo Candido
- 481 **Economias de escala e escopo na previdência complementar fechada brasileira**
Marcelo Abi-Ramia , Rogério Boueri , Adolfo Sachsida
- 507 **A Questão Da Separabilidade Fraca Na Estimação De Sistemas De Demanda: Uma Aplicação Para A Demanda De Carnes No Brasil**
Guilherme Fonseca Travassos , Alexandre Bragança Coelho
- 541 **Medindo a Qualidade das Escolas: Evidências para o Brasil**
Andréa Zaitune Curi , André Portela de Souza

CRESCIMENTO DA PRODUTIVIDADE NO SETOR DE SERVIÇOS E DA INDÚSTRIA NO BRASIL: DINÂMICA E HETEROGENEIDADE

PAULO DE ANDRADE JACINTO *
EDUARDO PONTUAL RIBEIRO †

Resumo

O presente estudo analisa a evolução da produtividade do setor de serviços focando na relação entre estrutura e crescimento. A partir das informações das Contas Nacionais e da Pesquisa Anual de Serviços e do uso de decomposições para explorar a dinâmica da produtividade, os resultados mostram que o setor de serviços é um setor com alta produtividade. No período de 2002 a 2009, a evolução da produtividade desse setor foi positiva com um desempenho superior ao da indústria de transformação desde 1996. Não há evidências favoráveis para a existência da doença de custos no Brasil e tanto na indústria como nos serviços, não se verificou uma associação positiva entre mudanças na estrutura e ganhos de produtividade, o chamado bônus estrutural.

Palavras-chave: Serviços; Produtividade; Doença de custos.

Abstract

This work aimed to evaluate the evolution of the service sector productivity focusing on the relationship between structure and growth. Information from the National Accounts and from the Annual Services Survey (PAS in Portuguese) was used, as well as decompositions to investigate productivity dynamics. The results show that the service sector is a sector with high productivity. Productivity growth in services was positive from 2002 to 2009 and since 1996 its performance was superior to manufacturing. There is no evidence supporting the existence of the cost disease in Brazil and neither in industry nor in services a positive relation between changes in the structure and productivity gains, known as structural bonus was found.

Keywords: Services; Productivity; Cost disease.

JEL classification: E24, L8, L80

DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1413-8050/ea119450>

* Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul. E-mail: paulo.jacinto@pucrs.br

† Universidade Federal do Rio de Janeiro. E-mail: eribeiro@ie.ufrj.br

1 Introdução

Nos últimos anos, os estudos sobre a evolução da produtividade vêm cada vez mais ganhando espaço no debate econômico no Brasil. Isso pode ser visto pelo número de estudos como os de Bonelli & Fonseca (1998), Rocha (2007), Gomes et al. (2003), Rocha (1999), Barbosa Filho et al. (2010) entre outros. Estudar o padrão de evolução da produtividade se justifica pela necessidade de entender e acompanhar a competitividade de um país seja para manter um espaço no cenário internacional ou sustentar o crescimento econômico.

Pinheiro (2012) argumenta que setores intensivos em trabalho como o comércio lideraram a expansão do PIB recente. A mudança estrutural da economia brasileira para o setor terciário pode levar a uma desaceleração do crescimento agregado da produtividade por um efeito composição, dada pela menor produtividade nesses últimos setores, vis a vis a produtividade da Indústria (e Agricultura). Nessa mesma direção Bonelli & Fonseca (1998) mostra que o movimento para o setor terciário reduziu o crescimento no país entre 1990 e 2000, ao contrário das décadas anteriores, onde o crescimento da indústria acima da média da economia fez com que as mudanças de estrutura fossem pró-crescimento.

Essa preocupação não se restringe ao Brasil. Na literatura econômica internacional, Baumol (1967) e Baumol et al. (1985) trazem estudos seminais sobre a relação da produtividade do setor de serviços e de outros setores. À medida que o setor de serviços ampliasse a sua participação no PIB e, conseqüentemente, no trabalho, uma economia caminharia para a estagnação devido ao pobre desempenho produtivo desse setor, a chamada doença de custos dos serviços. Rodrik (2011) e Rodrik (2014) mantêm o debate, em um contexto de países em desenvolvimento e para um período mais recente. Busso et al. (2013) é ainda mais enfática, ao afirmar que o problema do fraco desempenho da produtividade na América Latina desde os anos 1980 até o início dos anos 2000 deve-se ao desempenho do setor de serviços.

Já De La Torre et al. (2013) afirmam que em um ambiente de dinâmica de commodities mais fraca, puxado pelas dificuldades econômicas da Europa e pela desaceleração da China, uma estratégia de crescimento para a América Latina passa pelo fortalecimento do setor de serviços e estes têm contribuído positivamente para o crescimento econômico na América Latina, de modo geral, desde a crise de 2008. A questão passa por reconhecer a heterogeneidade dos serviços em termos de conteúdo tecnológico e sensibilidade à renda domiciliar e concluir que os serviços podem contribuir positivamente para o desenvolvimento, como estimam Timmer & de Vries (2009) para países da América Latina e Ásia.

Essa é uma crítica comum à análise inicial de Baumol (1967), como em Silva (2006), citando uma referência no Brasil. Há divisões de serviços nas quais a inovação é permanente, como serviços de informação e software e outros, nos quais a inovação é menor, mas com grande impacto no emprego e geração de renda devido ao tamanho, como apontam Pereira et al. (2013). Dessa forma, os serviços possuem potencial de crescimento da produtividade e de relevância econômica.

É nesse contexto que se insere o presente estudo, ao estudar a evolução da produtividade do setor de serviços, contrastando-a com outros setores da economia, com destaque para a indústria. A análise envolve o olhar detalhado nos serviços a partir da análise das Contas Nacionais e da Pesquisa Anual de

Serviços (PAS) do IBGE, em um horizonte longo, desde 1996 a 2009, ainda não explorado na literatura¹.

A mensuração propriamente dita da produtividade nos subsetores envolve questões metodológicas relevantes como mudanças de classificação e construção de deflatores. A análise emprega decomposições do crescimento da produtividade agregada, que permitem lançar luz sobre a relação entre estrutura e dinâmica, como destacam Ribeiro (2005) e Rocha (2007). As decomposições tentam isolar a contribuição da estrutura produtiva (distribuição relativa do emprego ou produto nos setores) para o crescimento da produtividade agregada. As decomposições podem ser de duas formas: uma em que o efeito estrutural é isolado, construindo um crescimento de produtividade contra-factual (hipotético) sem mudanças na estrutura, supondo ortogonalidade entre estrutura e crescimento da produtividade. Outra decomposição, com menos hipóteses restritivas, verifica a associação entre dinâmica estrutural e crescimento da produtividade focando a possibilidade de bônus estrutural, ou seja, a situação em que a produtividade cresce em setores que ganham relevância na estrutura produtiva. Ainda há uma terceira decomposição, em que se avalia o grau de associação entre estrutura e produtividade a cada ano.

Adiantando os resultados, é possível verificar que o setor de serviços, ao contrário do senso comum, é um setor produtivo. Verificou-se também que a evolução da produtividade desse setor foi positiva no período de 2002 a 2009, contrastando com queda na indústria. Não encontramos evidências favoráveis para a existência da doença de custos no Brasil no período de 2002-2009, uma vez que a produtividade serviços cresceu mais que indústria, particularmente dos serviços prestados às empresas, mesmo com o aumento da importância dos serviços no consumo intermediário da indústria. A partir de informações da PAS verificou-se ainda que as divisões que compõem os serviços são heterogêneas e que os serviços prestados às empresas tiveram aumento de produtividade, descartando, mais uma vez, a possibilidade de explicação do desempenho pífio da produtividade da indústria de transformação pela mudança estrutural da economia para os serviços. Por fim, o padrão de crescimento da produtividade dos serviços apresentou similaridades e diferenças em relação à indústria: enquanto que em ambos a dinâmica da produtividade é, em geral, explicada pelo comportamento intra-setorial, e não se verificou o bônus estrutural, por outro lado, nos serviços encontramos um efeito positivo de realocação de mão de obra para setores mais produtivos para a dinâmica da produtividade, ao contrário da indústria.

Além dessa introdução, o trabalho está dividido em quatro seções. A próxima traz uma resenha sobre a literatura nacional de produtividade na indústria e nos serviços. A seção seguinte descreve a metodologia de mensuração da produtividade e discute os métodos de decomposição empregados para extrair informação a partir da evolução da produtividade, seguida pela seção dos resultados empíricos, e a última apresenta as considerações finais.

¹Apesar de a evolução da produtividade depender da inovação, não iremos explorar a PINTEC pois a mesma cobre apenas alguns subsetores específicos do setor de serviços. Este certamente é outro trabalho, complementar a este, cuja referência básica é Silva (2006).

2 Produtividade na indústria e serviços no Brasil: uma síntese da literatura

Em geral, os estudos mais recentes sobre a produtividade na indústria seguem três direções e mostram como o debate evoluiu. Na primeira direção, a preocupação estava em verificar diferenças de metodologias e informações empregadas na mensuração da produtividade (Salm et al. 1997, Feijó & Carvalho 1999). Na segunda direção, os estudos deram ênfase na identificação dos determinantes que contribuíram para o crescimento da produtividade. Nas análises, ficou evidente o papel desempenhado pela abertura comercial no início dos anos 90 (Ferreira & Rossi 2003, Schor 2006, Rocha 2007).

Por fim, a produtividade da indústria passou a ser associada ao desempenho do setor de serviços em virtude da crescente participação desse setor no PIB.

O trabalho mais influente que associa a produtividade da indústria e da economia como um todo ao desempenho dos serviços foi apresentado por Baumol (1967). A teoria desenvolvida em sua análise ficou conhecida como a doença de custos. A principal inquietação desse autor estava no fato de que à medida que o setor de serviços ampliasse a sua participação no PIB e, conseqüentemente, no trabalho, a economia caminharia para a estagnação devido ao pobre desempenho produtivo desse setor.

Na literatura nacional, o impacto do crescimento do setor de serviços na produtividade da economia, tentando inferir sobre a doença de custos no Brasil, foi avaliado inicialmente por Melo et al. (1998). Os resultados encontrados mostraram que não havia evidências favoráveis à existência da doença de custos para os anos 80 e 90, baseado em dados agregados apenas. Kon & Kume (2004) também discorre sobre o tema.

A existência da doença de custos também foi explorada por Oliveira (2011), que realizou um estudo comparativo da contribuição dos serviços para o crescimento no Brasil, nos EUA e na Zona do Euro, usando informações de Contas Nacionais. A autora argumenta que no Brasil os serviços auxiliaram o crescimento da produtividade agregada após 1994 e descartou a possibilidade de doença de custos na indústria devido aos serviços por seu desempenho até meados da década de 2000, relativamente ao desempenho em outros países.

São raros os estudos no Brasil sobre a produtividade do setor de serviços que não a relaciona com a indústria². Silva (2006) utiliza a Pesquisa Anual de Serviços (PAS) para estudar a dinâmica da produtividade nos serviços empregando microdados, com ênfase em decomposições, como este artigo, mas restringe a análise a apenas onze divisões representantes de quatro grupos relevantes dos serviços (telecomunicações, informação, serviços prestados à empresa e os culturais).

Em síntese, os estudos sobre produtividade no país deram ênfase à indústria, com poucos estudos no setor de serviços e na sua relação com a indústria como relatado acima. Explorando apenas dados agregados, esses estudos sugerem que a produtividade do setor de serviços não poderia ser uma explicação para a estagnação da produtividade na indústria e na economia no Brasil.

Com intuito de avançar com a literatura, o presente estudo apresenta uma análise para o setor de serviços (de modo isolado do comércio) para o período

²Rocha (1999) trata da participação dos serviços no consumo intermediário da indústria, mas não diretamente da produtividade, para os anos de 1985, 1990 e 1992.

pós Plano Real, utilizando informações ainda pouco exploradas da PAS do IBGE e desagregando informações das Contas Nacionais. Ou seja, o estudo avança em relação aos anteriores na medida em que (i) utiliza informações mais desagregadas para revelar a heterogeneidade e a associação com a dinâmica dentro desse setor, (ii) faz uso de decomposições que permitem entender o diferencial na trajetória da produtividade entre os setores de serviços e indústria de forma comparativa. Para realizar essa análise, dois desafios precisam ser contornados e que também avançam em relação à literatura acima citada. O primeiro é o uso de deflatores específicos aos subsetores da PAS calculados a partir das Contas Nacionais. O segundo está relacionado aos efeitos da mudança de classificação setorial em 2007 da CNAE 1.0 para CNAE 2.0 sobre a evolução de medidas de produção e emprego, para o qual propomos um procedimento novo, encontrado no Anexo 1. Estes temas são tratados na próxima seção.

3 Mensuração da produtividade e decomposições empregadas

As medidas de produtividade baseiam-se em duas fontes de dados. Primeiro, as contas nacionais do IBGE, para permitir uma comparação entre todos os setores da economia. Todavia como a agregação dos serviços é bastante restritiva (apenas Transporte, Comunicações, Instituições financeiras, Serviços prestados às famílias, Serviços prestados às empresas, Aluguel de imóveis, além de Administração pública e Serviços privados não mercantis), faz-se mister utilizar outra fonte de dados. Além disso, entre os serviços está a Administração Pública e Serviços privados não mercantis, que têm uma forma de mensuração de produção peculiar em relação aos outros setores. Assim, em um segundo momento, será utilizada a Pesquisa Anual de Serviços – PAS, ainda não empregada para este tipo de estudo.

A PAS cobre vários subsetores que podem ser agrupados em Serviços prestados às famílias; Serviços de informação; Serviços prestados às empresas; Transportes, Serviços auxiliares aos transportes e correio; Atividades imobiliárias; Serviços de manutenção e reparação; Outras atividades de serviços, inclusive financeiros. (em detalhes, as CNAEs 50, 51, 55, 60 a 64, 67, 70 a 74, 80 e 90 na classificação 1.0). O uso da PAS para análise exige a superação de dois problemas metodológicos: a compatibilização setorial entre as classificações CNAE 1.0 (de 2002 a 2007) e 2.0 (para 2007 a 2009); e o cálculo de deflatores para a produtividade.

Em relação a este primeiro ponto, o emprego da PAS para análise da evolução de produtividade exige um tratamento da mudança de classificação setorial de CNAE 1.0 para CNAE 2.0 em 2008. Mesmo com o uso de dicionários “de-para” do IBGE (Concla), a mudança do número de firmas classificadas em cada setor com a mudança da classificação levaria a mudanças na evolução dos índices setoriais de produtividade espúrias, pois seriam determinadas apenas pelo efeito composição da mudança do número de firmas sob certa classificação setorial. Para evitar esse problema, propomos uma metodologia nova que explora a existência de um ano (2007) com ambas as classificações setoriais para a construção de índices de emprego, produção e produtividade que podem tomar a base de classificação de qualquer classificação setorial, em analogia a índices das contas nacionais a preços de fim de período ou de início de período de análise. Os detalhes da metodologia aparecem no Anexo deste

trabalho.

A produtividade pode ser mensurada de diferentes formas, diferenciadas pela necessidade de informações e pelo auxílio de alguma estrutura analítica. Inicialmente, há o valor adicionado por trabalhador, onde o valor adicionado é o valor de vendas abatido o consumo intermediário de bens e serviços. Esta é a forma mais comum e que será empregada aqui.

A grande limitação do valor adicionado é a não inclusão da remuneração dos fatores de produção capital e trabalho. A produtividade total dos fatores mensura a produção em relação ao uso de matérias-primas e de fatores de produção como capital e trabalho. Alterações na relação capital/trabalho na tecnologia aumentam a produtividade medida como valor adicionado por trabalhador, mesmo que a produtividade total dos fatores não se altere. A grande dificuldade de seu uso reside na necessidade de mensurar os serviços do capital, o que, no mínimo e, mesmo sob hipóteses fortes, requer o cálculo do estoque de capital. Para a PAS a informação sobre investimentos em edificações e equipamentos passou a ser realizada a partir de 2002 apenas. Para a PIA a informação está disponível apenas para empresas maiores de 30 funcionários (estrato certo). Devido às dificuldades de mensuração do estoque de capital, focamos no uso do valor adicionado por trabalhador como medida de produtividade.

Para mensuração da produtividade ao longo do tempo faz-se mister proceder no deflacionamento correto. Em vez de empregar um deflator para o valor adicionado em si, as boas práticas - Schreyer & Pilat (2001) - indicam o uso de um deflator de cada elemento (receitas e elementos dos custos operacionais). Isso pode ser feito a partir de dados das Contas Nacionais, que trazem informações de deflatores.

Para o cálculo da medida de produtividade utilizando dados da PAS, que traz uma desagregação setorial mais detalhada do que as Contas Nacionais, foram empregados deflatores de setores compatíveis das Contas Nacionais. A escolha de deflatores das Contas Nacionais, mesmo sob risco de erros de medida pelo uso do mesmo deflator para mais de um setor, está no custo da alternativa de obter um deflator para cada setor a partir de uma adaptação de produtos constantes nos índices de preço ao consumidor. Alguns serviços para empresas não estariam contemplados nos índices de preços ao consumidor, limitando a análise.

Em síntese, as medidas de produtividade empregadas neste trabalho vêm das Contas Nacionais (valor adicionado por ocupação, nos 56 setores das Contas Nacionais por ocupação) ou da PAS (valor adicionado, como diferença entre receita e consumo de bens e serviços intermediários, por pessoal ocupado em 31/12, nos subsetores cobertos pela PAS).

Essas medidas de produtividade agregada e seus componentes setoriais, ao longo do tempo, serão decompostos para descrever de modo mais preciso a sua dinâmica e com isso entender seus padrões de crescimento.

As decomposições partem de identidades das definições de produtividade como valor adicionado (Y) por trabalhador, ou emprego (N): $P_t = \frac{Y_t}{N_t}$. O produto agregado pode ser escrito como a soma do valor adicionado em vários setores ou grupos $i = 1, \dots, n$, $Y_t = \sum_{i=1}^n$, e a fração do emprego agregado no setor i pode ser escrito como $w_{it} = \frac{N_{it}}{N_t}$. Assim, a produtividade agregada pode ser escrita como a soma da produtividade em cada grupo i , ponderada pelo peso

de cada grupo no total: $P_t = \frac{Y_t}{N_t} = \sum_i \left(\frac{Y_{it}}{N_{it}} \right) \left(\frac{N_{it}}{N_t} \right) = \sum_i P_{it} w_{it}$.

Ao analisarmos a mudança da produtividade em dois períodos, temos:

$$\Delta P_t = P_t - P_{t-1} = \sum_i P_{it} w_{it} - P_{it-1} w_{it-1} \quad (1)$$

Fica claro que a variação depende das mudanças de produtividade em cada setor (desempenho setorial) e do peso de cada setor no emprego total (estrutura).

Há dois modos de decompor essa variação no tempo em seus elementos (estrutura e desempenho, ou parcelas de emprego e produtividade intra-setorial). O primeiro usa uma produtividade total artificial, também dita contra-factual. O segundo toma como o padrão de comparação o período inicial, mas explicita uma covariância entre os termos. O primeiro método isola o efeito da estrutura no crescimento da produtividade estimando o crescimento da produtividade agregada em situação hipotética em que a estrutura produtiva não muda. Isso reflete uma hipótese comportamental de ortogonalidade entre mudança estrutural e crescimento que pode ou não ser verdade e pode ser verificada no segundo método.

Usando como base de comparação as novas produtividades e a estrutura produtiva inicial w_{it-1} , temos a produtividade contrafactual $P^* = \sum_i P_{it} w_{it-1}$. Somando e subtraindo o novo termo e arranjando, temos $\Delta P_t = P_t - P_{t-1} = (P_t - P^*) + (P^* - P_{t-1})$ que leva à expressão:

$$\Delta P_t = \sum_i \Delta P_{it} w_{it} - \Delta w_{it-1} P_{it-1} \quad (2)$$

onde $\Delta P_{it} = P_{it} - P_{it-1}$ e $\Delta w_{it} = w_{it} - w_{it-1}$.

Esta é a ideia, por exemplo, da decomposição de Oaxaca 1994-Blinder³. A atratividade da decomposição reside na interpretação dos termos. Se não há crescimento da produtividade em cada grupo i , o primeiro termo à direita é zero e toda a variação da produtividade agregada vem de diferenças na distribuição do emprego ao longo do tempo, nos grupos i , ou seja, realocação de emprego ou mudanças de estrutura. Por outro lado, se os pesos w_i não mudam ao longo do tempo, o segundo termo à direita é zero e toda a variação da produtividade pode ser atribuída a variações de produtividade em cada grupo i . Com isso dividimos a variação da produtividade em efeitos da produtividade intrasetorial ou de eficiência ou de desempenho (primeiro termo); e da realocação do emprego, inter-setorial ou efeito composição ou estrutura (segundo termo).

Uma grande crítica a esse método é que se for utilizada a forma alternativa para $P^* = \sum_i P_{it-1} w_{it}$, os resultados podem diferir bastante. Visto de outra forma, veja que o primeiro termo do lado direito usa como base de ponderação os pesos no período inicial, enquanto que o segundo termo usa como base de ponderação no somatório a produtividade no período final. Se ao longo do tempo P ou w variam de modo significativo ou associado, a mudança de base de comparação pode gerar resultados até contraditórios de tão diferentes.

³Alternativamente, podemos usar $P^* = \sum_i P_{it-1} w_{it}$, de forma que temos $\Delta P_t = \sum_i (P_i - P_{i-1}) w_{it} + \sum_i (w_i - w_{it-1}) P_{it}$.

Isso não é um problema novo na literatura econômica e é geralmente associado à análise de números-índices. O problema da base de comparação pode ser entendido didaticamente por meio do exemplo de uma variação de 50 para 100. Se tomarmos como base o valor de 50, o aumento percentual é de 100%. Mas se tomarmos como base o valor de 100, a queda percentual é de 50%.

Outra crítica mais forte está na hipótese de construção do contrafactual utilizado para isolar os efeitos da estrutura. Implícito no desenho do contrafactual é a hipótese de que a variação da estrutura não está associada à variação da produtividade e com isso a escolha da base de comparação não deveria alterar sistematicamente os resultados. A hipótese de ortogonalidade entre estrutura e produtividade pode ser irrealista e não deveria ser imposta pelo método de mensuração.

Para evitar esses problemas, foram propostas na literatura duas alternativas. A primeira, menos comum, que tenta solucionar o problema da base de comparação, emprega valores médios para comparação (Van Ark et al. 2003):

$$\Delta P_t = \sum_i (P_{it} - P_{it-1})w_i^* + \sum_i (w_{it} - w_{it-1})P_i^* \quad (3)$$

onde $P_i^* = \frac{P_{it} + P_{it-1}}{2}$ e $w_i^* = \frac{w_{it} + w_{it-1}}{2}$.

A segunda e mais popular, força o uso do mesmo período como base de comparação e não impõe a ortogonalidade entre mudanças estruturais e crescimento da produtividade. Como grande vantagem, não há necessidade de imposição de um contrafactual (seja $\sum_i P_{it-1}w_{it}$ ou $\sum_i P_{it}w_{it-1}$). Isso gera um termo adicional na decomposição, isto é, um terceiro termo que leva em conta a covariância entre as variáveis⁴.

$$\Delta P_t = \underbrace{\sum_i \Delta P_{it} w_{it-1}}_{(A)} + \underbrace{\sum_i \Delta w_{it} P_{it-1}}_{(B)} + \underbrace{\sum_i \Delta P_{it} \Delta w_{it}}_{(C)} \quad (4)$$

A divisão em três partes traz uma interpretação interessante. Se a decomposição anterior impõe uma hipótese de independência entre movimentos de produtividade e mudança nos pesos, esta decomposição (4) deixa claro que pode haver um efeito de covariância, positivo ou negativo, entre as variáveis que compõem a produtividade agregada. Esse terceiro termo é chamado de Bônus Estrutural (vide, por exemplo, Rocha (2007)).

Até o momento consideramos apenas variações absolutas. Mas a decomposição pode ser feita em relação a variações relativas. Temos para a equação (4):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} &= \sum \Delta P_{it} \frac{w_{it-1}}{P_{t-1}} + \sum \Delta w_{it} \frac{P_{it-1}}{P_{t-1}} + \sum (\Delta P_{it}) (\Delta w_{it}) \frac{1}{P_{t-1}} \\ \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} &= \sum \frac{\Delta P_{it}}{P_{it-1}} \frac{P_{it-1} w_{it-1}}{P_{t-1}} + \sum \frac{\Delta w_{it}}{w_{it-1}} \frac{P_{it-1} w_{it-1}}{P_{t-1}} \\ &+ \sum \frac{\Delta P_{it}}{P_{it-1}} \frac{\Delta w_{it}}{w_{it-1}} \frac{P_{it-1} w_{it-1}}{P_{t-1}} \end{aligned} \quad (5)$$

⁴Matematicamente, a expressão pode ser obtida por meio da soma e subtração dos seguintes termos em colchetes, na diferença de produtividade: $\Delta P_t = \sum_i P_{it} w_{it} - \sum_i P_{it-1} w_{it-1} +$

$\left[\sum_i P_{it} w_{it-1} - \sum_i P_{it} w_{it} \right] + \left[\sum_i P_{it-1} w_{it} - \sum_i P_{it-1} w_{it-1} \right] + \left[\sum_i P_{it-1} w_{it-1} - \sum_i P_{it-1} w_{it-1} \right]$.

$$g_t = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}, g_t^W \frac{\Delta w_t}{w_{t-1}}, g_t^P \frac{\Delta P_{it}}{P_{it-1}} \text{ e}$$

Denominando $\omega_{it-1} = \frac{P_{it-1} w_{it-1}}{P_{t-1}} = \left(\frac{Y_{it-1}}{N_{it-1}}\right) \left(\frac{N_{it-1}}{N_{t-1}}\right) \left[\frac{1}{\frac{Y_{t-1}}{N_{t-1}}}\right]$ onde ω é a parcela

$$= \frac{Y_{it-1}}{Y_{t-1}}$$

do setor i na produção agregada, a equação pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} g_t &= \sum g_{it}^P \omega_{it-1} + \sum g_{it}^W \omega_{it-1} + \sum g_{it}^W g_{it}^P \omega_{it-1} \\ g_t &= \sum (g_{it}^W + g_{it}^P + g_{it}^W g_{it}^P) \omega_{it-1} \end{aligned} \quad (6)$$

Vale a pena notar que a relação entre estrutura e produtividade pode ser mensurada por meio de uma decomposição da produtividade para um certo ano, proposta por Olley & Pakes (1996). Nela a influência da estrutura na produtividade é mensurada por meio de um termo de covariância entre estrutura e produtividade. Ao contrário da decomposição (4), a decomposição é aplicada para uma data específica, sem mensurar a variação de produtividade. O artifício utilizado pelos autores está na diferença entre a produtividade agregada, que é uma média ponderada das produtividades setoriais, e uma produtividade contrafactual na qual todos os setores têm a mesma importância. Essa produtividade é calculada por meio da média simples das produtividades setoriais P_t^* . O uso dessa produtividade contrafactual gera um termo que mede a diferença entre a produtividade observada e a contrafactual, que é a covariância entre produtividade e estrutura. O uso desta produtividade contrafactual gera um termo que mede a diferença entre a produtividade observada e a contrafactual, que é a covariância entre produtividade e estrutura.

$$P_t = P_t^* + \sum (w_{it-1} - w_t^*)(P_{it} - P_t^*) \quad (7)$$

Um sinal positivo do segundo termo indicaria uma associação positiva (estática) entre estrutura e produtividade. Os autores interpretam o sinal positivo como indicativo de eficiência alocativa, em que setores mais produtivos são aqueles com maior importância na estrutura da economia.

4 Evolução da produtividade do trabalho: uma comparação entre Serviços e Indústria

Como visto acima, a discussão da evolução da produtividade do trabalho no Brasil acompanhou sua evolução, com crescimento na década de 1970, estagnação na década de 1980, crescimento durante as reformas liberalizantes da primeira metade dos anos 1990 e estagnação posterior.

Tomando as Contas Nacionais do IBGE como fonte básica de dados, e medindo a produtividade a preços constantes, a partir do duplo deflacionamento de produção e consumo intermediário, podemos ter uma visão atualizada da produtividade do trabalho após 1996, ano de início da análise neste trabalho e da série de dados setoriais a preços constantes nas novas Contas Nacionais.

Na Tabela 1 observa-se que o PIB cresceu de modo diferenciado ao longo do tempo, com pequeno crescimento anual no período 1996 a 2002 e uma aceleração do crescimento de 2002 a 2009 (último ano disponível). A experiência setorial reflete o agregado⁵. Após 2002, o Comércio apresentou o maior

⁵Utilizamos uma agregação dos setores das Contas Nacionais similar à empregada nas Contas Regionais pelo IBGE, a saber: Agropecuária e Recursos Naturais: Agrop, Extr.Mineral,

crescimento e os Serviços o terceiro maior crescimento, atrás da Agricultura e Indústria Extrativa. Ao contrário de outros países, o crescimento pós 1996 no Brasil dependeu mais dos serviços do que da indústria, como também observou Oliveira (2011).

Tabela 1: Crescimento do PIB

Ano	Agric e Extr	Ind e Ccivil	Com	Svc	Total
2002–2009	24,5%	17,3%	33,6%	28,6%	26,4%
1996–2002	32,1%	4,7%	4,1%	16,7%	13,2%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU).
Valores a preços constantes de 2008, calculados por duplo deflacionamento de produção e consumo intermediário, baseado em deflatores de preços construídos das informações a preços correntes e preços do ano anterior.

A Tabela 2 traz a evolução da produtividade do trabalho. O crescimento da produtividade foi bastante heterogêneo entre os grandes setores e ao longo do tempo. Enquanto a produtividade agregada caiu entre 1996 e 2002 a preços constantes, a mesma apresentou um crescimento modesto de cerca de 8% nos sete anos seguintes, ou cerca de 1% a.a. Como os valores da Tabela 2 referem-se aos valores da Tabela 1 descontados o crescimento do emprego, aproximadamente, vemos o reflexo das alterações de intensidade do uso do trabalho no comércio e serviços.

Tabela 2: Crescimento da Produtividade do Trabalho

Ano	Agric e Extr	Ind e Ccivil	Com	Svc	Total
2002–2009	27,4%	-6,5%	13,6%	4,6%	7,7%
1996–2002	34,4%	-5,8%	-17,1%	-5,1%	-1,4%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU).
Valores a preços constantes de 2008. Vide Tabela 1.
Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

A intensidade de uso do trabalho, a estrutura produtiva e os níveis de produtividade de cada grande setor podem ser vistos nas Tabelas 3, 4 e 5. Ao longo do período 1996 a 2009 a importância relativa de cada setor no PIB não mudou, sendo os Serviços o maior setor da economia, seguido pela Indústria de Transformação e Construção Civil, Comércio e por fim a Agricultura e Extrativa Mineral. No emprego (medida por ocupações nas Contas Nacionais) o ranking se altera com a Agricultura e Extrativa Mineral como segundo setor mais importante no emprego. A tendência é de queda no emprego nesse setor, chegando em 2009 com emprego menor, relativamente, do que a Indústria. Uma das razões da grande importância dos serviços está no setor público, que nas contas nacionais é totalmente alocado, nas suas atividades diretas e indiretas não industriais no setor de Serviços.

Quanto à produtividade em si, a Tabela 5 mostra que os setores mais produtivos (maior valor adicionado por ocupação) são a Indústria e os Serviços,

Extr.Petróleo-Gás, Ind.Minerais Não metálicos; Indústria: Ind. Transf, SIUP e Constr. Civil; Comércio: comércio; Serviços: serviços em todas classificações (exceto SIUP), transporte, comunicações, setor público. A alocação da indústria extrativa mineral (Extr.Mineral, Extr.Petróleo-Gás, Ind.Minerais Não metálicos) no grande setor da indústria não altera as tendências verificadas, como pode ser visto nas tabelas do Anexo.

Tabela 3: Estrutura Produtiva: Parcela de cada setor no PIB

Ano	Agric e Extr	Ind e Ccivil	Com	Svc	Total
2009	9.5%	22.7%	12.4%	55.4%	100.0%
2002	9.6%	24.4%	11.7%	54.3%	100.0%
1996	8.2%	26.3%	12.8%	52.6%	100.0%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU).

Valores a preços constantes de 2008. Vide Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Tabela 4: Estrutura Produtiva: Parcela de cada setor no Emprego

Ano	Agric e Extr	Ind e Ccivil	Com	Svc	Total
2009	18,3%	19,6%	16,5%	45,6%	100,0%
2002	21,9%	18,3%	16,4%	43,4%	100,0%
1996	25,6%	18,9%	15,0%	40,6%	100,0%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU).

Valores a preços constantes de 2008. Vide Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Tabela 5: Produtividade do Trabalho em cada setor (em mil R\$)

Ano	Agric e Extr	Ind e Ccivil	Com	Svc	Total
2009	13,8	30,8	20,1	32,3	26,6
2002	10,9	32,9	17,7	30,9	24,7
1996	8,1	34,9	21,4	32,5	25,0

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU).

Valores a preços constantes de 2008. Vide Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

com cerca de R\$ 30mil a R\$ 35mil por ocupação a preços de 2008. Em 2009, em realidade, os serviços apresentavam produtividade maior do que a Indústria. Importante notar que a produtividade da Agricultura, apesar do grande crescimento, ainda está em um patamar de menos da metade do que a Indústria ou Serviços. Por fim, o setor de comércio apresenta valores intermediários entre a indústria e serviços e a agropecuária.

As tabelas acima servem para colocar a discussão em perspectiva mais sólida. Enquanto o setor de serviços não é um setor de baixa produtividade em relação à indústria, a experiência recente no Brasil mostra um crescimento da produtividade, quando da retomada de crescimento a partir de 2002–2003 em setores outros que não a indústria, como os serviços.

As experiências díspares dos setores, em particular da indústria e dos serviços, chamam a atenção para tentar entender fatores que contribuiriam para essa dinâmica. Dentro do escopo deste trabalho de documentar a dinâmica e apresentar uma visão inicial sobre o tema, são explorados argumentos associados à estrutura e desempenho intrasetorial como explicações para as diferentes trajetórias dos serviços e indústria. Outros fatores relevantes para

a evolução da produtividade como inovação, grau de competição interna e externa e política tributária são deixados para trabalhos futuros apenas por questões de organização e escopo deste trabalho.

Explicações imediatas para explicar diferenças entre serviços e indústria em qualquer país estão, por exemplo, em Rodrik (2014). A indústria está exposta ao comércio internacional e sofre efeitos da abertura comercial (antes do período em análise) e, principalmente, do câmbio, que altera preços relativos frente a produtos importados. Já os serviços, grosso modo, estão isolados deste efeito do câmbio e comércio exterior, mas são bastante sensíveis à trajetória da renda doméstica e sua distribuição. De qualquer forma, essas explicações podem ser avenidas interessantes de pesquisa, se os movimentos agregados forem homogêneos dentro dos setores. Isto será investigado abaixo, por meio das decomposições de crescimento de produtividade.

Assim, a seguir focaremos a decomposição da dinâmica do crescimento utilizando as mesmas Contas Nacionais. Posteriormente, passamos à análise de dados do setor de Serviços de modo mais detalhado, por meio da Pesquisa Anual de Serviços (PAS), do IBGE, para tentar isolar o efeito do setor público na evolução descrita acima e obter também uma desagregação mais fina dos setores dos Serviços, reconhecidamente heterogêneo por vários autores (Oliveira 2011, Silva 2006).

Utilizando a decomposição (5), com um termo de covariância, para representar melhor a dinâmica da produtividade, vemos na Tabela 6 que o crescimento da produtividade na economia no período 2002—2009 deu-se basicamente pela soma dos efeitos intrassetorial (crescimento da produtividade nos setores) e de estrutura (maior crescimento relativo na parcela no emprego dos setores inicialmente mais produtivos). Não se verificou bônus estrutural.

A diferente experiência dos períodos 1996—2002 e 2002—2009 pode ser entendida, no primeiro período, pelo desempenho negativo de setores com grande importância na ocupação (efeito intra-setor negativo) e, principalmente, pelo forte efeito de covariância. Ou seja, a queda da produtividade no período 1996—2002 deve-se à realocação negativa em que os setores com maiores quedas na produtividade tiveram expansão do emprego relativo, enquanto que os setores com aumentos de produtividade tiveram redução relativa da importância na ocupação. Em grande parte vemos a importância do emprego (e não da expansão da produção) como fator relevante para entender a evolução do valor adicionado por trabalhador.

Tabela 6: Decomposição (5) da variação da produtividade (valor adicionado por ocupação) — Brasil — Contas Nacionais

Período	Total	Intrasetor	Estrutural	Covariância
2002–2009	7,7%	3,5%	5,9%	–1,7%
1996–2002	–1,4%	–1,7%	7,7%	–7,4%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU) em 42 setores.

Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação 5 acima.

A visão se mantém quando se emprega a decomposição (3) em valor percentual, sem termo de covariância. O desempenho negativo da evolução da

Tabela 7: Decomposição (2) da variação da produtividade (valor adicionado por ocupação) — Brasil — Contas Nacionais

Período	Total	Intrasetor	Estrutural
2002—2009	7,7%	2,7%	5,1%
1996—2002	-1,4%	-5,4%	4,0%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU) em 42 setores.

Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação 5 acima.

produtividade no período 1996–2002 foi construído pela queda de produtividade, em setores de destaque na estrutura produtiva brasileira. A queda da produtividade não foi maior nesse período inicial já que as mudanças estruturais foram pró-produtividade, ou seja, de aumento de importância no emprego de setores que tinham produtividade acima da média. Este é um ponto importante que vai contra os temores de estagnação da produtividade da economia pela redução da importância da indústria entre 1996 e 2002.

Do ponto de vista metodológico, os resultados da Tabela 7 indicam que há relação não desprezível entre mudanças de estrutura e crescimento da produtividade nos setores, tomando a análise contrafactual do modelo (2) de ortogonalidade pouco crível. Isso é confirmado pela decomposição de Olley & Pakes (1996), (7), que explora a associação estática entre estrutura e produtividade.

A Tabela 8 mostra que essa associação explica parte relevante da produtividade anual e que, embora este termo tenha crescido entre 2002 e 1996, ele diminuiu entre 2002 e 2009, sugerindo uma realocação na economia na direção de setores mais produtivos ao longo do tempo. Comparando com as Tabelas 6 e 7, pode-se argumentar que a redução do termo de covariância vem do crescimento dos serviços acima da média da economia, apresentando maior produtividade do que a indústria, além de responder por grande parcela do emprego.

A diferença de experiências entre períodos recomenda uma análise mais aprofundada. Para isso, contrastamos as decomposições para a indústria de transformação e para os serviços.

Tabela 8: Decomposição (7) da variação da produtividade (valor adicionado por ocupação) — Brasil — Contas Nacionais

Período	Prod. Média	Covariância (Alocativo)	Prod. Total
2009	79,6	-53,0	26,6
2002	96,1	-71,4	24,7
1996	90,4	-65,4	25,0

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU) em 42 setores.

Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação (7) acima.

Focando o setor de serviços apenas, com a limitação da pequena desagregação

gação do mesmo em poucos setores das Contas Nacionais, vemos um padrão similar para o período de 1996 a 2002 da economia como um todo, com o efeito intrasetorial negativo, um efeito composição mitigando a queda e ganho de importância de subsetores com maiores quedas de produtividade. Já para o período 2002 a 2009 o crescimento da produtividade dos serviços foi quase que completamente explicado pelo crescimento intrasetorial da produtividade, em que o componente de estrutura teve contribuição nula para o crescimento da produtividade e o bônus estrutural, apesar de negativo, foi pequeno. Interessante notar que apenas nesse ponto temos uma diferença do setor de serviços (Tabela 9) da experiência da economia como um todo, como visto na Tabela 6.

Tabela 9: Decomposição da variação da produtividade nos serviços

Período	Total	Intrasetor	Estrutural	Covariância
2002–2009	4,6%	5,6%	–0,3%	–0,7%
1996–2002	–5,1%	–2,0%	7,6%	–10,7%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU) em 42 setores.

Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação 5 acima.

Tabela 10: Decomposição da variação da produtividade na indústria de transformação

Período	Total	Intrasetor	Estrutural	Covariância
2002–2009	–6,5%	–8,3%	3,4%	–1,6%
1996–2002	–5,8%	–1,5%	–0,3%	–4,0%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU) em 42 setores.

Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação (5) acima.

Ao passar para a decomposição da variação da produtividade da indústria de transformação no período 1996–2009, na Tabela 10, é importante de ter em mente o desempenho negativo da produtividade em ambos sub-períodos. Nota-se que o desempenho intrasetorial nos subsetores da indústria de transformação foi negativo em ambos os períodos, assim como o termo de covariância. Já o componente de realocação estrutural foi quase nulo no primeiro período, mas positivo no segundo período, mitigando o expressivo desempenho negativo na média dos setores da indústria.

Para completar a análise de decomposição na comparação entre indústria e serviços, nas Tabelas 11 e 12 abaixo apresentamos as decomposições da produtividade anual em componentes alocativo e intrasetorial, a partir da decomposição Olley1996-Pakes. Tanto na indústria como nos serviços, o efeito de covariância é negativo e relevante na decomposição, chegando a ser maior do que a produtividade agregada (total) do setor de serviços. As trajetórias dos termos são diferentes entre indústria e serviços. Enquanto nos serviços o

termo de covariância aumentou entre 2002 e 2009, mitigando o aumento médio da produtividade nos setores, na indústria, ao longo do tempo, o efeito de covariância contribuiu para uma menor queda da produtividade. Entre setores, a tendência da produtividade média foi diferente entre 2002 e 2009, com aumento nos serviços e queda na indústria.

Tabela 11: Decomposição (7) da produtividade nos serviços

Período	Prod. Média	Covariância (Alocativo)	Prod. Total
2009	86,8	-54,5	32,3
2002	77,5	-46,6	30,9
1996	82,1	-49,6	32,5

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU) em 42 setores.

Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação (7) acima.

Tabela 12: Decomposição (7) da produtividade na indústria de transformação

Período	Prod. Média	Covariância (Alocativo)	Prod. Total
2009	57,4	-26,6	30,8
2002	67,0	-34,1	32,9
1996	66,9	-32,0	34,9

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU) em 42 setores.

Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

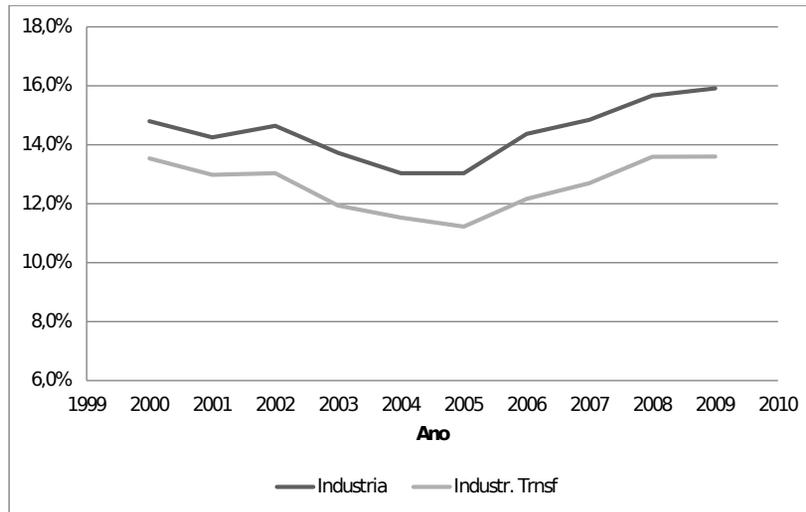
Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação (7) acima.

A evolução negativa da produtividade da indústria no longo prazo já foi explicada por alguns autores como Baumol et al. (1985). pela mudança estrutural da economia para os serviços e crescimento lento da produtividade na indústria. Inicialmente, vimos na seção anterior que os serviços no Brasil não apresentam baixa produtividade nem estagnação. Para confirmar a irrelevância da doença de custos para o caso brasileiro focamos a importância dos serviços no consumo intermediário no Brasil.

As tabelas de recursos e usos das Contas Nacionais trazem um importante indicador da importância dos serviços na atividade industrial, a saber, a parcela do consumo intermediário da indústria que vem de serviços. Na Figura 1 observa-se uma trajetória de queda até 2005, quando então a importância do consumo intermediário de serviços na estrutura de custos intermediários da indústria aumenta, terminando em patamar um pouco superior ao de 1996. As tendências se verificam tanto para a indústria de transformação como para indústria como um todo (inclusive extrativa mineral).

As tendências apresentadas na Figura 1 em nada se associam com as tendências da produtividade (valor adicionado por ocupação) verificadas acima, permitindo descartar uma associação entre o peso dos serviços no consumo intermediário da indústria e a evolução da produtividade da indústria.



Fonte: cálculo dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU).

Figura 1: Parcela do consumo intermediário da indústria advindo de serviços (CN)

A própria tendência de crescimento no peso dos serviços no consumo intermediário da indústria no período 2005–2009 não pode ser tomada, *per se*, como indicativo de problemas no setor. Como a análise se refere a uma parcela do gasto, um aumento dessa parcela, vis a vis o consumo de matérias-primas ou energia, por exemplo, pode estar associado a realidades bastante distintas. Por um lado, o aumento da parcela do gasto com serviços pode indicar que o custo dos mesmos está maior e dada sua demanda inelástica no processo produtivo, verifica-se um aumento dos gastos. Por outro, o aumento da parcela dos custos com serviços pode indicar uma maior produtividade desses serviços, o que induziria um progresso técnico viesado a favor do uso desses fatores mais produtivos em relação às matérias-primas e/ou energia, fazendo com que a parcela de gastos em serviços aumentasse, pelo maior uso por unidade produzida.

Veja que as explicações são contraditórias e partem de comportamentos diferentes da produtividade dos serviços. No primeiro caso a produtividade estaria estagnada, com preços estáveis ou crescentes, o que levaria a um aumento de gastos, mesmo com manutenção de quantidade de serviço por unidade produzida. No segundo caso a produtividade dos serviços estaria crescendo, tornando-se mais atrativo (com efeitos indeterminados nos preços dos serviços) e com maior quantidade de serviços por unidade produzida. Vemos nas tabelas acima que a avaliação de produtividade dos serviços seguiu a tendência de queda e recuperação similar à parcela do consumo intermediário. Isso sugere maior credibilidade para a explicação de que os serviços não foram responsáveis pela redução da produtividade na indústria.

Além da análise acima, uma forma indireta de distinguir entre as hipóteses alternativas citadas está no detalhamento da evolução da produtividade das atividades de serviços em si. Infelizmente a análise baseada nas Contas Nacionais traz uma agregação muito forte dos subsetores dos serviços, além de incorporar, com grande peso, a Administração Pública. Para uma visão mais detalhada dos serviços, emprega-se fonte alternativa de dados, a PAS, como

mencionado acima.

A Tabela 13 apresenta a evolução da produtividade dos subsetores dos serviços no período de 2002 a 2009. Como pode ser visto, o setor de serviço é subdividido em sete sub-setores: serviços prestados às famílias, serviços de informação, serviços prestados às empresas, transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio, atividades imobiliárias e de aluguel de bens móveis e imóveis, serviços de manutenção e reparação e, por fim, outras atividades de serviços. A produtividade de cada subsetor é bastante heterogênea, indo de R\$ 167,6 mil em telecomunicações (serviços de informação) até R\$ 29,7 mil nos serviços prestados às famílias.

A produtividade dessas atividades de serviços como um todo cresceu 11,64%, passando de R\$ 35,9 mil em 2002 para R\$ 40,1 mil em 2009. Nota-se que todos os sub-setores apresentaram crescimento da produtividade com exceção dos serviços de informação e dos transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio.

Tabela 13: Produtividade dos Serviços — PAS em Mil R\$ de 2008

Subsetor	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1. Total	35,9	37,0	37,8	38,1	37,2	39,6	40,7	40,1
2. Serviços prestados às famílias	11,7	12,2	12,4	14,4	13,7	14,9	15,3	16,1
3. Serviços de informação	167,6	183,2	166,6	147,3	136,2	142,0	142,9	149,4
4. Serviços prestados às empresas	29,7	27,9	27,7	30,8	30,5	33,9	35,3	34,4
5. Transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio	45,6	43,2	47,1	44,4	44,0	44,4	44,5	41,4
6. Atividades imobiliárias e de aluguel de bens móveis e imóveis	38,5	36,9	45,8	48,1	54,9	52,7	56,7	57,9
7. Serviços de manutenção e reparação	12,6	13,7	12,8	14,3	14,7	15,1	17,9	17,2
8. Outras atividades de serviços	25,6	30,4	34,4	34,2	35,9	42,6	51,8	50,2

Fonte: cálculos dos autores baseado em compatibilização da CNAE 1.0 e CNAE 2.0.

Uma maneira útil de olhar a evolução da produtividade a partir da Tabela 13 seria adotar uma estratégia de compor os sub-setores em 3 grupos como a empregada pelo Ipea (2012), que é uma adaptação da classificação da Eurostat: o primeiro, alta tecnologia e mercado, composto pelos sub-setores de serviços de informação, serviços prestados às empresas e atividades imobiliárias e de aluguel de bens móveis e imóveis; o segundo, composto pelos serviços prestados às famílias, transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio, e serviços de manutenção e reparação; por fim, outros que incorporariam o sub-setor de outras atividades de serviços.

Tabela 14: Evolução da produtividade do trabalho — subsetores dos serviços

Grupo	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Alta tecnologia e mercado	21,10	22,18	22,00	22,45	21,94	23,62	24,01	24,02
Pouco intensivos em capital	13,48	13,20	13,99	13,88	13,39	13,57	13,80	13,36
Outros	25,62	30,38	34,38	34,25	35,85	42,63	51,77	50,19

Fonte: cálculos dos autores baseado na PAS e em compatibilização da CNAE 1.0 e CNAE 2.0.

Na Tabela 14, observa-se que a produtividade do grupo de alta tecnologia e mercado apresenta maior produtividade do trabalho, como esperado. No

período de 2002-2009 esse grupo perfaz um crescimento de 13,85%. O grupo que incorpora os sub-setores considerados pouco intensivos apresentou uma leve queda de produtividade nesse período de menos de 1% (-0,90%). Esse resultado é interessante na medida em que evidencia que os subsetores de serviços ligados aos serviços às empresas e ao mercado (de alta tecnologia) aumentaram de modo significativo sua produtividade, retirando, mais uma vez, credibilidade da hipótese de que os serviços tenham contribuído para o desempenho ruim da produtividade na indústria.

A Tabela 15 apresenta a evolução da produtividade do setor de serviços considerando uma desagregação maior do que a observada na Tabela 13. Em geral observa-se que a evolução da produtividade no período de 2002/2009 é muito diferenciada nas divisões (sub-setores), como mencionado anteriormente. A maior taxa de crescimento atingiu 124,94% nos serviços auxiliares, financeiros, dos seguros e da previdência complementar, mais agentes de comércio e representação comercial, enquanto há vários casos de queda na produtividade, como ocorreu no serviços de telecomunicações (-25,46%). É outra evidência da heterogeneidade interna desse setor.

Como pode ser observado, a divisão de serviços prestados às famílias apresenta aumento de produtividade para todos os segmentos que o compõe no período de 2002 a 2009. Serviços prestados às empresas e manutenção e reparação e outras atividades de serviços também foram divisões cuja evolução da produtividade foi positiva. Todos os segmentos que o compõe apresentaram aumento de produtividade, com exceção apenas de serviços de reparação de eletrodomésticos.

No período de 2002-2009 o sub-setor de transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio a evolução da produtividade apresentou uma queda (Tabelas 9 e 10). Ao observar na Tabela 13 vemos que quase todos os segmentos contribuíram para isso, com exceção aos serviços de transporte ferroviário e metroviário e dos serviços de transporte de passageiros cujo crescimento foi de 26,99% e 1,92% respectivamente.

Em geral a evolução positiva da produtividade nas divisões dos serviços vem confirmar as observações realizadas anteriormente de forma mais agregada, com crescimento da produtividade dos serviços prestados às empresas e/ou as de alta tecnologia.

Para concluir a análise, empregamos os dados da PAS para repetir a decomposição da evolução da produtividade dos serviços, realizada nas Tabelas 9 e 10 com dados das Contas Nacionais. Duas diferenças significativas que motiva a análise são a exclusão da administração pública e uma maior desagregação do setor de serviços.

Interessante notar que a taxa de crescimento da produtividade nos setores acompanhados pela PAS para o período 2002-2009 foi maior do que a mensurada para os Serviços nas Contas Nacionais, devido à diferença de atividades econômicas envolvidas. Ao mesmo tempo, percebe-se que o desempenho positivo dos setores de serviços foi explicado pelo desempenho intrasetorial, com crescimento da produtividade na média ponderada das divisões dos Serviços na PAS respondendo por mais de 90% do crescimento agregado do setor. Há contribuição positiva do componente estrutural, de realocação pró-productividade. O termo de covariância foi negativo e menor do que os outros termos.

Comparando as Tabelas 9 e 10 com a Tabela 16, vemos que o crescimento dos serviços após 2002 em ambos os casos foi explicado pelo desempenho

Tabela 15: Sub-setores dos serviços, baseado na PAS, 2002—2009

Setores	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2002-09
1.Total	35,92	37,03	37,81	38,07	37,23	39,58	40,72	40,10	11,64%
2. Serviços prestados às famílias									
2.1 Serviços de alojamento	15,21	15,86	16,02	19,84	17,88	18,25	20,03	20,26	33,25%
2.2 Serviços de alimentação	10,36	10,48	11,14	12,41	11,79	13,05	13,24	15,12	45,89%
2.3 Atividades recreativas e culturais	20,56	19,86	16,07	22,06	24,86	29,66	26,22	23,73	15,44%
2.4 Serviços pessoais	11,43	11,65	10,94	13,77	13,13	14,26	15,12	14,61	27,84%
2.5 Atividades de ensino continuado	0,00	13,68	14,44	15,02	14,65	14,87	15,34	12,95	-5,39%
3. Serviços de informação									
3.1 Telecomunicações	537,86	649,20	576,70	493,66	451,05	432,21	396,43	400,94	-25,46%
3.2 Atividades de informática	76,00	78,93	70,20	64,31	61,64	68,42	70,12	78,38	3,13%
3.3 Serviços audiovisuais	72,93	80,63	94,95	108,21	93,18	94,92	101,04	105,68	44,90%
3.4 Agências de notícias e serviços de jornalismo	137,76	101,43	115,42	118,31	127,89	114,78	137,07	133,41	-3,16%
4. Serviços prestados às empresas									
4.1 Serviços técnico-profissionais	62,88	61,27	61,76	78,25	78,49	84,92	91,34	78,47	24,79%
4.2 Seleção, agenciamento e locação de mão de obra temporária	16,30	15,08	15,37	15,90	16,20	17,14	18,00	16,61	1,92%
4.3 Serviços de investigação, segurança, vigilância e transporte de valores	22,26	20,87	22,49	22,58	22,61	23,30	22,77	23,08	3,68%
4.4 Serviços de limpeza em prédios e domicílios e outros serviços prestados às empresas	19,78	19,91	19,88	21,23	20,18	22,09	22,26	25,04	26,61%

Fonte: cálculos dos autores baseado em compatibilização da CNAE 1.0 e CNAE 2.0.

Tabela 15: Sub-setores dos serviços, baseado na PAS, 2002—2009 (continuação)

Setores	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2002-09
5. Transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio									
5.1 Transporte ferroviário e metroviário	104,91	109,02	109,31	108,54	132,75	135,70	162,23	133,23	26,99%
5.2.1 Transporte de passageiros	28,61	28,79	28,69	27,97	28,94	29,25	29,11	28,82	0,74%
5.2.2 Transporte de cargas	42,55	35,72	39,45	39,54	36,10	39,25	39,74	33,41	-21,47%
5.3 Transporte aquaviário	168,34	130,32	161,24	164,65	110,14	133,85	131,80	129,38	-23,14%
5.4 Transporte aéreo	116,88	123,81	154,96	99,70	115,29	83,95	79,91	88,59	-24,21%
5.5 Agências de viagens e organizadoras de viagens	28,82	26,02	26,14	29,48	24,62	24,57	29,45	27,15	-5,82%
5.6 Serviços auxiliares dos transportes	66,78	65,77	67,43	62,33	67,33	67,97	65,14	160,50	-9,40%
5.7 Correio e outras atividades de entrega	55,25	47,12	61,37	55,12	52,72	45,47	42,13	43,83	-20,67%
6. Atividades imobiliárias e de aluguel de bens móveis e imóveis									
6.1 Incorporação, compra e venda de imóveis por conta própria	76,48	73,23	82,19	61,32	90,46	80,38	108,48	115,42	50,92%
6.2 Administração, corretagem, e aluguel de imóveis de terceiros	36,91	35,15	46,64	63,08	63,49	58,56	63,72	65,18	76,60%
6.3 Aluguel de veículos, máquinas e objetos pessoais e domésticos	31,32	29,90	36,49	34,98	40,80	41,35	39,73	40,33	28,79%

Fonte: cálculos dos autores baseado em compatibilização da CNAE 1.0 e CNAE 2.0.

Tabela 15: Sub-setores dos serviços, baseado na PAS, 2002—2009 (continuação)

Setores	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2002-09
7. Serviços de manutenção e reparação									
7.1 Manutenção e reparação de veículos	10,05	9,57	10,48	11,11	11,70	12,88	15,73	14,38	43,10%
7.2 Manutenção e reparação de objetos pessoais e domésticos	11,32	11,87	10,55	12,17	13,38	13,58	13,97	11,05	- 2,36%
7.3 Manutenção e reparação de máquinas de escritório e de informática	26,16	46,08	33,98	39,64	35,54	29,68	38,44	50,92	94,63%
8. Outras atividades de serviços									
8.1 Serviços auxiliares da agricultura	15,85	13,98	14,31	20,87	19,55	22,37	23,85	23,76	49,93%
8.2 Serviços auxiliares, financeiros, dos seguros e da previdência complementar e Agentes de comércio e representação comercial	31,49	40,90	44,33	42,56	46,08	60,05	76,11	70,82	124,94%
8.3 Limpeza urbana e esgoto	18,70	22,79	28,11	27,79	27,41	26,70	28,52	30,62	63,81%

Fonte: cálculos dos autores baseado em compatibilização da CNAE 1.0 e CNAE 2.0.

Tabela 16: Decomposição da variação da produtividade (valor adicionado por ocupação) nos serviços — PAS

Período	Total	Intrasetor	Estrutural	Covariância
2002-2009	11,00%	10,50%	3,30%	- 2,80%
Importância relativa		94,80%	30,20%	-25,00%

Nota: Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação (7) acima.

Fonte: cálculos dos autores baseados na PAS.

Tabela 17: Decomposição (7) da variação da produtividade (valor adicionado por trabalhador) — Brasil — PAS

Período	Prod. Média	Covariância (Alocativo)	Prod. Total
2009	57,4	-26,6	30,8
2002	67,0	-34,1	32,9
1996	66,9	-32,0	34,9

Nota: Valores a preços constantes de 2008. Vide nota Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor adicionado / Emprego.

Para explicações sobre os termos, ver equação (7) acima.

Fonte: cálculos dos autores baseados na PAS.

intra-setorial. Em ambos os casos não se verificou o bônus estrutural. Por outro lado, as Contas Nacionais (Tabelas 9 e 10) e a PAS (Tabela 16) apontam para a contribuição da mudança estrutural com efeito positivo na PAS e negativo ou nulo nas CN. Uma explicação pode ser o setor público que está nas Contas Nacionais, mas não na PAS.

Como nas Tabelas 9 e 10, a importância do termo de covariância aponta para a necessidade de explorar a decomposição de Olley1996-Pakes para as divisões da PAS. Os resultados da Tabela 17 mostram que este termo de covariância é relevante e que sua trajetória cadente (ficando menos negativa) explicou grande parte do aumento da produtividade no setor, quando comparada com uma variação da produtividade média. Esses resultados apontam para uma contribuição positiva da realocação de mão de obra para a produtividade nos serviços, ao contrário da indústria.

5 Considerações finais

O setor de serviços vem ampliando sua participação na economia em relação aos demais setores. Ao mesmo tempo, os serviços são entendidos como um setor de baixa produtividade, o que contribuiria para a redução do crescimento da produtividade na economia e constrangeria o crescimento econômico. Este trabalho buscou entender a contribuição dos serviços para o crescimento da produtividade na economia brasileira no período pós Plano Real e lançar luz sobre sua dinâmica, focando a relação entre a estrutura e crescimento, além de explorar sua significativa heterogeneidade.

A relação entre estrutura e crescimento coloca-se como ponto de partida para entender a dinâmica da produtividade, tanto por questões teóricas como por resultados empíricos. O desenvolvimento econômico de um país passa por mudanças da sua estrutura produtiva. Vários autores chamam a atenção para

um caminho positivo de crescimento, em que as mudanças na estrutura estão associadas com aumentos de produtividade e criação de excedentes maiores, o chamado Bônus Estrutural do crescimento (por exemplo, Timmer & de Vries 2009) e (para a indústria brasileira, Rocha 2007).

Os resultados encontrados permitem ressaltar que o setor de serviços ao contrário do senso comum é um setor com alta produtividade. Não só o patamar de produtividade do setor é alto, como também a evolução da produtividade desse setor foi positiva no período de 2002 a 2009. O mesmo não foi observado na indústria a qual apresentou queda na produtividade nos períodos estudados de 1996 a 2002 e de 2002 a 2009.

Na literatura internacional, os serviços já foram associados a um desempenho histórico negativo da indústria. Por ser um setor que se caracteriza por ser intensivo em mão de obra e menos expostos à inovação produtiva (em parte), a ampliação da participação dos serviços na economia poderia levar a economia para a estagnação devido ao pobre desempenho produtivo, gerando o que foi chamado de doença de custos por Baumol (1967). Contudo os resultados mostraram que não há evidências favoráveis para a existência da doença de custos no Brasil no período de 2002-2009, uma vez que a produtividade dos serviços cresceu mais que indústria, particularmente dos serviços prestados às empresas. Em adição, a dinâmica da parcela dos serviços no consumo intermediário da indústria de transformação não está associada à dinâmica da produtividade da indústria.

Com o uso das informações da PAS para uma análise mais desagregada, verificou-se que as divisões que compõem os serviços são heterogêneas no patamar e na dinâmica da produtividade, além da intensidade tecnológica. Os serviços prestados às empresas tiveram aumento de produtividade no período recente, descartando, mais uma vez, a possibilidade de explicação do desempenho pífio da produtividade da indústria de transformação pela mudança estrutural da economia para os serviços ou pelo aumento da parcela dos serviços nas compras intermediárias da indústria.

Além de sua marcante heterogeneidade, os serviços apresentaram uma dinâmica em parte similar e em parte diferente da indústria. De forma comum aos setores, a dinâmica da produtividade foi determinada em grande parte pelo desempenho intrassetorial. Ambos os setores não apresentaram um bônus estrutural positivo, em que, na média, setores com ganho de produtividade não apresentaram ganho de importância no emprego. Por outro lado, a realocação do emprego nos serviços contribuiu positivamente para o crescimento da produtividade, enquanto que na indústria essa realocação (alterações estruturais) teve impacto negativo na dinâmica da produtividade industrial.

Encerrando estes comentários finais, este estudo aponta para a importância de aprofundar o conhecimento sobre o setor de serviços, dentro de sua marcante heterogeneidade, buscando entender as diferenças nas trajetórias de produtividade entre indústria e serviços. Direções envolvem o uso de microdados e avaliação de fatores determinantes da produtividade como competição, inovação e qualificação de mão de obra, cada um exigindo uma análise cuidadosa, muito além do escopo deste trabalho.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES) pelo suporte financeiro por meio do Fundo de Estruturação de Projetos (FEP). Por meio desse fundo o BNDES financia, na modalidade não-reembolsável, a execução de pesquisas científicas, sempre consoante ao seu objetivo de fomento a projetos de pesquisa voltados para a ampliação do conhecimento científico sobre o processo de desenvolvimento econômico e social. Os autores também agradecem aos pareceristas pelos comentários e pelas sugestões. Os erros e omissões são de responsabilidade dos autores.

Referências Bibliográficas

- Barbosa Filho, F. H., Pessôa, S. A. & Veloso, F. A. (2010), 'Evolução da produtividade total dos fatores na economia brasileira com ênfase no capital humano — 1992-2007', *Revista Brasileira de Economia* 64(2), 91–113.
- Baumol, W. J. (1967), 'Macroeconomics of unbalanced growth: the anatomy of urban crisis', *The American Economic Review* 57(3), 415–426.
- Baumol, W. J., Blackman, S. A. B. & Wolff, E. N. (1985), 'Unbalanced growth revisited: asymptotic stagnancy and new evidence', *The American Economic Review* 75(4), 806–817.
- Bonelli, R. & Fonseca, R. (1998), 'Ganhos de produtividade e de eficiência: novos resultados para a economia brasileira', *Pesquisa e Planejamento Econômico* 28(2), 273–314.
- Busso, M., Madrigal, L. & Pages, C. (2013), 'Productivity and research misallocation in latin american', *The B.E. Journal of Macroeconomics* 13(1), 903–932.
- De La Torre, A., Yeyati, E. L. & Pienknagura, S. (2013), 'Latin america and the caribbean as tailwinds recede', *Search of Higher Growth*.
- Feijó, C. A. & Carvalho, P. G. M. (1999), 'O debate sobre a produtividade industrial e as estatísticas oficiais', *Economia Aplicada* 3(4), 631–646.
- Ferreira, P. C. & Rossi, J. L. (2003), 'New evidence from Brazil on trade liberalization and productivity growth', *International Economic Review* 44(4), 1383–1405.
- Gomes, V., Pessôa, S. & Veloso, F. (2003), 'Evolução da produtividade total dos fatores na economia brasileira: uma análise comparativa', *Pesquisa e Planejamento Econômico* 33(3), 389–434.
- Kon, A. & Kume, H. (2004), *Economia de serviços: teoria e evolução no Brasil*, Elsevier, Campos.
- Melo, H. P., Rocha, F., Ferraz, G., Di Sabbato, A. & Dweck, R. (1998), 'O setor serviços no Brasil: uma visão global — 1985/95'.
- Oliveira, C. C. (2011), 'Os serviços importam: análise comparativa da evolução setorial da produtividade do trabalho no Brasil, nos EUA e na EU-15 (1980-2007): uma aplicação do modelo Shift share', XXXIX Encontro Nacional de Economia, Foz do Iguaçu, Paraná.

- Olley, G. S. & Pakes, A. (1996), 'The dynamics of productivity in the telecommunications equipment industry', *Econometrica* **64**(6), 1263–1297.
- Pereira, M. Z., Bastos, S. Q. A. & Perobelli, F. S. (2013), 'Análise sistêmica do setor de serviços no Brasil para o ano de 2005', *Pesquisa e Planejamento Econômico* **43**(1), 161–201.
- Pinheiro, A. C. (2012), 'Mudanças na economia brasileira', *Valor econômico*.
- Ribeiro, E. P. (2005), 'Produtividade e emprego na indústria do rs, 1996–2000: especialização ou desempenhos setorial?', *Indicadores Econômicos FEE* **33**(2), 161–174.
- Rocha, F. (1999), 'Composição do crescimento dos serviços na economia brasileira: uma análise da matriz insumo-produto (1985-1992)', *Journal of Econometrics* **61**(1), 5–21.
- Rocha, F. (2007), 'Produtividade do trabalho e mudança estrutural nas indústrias brasileiras extrativa e de transformação, 1970–2001', *Revista de Economia Política* **27**(2), 221–241.
- Rodrik, D. (2011), 'O imperativo manufatureiro', *Valor econômico*.
- Rodrik, D. (2014), 'Are services the new manufactures?', *Valor econômico*.
- Salm, C., Saboia, J. & Carvalho, P. G. M. (1997), 'Produtividade na indústria brasileira: questões metodológicas e novas evidências empíricas', *Pesquisa e Planejamento Econômico* **22**(2), 377–396.
- Schor, A. (2006), 'Efeitos da redução tarifária da década de 1990 sobre a distribuição intra-setorial da produção e da produtividade na indústria brasileira', *Pesquisa e Planejamento Econômico* **36**(1), 73–107.
- Schreyer, P. & Pilat, D. (2001), 'Measuring productivity', *OECD Economic Studies* **33**(2), 127–170.
- Silva, A. M. (2006), Dinâmica da produtividade do setor de serviços no Brasil: uma abordagem microeconômica, in J. A. Negri & L. C. Kubota, eds, 'Estrutura e Dinâmica do Setor de Serviços no Brasil', Vol. 1, IPEA.
- Timmer, M. P. & de Vries, G. J. (2009), 'Structural change and growth accelerations in Asia and Latin America: a new sectoral data set', *Cliometrica* **3**(2), 165–190.
- Van Ark, B., Inklaar, R. & McGuckin, R. H. (2003), 'Ict and productivity in europe and the united states where do the differences come from?', *CESifo Economic Studies* **49**(3), 295–318.

Apêndice A Compatibilização de subsetores na PAS

Para análises entre 2002 e 2009 há o desafio de superarmos a mudança de classificação setorial em 2007 da CNAE 1.0 e CNAE 2.0. Inicialmente, baseado no CONCLA, fazemos uma relação de-para dos setores, nas diferentes classificações, baseado na melhor compatibilização possível. Há setores da CNAE 1.0 que se desdobram em dois (ou mais) na CNAE 2.0 e vice-versa. Após a compatibilização de setores, é necessário criar as séries de valores padronizadas.

Fazemos o cálculo da compatibilização setorial das séries, devido à mudança de classificação entre CNAE 1.0 e 2.0 em três passos.

1. Agrupamos os setores CNAE 2.0 em seus respectivos grupos CNAE 1.0, mesmo que de forma imperfeita (dois para um ou um para dois setores).
2. Utilizamos a presença do ano de 2007 mensurado nas duas classificações para criar um índice da variável (produção ou emprego ou produtividade), baseado no crescimento anual. Note que o crescimento é calculado dentro de cada classificação e assim não é influenciado pela compatibilização de setores.
3. A partir de uma base de emprego, produção ou produtividade, criamos uma série de valores utilizando o índice.

Abaixo temos um exemplo hipotético:

Tabela A.1: Séries em cada classificação setorial

Variável	CNAE1.0		CNAE2.0	
	2006	2007	2008	2009
Série	23,6	31,7	30,8	35,5
Crescimento		34,32%		15,26%

Tabela A.2: Séries em cada classificação setorial

	2006	2007	2008
Série Base 2006 (CNAE 1,0)	23,6	31,7	36,54
Série Base 2008 (CNAE 2,0)	22,93	30,8	35,5
Cresc, Base 2006		34,32%	15,26%
Cresc, Base 2008		34,32%	15,26%

O valor de 36,54 da Série Base 2006 (CNAE 1.0) é obtido aplicando o crescimento de 15,26% entre 2007 e 2008 (na CNAE 2.0) no valor de 2007 na CNAE 1.0 (31,7). Já o valor de 22,93 para o ano de 2006 na série base 2008 (CANE 2.0) é obtido aplicando o crescimento de 34,32% no valor de 30,8 de 2007 (base CNAE 2.0).

A grande vantagem do método é garantir que a dinâmica da série não seja influenciada pela agregação, principalmente entre os anos de mudança de classificação (2007), como vemos nas duas últimas linhas da Tabela A.2.

Apêndice B Agregação em grandes setores

Empregamos uma agregação setorial mais próxima das Contas Regionais, em que a indústria extrativa mineral foi alocada no setor Agropecuária e Recursos Naturais, ficando a Indústria como Indústria de Transformação apenas. Essa classificação setorial não altera as tendências verificadas nas Tabelas 1 e 2.

Para deixar completa a análise apresentamos abaixo as Tabelas B.1 e B.2 em que a Indústria inclui tanto a indústria de transformação como a indústria extrativa mineral. Vemos que as tendências da indústria não dependem da agregação realizada.

Tabela B.1: Crescimento do PIB

Ano	Agric	Ind Extr., Transform e Ccivil	Com	Svc	Total
2002-2009	22.60%	18.60%	33.60%	28.60%	26.00%
1996-2002	29.50%	8.00%	4.10%	16.70%	13.20%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU).

Valores a preços constantes de 2008, calculados por duplo deflacionamento de produção e consumo intermediário, baseado em deflatores de preços construídos das informações a preços correntes e preços do ano anterior.

Tabela B.2: Crescimento do PIB

Ano	Agric	Ind Extr., Transform e Ccivil	Com	Svc	Total
2002-2009	26,80%	-5,30%	13,60%	4,60%	7,70%
1996-2002	32,10%	-2,60%	-17,10%	-5,10%	-1,40%

Fonte: cálculos dos autores baseados nas Contas Nacionais IBGE (TRU). Valores a preços constantes de 2008. Vide Tabela 1.

Produtividade do Trabalho = Valor Adicionado/Emprego.

THE TIME-(IN)VARIANT INTERPLAY OF GOVERNMENT SPENDING AND PRIVATE CONSUMPTION IN BRAZIL

DIEGO FERREIRA *

Abstract

This paper analyzes the relationship between government spending and private consumption in Brazil through an application of a VAR with time-varying parameters and stochastic volatility, estimated with Bayesian simulation over the 1996:Q1–2014:Q2 period. The findings reveal that fiscal policy is indeed effective in stimulating GDP and private consumption, which characterizes the presence of positive Keynesian multipliers. However, these positive effects are only sustained on the short-run. Also, stochastic volatility seems to have decreased from 2000 onwards, suggesting that Brazil has steadily improved its macroeconomic stability after the adoption of the inflation-targeting framework and the Fiscal Responsibility Law.

Keywords: Government Spending; Private Consumption; TVP-VAR.

Resumo

O presente estudo analisa a relação entre gasto público e consumo privado no Brasil através de um modelo VAR com parâmetros variantes no tempo e volatilidade estocástica, estimado com simulação bayesiana para o período 1996:T1–2014:T2. Nossos resultados revelam que a política fiscal é de fato efetiva para estimular o PIB e o consumo privado, caracterizando a presença de multiplicadores keynesianos positivos. Porém, tais efeitos positivos apenas são sustentados no curtíssimo-prazo. Além disso, a volatilidade estocástica se reduziu a partir de 2000, revelando um ambiente macroeconômico mais sólido após a adoção do regime de metas para inflação e da Lei de Responsabilidade Fiscal.

Palavras-chave: Gasto Público; Consumo Privado; TVP-VAR.

JEL classification: E62, E32, C32, D78

DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1413-8050/ea125573>

* Federal University of Paraná, UFPR, Brazil. E-mail: diegoferreira.eco@gmail.com

1 Introduction

The depth of the recent global recession has rekindled the debate on the role of discretionary fiscal policy. In order to mitigate the potential economic downturn and ensure the resilience of the financial system, governments around the world have designed unprecedented fiscal stimulus packages. However, due to controversial predictions of neoclassical and Keynesian oriented models, there remains no macroeconomic consensus on the interplay of government spending shocks and private consumption.

Since the seminal paper by Barro (1974), which introduced the concept of *Ricardian Equivalence*, there has been a resurgence in the debate on the possible non-Keynesian effects of fiscal policies. By embodying this feature, the future tax burden of present fiscal stimulus restrains the Keynesian effects on private consumption (Mankiw & Summers 1984, Blanchard 1985). Moreover, models of neoclassical tradition argue that the intertemporal substitution effects on labor supply are not strong enough to offset the negative wealth effects driven by an increase on government spending (see e.g. Barro & King (1984) and Baxter & King (1993)).

By amending the Real Business Cycles (RBC) framework to allow for monopolistic competition and nominal rigidities, macroeconomic modeling departed from price flexibility in order to achieve short-run non-neutrality of money. Regarding the effectiveness of fiscal policy to stimulate private consumption, these so called New Keynesian models formerly presented unexpected non-Keynesian responses (Smets & Wouters 2003, Linnemann & Schabert 2003, Cogan et al. 2010, Cwik & Wieland 2011).

However, empirical evidences - mainly based on vector autoregressions (VAR) — depicted another conclusion. For instance, with a structural VAR approach, Blanchard & Perotti (2002) obtained positive public spending multipliers for output and private consumption with US postwar data. Using the same estimation technique as the latter, Perotti (2002) verified positive multipliers for United Kingdom, Germany, Canada and Australia, despite their downward trend over time. Furthermore, many other papers have used similar approaches¹, including Fatás & Mihov (2001), Ramey (2008), Mountford & Uhlig (2009), Fisher & Peters (2009) and Ilzetzki et al. (2013).

Following Mankiw (2000)², Galí et al. (2007) proposed a new feature to the New Keynesian framework in an attempt to counter these theoretical and empirical divergences. By introducing the coexistence of non-Ricardian (*rule-of-thumb*) and intertemporal optimizing households, the authors generated standard Keynesian effects of government spending expansions for the US economy, arguing that the usual negative wealth effect was damped. The studies of Linnemann (2006), Ravn et al. (2006) and Forni et al. (2009) supported the latter results. On the other hand, one should not generalize these findings. Coenen & Straub (2005) showed that the presence of positive public spending multipliers for private consumption is directly related to the share of

¹Despite the choice of a structural VAR framework, the identification restrictions imposed differ. For instance, Fatás & Mihov (2001) applied the standard recursive approach (Cholesky decomposition) introduced by Sims (1980), while Mountford & Uhlig (2009) used the sign-restrictions scheme. Besides, Blanchard & Perotti (2002) and Perotti (2002) assigned structural restrictions based on fiscal institutional information.

²Mankiw (2000) pointed out that non-Ricardian households were a crucial element in order to explain heterogeneity in consumer behavior and, therefore, enhance the transmission channels of fiscal policies in Neoclassical and overlapping generation models.

non-Ricardian households in the population. Moreover, Ratto et al. (2009) and Furceri & Mourougane (2010) highlighted labor market adjustment costs and financial market stress as restrictions to the expected Keynesian effects of fiscal policies, respectively.

Regarding the Brazilian economy, empirical evidences are ambiguous as well as scarce. Silva & Cândido Júnior (2009) evaluated the 1970–2002 period through an application of cointegration in VAR models, concluding that government spending crowds out private consumption in the long-run even though positive government spending shocks initially increase private consumption. Thus, these results advocate against the effectiveness of discretionary fiscal policy as a countercyclical measure since its positive effects would be restricted to the short-run. Silva & Portugal (2010) corroborated the latter non-Keynesian effects of fiscal policy for Brazil through a DSGE model with non-Ricardian and intertemporal optimizing households. The authors argued that the share of Brazilian liquidity constrained households is rather low (nearly 10%), hence unable to offset the negative wealth effect from a government spending shock.

On the other hand, Mendonça et al. (2009) presented crowding in effects of government spending on private consumption over a 1995–2007 sample. Furthermore, while evaluating the period after the introduction of the Real Plan (1994–2012) with VAR models, Peres (2012) also identified standard positive Keynesian responses for the interplay of government spending and private consumption. By analyzing developed and developing economies through a panel error-correction model both unequational (P-ECM) and multi-equational (P-VECM) for 48 countries, Soave & Sakurai (2012) also presented empirical evidences of crowding in effects on consumption in the long-run, especially for the developing ones (including Brazil).

However, the fiscal transmission channels are likely subject to changes over time. Empirical support for the latter proposition comes, for instance, from the study of Kirchner et al. (2010), which showed that the short run government spending multipliers in the Euro area increased from the early 1980s until the late 1980s, but presented a decreasing trend thereafter. Moreover, Pereira & Lopes (2010) argue that fiscal policy has lost its capacity to stimulate output in the US economy from 1965 to 2009, despite positive multipliers. Yet, Brazilian literature has struggled so far to provide results accounting for potential time heterogeneity patterns. To the best of my knowledge, the present paper is the first attempt of evaluating the time-varying interplay of government spending and private consumption for Brazil.

Besides the reforms implemented by the Real Plan in 1994 and the adoption of a floating exchange rate regime along with an inflation-targeting framework in 1999, the establishment of the Brazilian Fiscal Responsibility Law in 2000 as well as the presence of fiscal stimulus packages in face of the 2008 financial crisis might have contributed to shifts in the Brazilian fiscal dynamics. Additionally, given the outburst of consumer credit growth rates in Brazil since 2005 (Freitas 2009, Hansen & Sulla 2013), this recent transition of the share of non-Ricardian households might have also affected the effectiveness of fiscal policy throughout the sample³.

³While assessing these effects in developed and developing countries under the hypothesis of optimizing and non-optimizing agents, Soave & Sakurai (2012) argued that the share of liquidity constrained households has fluctuated over time and indeed is essential when explaining the

In light of the facts formerly mentioned, a four-variable time-varying parameter (TVP) VAR model is estimated for Brazil, following closely Kirchner et al. (2010). The model includes government spending, GDP, short-term interest rate and private consumption over the period 1996:Q1-2014:Q2. Since structural changes cannot be easily identified prior to estimation and might also be part of a long process, the TVP-VAR stands as a method capable of capturing these time-varying effects in a robust and flexible manner (Nakajima 2011). By allowing for time-variation in the autoregressive parameters and stochastic volatility, it is possible to deal with potential non-linearity during estimation. As the parameters follow a first-order random walk process, the method is able to capture both temporary and permanent shifts. In comparison to Markov-switching models, the random walk specification allows for smooth shifts in contrast to discrete breaks, being more suitable for describing changes in private sector behavior or the learning dynamics of both private agents and policy makers (Primiceri 2005). Moreover, given the potential effects of exogenous shocks over the volatility of macroeconomic aggregates, ignoring conditional heteroskedasticity might lead to spurious movements in time-varying variables and inaccurate inference (Hamilton 2010). Thus, the stochastic volatility specification is included to take this issue into account.

The findings reveal that fiscal policy is indeed effective in stimulating GDP and private consumption, which characterizes the presence of positive Keynesian multipliers. Even though the overall response of the variables to a positive government spending shock seems to be rather similar throughout the sample period, the time-varying techniques indicate some increasing persistence of its effectiveness. Besides, the stochastic volatility decrease from 2000 onwards suggests that Brazil has steadily improved its macroeconomic stability after the adoption of the inflation-targeting framework and the Fiscal Responsibility Law.

The remainder of this paper is organized as follows. Section 2 introduces the vector autoregression (VAR) models and how *time-varying* features were implemented on these models, in order to capture potential changes on macroeconomic behavior over time. Furthermore, it describes the data set and the Bayesian estimation procedure. Section 3 presents the empirical results, highlighting the effectiveness of government spending shocks. A time-invariant comparison through an application of a Bayesian VAR as well as a prior sensitivity analysis are also performed. Finally, section 4 presents the conclusion.

2 Econometric Methodology

2.1 Time-Varying Parameter (TVP) Bayesian Vector Autoregression Model with Stochastic Volatility (SV)

Since Sims (1980), the *vector autoregression* (VAR) *model* has played a prominent role on macroeconometric analysis. Considered a flexible and easy tool for dealing with multivariate time series, it generally consists in a multi-

interaction of government spending and private consumption. Yet, Tagkalakis (2008) emphasized that government spending multipliers on private consumption and real output depend on the stage of the business cycle, granted that recessions tend to raise the effectiveness of discretionary fiscal policy since the fraction of non-Ricardian individuals will consume the extra income generated by a government spending increase.

equation system describing the economic dynamics. A basic structural VAR model can be defined as:

$$Ay_t = F_1y_{t-1} + \dots + F_s y_{t-s} + u_t, \quad t = s + 1, \dots, n, \quad (1)$$

where y_t is a $k \times 1$ vector of observed variables; A is a $k \times k$ matrix of contemporaneous relationships; F_1, \dots, F_s is a $k \times k$ matrix of coefficients; and $u_t \sim N(0, \Sigma)$ is a $k \times 1$ structural shock vector, with:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_k \end{pmatrix} \quad (2)$$

However, one cannot directly estimate Equation (1) since its structure allows A and F to show an infinite set of different values with exactly the same probability distribution, hence data alone cannot provide the true values of A and F . Therefore, by assuming that the simultaneous relations of the structural shock are identified by a recursive approach, which imposes A to be a lower-triangular matrix with the diagonal elements equal to one, the Equation (1) can be re-specified as a reduced form VAR model:

$$y_t = B_1y_{t-1} + \dots + B_s y_{t-s} + A^{-1}\Sigma\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, I_k), \quad (3)$$

where $B_i \equiv A^{-1}F_i$, for $i = 1, \dots, s$ and:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ a_{k1} & \dots & a_{k,k-1} & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Defining B as a stacked row of B_1, \dots, B_s and $X_t \equiv I_k \otimes (y'_{t-1}, \dots, y'_{t-s})$, where \otimes represents the Kronecker product, the reduced form of Equation (3) can be rewritten as:

$$y_t = X_t\beta + A^{-1}\Sigma\varepsilon_t, \quad (5)$$

Although the parameters β , A and Σ in Equation (5) are time-invariant, these can re-specified to account for time-varying analysis as well. Following Primiceri (2005) and Nakajima (2011), one can rewrite Equation (5) as:

$$y_t = X_t\beta_t + A_t^{-1}\Sigma_t\varepsilon_t, \quad t = s + 1, \dots, n, \quad (6)$$

whose parameters are all time-varying⁴. Let $a_t = (a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{41}, \dots, a_{k,k-1})'$ be a stacked vector of the lower-triangular elements in A_t and $h_t = (h_{1t}, \dots, h_{kt})'$

⁴As discussed in Nakajima (2011), time-varying intercepts can also be incorporated in TVP-VAR models by defining $X_t \equiv I_k \otimes (1, y'_{t-1}, \dots, y'_{t-s})$.

with $h_{jt} = \log \sigma_{jt}^2$, for $j = 1, \dots, k$ and $t = s + 1, \dots, n$, the parameters in Equation (6) are assumed to follow drift less random walk processes⁵, given by:

$$\beta_{t+1} = \beta_t + u_{\beta t}, \quad a_{t+1} = a_t + u_{at}, \quad h_{t+1} = h_t + u_{ht}, \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ u_{\beta t} \\ u_{at} \\ u_{ht} \end{pmatrix} \sim N \left(0, \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma_h \end{pmatrix} \right), \quad (8)$$

for $t = s + 1, \dots, n$, where I is the identity matrix of k dimensions, while Σ_β , Σ_a and Σ_h are positive definite matrices, whose elements are usually called the hyperparameters. As in Nakajima (2011), shocks are assumed uncorrelated among the time-varying parameters and the covariance matrices Σ_β , Σ_a and Σ_h are assumed to be diagonal⁶. Moreover, $\beta_{s+1} \sim N(\mu_{\beta_0}, \Sigma_{\beta_0})$, $a_{s+1} \sim N(\mu_{a_0}, \Sigma_{a_0})$ and $h_{s+1} \sim N(\mu_{h_0}, \Sigma_{h_0})$, which are the initial states of the time-varying parameters.

Since TVP-VAR models with stochastic volatility are non-linear non-Gaussian state-space representations, the Maximum Likelihood (ML) approach cannot provide reliable estimates for the parameters. Also, allowing for time-variation in the parameters of a VAR framework as well as in the error covariance matrix causes serious concerns about over-parameterization (Koop & Korobilis 2010). Therefore, the Bayesian approach using the Markov chain Monte Carlo (MCMC) method is by now fairly standard in dealing with this class of models (e.g. Primiceri (2005) and Nakajima (2011)).

By splitting up the original problem into a number of smaller steps, the Bayesian inference is able to deal with high-dimensional parameter space and potential non-linearities in the likelihood function. Under the assumption of a certain prior probability density, the MCMC algorithm is able to generate the joint posterior distribution of the parameters, given as:

$$p(\theta|y) = \frac{p(\theta)L(y|\theta)}{\int_{\theta} p(\theta)L(y|\theta)d\theta} \propto p(\theta)L(y|\theta) \quad (9)$$

where $y = \{y_t\}_{t=1}^n$; $\theta = \{\beta, a, h, \Sigma_\beta, \Sigma_a, \Sigma_h\}$; $p(\theta)$ is the prior density distribution; $p(\theta|y)$ is the posterior density distribution; and $L(y|\theta)$ is the likelihood function. In other words, given y , the MCMC simulation draws samples from $p(\theta|y)$ in order to achieve the values of θ . This drawing process can be described by the following MCMC algorithm⁷:

1. Initialize θ ;
2. Sample β | a, h, Σ_β and y ;
3. Sample Σ_β | β ;

⁵One should note that the volatility states (h_t) evolve as geometric random walks, hence depicting a TVP-VAR model with stochastic volatility (SV) as in Primiceri (2005). By including the time-varying stochastic volatility to the VAR estimation, one can prevent potential biases in the covariance matrix for the disturbances and in the autoregressive coefficients because of the misspecification of the dynamics of the parameters (Nakajima et al. 2009).

⁶Nakajima (2011) argues that the diagonal assumption for Σ_β , Σ_a and Σ_h does not affect sensitively the results when compared to the non-diagonal assumption.

⁷For technical details, see Nakajima et al. (2009).

4. Sample $a \mid \beta, h, \Sigma_a$ and y ;
5. Sample $\Sigma_a \mid a$;
6. Sample $h \mid \beta, a, \Sigma_h$ and y ;
7. Sample $\Sigma_h \mid h$;
8. Return to 2.

Regarding the choice of priors, this paper sets rather diffuse and uninformative priors, following the study of Nakajima (2011)⁸:

$$(\Sigma_\beta)_i^{-2} \sim G(25, 0.01I), \quad (\Sigma_a)_i^{-2} \sim G(4, 0.01), \quad (\Sigma_h)_i^{-2} \sim G(4, 0.01) \quad (10)$$

where $(\Sigma_\beta)_i^{-2}$, $(\Sigma_a)_i^{-2}$ and $(\Sigma_h)_i^{-2}$ represents the i -th diagonal element of the matrices and G is the Gamma distribution. In addition, flat priors were set to the initial states of the time-varying parameters, such that $\mu_{\beta_0} = \mu_{a_0} = \mu_{h_0} = 0$ and $\Sigma_{\beta_0} = \Sigma_{a_0} = \Sigma_{h_0} = 10 \times I$. Also, following the Akaike information criterion (AIC) and the Schwarz information criterion (SBC), applied to a time-invariant VAR, the TVP-VAR is estimated based on two lags⁹.

As for the identification procedure, establishing the simultaneous relations of the structural shocks is not a trivial task. Following Kirchner et al. (2010), this paper resorts to a recursive identification framework for fiscal policy¹⁰. Based on the seminal work of Blanchard & Perotti (2002), the contemporaneous interactions between government spending and the macroeconomic environment can be completely assigned to the working of automatic stabilizers, hence discretionary fiscal policy would not respond within the same quarter to macroeconomic shocks due to political decision-lags. Government spending shocks are identified as predetermined in a system with output, interest rate and private consumption, being ordered first in a Cholesky-type variance-covariance decomposition scheme¹¹. One should notice that the latter identification procedure is commonly adopted by the literature on fiscal policy (Perotti 2002, 2007, Caldara & Kamps 2008, Ramey 2008, Kirchner et al. 2010).

2.2 Data Description

In order to evaluate the time-variation and the potential effects of Brazilian fiscal policy, we use quarterly data from 1996:Q1 until 2014:Q2, which corresponds to the period after the introduction of the Real Plan (1994) and the adoption of the inflation-targeting regime (1999). Furthermore, by using quarterly data, we exclude the possibility of fiscal policy discretionary response to macroeconomic shocks within the quarter. The VAR specification includes

⁸In order to evaluate the robustness of the chosen priors, a sensitivity analysis discussion is carried out in Subsection 3.3.

⁹These results are available upon request from the author.

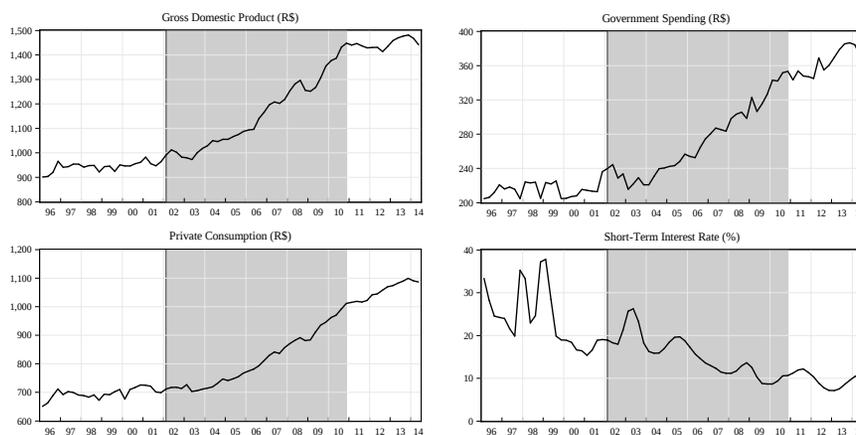
¹⁰Even though the TVP-VAR models allow for time-varying features, the identification scheme is assumed to be time-invariant over the sample.

¹¹Although the present identification scheme can be arguable (as is often the case in a Cholesky ordering), the data frequency grants a sufficient degree of flexibility. Moreover, for the purposes of identifying just the dynamic effects of government spending shocks, it is not necessary to take into account the ordering of the other variables (Fatás & Mihov 2001, Blanchard & Perotti 2002, Ramey 2008, Kirchner et al. 2010, Bachmann & Sims 2011).

government spending (measured as government final consumption expenditure)¹², private consumption (measured as private final consumption expenditure), GDP (measured as factor prices) and short-term interest rate (measured as Brazilian Central Bank's overnight call rate). The time series were downloaded from the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) and the Brazilian Central Bank (BCB).

Government spending, private consumption and GDP were first realized by the Extended National Consumer Price Index (IPCA), whose base is 1996:Q1, and then seasonally adjusted, applying the X-12-ARIMA method. Moreover, the latter data series enter the analysis in the form of their respective real *per capita*¹³ values. The short-term interest rate is expressed in nominal, annual terms.

Figure 1 and Figure 2 present the Brazilian data used in the model specification. In general, the time series present contrasting patterns, which can be seen as a first indication that a time-varying parameter model might be the suitable choice. For instance, one can identify two seemingly distinctive sub-sample periods: from 1996 to the end of 2002, and from 2003 onwards.



Notes: Shaded area corresponds to Luiz Inácio “Lula” da Silva 1st and 2nd terms as president; government spending (GS), private consumption (PC) and GDP are all expressed in real *per capita* terms and seasonally adjusted; short-term interest rate is measured in nominal, annual terms.

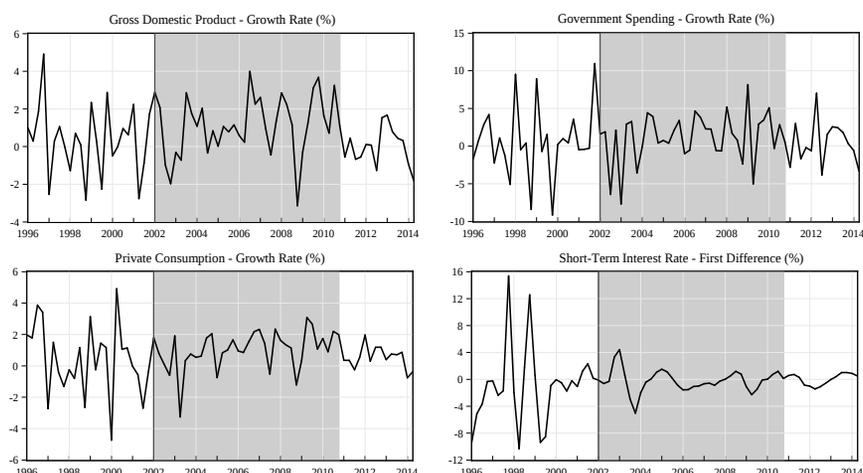
Sources: Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) and Brazilian Central Bank (BCB).

Figura 1: Brazilian Data (1996:Q1–2014:Q2)

Based on standard unit root tests, namely, the Augmented Dickey-Fuller (ADF) (Dickey & Fuller 1981) test, the Phillips-Perron (PP) (?) test and the Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, and Shin (KPSS) (Kwiatkowski et al. 1992) test, the data series were found to be non-stationary in general, hence converted to their corresponding growth rate¹⁴. The test statistics and the specification for the deterministic terms are presented in Table (1).

¹²The government final consumption expenditure time series sums up expenditures from central administration agencies and decentralized entities (independent agencies, foundations and funds) at federal, state and municipal spheres. It also considers parastatal entities, such as the S System and Federal Councils.

¹³In order to achieve quarterly data for population, a cubic spline interpolation to the annual



Notes: Shaded area corresponds to Luiz Inácio “Lula” da Silva 1st and 2nd terms as president; government spending growth rate (gGS), private consumption growth rate (gPC) and GDP growth rate (gGDP) are all measured as the percent rate of increase in their respective real *per capita* values.

Sources: Compiled by the authors.

Figure 2: Brazilian Data - Growth Rates (1996:Q1–2014:Q2)

Tabela 1: Unit Root Tests

Data	Deterministic Terms	ADF	PP	KPSS
GS	Intercept	0.3970	0.2949	1.0782*
GS	Intercept, Trend	- 1.8527	- 2.0222	0.2692*
GDP	Intercept	- 0.1978	0.0981	1.0954*
GDP	Intercept, Trend	- 1.9091	- 1.7937	0.2429*
STIR	Intercept	- 2.6573**	- 2.4620	1.0225*
STIR	Intercept, Trend	- 3.6169**	- 3.7647**	0.0573
PC	Intercept	1.0470	0.1366	1.0599*
PC	Intercept, Trend	- 1.9418	- 1.6456	0.2796*
GS Growth	Intercept	-11.2337*	-12.3167*	0.1689
GDP Growth	Intercept	- 7.3389*	- 7.3007*	0.1333
Δ STIR	Intercept	- 5.5441*	-10.4223*	0.3407
PC Growth	Intercept	- 9.1748*	- 9.1758*	0.2135

*, ** and *** indicate that the null hypothesis is rejected at the 1%, 5% and 10% significance level.

For the ADF test, the lag length selection was based on the Schwarz info criterion. The Bartlett kernel and the Newey-West Bandwidth were applied to the spectral estimation of PP and KPSS tests. The terms “GS”, “STIR” and “PC” refer to government spending, short-term interest rate and private consumption, respectively.

3 Estimation Results

In order to compute the posterior estimates, we draw $M = 50,000$ samples after the initial 5,000 samples were discarded in the burn-in period. Figure (3) presents the sample autocorrelation function, the sample paths and the posterior densities for selected parameters. In general, the sampling method efficiently produces uncorrelated samples, since the sample paths look stable and the sample autocorrelations drop stably.

Table (2) provides the estimates for posterior means, standard deviations, the 95% credible intervals, the convergence diagnostics (CD)¹⁵, and the inefficiency factors¹⁶ of Geweke (1992). According to the CD statistics obtained, one should observe that the null hypothesis of the convergence to the posterior distribution is not rejected for the parameters at the 10% significance level. Moreover, the sampling for the parameters and state variables is efficient since the inefficiency factors are rather low.

Tabela 2: Estimation Results of Selected Parameters in the TVP-VAR model

Parameter	Mean	Std. Dev.	95% Interval	CD	Inefficiency
$(\Sigma_\beta)_1$	0.0203	0.0021	[0.0167;0.0248]	0.327	3.91
$(\Sigma_\beta)_2$	0.0203	0.0021	[0.0167;0.0248]	0.245	3.55
$(\Sigma_a)_1$	0.0501	0.0127	[0.0322;0.0807]	0.478	21.06
$(\Sigma_a)_2$	0.0481	0.0114	[0.0316;0.0757]	0.764	19.48
$(\Sigma_h)_1$	0.0612	0.0189	[0.0360;0.1075]	0.933	32.72
$(\Sigma_h)_2$	0.0597	0.0176	[0.0357;0.1044]	0.607	31.51

Notes: The term "Std. Dev." refers to the standard deviation.

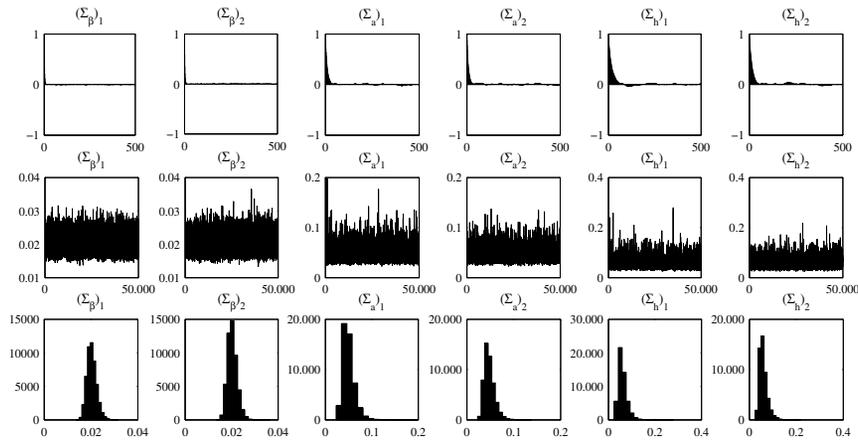
Figure (4) plots the posterior estimates of stochastic volatility of the structural shock, $\sigma_t^2 = \exp(h_{it})$, on four variables, based on the posterior mean, and the one-standard-deviation intervals. Regarding the time-varying volatility of the government spending growth rate, the period from 1996–2002 displays a

data available was applied (source: IBGE).

¹⁴Regarding the short-term interest rate (STIR), solely the usual difference operator was applied to the series. One should note that the results for the short-term interest rate in its level are divergent among themselves. Since the tests depicted stationarity for its first difference, the model was therefore estimated using the STIR as a I(1) process. However, as a robustness check, the model was also estimated with STIR being a I(0) process. The results were not considered qualitatively different from the ones presented in this paper. These results are available upon request from the author.

¹⁵Following Geweke (1992), the CD statistics can be obtained by $CD = (\bar{x}_0 - \bar{x}_1) / \sqrt{\hat{\sigma}_0^2/n_0 + \hat{\sigma}_1^2/n_1}$, where n_0 and n_1 are respectively the first and the last n draws, $\bar{x}_j = (1/n_j) \sum_{i=m_j}^{m_j+n_j-1} x^{(i)}$, $x^{(i)}$ is the i -th draw, and $\sqrt{\hat{\sigma}_j^2/n_j}$ is the standard error of \bar{x}_j , for $j = 0, 1$. If the sequence of the MCMC sampling is stationary, then it converges in distribution to a standard normal. Based on Nakajima et al. (2009), we set $m_0 = 1$, $n_0 = 5,000$, $m_1 = 25,001$ and $n_1 = 25,000$, while the $\hat{\sigma}_j^2$ is obtained using a Parzen window with bandwidth $B_m = 500$.

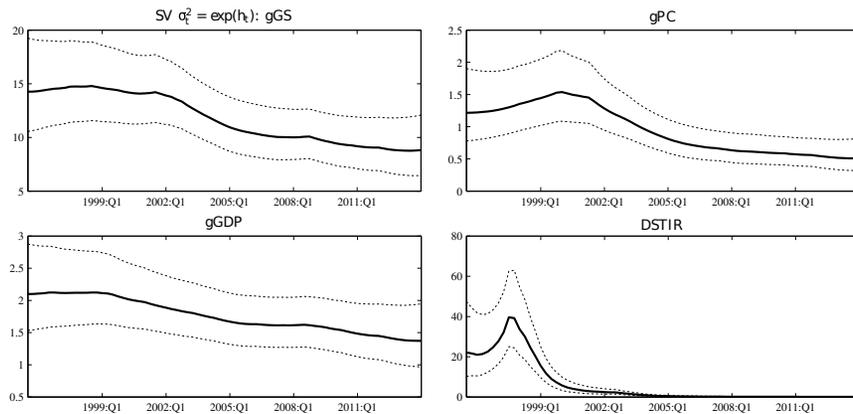
¹⁶The inefficiency factor is defined as $1 + 2 \sum_{s=1}^{B_m} \rho_s$, with ρ_s being the sample autocorrelation at lag s . This factor measures how well the MCMC chain mixes. Besides, when the inefficiency factor is equal to k , we need to draw k times as many MCMC samples as uncorrelated samples. For instance, the inefficiency factor for $(\Sigma_\beta)_1$ is 4.18, which implies that we obtain about $50,000/4.18 = 11,961$ uncorrelated samples.



Notes: Sample autocorrelations (top), sample paths (middle) and posterior densities (bottom).

Figure 3: Estimation Results of Selected Parameters in the TVP-VAR model

higher volatility level as compared to the period from 2002 onwards. The dampening behavior, and later stability, is in agreement with the establishment of the Brazilian Fiscal Responsibility Law (FRL) in 2000, which imposed limits to government budget in order to achieve the solvency of the public debt.



Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Only median responses are reported. Posterior mean (solid line) and 95% credible intervals (dotted line).

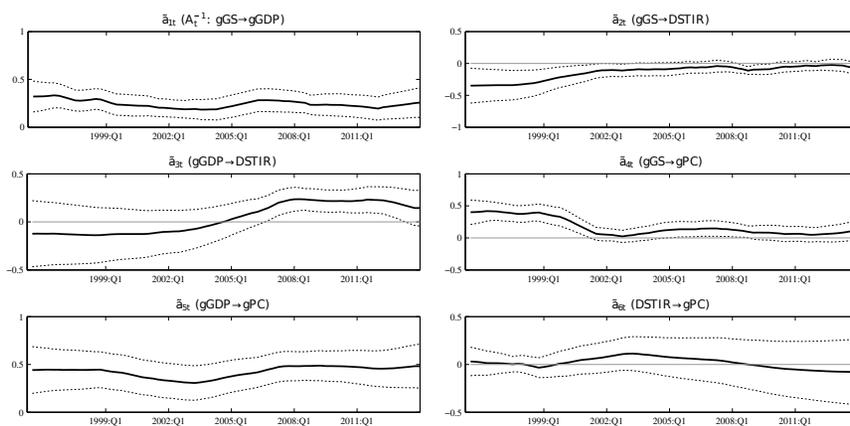
Figure 4: Posterior Estimates for Stochastic Volatility

The time-varying volatility of the GDP growth rate shows a similar pattern, although smoother and on a lower level. It should be noted that the downward path reflects the absence of external restrictions to growth as well as the solid conduct of macroeconomic policies, even in the presence of the 2008 global economic crisis. On the other hand, the stochastic volatility of the private consumption growth rate spikes in the last quarter of 1999, then decreasing from 2000 onwards. The latter decrease is in line with the recent

credit expansions which increase the liquidity of Brazilian households and, therefore, have smoothed their intertemporal consumption (Steter 2013).

In mid-1999, less than six months after moving to a floating exchange rate system, Brazil adopted an inflation-targeting framework for monetary policy. The short-term interest rate thus became the Brazilian Central Bank's main instrument to manage inflation. Moreover, since the Brazilian government established a sustained fiscal austerity, the Monetary Policy Committee (Copom) decided in favor of a downward bias, as public debt is indexed to the short-term interest rate. Therefore, the estimated time-varying volatility for its first difference drops sharply until 2000, reaching values close to zero towards the rest of the sample. This result further corroborates the empirical evidences of a smoothing behavior for the short-term interest rates during the inflation-targeting regime.

But how have the simultaneous relations among the variables changed over time? Based on the recursive identification from the lower triangular matrix A_t , one can obtain the posterior estimates of the free elements in A_t^{-1} , denoted \tilde{a}_{it} . In other words, these free elements depict the size of the simultaneous effect of other variables to one unit of the structural shock¹⁷, presented in Figure (5).



Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Only median responses are reported. Posterior mean (solid line) and 95% credible intervals (dotted line).

Figure 5: Posterior Estimates for Simultaneous Relations

The simultaneous relations of the short-term interest rate in its first differences to the government spending growth rate shock (\tilde{a}_{2t} : $g_{GS} \rightarrow \text{DSTIR}$) are negative and vary over time, going from near -0.3 in 1996 to almost zero in 2014. Similarly, the simultaneous relations of the private consumption growth rate to the short-term interest rate in its first differences (\tilde{a}_{6t} : $\text{DSTIR} \rightarrow g_{PC}$) are negative throughout the sample, but more constant than the latter. Furthermore, the estimated results suggest that these relationships are insignificantly different from zero since the probability bands include the zero line.

¹⁷With exception of the short-term interest rate in its first difference, the variables presented positive time-varying intercepts, though almost constant throughout the whole sample. These results are available upon request from the author.

Both simultaneous relations of the GDP growth rates to the government spending growth rate shock ($\tilde{a}_{1t}: g_{GS} \rightarrow g_{GDP}$) and the private consumption growth rates to the GDP growth rate shock ($\tilde{a}_{5t}: g_{GDP} \rightarrow g_{PC}$) stay positive and rather constant over the sample period. Also, with respect to the simultaneous relations of the private consumption growth rates to the government spending growth rate shock ($\tilde{a}_{4t}: g_{GS} \rightarrow g_{PC}$), these are positive and rather volatile between 1996 and 2003, following a downward trend. From Lula's election onwards, the relations remains almost constant.

Even though the simultaneous relation of the short-term interest rate in its first differences to the GDP growth rate shock ($\tilde{a}_{3t}: g_{GDP} \rightarrow \text{DSTIR}$) is insignificantly different from zero until 2007, changes in the GDP growth seems to positively affect the interest rate thereafter, with the positive relation spiking in mid-2010. This might imply that the interest rate dynamics has become more responsive to the business cycle fluctuations after the recent global financial crisis.

3.1 (In)Effectiveness of Government Spending Shocks

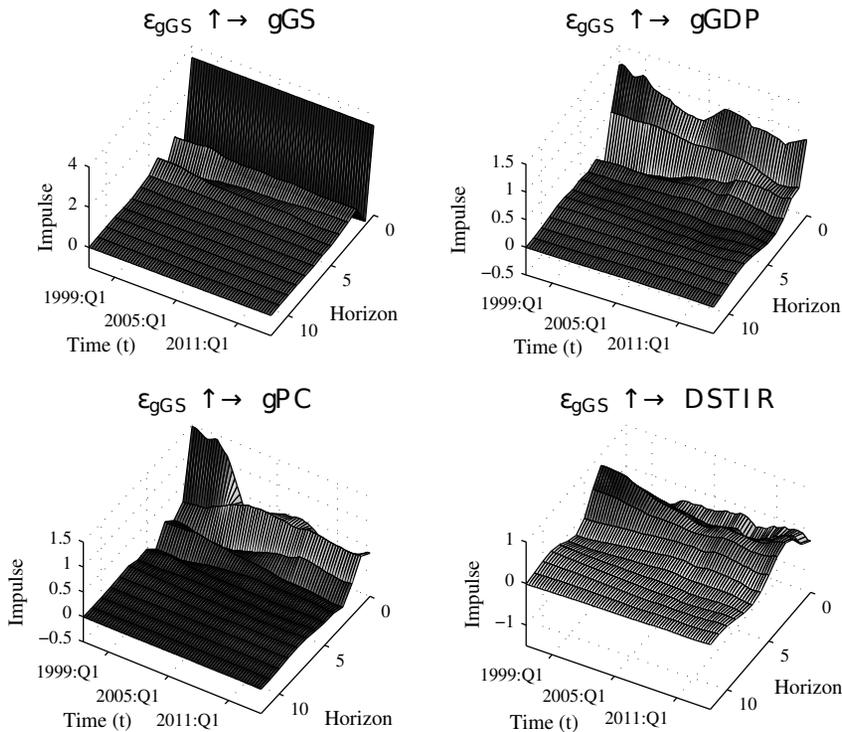
Since the time-varying VAR framework is able to compute state-dependent impulse responses at each individual quarter, potential changes on the macroeconomic dynamics can be evaluated over the sample period. As proposed by Nakajima (2011), these impulse responses are calculated after fixing an initial shock size equal to the time-series average of stochastic volatility over the sample period, using the simultaneous relations at each point in time, in order to achieve comparability over time.

Figure (6) reports the estimated time-varying impulse responses for the variables to a positive government spending growth rate shock¹⁸. The results show that the recovery of the government spending growth rate to its initial level was more volatile at the beginning of the sample, even though the overall response is rather similar throughout the entire period.

Regarding the short-term interest rate, the effects of spending shocks are negative at first, turning positive after the second quarter until reaching the initial level on the fifth quarter onwards. Kirchner et al. (2010), addressing the effects of fiscal stimulus with an estimated TVP-VAR for the Euro Area, found similar results. One possible explanation for this behavior is the Brazilian government's commitment to the fiscal debt solvency, mainly since the FRL in 2000. Furthermore, the effects of spending shocks on the interest rate have lost persistence over time.

But how effective is discretionary fiscal policy in stimulating economic activity? We can immediately observe that the spending shocks increase private consumption and the GDP growth rates, which is in line with other Brazilian studies (e.g. Mendonça et al. (2009), Carvalho & Valli (2010) and Peres (2012)). As discussed in Reis et al. (1998), and later corroborated in Gomes (2004), nearly 80% of Brazilian households are non-Ricardian and thus consume their income period by period. Consequently, the positive estimated effects of Brazil's fiscal stimulus arises from the fact that the *rule-of-thumb* consumption, to an extent sufficient, compensates the potential negative effects from Ricardian agents. Also, the initial impulse responses are larger at the beginning of the sample, whereas the shock persistence seems to have decreased after Lula's

¹⁸The accumulated time-varying impulse responses are presented in Appendix Apêndice A.



Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Only median responses are reported.

Figure 6: Time-Varying Impulse Responses

election at the end of 2002. As for the GDP growth rate results, the initial effectiveness of the fiscal stimulus decreased throughout the sample. On the other hand, the results further suggest that the effects on GDP have gained persistence from 2005 onwards.

Even though the time-varying responses maintained a similar pattern from mid-1996 until late-2014, the results suggest that the government spending shocks could be indeed considered effective in promoting economic activity, but are only sustained on the short-run since positive effects are on average visible only until the horizon of four quarters. Silva & Cândido Júnior (2009) argue that this limited efficacy in stimulating macroeconomic aggregates through fiscal policy is a common feature among Latin America countries. Still, the time-varying techniques indicate some increasing persistence of the latter shocks effectiveness. In general, the results are in line with the recent Brazilian literature on fiscal policy (Mendonça et al. 2009, Peres 2012, Soave & Sakurai 2012).

3.2 Time-Invariant Comparison: A BVAR Approach

Modeling the relationship among macroeconomic variables has been a recurring challenge for economists. From the Lucas (1976) critique, empirical research has relied upon time-varying models in an attempt to overcome parameter uncertainty over time (Hamilton 1989, Canova 1993, Cogley & Sargent

2005, Primiceri 2005, Koop et al. 2009).

While the previous empirical approach highlighted that the time-varying interplay of government spending and private consumption can be considered relevant for Brazilian data, the sample spans for a relatively short period (1996:Q1–2014:Q2). Given that the Brazilian economy has undergone few structural changes throughout these years, such as the abandonment of the crawling peg exchange rate regime on January 15, 1999 and the IT framework implementation in June of the same year, we now turn the attention to the impulse responses of a time-invariant Bayesian VAR (BVAR) for government spending shocks as a comparison to the TVP-VAR model.

Define a reduced-form VAR model as:

$$Y_t = X_t A + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \Sigma) \quad (11)$$

where $A = (a_0, A_1, \dots, A_p)'$ and $X_t = (X_{1t}, \dots, X_{Tt})'$. Through some matrix algebra, Equation (11) can be rewritten in the form of:

$$y_t = Z_t \alpha + \varepsilon_t \quad (12)$$

with $Z_t = (I_M \otimes X_t)$ and $\alpha = \text{vec}(A)$.

The likelihood function can be obtained by the sampling density, $p(y|\alpha, \Sigma)$. We impose a diffuse (or Jeffreys') prior for α and Σ , so that:

$$p(\alpha, \Sigma) \propto |\Sigma|^{-(M+1)/2} \quad (13)$$

Viewed as a function of the parameters, this problem can be split into two parts: (i) a normal distribution for α given Σ ; and (ii) an inverse-Wishart distribution for Σ . That is:

$$\alpha|\Sigma, y \sim N(\hat{\alpha}, \Sigma) \quad (14)$$

and

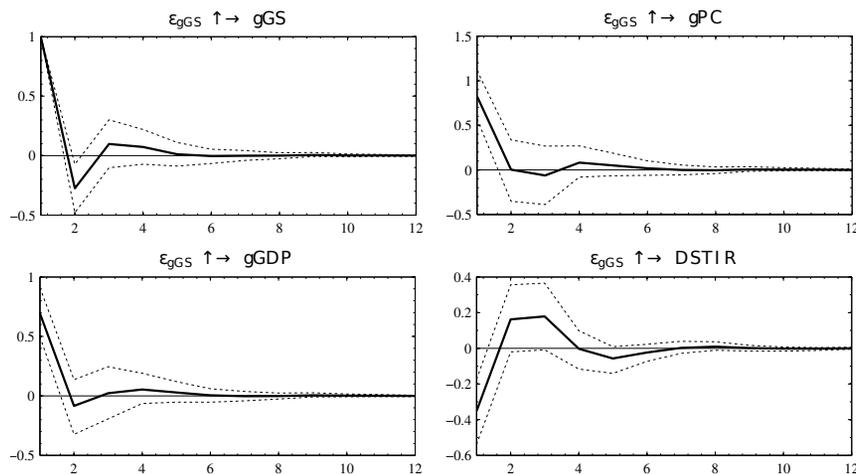
$$\Sigma|y \sim IW(\widehat{S}, T - K) \quad (15)$$

where $\widehat{A} = (X'X)^{-1}(X'Y)$ is the OLS estimate of A , $\hat{\alpha} = \text{vec}(\widehat{A})$ is a vector which stacks all the VAR coefficients (and the intercepts), $\widehat{S} = (Y - X\widehat{A})'(Y - X\widehat{A})$ is the sum of squared errors of the VAR, and $\widehat{\Sigma} = \widehat{S}/(T - K)$ is the OLS estimate of Σ .

According to the results in Figure (7), the recovery of the government spending to its initial level requires around five quarters. Despite some volatile behavior between 1994–2005 on Figure (6), the time-invariant dynamics is rather similar. To a lesser extent, the effects of spending shocks on private consumption also resembles the time-varying ones.

As to the effectiveness of discretionary fiscal policy on stimulating GDP growth, we observe positive response of output to an increase in the government spending. Even though corroborating the results previously obtained, the time-varying impulse responses revealed a growing shock persistence from the end of 2002 onwards. Hence, by applying a time-invariant BVAR model, one would underestimate the government capability to promote economic activity in the recent years.

In terms of monetary policy, positive government spending shocks lead to a contemporaneous decrease of the short-term interest rate, increasing from



Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Posterior mean (solid line) and 95% credible intervals (dotted line).

Figure 7: Time-Invariant Impulse Responses of Government Spending Shocks

thereafter until reaching its initial level after 18 months. However, according to Figure (6), the intensity with which STIR decreases is not constant over time, and neither is the shock persistence. The shortcomings of the time-invariant analysis are threefold: (i) it underestimates the positive response after the second quarter in the first half of the sample period; (ii) it does not capture the gradual decrease of STIR response after 2000s, and (iii) it displays a smaller shock persistence for the recent years.

Overall, despite the time-invariant impulse responses closely following the pattern of their time-varying counterparts, BVAR usually underestimates the magnitude of these responses as well as the shock persistence, especially in the last years. That is, the TVP-VAR should thus be considered an appropriate method to overcome the issues concerning parameter uncertainty. Still, regardless of time features, the estimated impulse responses seem to be sustained only on the short-run.

3.3 Prior Sensitivity Analysis: Model Robustness

In order to address any potential divergence on the results due to prior specification, we specify alternative priors for the TVP-VAR model. Therefore, we re-estimate it based on two different sets of diffuse and uninformative priors. The first prior set has an alternative value for the mean of parameters $(\Sigma_{\beta})_i^{-2}$, $(\Sigma_a)_i^{-2}$ and $(\Sigma_h)_i^{-2}$, while the second set of priors focuses on the variance of these terms¹⁹:

¹⁹One should notice that by imposing a more flexible prior for the covariance matrix of A , the Bayesian estimation process was not able to achieve the inverse matrix of A due to singularity. Therefore, in order to avoid implausible behaviors of the time-varying contemporaneous relationships parameters, $(\Sigma_a)_i^{-2}$ is specified as in Section 2.1. See Koop & Korobilis (2010) for a discussion on the methodology for the TVP-VAR model, including the issues about the prior specifications.

$$(I) \quad (\Sigma_{\beta})_i^{-2} \sim G(40, 0.01I), \quad (\Sigma_a)_i^{-2} \sim G(10, 0.01), \quad (\Sigma_h)_i^{-2} \sim G(10, 0.01)$$

$$(II) \quad (\Sigma_{\beta})_i^{-2} \sim G(25, 0.02I), \quad (\Sigma_a)_i^{-2} \sim G(4, 0.01), \quad (\Sigma_h)_i^{-2} \sim G(4, 0.02)$$

The posterior estimates were obtained by drawing $M = 50,000$ samples after the initial 5,000 samples were discarded in the burn-in period. The complete results can be found in Appendix Apêndice A. In general, both alternative specifications led to similar results in comparison to the chosen priors in Section 2.1. As Figure A.2 and Figure A.3 show that the sample paths look stable and the sample autocorrelations drop stably, the sampling method efficiently generates uncorrelated samples. These results are corroborated by Table A.1 and Table A.2 since the CD statistics imply that the null hypothesis of convergence to the posterior distribution is not rejected at the 10% significance level for both alternative prior sets. Moreover, the Inefficiency factors are rather low on both specifications.

The obtained results robustly confirm the downward trend of the stochastic volatility in the sample period, thus reaffirming the stable macroeconomic profile in the recent years. Posterior estimates for simultaneous relations also displayed a robust behavior in comparison to the baseline TVP-VAR model. Ergo, the robustness tests evolve consistently with the previous results.

4 Conclusions

In this paper we presented empirical evidences of the relationship between government spending and private consumption in Brazil. We estimated a vector autoregression model with drifting coefficients and stochastic volatility for Brazil over the period 1996:Q1–2014:Q2.

The findings suggest that the effectiveness of spending shocks in stimulating economic activity has increased since 2007, depicting positive Keynesian multipliers. The estimated time-varying impulse responses of GDP growth rate also shows higher persistence in the recent years. However, these positive effects are only sustained on the short-run. Regarding private consumption, the results further suggest a *crowding-in* effect, despite the decrease of the initial positive response over the sample. In general, the latter results are in line with the recent literature on fiscal policy (Mendonça et al. 2009, Peres 2012, Soave & Sakurai 2012). Moreover, we document that the estimated effects of government spending growth rate shocks on private consumption growth rate seem rather time-invariant during this period.

By comparing time-invariant impulse responses of a Bayesian VAR (BVAR) with their time-varying counterpart, we were further able to provide empirical evidences that parameter uncertainty might be overcome with a TVP-VAR specification. Additionally, robustness analysis confirmed the downward trend of the stochastic volatility in the period, thus reaffirming that Brazil has steadily improved its macroeconomic stability in the recent years.

Referências Bibliográficas

Bachmann, R. & Sims, E. R. (2011), 'Confidence and the transmission of government spending shocks', *NBER Working Paper Series 17063*. National Bureau of Economic Research.

- Barro, R. J. (1974), 'Are governments bonds net wealth?', *Journal of Political Economy* **82**(6), 1095–1117.
- Barro, R. J. & King, R. G. (1984), 'Time-separable preferences and intertemporal-substitution models of business cycles', *Quarterly Journal of Economics* **99**(4), 817–839.
- Baxter, M. & King, R. G. (1993), 'Fiscal policy in general equilibrium', *American Economic Review* **83**(3), 315–334.
- Blanchard, O. J. (1985), 'Debt, deficits and finite horizons', *Journal of Political Economy* **93**(2), 223–247.
- Blanchard, O. J. & Perotti, R. (2002), 'An empirical characterization of the dynamic effects of changes in government spending and taxes on output', *Quarterly Journal of Economics* **117**(4), 1329–1368.
- Caldara, D. & Kamps, C. (2008), 'What are the effects of fiscal policy shocks? a VAR-based comparative analysis', *Working Paper Series 877*. European Central Bank.
- Canova, F. (1993), 'Modeling and forecasting exchange rates using a Bayesian time varying coefficient model', *Journal of Economic Dynamics and Control* **17**, 233–262.
- Carvalho, F. A. & Valli, M. (2010), An estimated DSGE model with government investment and primary surplus rule: The Brazilian case, in 'XXXII Encontro Brasileiro de Econometria', Sociedade Brasileira de Econometria.
- Coenen, G. & Straub, R. (2005), 'Does government spending crowd in private consumption? Theory and empirical evidence for the Euro area', *Working Paper Series 513*. European Central Bank.
- Cogan, J. F., Cwik, T., Taylor, J. B. & Wieland, V. (2010), 'New Keynesian versus old Keynesian government spending multipliers', *Journal of Economic Dynamics and Control* **34**, 281–295.
- Cogley, T. & Sargent, T. (2005), 'Drifts and volatilities: Monetary policies and outcomes in the post WWII U.S.', *Review of Economic Dynamics* **8**(2), 262–302.
- Cwik, T. & Wieland, V. (2011), 'Keynesian government spending multipliers and spillovers in the Euro area', *Economic Policy* **67**, 493–549.
- Dickey, D. & Fuller, W. (1981), 'Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root', *Econometrica* **49**, 1057–1072.
- Fatás, A. & Mihov, I. (2001), 'The effects of fiscal policy on consumption and employment: Theory and evidence', *CEPR Discussion Papers 2760*.
- Fisher, J. D. M. & Peters, R. (2009), 'Using stock returns to identify government spending shocks', *Working Paper Series 03*. Federal Reserve Bank of Chicago.
- Forni, L., Monteforte, L. & Sessa, L. (2009), 'The general equilibrium effects of fiscal policy: Estimates for the Euro area', *Journal of Public Economics* **93**(3/4), 559–585.

- Freitas, M. C. P. (2009), 'Os efeitos da crise global no Brasil: aversão ao risco e preferência pela liquidez no mercado de crédito', *Estudos Avançados* 23(66), 125–145.
- Furceri, D. & Mourougane, A. (2010), 'The effects of fiscal policy on output: A DSGE analysis', *OECD Economics Department Working Papers* 770. OECD Publishing.
- Galí, J., López-Salido, J. D. & Vallés, J. (2007), 'Understanding the effects of government spending on consumption', *Journal of the European Economic Association* 5(1), 227–270.
- Geweke, J. (1992), Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, in J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid & A. F. M. Smith, eds, 'Bayesian Statistics', Vol. 4, New York: Oxford University Press, pp. 169–188.
- Gomes, F. A. R. (2004), 'Consumo no Brasil: teoria da renda permanente, formação de hábito e restrição à liquidez', *Revista Brasileira de Economia* 58(3), 381–402.
- Hamilton, J. (1989), 'A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle', *Econometrica* 57(2), 357–384.
- Hamilton, J. (2010), Macroeconomics and ARCH, in T. Bollerslev, J. R. Russell & M. Watson, eds, 'Festschrift in Honor of Robert F. Engle', Oxford University Press, pp. 79–96.
- Hansen, N. J. H. & Sullá, O. (2013), 'Credit growth in Latin America: Financial development or credit boom?', *IMF Working Papers* 13/106. International Monetary Fund.
- Ilzetzki, E., Mendoza, E. G. & Végh, C. (2013), 'How big (small?) are fiscal multipliers?', *Journal of Monetary Economics* 60(2), 239–254.
- Kirchner, M., Cimadomo, J. & Hauptmeier, S. (2010), 'Transmission of government spending shocks in the Euro area: Time variation and driving forces', *Working Paper Series* 1219. European Central Bank.
- Koop, G. & Korobilis, D. (2010), 'Bayesian multivariate time series methods for empirical macroeconomics', *Foundations and Trends in Econometrics* 2, 267–358.
- Koop, G., Leon-Gonzalez, R. & Strachan, R. W. (2009), 'On the evolution of the monetary policy transmission mechanism', *Journal of Economic Dynamics and Control* 33, 997–1017.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P., Schmidt, P. & Shin, J. (1992), 'Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root', *Journal of Econometrics* 54, 159–178.
- Linnemann, L. (2006), 'The effect of government spending on private consumption: a puzzle?', *Journal of Money, Credit and Banking* 38(7), 1715–1736.
- Linnemann, L. & Schabert, A. (2003), 'Fiscal Policy in the New Neoclassical Synthesis', *Journal of Money, Credit and Banking* 35(6), 911–929.

Lucas, R. E. (1976), 'Econometric policy evaluation: a critique', *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* **1**, 19–46.

Mankiw, G. N. & Summers, L. H. (1984), 'Do long-term interest rates overreact to short-term interest rates?', *NBER Working Paper* **1345**. National Bureau of Economic Research.

Mankiw, N. G. (2000), 'The savers-spenders theory of fiscal policy', *American Economic Review* **90**(2), 120–125.

Mendonça, M. J. C., Medrano, L. A. T. & Sachsida, A. (2009), 'Avaliando os efeitos da política fiscal no Brasil: resultados de um procedimento de identificação agnóstica', *Texto para Discussão* **1377**. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

Mountford, A. & Uhlig, H. (2009), 'What are the effects of fiscal policy shocks?', *Journal of Applied Econometrics* **24**(6), 960–992.

Nakajima, J. (2011), 'Time-varying parameter VAR model with stochastic volatility: an overview of methodology and empirical applications', *Discussion Paper* **E-9**. Institute for Monetary and Economic Studies (IMES).

Nakajima, J., Kasuya, M. & Watanabe, T. (2009), 'Bayesian analysis of time-varying parameter vector autoregressive model for Japanese economy and monetary policy', *Discussion Paper* **E-13**. Institute for Monetary and Economic Studies (IMES).

Pereira, M. C. & Lopes, A. S. (2010), 'Time-varying fiscal policy in the U.S.', *Working Papers* **21**. Banco de Portugal, Economics and Research Department.

Peres, M. A. F. (2012), *Dinâmica dos Choques Fiscais no Brasil*, Doutorado, Universidade de Brasília - UnB.

Perotti, R. (2002), 'Estimating the effects of fiscal policy in OECD countries', *Working Paper Series* **168**. European Central Bank.

Perotti, R. (2007), 'In search of the transmission mechanism of fiscal policy', *NBER Working Paper Series* **13143**. National Bureau of Economic Research.

Primiceri, G. (2005), 'Time-varying structural vector autoregressions and monetary policy', *Review of Econometric Studies* **72**, 821–852.

Ramey, V. A. (2008), 'Identifying government spending shocks: it's all in the timing', *NBER Working Paper* **15464**. National Bureau of Economic Research.

Ratto, M., Röger, W. & in't Veld, J. (2009), 'Quest III: An estimated open-economy DSGE model of the Euro area with fiscal and monetary policy', *Economic Modelling* **26**(1), 222–233.

Ravn, M., Schmitt-Grohé, S. & Uribe, M. (2006), 'Deep habits', *Review of Economic Studies* **73**(1), 195–218.

Reis, E., Issler, J. V., Blanco, F. & Carvalho, L. (1998), 'Renda permanente e poupança precaucional: evidências empíricas para o Brasil no passado recente', *Pesquisa e Planejamento Econômico* **28**(2), 233–272.

Silva, A. M. A. & Cândido Júnior, J. O. (2009), 'Impactos macroeconômicos dos gastos públicos na América Latina', *Texto para Discussão* 1434. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

Silva, F. S. & Portugal, M. S. (2010), Impacto de choques fiscais na economia brasileira: uma abordagem DSGE, in 'XXXII Encontro Brasileiro de Econometria', Sociedade Brasileira de Econometria.

Sims, C. A. (1980), 'Macroeconomics and reality', *Econometrica* 48(1), 1–48.

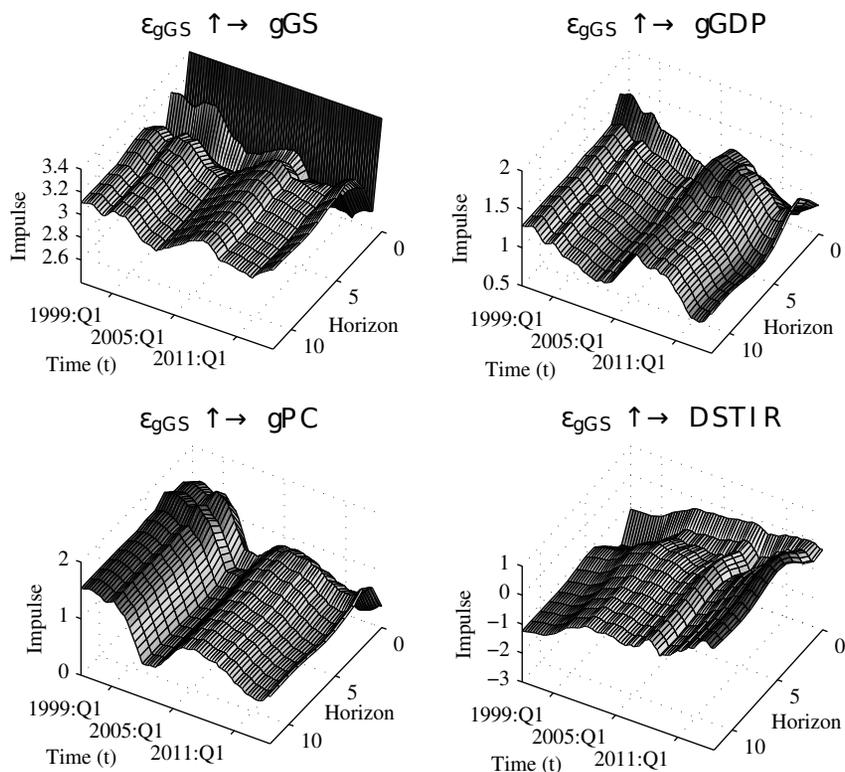
Smets, F. & Wouters, R. (2003), 'An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the Euro area', *Journal of the European Economic Association* 1(5), 1123–1175.

Soave, G. P. & Sakurai, S. N. (2012), Uma análise da relação de longo prazo entre o consumo privado e os gastos do governo: Evidências de países desenvolvidos e em desenvolvimento, in 'XL Encontro Nacional de Economia (ANPEC)', Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia.

Steter, E. R. (2013), Expansão do Crédito e Suavização do consumo na economia brasileira, Mestrado, Fundação Getúlio Vargas - FGV.

Tagkalakis, A. (2008), 'The effects of fiscal policy on consumption in recessions and expansions', *Journal of Public Economics* 92(5–6), 1486–1508.

Apêndice A Supplementary Figures and Tables



Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Only median responses are reported.

Figure A.1: Accumulated Time-Varying Impulse Responses

Tabela A.1: Estimation Results of Selected Parameters in the TVP-VAR model – First Prior Set – Robustness Check

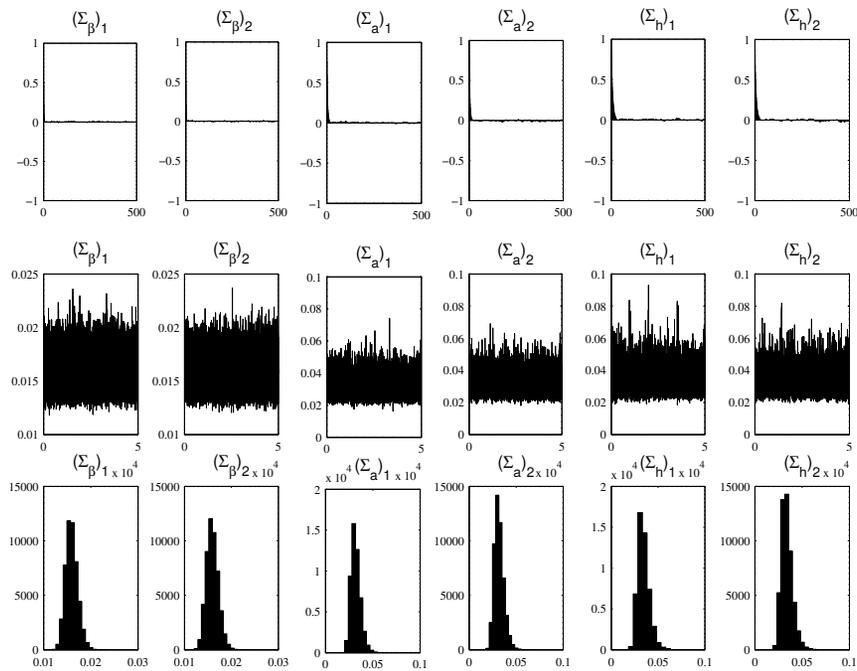
Parameter	Mean	Std. Dev.	95% Interval	CD	Inefficiency
$(\Sigma_{\beta})_1$	0.0159	0.0013	[0.0137;0.0187]	0.407	2.78
$(\Sigma_{\beta})_2$	0.0159	0.0013	[0.0137;0.0187]	0.422	2.78
$(\Sigma_a)_1$	0.0319	0.0051	[0.0238;0.0436]	0.829	9.24
$(\Sigma_a)_2$	0.0319	0.0051	[0.0238;0.0435]	0.496	7.38
$(\Sigma_h)_1$	0.0345	0.0063	[0.0249;0.0488]	0.675	14.74
$(\Sigma_h)_2$	0.0339	0.0060	[0.0247;0.0479]	0.932	12.89

Notes: The term “Std. Dev.” refers to the standard deviation.

Tabela A.2: Estimation Results of Selected Parameters in the TVP-VAR model – Second Prior Set – Robustness Check

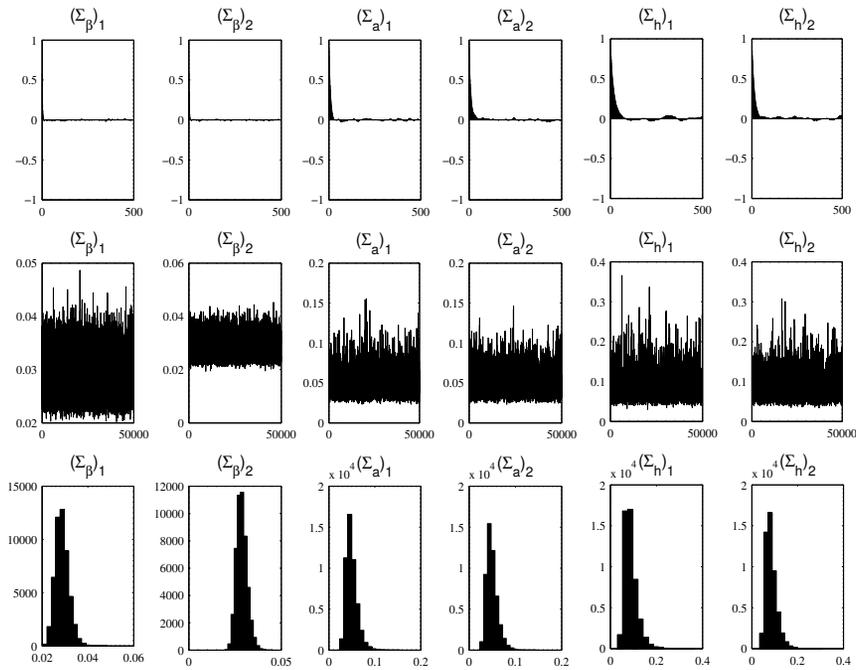
Parameter	Mean	Std. Dev.	95% Interval	CD	Inefficiency
$(\Sigma_\beta)_1$	0.0287	0.0029	[0.0237;0.0349]	0.459	3.45
$(\Sigma_\beta)_2$	0.0287	0.0030	[0.0236;0.0352]	0.106	4.60
$(\Sigma_a)_1$	0.0498	0.0124	[0.0322;0.0800]	0.716	17.38
$(\Sigma_a)_2$	0.0494	0.0121	[0.0321;0.0791]	0.581	14.57
$(\Sigma_h)_1$	0.0895	0.0297	[0.0516;0.1627]	0.603	36.33
$(\Sigma_h)_2$	0.0832	0.0243	[0.0497;0.1428]	0.114	33.30

Notes: The term “Std. Dev.” refers to the standard deviation.



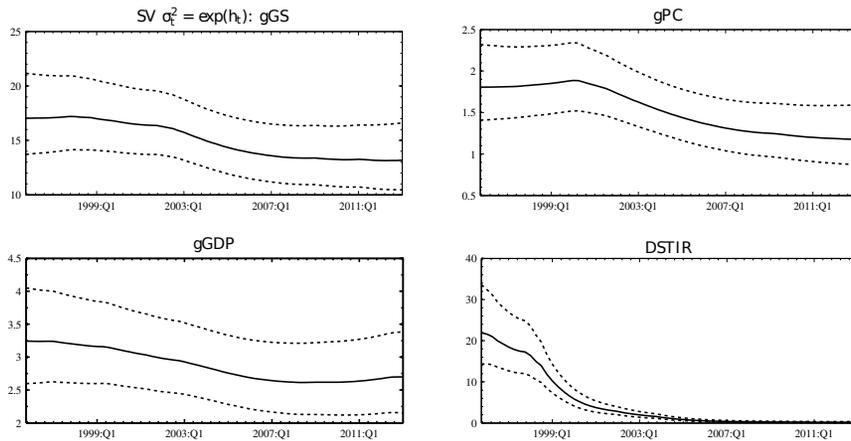
Notes: Sample autocorrelations (top), sample paths (middle) and posterior densities (bottom).

Figure A.2: Estimation Results of Selected Parameters in the TVP-VAR model – First Prior Set – Robustness Check



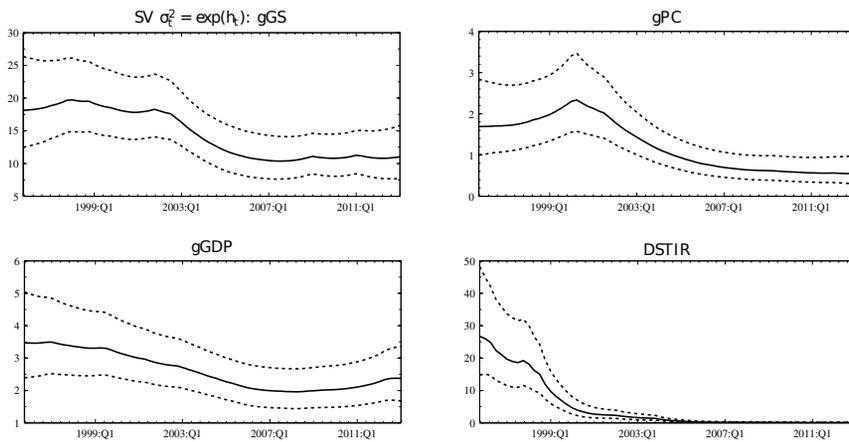
Notes: Sample autocorrelations (top), sample paths (middle) and posterior densities (bottom).

Figure A.3: Estimation Results of Selected Parameters in the TVP-VAR model – Second Prior Set – Robustness Check



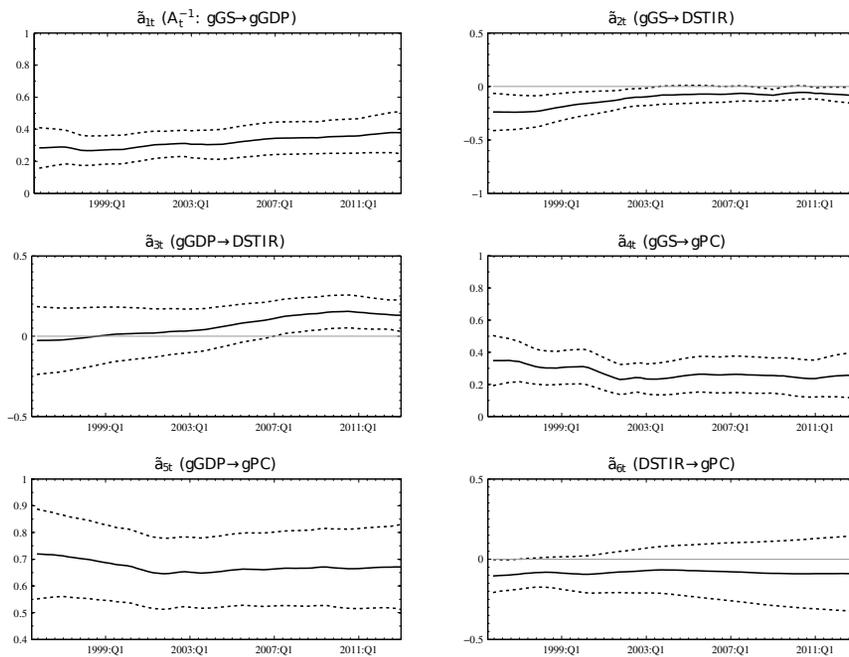
Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Only median responses are reported. Posterior mean (solid line) and 95% credible intervals (dotted line).

Figure A.4: Posterior Estimates for Stochastic Volatility – First Prior Set – Robustness Check



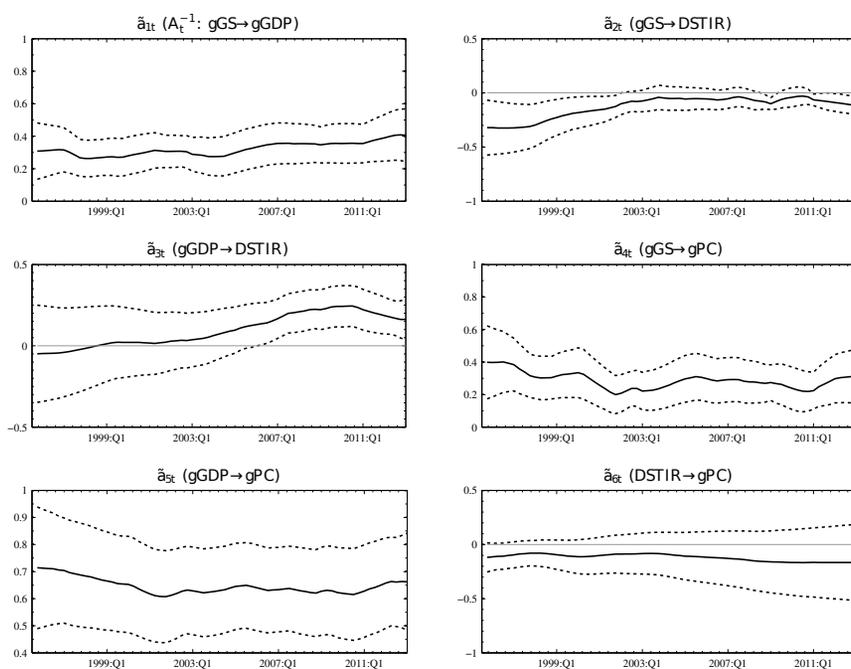
Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Only median responses are reported. Posterior mean (solid line) and 95% credible intervals (dotted line).

Figure A.5: Posterior Estimates for Stochastic Volatility – Second Prior Set – Robustness Check



Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Only median responses are reported. Posterior mean (solid line) and 95% credible intervals (dotted line).

Figure A.6: Posterior Estimates for Simultaneous Relations – First Prior Set – Robustness Check



Notes: The terms gGS, gPC and gGDP refer to government spending, private consumption and GDP growth rates, respectively. DSTIR is the short-term interest rate in its first difference. Only median responses are reported. Posterior mean (solid line) and 95% credible intervals (dotted line).

Figura A.7: Posterior Estimates for Simultaneous Relations – Second Prior Set – Robustness Check

DEPENDENCE ANALYSIS OF ETHANOL, SUGAR, OIL, BRL/USD EXCHANGE RATE AND BOVESPA: A VINE COPULA APPROACH

ANDERSON GOMES RESENDE *
OSVALDO CANDIDO †

Resumo

Este trabalho tem por objetivo analisar a relação de dependência entre o setor sucroalcooleiro (representado por Etanol e Açúcar), Petróleo, Taxa de Câmbio R\$/US\$ e o mercado acionário brasileiro (representado pelo índice BOVESPA). A metodologia utilizada é baseada em pair-cópuas e são comparadas três especificações: Regular Vine, a forma mais geral, e dois casos particulares Vine Canônico e Drawable vine. Os resultados obtidos indicaram relações de dependência alinhadas com a literatura existente, mas mostraram que estas relações se alteram significativamente quando a dependência condicional é levada em conta.

Palavras-chave: Commodities; Bio-combustíveis; Dependência multivariada; R-Vine cópuas.

Abstract

The aim of this study is to assess the dependence relationship of the sugarcane sector (represented by Ethanol and Sugar), Oil, BRL/USD Exchange Rate and Brazilian stock market (represented by the BOVESPA – Bolsa de Valores de São Paulo – Index). Our methodology is based on pair-copulas constructions, in which tree specification are compared: Regular Vine, more general, and two particular cases, Canonical vine (C-vine) and Drawable vine (D-vine). Primary results are shown to be aligned with the existing literature but they can change significantly when conditional dependence is taken into account.

Keywords: Commodities; Biofuels; Multivariate dependence; Regular-vine Copulas.

JEL classification: C46, C58, G10.

DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1413-8050/ea130174>

* Centrais Elétricas do Norte do Brasil S.A. - Eletrobras Eletronorte. E-mail: andersonresende@gmail.com

† Graduate Program of Economics - Catholic University of Brasilia. E-mail: osvaldoc@ucb.br

1 Introduction

In recent years interest regarding renewable fuels has increased around the world, mainly because of their potential of substituting fossil fuels. Some factors have contributed to consolidate these biofuels as a feasible substitute for fossil fuels: the increase of petroleum prices and the debate concerning global warming where the influence of CO₂ emissions in this process plays an important role.

The production of biofuels, though still small, has increased steadily due to the adoption by many countries of goals for substituting part of their consumption of fossil fuels for renewable ones. The most consolidated initiatives nowadays, ethanol and biodiesel, which are planned to substitute gasoline and diesel oil, respectively, use mostly agro-commodities like corn, wheat, rye, sugar cane, soy and sunflower.

The investigation of how commodity prices interact with fuel prices is of utmost importance, but the conclusions regarding this process are not unanimous. There are those who advocate that biofuel production generates price distortions in the food market, while others state just the opposite. Mitchell (2008) highlights some difficulties in the comparison of different studies on that subject. According to him, the estimates can differ widely due to the different periods of time considered, different prices (export/import, wholesale, retail), and the focus given to different food products. Besides these, the analysis depends on the currency in which the prices are expressed, and if the increase of prices is adjusted by inflation (real) or not (nominal). Another point considered is that different methodologies probably lead to different results.

However, the understanding of how market prices of commodities (agricultural, fuel, currencies) related to each other, and how these prices influence and/or are influenced by other asset prices, such as stock market prices is very important for investors when they are setting portfolios and for producers and policy makers, when deciding about production and incentives policies. For example, considering that commodities are drilled, dug, produced and refined by companies with public traded stocks, the investors' decisions in the stock market can affect commodity prices and their availability throughout the economy. Also, commodity prices and availability can affect stock prices not only of commodity producing companies, but also of companies in other industries.

Therefore, this paper aims to assess the dependence relationship of the sugarcane market (sugar and ethanol prices), oil prices, the Brazilian Real to the USA Dollar (BRL/USD) exchange rate and the Brazilian Stock Exchange Index (Bolsa de Valores de São Paulo - BOVESPA index).

Several methodologies with different approaches have been used to study the dependence among the aforementioned variables in the literature; some of them consider the possibility of a nonlinear relationship. Balcombe & Rapso-manikis (2008), using a sample for weekly Brazilian Real dominated prices for oil, ethanol and sugar in Brazil, from July 2000 to May 2006, estimate a Bayesian Error Correction Model (ECM) based on MCMC (a Bayesian Markov Chain Monte Carlo). The results suggest that oil prices are a long term determinant of sugar prices. They also conclude that the price adjustment process for sugar and ethanol in response to oil prices movement is nonlinear, while adjustment between sugar and ethanol is linear. But, the authors use a bivariate approach which may not adequately capture the joint effect of these

variables.

Serra, Zilberman, Gil & Goodwin (2011) model United States daily futures prices of corn, ethanol and oil for the period from July 21, 2005 to May 15, 2007 with a Smooth Transition Vector Error Correction Model (STVECM). The co-integration tests performed support the existence of a (single) long-term relationship between corn, ethanol, and oil prices. Their results also suggest regime changes on that relationship, especially from the strong rise in ethanol prices in mid-2006. From generalized impulse response functions the authors find that a shock in the oil and corn prices, when the system is far from its equilibrium, has an effect on ethanol prices in the same direction.

In addition to the previously mentioned studies, there is a huge amount of literature based on Vector Autoregression and Vector Error Correction (VAR/VEC) analyzing prices interaction. Zhang et al. (2010) explore biofuel impact on global prices of agricultural commodities from a short- and long-term perspective. They use monthly prices for commodities, such as corn, rice, soybeans, sugar, and wheat along with ethanol fuel, gasoline, and oil prices from March 1989 to July 2008. The results indicate no direct relationship between long-term fuel prices and agricultural commodities prices, but concerning short term price movements, sugar prices affect all other agricultural commodities prices, except for rice.

Campos (2010) is another author that investigates the determinants of ethanol and sugar prices in a global context. More specifically, she analyses the impact of international ethanol, sugar, and oil prices on Brazilian (domestic) prices and the BRL/USD real exchange rate. It is concluded that the domestic sugar price can be significantly predicted by the international sugar price and by the BRL/USD real exchange rate and that ethanol is influenced by both domestic and international sugar prices.

There is another literature stream that takes into account the presence of conditional heteroskedasticity in the price series and adds this to VAR/VEC-like models. Serra, Zilberman & Gil (2011), for instance, use the multivariate GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) model to investigate changes in price volatility and volatility spillovers in the ethanol industry. An interesting fact is that the authors estimate the co-integration relationship for the price series and the multivariate GARCH parameters jointly. They use weekly data series that range from July 2000 to February 2008 for crude oil international prices and Brazilian market prices for sugar and ethanol. The results indicate that oil and ethanol prices are positively related in the long run. Moreover, the empirical analysis suggests that oil prices not only affect the price levels of ethanol, but also their volatility. Thus, the volatility increase in the oil prices increases ethanol price volatility. Ethanol prices in turn have some impact on sugar prices, which leads to an indirect transmission of oil price volatility to sugar prices.

Zhang et al. (2009), apply the same combination VAR/VEC - Multivariate GARCH model for United States data that comprise weekly series of ethanol, corn, soybean, gasoline, and oil prices for the period from March 1989 to December 2007. Their results indicate that the gasoline prices directly affect ethanol and oil prices. Furthermore, the results also suggest that there is no long-run relationship among fuel prices (oil, ethanol, and gasoline) and agricultural commodities (corn and soybeans). Concerning the ethanol effects on corn and soybean prices, ethanol seems to influence the price level of long-term equilibrium of those commodities. Trujillo-Barrera et al. (2011) use daily

prices for ethanol, corn and oil for the US market (from 2006 to 2011) and find that oil price volatility does influence ethanol and corn prices in opposition to that found by Zhang et al. (2010). According to the former authors, the effect of the crude oil price volatility on ethanol and corn price volatility is around 20%, but in periods of great turbulence in the oil market, this effect can reach 50%.

Another approach for the dependence analysis of random variables which has been widely used is the copula-based one. But there are just a few applications of copula-based models to assess the commodities-fuel-exchange rate relationship in the sense we have discussed so far. In Serra & Gil (2012), for instance, an Error Correction copula-GARCH model is used to verify the bio-fuels ability to reduce fuel price fluctuations. The authors model the dependence between weekly prices of crude oil, biodiesel, and diesel in Spain from November 2006 to October 2010. The dependence parameters implied by Gaussian and Symmetrized Joe-Clayton (SJC) copulas are obtained for crude oil-biodiesel and crude oil-diesel separately. The results indicate that the dependence between crude oil and biodiesel is higher in the lower tail than in the upper tail, suggesting asymmetry to the left, while crude oil-diesel dependence tends to be symmetric. The authors conclude that biodiesel protects consumers against crude oil price increases and diesel does not. Similar results are found by Reboredo (2011) and Gregoire et al. (2008), also using copula modeling in the energy market. Nevertheless, these authors use bivariate copulas which cannot take into account the conditional dependence of all variables jointly. In this case, one may obtain misleading results.

Considering the discussion so far, the main goal of this work is to assess the dependence structure among sugar, ethanol, and oil prices, the Brazilian Real to USA Dollar (BRL/USD) exchange rate and the Brazilian Stock Exchange Index (Bolsa de Valores de São Paulo - BOVESPA index) jointly through Regular Vine Copulas.

Joe (1996) originally introduces a method for constructing multivariate distributions based on pair-copulas. Bedford & Cooke (2001, 2002) propose the use of vine diagrams to organize these pair-copula decompositions. The method consists of decomposing a multivariate density in a cascade of bivariate copulas and their marginal densities. These Vine Copula models allow us to model the dependence structure among random variables in a more flexible and realistic way, since it is possible to specify joint distributions using copula functions that can be asymmetric and tailored, allowing for a wide range of nonlinear dependence without suffering the curse of dimensionality problems that arise when modeling data in high-dimensional spaces.

Despite having very interesting features, to be detailed later, vine copula models are still not widespread because of their recent development. Therefore, one of the main contributions of this work is the vine copula application, in which three specifications are considered: R-vine (Regular vine), the most general form, and two particular cases C-vine (Canonical vine) and D-vine (Drawable vine). This paper is divided into five sections besides this brief introduction. Section 2 describes pair-copula construction and its regular-vine representation along with some estimation and selection criteria issues. Section 3 shows the dataset and results for the empirical application. Lastly, some concluding remarks are presented.

2 Pair-copula model

Sklar's Theorem states that every multivariate cumulative probability distribution function F with marginals F_1, \dots, F_n may be written as

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \quad (1)$$

In terms of the joint probability density function f , for an absolutely continuous F with strictly increasing continuous margins F_1, \dots, F_n , we have

$$f(x_1, \dots, x_n) = c_{12\dots n}(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \cdot f_1(x_1) \cdots f_n(x_n) \quad (2)$$

As highlighted in Aas et al. (2009), the joint probability density function f can be factorized as

$$f(x_1, \dots, x_n) = f_n(x_n) \cdot f(x_{n-1}|x_n) \cdot f(x_{n-2}|x_{n-1}, x_n) \cdots f(x_1|x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

and each marginal conditional density can be written in terms of pair-copulas using

$$f(x|\mathbf{v}) = c_{xv_j|\mathbf{v}_{-j}}(F(x|\mathbf{v}_{-j}), F(v_j|\mathbf{v}_{-j})) \cdot f(x|\mathbf{v}_{-j}) \quad (4)$$

for a vector \mathbf{v} with dimension n . Here v_j is an arbitrarily chosen component of \mathbf{v} and \mathbf{v}_{-j} corresponds to the vector \mathbf{v} excluding this component. It follows that the multivariate density function with dimension n can be decomposed into its marginal densities and a set of bivariate copulas. The pair-copula decomposition involves marginal conditional distributions of the form $F(x|\mathbf{v})$. Joe (1996) showed that:

$$F(x|\mathbf{v}) = \frac{\partial C_{x, v_j|\mathbf{v}_{-j}}(F(x|\mathbf{v}_{-j}), F(v_j|\mathbf{v}_{-j}))}{\partial F(v_j|\mathbf{v}_{-j})} \quad (5)$$

2.1 Regular vine copulas

This section presents and summarizes some results and definitions from Dissmann et al. (2013). An R-vine on n elements is a nested set of $n - 1$ trees such that the edges of tree j become the nodes of tree $j + 1$. The proximity condition insures that two nodes in tree $j + 1$ are only connected by an edge if these nodes share a common node in tree j . We notice that the set of nodes in the first tree contains all indexes $1, \dots, n$, while the set of edges is a set of $n - 1$ pairs of those indexes. In the second tree the set of nodes contains sets of pairs of indexes and the set of edges is built of pairs of indexes, etc.

Formally, an R-vine structure is defined as (Bedford & Cooke 2002)

Definition 1 *R-Vine Copula Specification* (F, V, B) is an R-vine copula specification if $F = (F_1, \dots, F_n)$ is a vector of continuous invertible distribution functions, V is an n -dimensional R-vine and $B = \{B_e | i = 1, \dots, i - 1; e \in E_i\}$ is a set of copulae with B_e being a bivariate copula, a so-called pair-copula.

A pdf related to the R-vine copula above is given by the product of conditional and unconditional copulas of each edge.

Theorem 1 Let (F, V, B) be an R-vine copula specification on n elements. There is a unique distribution F that realizes this R-vine copula specification with density

$$c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) = \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{e \in E_i} c_{j(e), k(e)|D(e)}(F(x_{j(e)}|x_{D(e)}), F(x_{k(e)}|x_{D(e)})) \quad (6)$$

where $x_{D(e)}$ is the sub-vector $x = (x_1, \dots, x_n)$ indicated by the indexes in the variable $D(e)$.

For C- and D-vines the density (6) can be rewritten in a more convenient way. As in Aas & Berg (2009), and Brechmann & Czado (2013), the canonical vine (C-vine) is a special case of the R-vines class that contains a node with the maximum degree in each tree forming a star structure. In a canonical vine, there are $n - 1$ hierarchical trees with increasing conditional sets and a key variable located at the root of the tree, and there are $n(n - 1)/2$ bivariate copulas.

The drawable vine (D-vine) consists of $n - 1$ hierarchical trees, with path structures in their sequences and increasing conditional sets, and $n(n - 1)/2$ edges corresponding to each pair-copula.

2.2 Pair-copula model: specification

Dissmann et al. (2013) provides a complete inference procedure for pair-copula decomposition. The procedure consists of the following steps:

- a) select an R-vine structure (i.e., unconditional and conditional pairs of variables);
- b) select for each pair in a) a bivariate copula family (a pair-copula specification);
- c) estimate all pair-copula parameters.

When modeling low-dimension specifications (e.g. 3 or 4 random variables), it is possible to estimate the parameters of all pairs in the decomposition and compare the resulting log-likelihood. However, in practice, this can become impossible for high-dimension problems.

Thus, following the Dissmann et al. (2013) procedure, in order to choose all pair-copulas and construct the vine structure, one must consider which bivariate relations are of most importance to model explicitly and let this determine which decomposition is to be used. The main purpose is to concentrate stronger dependences in the first trees, since these dependences are also the most important to model explicitly and precisely. Among the aforementioned three structures, the R-vine and the D-vine are more flexible than the C-vine, because the latter specifies relations between all variables and a key variable and the former one can freely choose which pair to model.

For each pair-copula, the empirical Kendall's tau (τ) is computed. It does not depend on distributional assumptions, being particularly useful in this case where different combinations of copula families are used. The empirical Kendall's tau is given by

$$\tau_T = \frac{P_T - Q_T}{\binom{T}{2}} = \frac{4}{T(T-1)}P_T - 1, \tau \in [-1, 1], \quad (7)$$

where P_T and Q_T are the number of concordant and discordant observation pairs respectively.

The empirical Kendall's tau is used as a criterion choice for the trees. The tree that is chosen is that which has the sum of the absolute value of all Kendall's tau, for the set of pair-copulas in each specific tree, maximized.

Once the decomposition is chosen, the next step is to specify a parametric copula function, or family, for each pair-copula. The resulting multivariate joint distribution is valid if the copula family that best fits the data is chosen for each pair-copula. To choose the most appropriate copula family the Akaike Information Criterion (AIC) is used. The selection procedure consists in assigning an AIC value for each estimated copula function and then selecting that with the lowest AIC. This process is described in Brechmann & Czado (2013). By using an independence test based on Kendall's tau, it is possible to specify the product (independence) copula for some pair-copulas. Taking into account that the Kendall's tau statistic is normal distributed¹ with zero mean and variance $2(2T + 5)/(9T(T - 1))$, under the null hypothesis of independence, independence is rejected with significance of 5% if

$$\sqrt{\frac{9T(T - 1)}{2(2T + 5)}} |\tau_T| > 1,96. \tag{8}$$

Otherwise, if the test indicates independence for any pair-copula, there is no need to evaluate other copula families. One can choose the independence copula in this case.

2.3 Estimation and inference

After adequately choosing all pair-copulas and specifying their respective copula families it is possible to proceed to the estimation of the vine copula parameters by using the log-likelihood function associated to that. For the an R-vine general specification the log-likelihood is

$$\sum_{i=1}^T \sum_{l=1}^{n-1} \sum_{e \in E_l} \ln [c_{j(e),k(e)|D(e)}(F(u_{i,j(e)}|u_{i,D(e)}), F(u_{i,k(e)}|u_{i,D(e)}) | \theta_{j(e),k(e)|D(e)})]. \tag{9}$$

Considering the fact that it is common to find tail dependence in financial returns, in addition to the theoretical Kendall's tau implied by the copula family, the upper, λ_U , and lower, λ_L , tail dependence coefficients are also computed when possible. The population version of Kendall's tau for X and Y is given by

$$\begin{aligned} \tau_{X,Y} &= P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0] \\ &= 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dC(u, v) - 1, \end{aligned} \tag{10}$$

where C is the copula of X and Y .

Concerning tail dependence coefficients, if a bivariate copula C is such that $\lim_{u \rightarrow 1} \frac{1 - 2u + C(u, u)}{1 - u} = \lambda_U$ exists, then C has upper tail dependence if $\lambda_U \in (0, 1]$. Similarly, if C is such that $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u, u)}{u} = \lambda_L$ exists, then C has lower tail dependence if $\lambda_L \in (0, 1]$.

A tail dependence measure gives us the probability that both variables are located in the upper (or lower) tail of a joint distribution function. With this one can infer simultaneous extreme co-movements.

¹See Genest & Favre (2007) and Gregoire et al. (2008) for more details.

2.4 Choice among vine-copulas models

In order to make comparisons among R-vine, C-vine and D-vine structures, the Vuong test is applied. Let c_1 and c_2 be two vine specifications to be compared in terms of their density functions with parameters θ_1 and θ_2 . The standard sum, v , of the log-difference of punctual probabilities, $m_i = \log \left[\frac{c_1(u_i|\hat{\theta}_1)}{c_2(u_i|\hat{\theta}_2)} \right]$ for observations $u_i \in [0, 1], i = 1, \dots, T$, is given by

$$v = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^N m_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (m_i - \bar{m})^2}}. \quad (11)$$

Vuong (1989) shows that v is asymptotically standard normal distributed. Defining the null hypothesis as $H_0 : E[m_i] = 0 \forall i = 1, \dots, T$, the model c_1 is chosen instead of c_2 with significance α if $v > \Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)$, where Φ^{-1} is the standard normal inverse. If $v < -\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)$, the Vuong test is inconclusive. Like the AIC and BIC criteria, the Vuong statistic can be corrected by the number of parameters in the model. There are two possibilities of correction, Akaike and Schwarz which correspond, respectively, to the penalty terms of AIC and BIC. Here the Vuong statistic calculated with no correction, AIC and BIC corrected.

3 Results

3.1 Data

For the empirical application we used weekly time series of the Ethanol anhydrous (eth) price in USD/Litre and Sugar (sug), USD/50kg price for Crystal sugar, (both from the Center of Advanced Studies on Applied Economics – Luiz Queiroz College of Agriculture/University of São Paulo - CEPEA/ESALQ/USP)²; Oil (oil), Crude oil West Texas Intermediate (WTI) Cushing Oil Spot Price USD/BBL, the Brazilian Real to the US Dollar exchange rate (brus), provided by the Central Bank of Brazil (BCB), and BOVESPA index (bov), index of the Brazilian stock exchange (Bolsa de Valores de São Paulo- BM& F/BOVESPA). The sample size has 639 data points and spans from July 13, 2000 to October 4, 2012.

The inclusion of the variable oil price when performing studies related to the biofuel market is justified, since it is the primary energy input in the world which competes with ethanol and biodiesel. Sugarcane is the main input used in ethanol production in Brazil, so including sugar prices is justified. From the producer point of view sugar can be replaced by ethanol as the final output, i.e., producers are able to choose to produce any combination of sugar or ethanol, including only one of them, using sugarcane.

Oil, sugar, and ethanol are internationally traded commodities, so the BRL/USD exchange rate is of great importance for both Brazilian decision makers (producers and government) and investors around the world. And lastly, since financial markets are connected, the Brazilian stock market performance can play a role in affecting the aforementioned variables.

²Centro de Estudos de Economia Aplicada – Escola de Agricultura Luiz Queiroz (CEPEA/ESALQ/ USP).

Table 1 shows the summary of statistics of log-returns for the five time series presented above. It can be seen that all series are far from being unconditionally normal distributed. Except for sugar, all series present positive excess of kurtosis, suggesting that their distributions are leptokurtic, i.e., they are heavy-tailed. The negative excess of kurtosis for sugar indicates its distribution has slender tails. Ethanol, oil, and BOVESPA have a negative asymmetry coefficient, which suggests that negative returns are more frequently observed than positive ones, while sugar and the BRL/USD exchange rate has a positive asymmetry coefficient.

Table 1: Summary of statistics

Variable	eth	sug	oil	brus	bov
Mean	0,00090	0,00112	0,00168	0,00018	0,00195
Median	0,00205	0,00110	0,00514	-0,00124	0,00531
Maximum	0,24164	0,13906	0,30305	0,10957	0,16842
Minimum	-0,28174	-0,20151	-0,26199	-0,14157	-0,22324
Standard deviation	0,04414	0,03963	0,05416	0,02309	0,04044
Kurtosis	4,93558	1,89175	3,71946	6,26386	3,19551
Asymmetry	-0,07771	0,00197	-0,19145	0,18459	-0,24927

The negative asymmetry of oil, ethanol, and BOVESPA can be explained by the 2007/2009 sub-prime crisis period included in our sample, which has adversely impacted those returns. On one hand, oil and ethanol were affected by the decrease of the world demand and, on the other hand, foreign investors fled Brazil causing a decrease of the BOVESPA index and a depreciation of the Brazilian Real against the US dollar. This can explain the positive asymmetry of the BRL/USD exchange rate log-returns. Conversely, sugar prices have followed the great increase in agricultural commodity prices in the last years, explaining the greater frequency of positive returns for sugar in the sample.

3.2 Modeling marginal distributions

The margins F_1, \dots, F_n for the log-returns series in the empirical application, are modeled using an Autoregressive Moving Average, ARMA (P, d, Q), for the conditional mean, and a Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, GARCH (p, q), for the conditional variance. The parameter d is included to allow a fractionally integrated process in the conditional mean. Once a model for the marginal distributions is specified, the standardized residuals are taken to be used in the vine copula modeling.

To choose the appropriate order of the parameters P, Q in the mean and p, q in the variance the smallest integer that eliminates the autocorrelation in the standardized residuals and squared standardized residuals is used. In order to test for autocorrelation Ljung-Box Q statistic until lag 20 is used. The results for marginal distributions are presented in Table 2.

The results in Table 2 are those chosen among specifications with errors distributed as Standard Normal, Student-t with ν degree of freedom and Skewed-t with ν degree of freedom and asymmetry λ using log-likelihood ratio test and minimizing the AIC. The chosen models are: AR(2)-GARCH(1,1)-Student-t for ethanol, AR(4)-GARCH(1,1)-Student-t for sugar, Constant-GARCH(1,1)-

Table 2: Marginal modeling results

	eth	sug	oil	brus	bov
Constant	0,000803 (0,6735)	0,000517 (0,7853)	0,002776 (0,1408)	0,000518 (0,749)	0,002102 (0,1467)
d-ARFIMA	-	-	-	0,134837** (0,0164)	-
AR(1)	0,266403*** (0,000)	0,377456*** (0,000)	-	-0,165821** (0,0418)	-
AR(2)	0,100848** (0,0111)	0,131926*** (0,0047)	-	-	-
AR(3)	-	0,025231 (0,5691)	-	-	-
AR(4)	-	-0,083522** (0,0273)	-	-	-
ω	1,111257 (0,3115)	1,242364** (0,0107)	1,817989*** (0,0023)	0,220073** (0,0347)	0,594516* (0,0517)
α_i	0,216009** (0,0425)	0,314442*** (0,000)	0,088228*** (0,0003)	0,219238*** (0,0015)	0,082946*** (0,0007)
β_i	0,765395*** (0,0000)	0,618541*** (0,0000)	0,840578*** (0,0000)	0,7572*** (0,0000)	0,87977*** (0,0000)
ν_i	-	-	9,519557*** (0,0025)	5,653420*** (0,000)	10,821089** (0,0119)
λ_i	-	-	-0,250815*** (0,0001)	0,336824*** (0,0017)	-0,259935*** (0,000)
Q(20)	19,9487 (0,3357)	22,0921 (0,1402)	17,6624 (0,6096)	27,0131 (0,1043)	22,0392 (0,3383)
Q ² (20)	15,4504 (0,6308)	16,2468 (0,5753)	11,474 (0,8731)	10,2231 (0,9243)	11,68 (0,8633)
AIC	-3,755697	-4,050045	-3,196026	-5,145204	-3,732258
KS	0,984228	0,942038	0,701932	0,983834	0,793718
BERK	0,636946	0,605615	0,733342	0,458789	

Note:(***), (**), (*) - significant at 1%, 5%, 10% respectively, p-value between brackets. ω , α and β are the GARCH(1,1) parameters. AIC (Akaike Information criterion). KS (Kolmogorov-Smirnov) and BERK (Berkowitz) are p-value for the uniform distributed test.

Skewed-t for oil, ARFIMA(1,d,0)-GARCH(1,1)-Skewed-t for the BRL/USD exchange rate and Constant-GARCH(1,1)-Skewed-t for BOVESPA.

By observing the series with standardized residuals Skewed-t distributed, one may see that their conditional distribution is still asymmetric, oil and BOVESPA with negative asymmetry and the BRL/USD exchange rate with positive asymmetry. (Asymmetry was previously indicated by the unconditional statistics in Table 1). Yet, by observing the BRL/USD exchange rate estimates, it can be seen that the parameter for fractional integration, d , is statistically significant. This means that this variable is characterized by a long range dependence process, since, i.e., the BRL/USD exchange rate has long memory.

Once we have obtained the standardized residuals, if the marginal distribution is well specified, their probability integral transformation (PIT) should be uniformly distributed in the interval $[0,1]$ - $U(0,1)$ distributed. This is a necessary result to identify the copulas in the vine copula modeling, the step of the estimation procedure. To test whether the PIT of the standardized residuals are $U(0,1)$ distributed, the Berkowitz and Kolmogorov-Smirnov statistics are used as the goodness-of-fit test. Both tests, by looking at BERK and KS p-values in Table 2, do not show evidence that the standardized residuals transformed are not $U(0,1)$ distributed. Thus we can proceed to the vine copula modeling.

3.3 Modeling the joint distribution through vine copula

In accordance to the procedure described in section 2.2, it is necessary to indicate and select the vine structure, i.e., specify the pair-copula structure so that the strongest pairs-dependence be in the first trees, which can be done using the Kendall's tau. Figure 1 shows the empirical Kendall's tau (lower part of the figure) and scatter plots (upper part of the figure) for each pair of transformed margins (PIT of the standardized residuals) modeled in section 3.2.

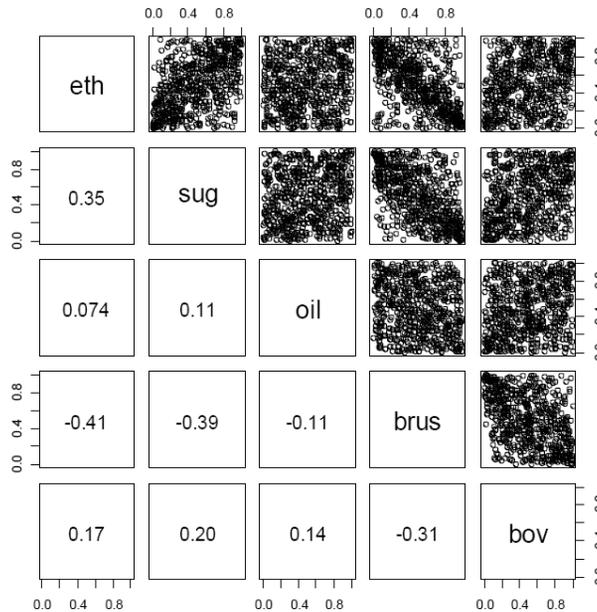


Figure 1: Kendall's tau and scatter plots

In order to adequately choose the vine structure for a given data set we have to decide which pair of variables are to be modeled and then specify the respective copula function. The process begins in the first tree that is formed by the pairs which maximize the sum of the absolute values of the Kendall's tau. Once the first tree is specified, the same is done for the second, the third, and so on until the vine structure specification is completed. After this, the next step is to choose the copula family for each pair-copula and estimate the parameters.

Eight different vine structures in our empirical application are estimated according to: (i) R-vine, C-vine or D-vine structure; (ii) independence test performed or not, and (iii) family used for the pair-copulas. All models are estimated using VineCopula R package (Schepsmeier et al. 2013). Thus, the estimated models are:

Mixed R-vine, Mixed C-vine and Mixed D-vine (with and without the independence test) – each bivariate copula is chosen among 31 families available in Schepsmeier et al. (2013). These can be symmetric or asymmetric families, having one or two parameters, allowing (or not) for tail dependence.

R-vine (with and without the independence test) – each bivariate copula is chosen from elliptical family (Normal and Student-t).

Figure 2 shows the first tree for each estimated model. They are the same with and without the independence test and the families are also the same since in the first tree we always have the strongest bivariate dependences.

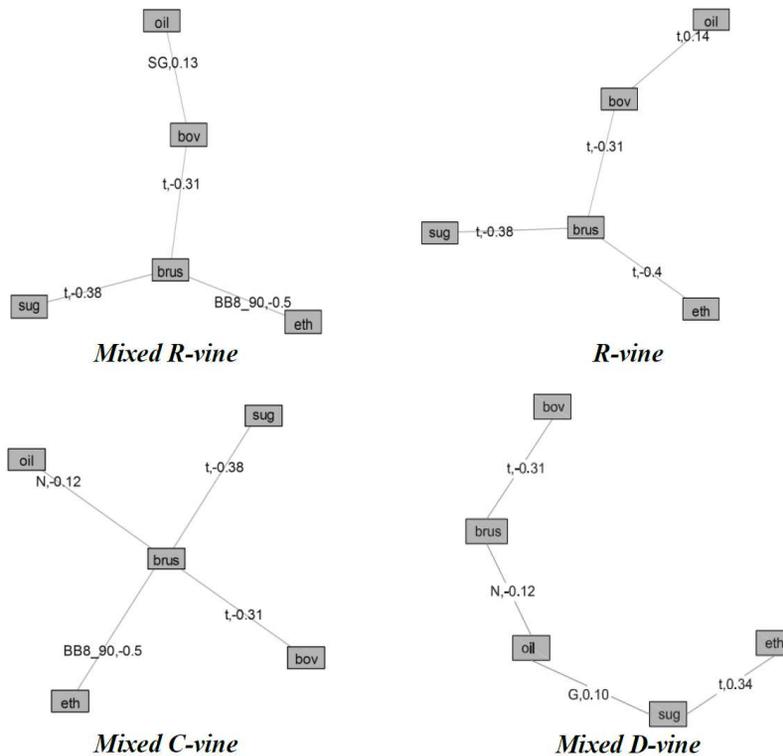


Figure 2: First tree of the estimated vine structure

The acronyms on each edge of the trees indicate the copula family used for that specific pair-copula while the number is the Kendall's tau implied by the respective copula family, e.g., in the Mixed R-vine first tree (upper-left corner of the figure 4) the copula family for the pair sugar-BRL/USD exchange rate (sug-brus) is a Student-t (t) copula with implied Kendall's tau of -0.38 (The acronyms can be identified by using Table 3).

It is noticeable from the first tree of the R-vine and C-vine specifications that the BRL/USD exchange rate has a main role in these structures, since the other variables have a strong dependence on it, as indicated by the Kendall's tau. One explanation for this behavior is that the ethanol, sugar, and oil prices are strongly influenced by the import/export dynamics. BOVESPA, in turn, is influenced by the BRL/USD exchange rate through stocks that comprise the index.

To start the comparison among the estimated models in Table 3, we can observe the copula families used and the number of times each of them appears in each vine structure, and also the number of parameters estimated in the complete structure.

Table 3: Initial description of the vine structures

	Mixed Vine	R- Mixed Vine Indep.	R- R-Vine N, t	R-Vine N, t Indep.	Mixed Vine	C- Mixed Vine Indep.	C- Mixed Vine	D- Mixed Vine Indep.	D- Mixed Vine
# of parameters	13	10	15	11	14	10	14	11	
Independent - I	-	3	-	3	-	3	-	3	
BB8 rotated (90)- BB8_90	1	1	-	-	1	1	1	1	
Survival BB8 - SBB8	-	-	-	-	1	-	-	-	
Clayton - C	1	1	-	-	1	2	2	1	
Clayton rotated (270) - C_270	-	-	-	-	1	-	-	-	
Copula family Frank - F	3	1	-	-	1	-	1	-	
Gumbel - G	1	-	-	-	1	-	1	1	
Survival Gumbel - SG	1	1	-	-	-	-	-	-	
Joe - J	-	-	-	-	-	-	1	-	
Normal - N	1	1	5	3	2	2	1	1	
Student-t - t	2	2	5	4	2	2	3	3	

By using the independence test, *ex ante*, one can drastically reduce the number of parameters to be estimated when dealing with a large number of variables. Specifically in our case, the greatest reduction occurred in the Mixed C-vine, the model estimated after the independence test has 4 less parameters. The least reduction occurred in the Mixed D-vine and Mixed R-vine, 3 parameters less after the independence test.

In Table 4 the results for maximum log-likelihood value and the Vuong test for all estimated models are shown. Since the Vuong test is performed in pairs, we have fixed two benchmark models which are compared with all the other ones: Mixed R-vine (more general structure) and Mixed D-vine (the largest log-likelihood value, 383.68). The Vuong test is performed considering a significance level 5%.

From Table 4, the Vuong statistics with Akaike correction and no correction, taking Mixed R-vine as the benchmark model and comparing with the Mixed R-vine with independent terms, does not allow the indication of which one is the preferred model. However with Schwarz correction the test indicates the Mixed R-vine with independent terms as preferred. This can be explained by the weight assigned to the number of parameters in the Schwarz correction, since the benchmark model has 13 parameters, while the competing one has 7. The Mixed D-vine with and without independent terms are indicated as preferred by the test; the latter by the three statistics and the former by the statistics with Akaike and Schwarz correction. For the other competing models, still taking Mixed R-vine as the benchmark, the Vuong test is inconclusive.

Taking the Mixed D-Vine as the benchmark model, it can be seen that the Mixed D-Vine is indicated as preferred to the Mixed R-vine and Mixed C-vine by all three statistics and also preferred to the Mixed R-vine and Mixed C-vine, both with independent terms in accordance to the test with Akaike correction and no correction. For the other competing models the Vuong test is inconclusive.

Therefore, taking into account all the above results, it is possible to infer that the Mixed D-vine is the most indicated model for our dataset since it is indicated by the Vuong test and has the largest log-likelihood value. In spite of this, the results and some comments for all models are presented.

Table 5 presents the estimated parameters for the Mixed D-vine structure. Also shown are the Kendall's tau, the upper tail dependence (λ_U) and lower tail dependence (λ_L), when they exist.

Starting from the first tree of the Mixed D-vine model it can be noticed that there is unconditionally a negative dependence between BOVESPA and the BRL/USD exchange rate (bov,brus). The Kendall's tau implied by Student-t copula associated to this pair is -0.31. The dependence between oil and the BRL/USD exchange rate is also negative, and the copula for this pair is the Normal one with Kendall's tau of -0.12, lower than that of BOVESPA and the BRL/USD exchange rate.

The unconditional dependence between ethanol and sugar (eth,sug) is modeled by the Student-t copula that reveals a positive dependence, the Kendall's tau is 0.34, with a symmetrical tail dependence coefficient of 0.08. This result is compatible with those found in the literature presented previously (see Alves (2002) and Serra, Zilberman & Gil (2011) for instance).

The only asymmetric copula of this first tree is for sugar/oil pair (sug,oil), represented by the Gumbel copula which is asymmetric to the right. The

Table 4: Maximum log-likelihood value and Vuong test

		Mixed Vine	R- Mixed Vine Indep.	R- R-Vine N, t	R-Vine N, t Indep.	Mixed Vine	C- Mixed Vine Indep.	C- Mixed Vine	D- Mixed Vine Indep.	D- Mixed Vine Indep.
Vuong statistic Bench: Mixed R-Vine	Log-likelihood	370,39	367,42	377,60	374,57	370,71	366,44	383,68	379,73	
	No correction	-	1,0272 (0,304)	-1,406 (0,159)	-1,010 (0,312)	-0,097 (0,922)	1,040 (0,298)	-2,443 (0,014)	-1,920 (0,054)	
	Akaike correction	-	-0,0169 (0,986)	-1,163 (0,245)	-1,248 (0,212)	0,307 (0,759)	0,247 (0,805)	-2,303 (0,021)	-2,208 (0,027)	
	Schwarz correction	-	-2,3411 (0,019)	-0,620 (0,535)	-1,776 (0,075)	1,205 (0,228)	-1,518 (0,128)	-1,991 (0,046)	-2,850 (0,004)	
Vuong statistic Bench: Mixed D-Vine	No correction	2,4434 (0,014)	2,6746 (0,007)	0,7608 (0,446)	1,1093 (0,267)	2,4778 (0,013)	2,8829 (0,003)	-	1,1903 (0,233)	
	Akaike correction	2,3032 (0,021)	2,1496 (0,031)	0,8899 (0,373)	0,7357 (0,461)	2,4778 (0,013)	2,3430 (0,019)	-	0,3200 (0,748)	
	Schwarz correction	1,9911 (0,046)	0,9809 (0,326)	1,1774 (0,239)	-0,0959 (0,923)	2,4778 (0,013)	1,1412 (0,253)	-	-1,6174 (0,105)	

Note: Conclusive results in bold. p-value between brackets.

Table 5: Estimated parameters for the Mixed D-Vine model

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>bov,brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,030)	10,834 (5,535)	-	-
	<i>oil,brus</i>	<i>N</i>	-0,117	-0,182 (0,034)	-	-	-
	<i>sug,oil</i>	<i>G</i>	0,100	1,112 (0,029)	-	-	0,135
	<i>eth,sug</i>	<i>t</i>	0,341	0,511 (0,027)	10,163 (3,800)	0,083	0,083
2	<i>bov,oil brus</i>	<i>C</i>	0,088	0,193 (0,055)	-	0,028	-
	<i>brus,sug oil</i>	<i>t</i>	-0,368	-0,546 (0,026)	9,602 (4,320)	-	-
	<i>oil,eth sug</i>	<i>J</i>	0,034	1,061 (0,027)	-	-	0,078
3	<i>bov,sug brus,oil</i>	<i>C</i>	0,044	0,091 (0,049)	-	0,001	0,000
	<i>eth,brus sug,oil</i>	<i>BB8_90</i>	-0,311	-5,802 (3,378)	-0,447 (0,217)	-	-
4	<i>bov,eth brus.sug</i>	<i>F</i>	-0,005	-0,048 (0,245)	-	-	-

Note: Standard error between brackets.

Kendall's tau is 0.1, suggesting a low dependence in the distribution as whole, and the upper tail dependence coefficient is 0.14, which means that sugar and oil are more dependent in large positive returns (or gains).

In the second tree it is possible to assess conditional dependencies. Let us start with the pair-copula *brus,sug|oil*, i.e., the dependence between the BRL/USD exchange rate and sugar conditioned on oil. Student-t copula is the family in this case and the Kendall's tau is -0.37. This means that, conditional on oil, the BRL/USD exchange rate and sugar are highly dependent. This result is as expected since Brazil is a big exporter of sugar and oil has a minor role in relation to the BRL/USD exchange rate and ethanol.

The dependence between BOVESPA and oil conditional on the BRL/USD exchange rate (*bov,oil|brus*) is characterized by the Clayton copula, asymmetric to the left, with overall dependence given by the Kendall's tau of 0.088 and lower tail dependence coefficient of 0.026, which means that those variables are conditionally more dependent in large losses, or extreme negative returns. Thus, one can infer that, conditional on the BRL/USD exchange rate, the dependence between BOVESPA and oil is asymmetric to left, though low.

Conversely, conditional on sugar, the dependence relationship between oil and ethanol (*oil,eth|sug*) is low, the Kendall's tau is 0.03. But the Joe copula associated to this pair-copula is asymmetric to the right, whose upper tail dependence coefficient is 0.08. This can indicate that oil and ethanol conditional to sugar is more dependent for extreme positive returns.

However, if we take a look at Table 6, which shows the estimated parameters for the Mixed D-vine with independent pair-copulas, specifically the second tree, it is noticeable that one of these independent pair-copulas is *oil,eth|sug*. Thus we cannot reject the hypothesis that, conditional on sugar, oil and ethanol are independent. This also can be seen in the third tree of all C-vine models and the fourth tree of all R-vine models, where the dependence

between oil and ethanol, conditional on sugar, the BRL/USD exchange rate (oil,eth|sug,brus) and BOVESPA (oil,eth|bov,brus,sug) is not significant or the independence hypothesis is not rejected (Tables to and Appendix Tables to 13)³.

Table 6: Estimated parameters for the Mixed D-Vine model with independent terms

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>bov,brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,030)	10,834 (5,401)	-	-
	<i>oil,brus</i>	<i>N</i>	-0,117	-0,182 (0,033)	-	-	-
	<i>sug,oil</i>	<i>G</i>	0,100	1,112 (0,029)	-	-	0,135
	<i>eth,sug</i>	<i>t</i>	0,341	0,511 (0,027)	10,163 (3,762)	0,083	0,083
2	<i>bov,oil brus</i>	<i>C</i>	0,088	0,193 (0,055)	-	0,028	-
	<i>brus,sug oil</i>	<i>t</i>	-0,368	-0,546 (0,026)	9,602 (4,145)	-	-
	<i>oil,eth sug</i>	<i>I</i>	-	-	-	-	-
3	<i>bov,sug brus,oil</i>	<i>I</i>	-	-	-	-	-
	<i>eth,brus sug,oil</i>	<i>BB8_90</i>	-0,311	-5,674 (3,258)	-0,457 (0,212)	-	-
4	<i>bov,eth brus,sug</i>	<i>I</i>	-	-	-	-	-

Note: Standard error between brackets.

4 Concluding remarks

The main goal of this work is to assess the dependence relationship of the sugarcane sector, represented by the ethanol and sugar prices, oil prices, Brazilian real to US dollar exchange rate and the Brazilian stock market index, represented by the BMF/BOVESPA (Bolsa de Valores de São Paulo) index. To pursue this goal, we used weekly time series of log-returns of the aforementioned prices and index from July 13, 2000 to October 4, 2012, which comprise 639 data points. The methodological procedure is based on pair-copula constructions and their vine representations. Specifically, Regular vine (R-vine), Canonical vine (C-vine) and Drawable vine (D-vine) structures are estimated, capturing the dependence relationship of all five random variables.

For the marginal distributions, univariate ARMA-GARCH and ARFIMA-GARCH models with Student-t or Skewed-t errors are used. Standardized residuals are obtained from them and then transformed into uniform (0,1) distributed random variables using the probability integral transformation. By the Kolmogorov-Smirnov and Berkowitz tests, it cannot be rejected that the residuals transformed are uniformly distributed on (0,1) interval. Therefore, they can be used to fit the vine copulas model.

Only the Brazilian Real to US Dollar exchange rate has supported a fractional integrated process in its conditional mean equation, indicating the pres-

³See the for additional results concerning non-selected vine-copula models.

ence of long range dependence, or long memory. Once the marginal distributions are specified, the Mixed R-vine, D-vine and C-vine structures for the five-dimensional multivariate distribution are fitted, with and without independent pair-copulas. From the results of the joint distribution modeling it is possible to highlight the following:

- The Brazilian real to US dollar exchange rate has a central role in the dependence structure of the multivariate distribution under analysis, i.e., it has a strong negative dependence with the other variables, conditionally and unconditionally.
- Conditional on oil, the Kendall's tau measuring the dependence between sugar and exchange rate changes from -0.379 to -0.36 and for the ethanol-exchange rate dependence, conditional on sugar and oil, the Kendall's tau is -0.311.
- Ethanol and sugar have a strong positive dependence, Kendall's tau of 0.34 and symmetric tail dependence of 0.08.
- Conditional on the Brazilian real to US dollar exchange rate, the pair BOVESPA-oil has a positive relationship (Kendall's tau is of 0.088 and lower tail dependence of 0.028).
- Oil seems to have low, or no effect on sugar. This may indicate that the positive relation between oil and sugar, commonly found in the literature, is a result of the exchange rate movement. The same can be said about the oil-ethanol relationship.
- Oil is the variable that has the lowest unconditional dependence with the Brazilian real to US dollar exchange rate, with Kendall's tau of 0.117.

These results seem to be in line with the Brazilian context. That is, the positive association between ethanol and sugar is related to the capacity of the producers to allocate sugarcane to the production of one to another, even with some technical constraint. Considering the fact that ethanol and sugar are commodities, and the biggest producers are exporters, the strong dependence of these variables with the Brazilian real to US dollar exchange rate is explained.

Some pitfalls and further research

An important point that is always considered in (vine) copula-based multivariate models is its flexibility in allowing the researcher to specify models for the marginal distributions and the dependence structure (the joint distributions among random variables), separately. This method, Inference Function for Margins (IFM), proposed by Joe and Xu (1996) is asymptotically normal, consistent, and asymptotically convergent to the full Maximum Likelihood Estimator (MLE). Choosing the IFM estimator often reduces the computational complexity of estimating multivariate models. Since there is no evidence of misspecification in the marginal modeling and given the static feature of the dependence parameters in our vine copula models, the use of the IFM estimator is supported, regardless the uncertainty concerning the joint estimation of the parameters, which, in these circumstances, is minimized.

Some other issues should be taken into account: (1) the time span of the data includes the 2008 Worldwide Financial Crisis. Although the time-varying characteristics of the marginal modeling, i.e., time-varying conditional volatilities, capture the impact of the crisis on the individual prices volatilities, the joint dependence parameters do not. This could lead to over- or underestimated vine-copula parameters. (2) One could question the use of constant copula (dependence) parameters over time (static). Letting parameters evolve over time is a concern for some researchers of Regular Vine Copula modeling. But one must take into account the many issues that arise from making vine copula parameters time-varying, most of them technical issues. First, a time process needs to be specified. Patton (2006) and Silva Filho et al. (2012) model the copula parameters varying through time according to an evolution equation in a bivariate context, which can be extended to a vine context. Second, a two-step IFM estimator may no longer be implemented and only a sequential estimation for the vine parameters can be performed. Those issues imply a greater number of parameters to be estimated and, in general, a less efficient multi-step estimator will be implemented, which exacerbates the uncertainty concerning the joint estimation of the parameters. To deal with this problem a bootstrap-based estimator for the covariance matrix should be used.

A first direction for further research is to find an appropriate specification for the time evolution of the copula parameters and test whether the dependence among ethanol, sugar prices, oil prices, the Brazilian real to US dollar exchange rate, and the Brazilian stock market index is static or dynamic.

A second direction is to increase the number of variables in order to consider not only the stock market index but also the stock prices of companies directly related to commodity production, and add substitute commodities for ethanol and sugar.

Those extensions can bring some new empirical insights on the dependence among commodities, currencies and stock markets.

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledges the financial support of CNPq (406568/2012-0 and 453993/2014-1).

Bibliography

Aas, K. & Berg, D. (2009), 'Models for construction of multivariate dependence - a comparison study', *The European Journal of Finance* 15(7-8), 639–659.

URL: <http://dx.doi.org/10.1080/13518470802588767>

Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. & Bakken, H. (2009), 'Pair-copula constructions of multiple dependence', *Insurance: Mathematics and Economics* 44(2), 182 – 198.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167668707000194>

Alves, L. R. A. (2002), Transmissao de precos entre produtos do setor sucroalcooleiro do estado de sao paulo, Master's thesis, Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.

Balcombe, K. & Rapsomanikis, G. (2008), 'Bayesian estimation and selection of nonlinear vector error correction models: The case of the sugar-ethanol-oil nexus in Brazil', *American Journal of Agricultural Economics* **90**(3), 658–668.

URL: <http://www.jstor.org/stable/20492320>

Bedford, T. & Cooke, R. M. (2001), 'Probability density decomposition for conditionally dependent random variables modeled by vines', *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence* **32**(1-4), 245–268.

URL: <http://dx.doi.org/10.1023/A%3A1016725902970>

Bedford, T. & Cooke, R. M. (2002), 'Vines—a new graphical model for dependent random variables', *Ann. Statist.* **30**(4), 1031–1068.

URL: <http://dx.doi.org/10.1214/aos/1031689016>

Brechmann, E. & Czado, C. (2013), 'Risk management with high-dimensional vine copulas: An analysis of the euro stoxx 50', *Statistics & Risk Modeling* **30**(4), 307–342.

Campos, S. K. (2010), Fundamentos econômicos da formação do preço internacional de açúcar e dos preços domésticos de açúcar e etanol, PhD thesis, Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.

Dissmann, J., Brechmann, E., Czado, C. & Kurowicka, D. (2013), 'Selecting and estimating regular vine copulae and application to financial returns', *Computational Statistics & Data Analysis* **59**(0), 52 – 69.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167947312003131>

Genest, C. & Favre, A. (2007), 'Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask', *Journal of Hydrologic Engineering* **12**(4), 347–368.

URL: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2007\)12:4\(347\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2007)12:4(347))

Gregoire, V., Genest, C. & Gendron, M. (2008), 'Using copulas to model price dependence in energy markets', *Energy Risk* pp. 62–68.

Joe, H. (1996), Families of m-variate distributions with given margins and $m(m-1)/2$ bivariate dependence parameters, in L. Rueschendorf, B. Schweizer & M. Taylor, eds, 'In Distributions with Fixed Marginals and Related Topics', IMS Lecture Notes-Monograph Series, Hayward, CA., pp. 120–141.

Mitchell, D. (2008), *A Note On Rising Food Prices*, The World Bank.

URL: <http://elibrary.worldbank.org/doi/abs/10.1596/1813-9450-4682>

Patton, A. J. (2006), 'Modelling asymmetric exchange rate dependence', *International Economic Review* **47**(2), 527–556.

URL: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1468-2354.2006.00387.x>

Reboredo, J. C. (2011), 'How do crude oil prices co-move?: A copula approach', *Energy Economics* **33**(5), 948 – 955.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988311000892>

Schepsmeier, U., Stoeber, J. & Brechmann, E. C. (2013), 'Statistical inference of vine copulas vinecopula r package'.

Serra, T. & Gil, J. M. (2012), 'Biodiesel as a motor fuel price stabilization mechanism', *Energy Policy* **50**(0), 689 – 698. <ce:title>Special Section: Past and Prospective Energy Transitions - Insights from History</ce:title>.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301421512006726>

Serra, T., Zilberman, D. & Gil, J. M. (2011), 'Price volatility in ethanol markets', *European Review of Agricultural Economics* **38**(2), 259–280.

URL: <http://erae.oxfordjournals.org/content/38/2/259.abstract>

Serra, T., Zilberman, D., Gil, J. M. & Goodwin, B. K. (2011), Nonlinearities in the us corn-ethanol-oil price system, 2008 Annual Meeting, July 27-29, 2008, Orlando, Florida 6512, American Agricultural Economics Association (New Name 2008: Agricultural and Applied Economics Association).

URL: <http://ideas.repec.org/p/ags/aaea08/6512.html>

Silva Filho, O. C., Ziegelmann, F. A. & Dueker, M. J. (2012), 'Modeling dependence dynamics through copulas with regime switching', *Insurance: Mathematics and Economics* **50**(3), 346 – 356.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167668712000029>

Trujillo-Barrera, A., Mallory, M. & Garcia, P. (2011), Volatility spillovers in the u.s. crude oil, corn, and ethanol markets, in 'In: NCCC-134 Conference on Applied Commodity Price Analysis, Forecasting, and Market Risk Management', St. Louis, Missouri.

Vuong, Q. H. (1989), 'Likelihood ratio tests for model selection and non-nested hypotheses', *Econometrica* **57**(2), pp. 307–333.

URL: <http://www.jstor.org/stable/1912557>

Zhang, Z., Lohr, L., Escalante, C. & Wetzstein, M. (2009), 'Ethanol, corn, and soybean price relations in a volatile vehicle-fuels market', *Energies* **2**(2), 320.

URL: <http://www.mdpi.com/1996-1073/2/2/320>

Zhang, Z., Lohr, L., Escalante, C. & Wetzstein, M. (2010), 'Food versus fuel: What do prices tell us?', *Energy Policy* **38**(1), 445 – 451.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301421509007174>

Appendix A Other estimated models results

It is worthy to observe the results for the Mixed R-vine in Table A.1 and Mixed C-vine in Table A.2. In the Mixed R-vine the pair-copula oil,bov shows up in the first tree, which corresponds to the unconditional dependence between oil and BOVESPA modeled by the Survival Gumbel copula family with Kendall's tau and lower tail dependence of 0.13 and 0.17, respectively. This positive relation can be explained by the fact that PETROBRAS (Petroleum Brazil), the 7th biggest energy company in the world, has the greatest participation in the BOVESPA index (8.17% for PTR4 and 2.66% for PTR3 in June 2013), OGX Petroleum has the fourth greatest participation (3.85% for OGXP3), besides some other corporations who depend directly on oil and have participation on the BOVESPA index.

Note also the pair-copula bov,oil|sug,brus in the third tree of the Mixed C-vine model and Mixed C-vine with independent pair-copulas (Table A.3).

Conditional on sugar and the BRL/USD exchange rate, the dependence between oil and BOVESPA is still positive, Kendall's tau of 0.098 implied by SBB8 copula (Mixed C-vine) and of 0.087 with lower tail dependence of 0.026 implied by the Clayton copula (Mixed C-vine with independent pair-copulas). Remember that the dependence between BOVESPA and oil conditional on the BRL/USD exchange rate (bov,oil|brus) is characterized by the Clayton copula with Kendall's tau of 0.088 and lower tail dependence coefficient of 0.026. Thus, we can conclude that the addition of sugar as a conditioning variable in the pair-copula bov,oil|brus seems to have no impact on the conditional dependence of BOVESPA and oil.

The pair-copula eth,brus has appeared in both Mixed R-vine and Mixed C-vine models (first tree) with Kendall's tau of -0.42, indicating a strong negative unconditional dependence between ethanol and the BRL/USD exchange rate. The same can be said of the unconditional dependence between sugar and the BRL/USD exchange rate (sug,brus), whose Kendall's tau is -0.379. Conditional on oil, the dependence between sugar and BRL/USD exchange rate (sug,brus|oil) does not seem to be change significantly. In this case the Kendall's tau is -0.368.

Considering the dependence between ethanol and sugar conditional on the BRL/USD exchange rate (eth,sug|brus), in the second tree, the Kendall's tau of 0.19 is noteworthy. The unconditional dependence between these variables is 0.34 (first tree of the Mixed D-vine model – Table 5) and the associated copula is Student-t, with tail dependence coefficient of 0.08. Conditional on the BRL/USD exchange rate the copula is Normal, with no tail dependence. It is worth noting that both ethanol and sugar are highly related to the BRL/USD exchange rate and highly dependent on each other unconditionally, though, conditional on the BRL/USD exchange rate the dependence between ethanol and sugar is still high.

Conversely, one can compare the unconditional dependence between oil and sugar (sug,oil - first tree of the Mixed D-vine model in Table 5) with that conditional on the BRL/USD exchange rate in the second tree of the Mixed C-vine (oil,sug|brus - Table A.2). For both pair-copulas the related family is the Gumbel copula, but for the conditional case the dependence is less than half of the unconditional one. More precisely, the Kendall's tau is 0.1 and the upper tail dependence is 0.13 for the unconditional relation and is 0.04 and 0.06 respectively, in the conditional case. Thus, it can be concluded that the dependence between oil and sugar is low and gets even lower when considered conditional on the BRL/USD exchange rate, if in the Mixed C-vine with independent terms (Table A.3), the independence hypothesis is not rejected for the pair-copula oil,sug|brus . When conditional on the BRL/USD exchange rate and BOVESPA, the independence hypothesis is also not rejected for the R-vine with independent terms (Tables and).

The dependence between BOVESPA and ethanol appears only in the conditional form in the third tree of the R-vine specifications, conditional on sugar and the BRL/USD exchange rate, and in the fourth tree of all D-vine and C-vine structures, conditional on all other variables. Those trees are the last ones of the five variable vine structures so with the weakest dependence, since is kept the strongest dependence in the first tree. The results in this case are not significant and is not rejected the conditional independence hypothesis between BOVESPA and ethanol. Similarly, BOVESPA and sugar conditional relation cannot be rejected of being independent.

Table A.1: Estimated parameters for the Mixed R-Vine model

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>eth, brus</i>	<i>BB8_90</i>	-0,421	-4,763 (1,209)	-0,671 (0,078)	-	-
	<i>sug, brus</i>	<i>t</i>	-0,379	-0,561 (0,025)	10,817 (10,073)	-	-
	<i>oil, bov</i>	<i>SG</i>	0,131	1,151 (0,032)	- 0,174	-	-
	<i>bov, brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,030)	10,834 (5,358)	-	-
2	<i>eth, sug brus</i>	<i>N</i>	0,189	0,293 (0,035)	-	-	-
	<i>sug, bov brus</i>	<i>C</i>	0,047	0,098 (0,050)	-	0,001	-
	<i>oil, brus bov</i>	<i>F</i>	-0,065	-0,587 (0,242)	-	-	-
3	<i>eth, bov sug, brus</i>	<i>F</i>	-0,013	-0,115 (0,242)	-	-	-
	<i>sug, oil bov, brus</i>	<i>G</i>	0,039	1,040 (0,022)	-	-	0.001
4	<i>eth, oil sug, bov, brus</i>	<i>F</i>	-0,011	-0,098 (0,250)	-	-	-

Note: Standard error between brackets.

Table A.2: Estimated parameters for the Mixed C-Vine model

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>eth, brus</i>	BB8_90	-0,421	-4,763 (1,208)	-0,671 (0,078)	-	-
	<i>oil, brus</i>	N	-0,117	-0,182 (0,037)	-	-	-
	<i>sug, brus</i>	<i>t</i>	-0,379	-0,561 (0,025)	10,817 (8,746)	-	-
	<i>bov, brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,029)	10,834 (6,796)	-	-
2	<i>eth, sug brus</i>	N	0,189	0,293 (0,035)	-	-	-
	<i>oil, sug brus</i>	G	0,042	1,044 (0,024)	-	-	0,06
	<i>bov, sug brus</i>	C	0,047	0,098 (0,049)	-	-	-
3	<i>eth, oil sug, brus</i>	F	-0,014	-0,122 (0,248)	-	-	-
	<i>bov, oil sug, brus</i>	SBB8	0,098	1,335 (0,206)	0,893 (0,125)	-	-
4	<i>eth, bov oil, sug, brus</i>	C_270	-0,010	-0,020 (0,039)	-	-	-

Note: Standard error between brackets.

Table A.3: Estimated parameters for the Mixed C-Vine model with independent terms

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>eth, brus</i>	BB8_90	-0,421	-4,763 (1,208)	-0,671 (0,078)	-	-
	<i>oil, brus</i>	N	-0,117	-0,182 (0,038)	-	-	-
	<i>sug, brus</i>	<i>t</i>	-0,379	-0,561 (0,025)	10,817 (7,132)	-	-
	<i>bov, brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,029)	10,834 (5,924)	-	-
2	<i>eth, sug brus</i>	N	0,189	0,293 (0,035)	-	-	-
	<i>oil, sug brus</i> <i>bov, sug brus</i>	I C	- 0,047	- 0,098 (0,048)	- -	- 0,001	- -
3	<i>eth, oil sug, brus</i> <i>bov, oil sug, brus</i>	I C	- 0,087	- 0,190 (0,055)	- -	- 0,026	- -
	4	<i>eth, bov oil, sug, brus</i>	I	-	-	-	-

Note: Standard error between brackets.

Table A.4: Estimated parameters for the Mixed R-Vine model with independent terms

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>eth, brus</i>	BB8_90	-0,421	-4,763 (1,209)	-0,671 (0,078)	-	-
	<i>sug, brus</i>	<i>t</i>	-0,379	-0,561 (0,025)	10,817 (9,033)	-	-
	<i>oil, bov</i>	SG	0,131	1,151 (0,032)	-	0,174	-
	<i>bov, brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,030)	10,834 (5,352)	-	-
2	<i>eth, sug brus</i>	<i>N</i>	0,189	0,293 (0,035)	-	-	-
	<i>sug, bov brus</i>	<i>C</i>	0,047	0,098 (0,049)	-	0,001	-
	<i>oil, brus bov</i>	<i>F</i>	-0,065	-0,587 (0,243)	-	-	-
3	<i>eth, bov sug, brus</i>	<i>I</i>					
	<i>sug, oil bov, brus</i>	<i>I</i>					
4	<i>eth, oil sug, bov, brus I</i>						

Note: Standard errors between brackets.

Table A.5: Estimated parameters for the Mixed R-Vine Normal/Student-t

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>eth, brus</i>	<i>t</i>	-0,399	-0,586 (0,027)	3,943 (0,714)	0,008	0,008
	<i>sug, brus</i>	<i>t</i>	-0,379	-0,561 (0,025)	10,817 (4,375)	-	-
	<i>oil, bov</i>	<i>t</i>	0,139	0,217 (0,040)	8,626 (3,597)	0,033	0,033
	<i>bov, brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,030)	10,834 (5,402)	-	-
2	<i>eth, sug brus</i>	<i>N</i>	0,189	0,292 (0,034)	-	-	-
	<i>sug, bov brus</i>	<i>N</i>	0,043	0,068 (0,039)	-	-	-
	<i>oil, brus bov</i>	<i>N</i>	-0,060	-0,095 (0,039)	-	-	-
3	<i>eth, bov sug, brus</i>	<i>N</i>	-0,002	-0,003 (0,039)	-	-	-
	<i>sug, oil bov, brus</i>	<i>t</i>	0,047	0,073 (0,041)	19,714 (13,971)	-	-
4	<i>eth, oil sug, bov, brus N</i>		0,003	0,004 (0,039)	-	-	-

Note: Standard error between brackets.

Table A.6: Estimated parameters for the Mixed R-Vine Normal/Student-t with independent

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>eth, brus</i>	<i>t</i>	-0,399	-0,586 (0,027)	3,943 (0,714)	0,008	0,008
	<i>sug, brus</i>	<i>t</i>	-0,379	-0,561 (0,025)	10,817 (4,661)	-	-
	<i>oil, bov</i>	<i>t</i>	0,139	0,217 (0,040)	8,626 (3,766)	0,033	0,033
	<i>bov, brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,030)	10,834 (5,418)	-	-
2	<i>eth, sug brus</i>	<i>N</i>	0,189	0,292 (0,034)	-	-	-
	<i>sug, bov brus</i>	<i>N</i>	0,043	0,068 (0,039)	-	-	-
	<i>oil, brus bov</i>	<i>N</i>	-0,060	-0,095 (0,039)	-	-	-
3	<i>eth, bov sug, brus</i>	<i>I</i>					
	<i>sug, oil bov, brus</i>	<i>I</i>					
4	<i>eth, oil sug, bov, brus I</i>						

Note: Standard error between brackets.

Table A.7: Estimated parameters for the Mixed C-Vine with independent terms

Tree	Pair-copula	Copula	τ	Par. 1	Par. 2	λ_L	λ_U
1	<i>eth, brus</i>	<i>BB8_90</i>	-0,421	-4,763 (1,208)	-0,671 (0,078)	-	-
	<i>oil, brus</i>	<i>N</i>	-0,117	-0,182 (0,038)	-	-	-
	<i>sug, brus</i>	<i>t</i>	-0,379	-0,561 (0,025)	10,817 (7,132)	-	-
	<i>bov, brus</i>	<i>t</i>	-0,314	-0,474 (0,029)	10,834 (5,924)	-	-
2	<i>eth, sug brus</i>	<i>N</i>	0,189	0,293 (0,035)	-	-	-
	<i>oil, sug brus</i>	<i>I</i>	-	-	-	-	-
	<i>bov, sug brus</i>	<i>C</i>	0,047	0,098 (0,048)	-	0,001	-
3	<i>eth, oil sug, brus</i>	<i>I</i>	-	-	-	-	-
	<i>bov, oil sug, brus</i>	<i>C</i>	0,087	0,190 (0,055)	-	0,026	-
4	<i>eth, bov oil, sug, brus</i>						

Note: Standard error between brackets.

ECONOMIAS DE ESCALA E ESCOPO NA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR FECHADA BRASILEIRA

MARCELO ABI-RAMIA *

ROGÉRIO BOUERI †

ADOLFO SACHSIDA ‡

Resumo

Este trabalho identifica a existência de economias de escala e escopo na previdência complementar fechada brasileira por meio da realização de um conjunto de testes quantitativos realizados sobre a base de dados administrativos disponibilizada pelo Ministério da Previdência Social. Serão apresentados a revisão da literatura internacional, as estatísticas descritivas da base de dados, o modelo teórico para existência de economias de escala em previdência complementar fechada, os métodos quantitativos aplicados, seus respectivos resultados e uma seção com implicações normativas. Os resultados econométricos apontam para a existência de economias de escala na previdência complementar fechada brasileira mais expressiva que na literatura internacional.

Palavras-chave: Economias de Escala; Previdência Complementar; Eficiência.

Abstract

This work identifies the existence of economies of scale and scope for the Brazilian complementary pension funds via quantitative tests on the administrative data base of the Ministry of Social Security. A literature review, a descriptive statistics of the data base, a theoretical model on the existence of economies of scale in complementary pensions, the quantitative methods used, its results and the normative implications will be presented. Econometric results show that economies of scale on Brazilian complementary pensions are stronger than in the rest of the world.

Keywords: Economies of Scale; Complementary Pensions; Efficiency.

JEL classification: G23, J26, H55

DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1413-8050/ea132623>

* Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada — IPEA. E-mail: marcelo.caetano@ipea.gov.br

† Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada — IPEA. E-mail: rogerio.boueri@ipea.gov.br

‡ Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada — IPEA. E-mail: adolfo.sachsida@ipea.gov.br

1 Introdução

O objetivo deste artigo é identificar a existência de economias de escala e escopo na previdência complementar fechada brasileira por meio da realização de um conjunto de testes quantitativos. A implicação prática deste estudo consiste no auxílio à definição da política da previdência complementar de modo que se gerem os incentivos apropriados ao repasse dos ganhos de escala aos participantes e pensionistas¹, o qual lhes permitirá redução do custeio administrativo com a consequente elevação do valor dos benefícios de aposentadoria e pensão. O tamanho do setor, cujos ativos perfazem 14% do PIB brasileiro, constitui-se em motivação adicional para a realização de estudo acerca de suas características específicas.

Economias de escala ocorrem em situações em que há redução dos custos médios à medida que a produção aumenta. Conceito também relevante e explorado no artigo se refere a economias de escopo. Essas se verificam caso o custo de uma mesma firma ofertar dois produtos distintos seja inferior ao custo desses dois produtos serem produzidos por firmas distintas. No caso concreto deste trabalho, pode ser mais econômico que uma mesma entidade previdenciária ofereça dois planos distintos de benefícios a criar uma nova entidade para gerir o novo plano.

O benefício auferido pelo participante decorre do fato dessas economias permitirem a redução do custeio administrativo, o que implica menores taxas de administração e valores mais elevados de suas aposentadorias e pensões. Cálculos realizados pelos autores deste texto indicam que cada ponto percentual de elevação da taxa de administração reduz a reserva acumulada durante 30 anos em aproximadamente 16%.

O ineditismo do trabalho consiste na identificação da existência de economias de escala e escopo na previdência complementar fechada no Brasil. Ao contrário do caso brasileiro, a literatura internacional apresenta artigos que já analisaram a existência de economias de escala na previdência complementar em países como EUA, Holanda, Austrália, Canadá, Singapura e Suécia. Mesmo para o caso internacional, a quantidade de artigos escritos sobre o tema não é abundante. A principal razão para isso é a dificuldade de obtenção de dados.

O primeiro trabalho empírico realizado sobre o tema foi Caswell (1976) que analisou o impacto da escala nos planos de previdenciários estadunidenses para os anos de 1969 e 1970. Os resultados indicaram valor de 0,8 para a elasticidade do custo administrativo em relação ao número de participantes. Esse coeficiente indica a existência de economia de escala dado que o custo total cresce menos que proporcionalmente à variável independente assumida como produto.

¹Para fins de elucidação, apresenta-se terminologia referente à previdência complementar fechada brasileira. A filiação à previdência complementar fechada é facultativa e restrita a dois grupos: (i) empregados de empresa ou ente da federação que criou entidade fechada de previdência complementar (EFPC) ou (ii) filiados a sindicato ou entidade de classe que instituiu EFPC. Participante se refere tanto ao trabalhador ativo quanto ao aposentado filiado a uma EFPC. Pensionista é aquele em gozo de pensão por morte. Beneficiário é o grupo formado por aposentados e pensionistas. Patrocinador é a empresa ou ente da federação que instituiu EFPC. Caso a empresa seja privada, o patrocinador é privado; caso contrário, público. Instituidor é sindicato ou entidade de classe que criou EFPC. Caso haja somente um patrocinador, a entidade é de patrocínio singular; caso contrário, multipatrocinada. Não há limites à quantidade de plano de benefícios que podem ser ofertados por uma mesma EFPC.

Mitchell & Andrews (1981) foi outro estudo pioneiro efetuado na sequência e também aplicado às entidades fechadas de previdência complementar (EFPC) dos EUA com regressão seccional para o ano de 1975. Os resultados apontaram para ganhos de escala mesmo com os autores tendo assumido dois produtos para um fundo de pensão: quantidade de participantes e ativos administrados. A elasticidade do custo administrativo em relação ao número de participantes foi de 0,56 e em relação aos investimentos ficou em 0,27.

Hsin & Mitchell (1997) adotaram o método de fronteira estocástica para a função custo para EFPC dos EUA. Os resultados apontaram para a existência de ganhos de escala tanto em relação à quantidade de participantes — com elasticidade de 0,74 — quanto para os ativos financeiros — cuja elasticidade atingiu 0,49.

Bateman & Mitchell (2004) apresentam evidências para o caso australiano. Encontraram valores de 0,4 e 0,5 para a elasticidade do custo administrativo em relação ao número de participantes e ao total de ativos financeiros, indicando presença de economias de escala na Austrália.

O impacto da escala para o caso holandês foi analisado por Bikker & Dreu (2009) com base em econometria para um painel não balanceado de 1992 a 2004. A elasticidade de escala equivaleu a 0,64 em relação ao número de participantes.

Bikker et al. (2012) é outro estudo sobre o tema no qual também se indica a existência de economias de escala. O coeficiente do total de participantes foi 0,67 e do total de ativos foi 0,19.

Há estudos para outros países que também apontam para a existência de economias de escala, mas o fazem por meio de estatísticas descritivas e fundamentação conceitual. São os casos de Björkmo & Lundbergh (2010) para a Suécia e Koh et al. (2008) para Singapura.

A presença de economias de escala nas EFPC é consenso na literatura internacional independentemente da região geográfica, do período de realização do estudo e da técnica estatística utilizada. O presente artigo realiza testes empíricos que indicam que esse fenômeno também se passa no Brasil tanto nas economias de escala quanto nas de escopo.

Como forma de melhor estruturar os fundamentos teóricos e empíricos, o artigo subdivide-se em seções, além desta introdução. A segunda seção apresentará estatísticas descritivas da base de dados usada no artigo. A terceira descreve o modelo teórico para existência de economias de escala em previdência complementar. A quarta apresenta os métodos quantitativos aplicados e seus respectivos resultados. Por fim, as duas últimas seções apresentam as implicações normativas e considerações finais deste trabalho.

2 Estatísticas da previdência complementar fechada no Brasil

2

As estatísticas aqui descritas se baseiam em dados gentilmente cedidos pela Secretaria de Políticas de Previdência Complementar (SPPC) do Ministério da Previdência Social (MPS)³. Essa base também serviu para a realização

²Para conhecimento introdutório das normas institucionais que regulamentam as EFPC, recomenda-se a leitura de da Previdência Social (2008) e da Previdência Social (2011). Para leitura mais aprofundada, há de se ver a legislação em Brasil (1977), Brasil (1978), Brasil (1997), Brasil (2001a), Brasil (2001b), Brasil (2004), Brasil (2009a), Brasil (2009b), Brasil (2012).

³Apresenta-se sumário das estatísticas descritivas em apêndice ao final do texto.

dos testes econométricos apresentados na seção 4, os quais complementam as estatísticas básicas apresentadas na presente seção. Há informações de natureza cadastral e contábil referentes ao biênio 2010-2011. Em 2010, o cadastro apresentou 277 — EFPC, número reduzido para 271 em 2011. O total de entidades no biênio foi 283, mas somente 265 operaram simultaneamente em 2010 e 2011.

A distribuição da quantidade de participantes e pensionistas por EFPC é um indicativo da existência de ganhos de escala no setor. De fato, somente 8% das entidades têm número total de participantes e pensionistas inferior a um milhar e apenas uma conta com menos de 100 participantes e pensionistas. Tal fato pode ser indício de escala mínima para viabilidade do setor. Outro dado relevante é a diminuta participação da complementação previdenciária na sociedade brasileira. Números do MPS indicam que o Regime Geral de Previdência Social (RGPS) atendia em 2011 a creca de 67 milhões de pessoas entre contribuintes e beneficiários⁴. Comparativamente, a quantidade de participantes e pensionistas das EFPCs sequer chegou a 500 mil pessoas, ou seja, nem 1% do público do RGPS. A junção desses dois fatos (pequena presença de EFPC com poucos participantes e baixa participação da previdência complementar fechada no público brasileiro) indica que o estímulo a entidades multipatrocinadas pode trazer ampliação da cobertura da previdência complementar no Brasil.

Tabela 1: Distribuição das EFPC por Quantidade de Participantes e Pensionistas: 2010-2011

Quantidade de Participantes e Pensionistas	2010	2011
0 — 100	1	1
100 — 500	11	12
500 — 1000	10	9
1000 — 2500	38	33
2500 — 5000	45	45
5000 — 10000	57	54
10000 — 20000	42	40
20000 — 30000	30	29
30000 — 40000	7	9
40000 — 50000	9	9
> 50000	27	30
Total	277	271
Média	20744	22139
Maior	474416	492111
Menor	56	56

Fonte: SPPC/MPS

Elaboração: autor

Apesar de as EFPCs atenderem um público reduzido, o total de ativos financeiros é expressivo. Em média, com base em valores deflacionados pelo IGP-DI, o total de ativos por EFPC foi de R\$ 2,1 bilhões em reais de 2011, sendo que para a maior delas o patrimônio ultrapassou R\$ 155 bilhões em todos os anos do biênio. De modo alternativo, o patrimônio per capita por

⁴Dados obtidos de da Previdência Social (2012).

participante e pensionista em reais de 2011 foi de R\$ 96 mil em 2010 e R\$ 102 mil em 2011. Isso demonstra o grande volume de recursos financeiros administrados pelas EFPCs.

Tabela 2: Distribuição das EFPC por Ativos Financeiros Valores em R\$ de 2011 Deflacionados pelo IGP-DI: 2010-2011

Valor dos Ativos Financeiros	2010	2011
0 - R\$ 50 milhões	31	31
R\$ 50 milhões - R\$ 200 milhões	67	63
R\$ 200 milhões - R\$ 500 milhões	62	60
R\$ 500 milhões - R\$ 750 milhões	27	22
R\$ 750 milhões - R\$ 1 bilhão	22	21
R\$ 1 bilhão - R\$ 2 bilhões	31	37
R\$ 2 bilhões - R\$ 3 bilhões	8	9
R\$ 3 bilhões - R\$ 5 bilhões	14	13
> R\$ 5 bilhões	15	15
Total	277	271
Média	2117968990	2114355924
Maior	165828506845	155635099742
Menor	6706247	5446643

Fonte: SPPC/MPS
Elaboração: autor

No que tange à razão entre Despesa Administrativa e Investimentos das EFPCs, os valores apresentam grande dispersão. Pouco menos de 10% das EFPCs apresentam relação Despesa Administrativa Anual/Investimentos Totais inferior a 0,25%. Por seu turno, a proporção daquelas com relação superior a 2% foi de 10,1% em 2010 e 12,5% em 2012. Dado o potencial desse tipo de despesa sobre a redução do patrimônio acumulado pelos participantes ao longo dos anos e o potencial de baixa das taxas de juros, faz-se essencial a busca de eficiência no custeio administrativo.

Tabela 3: Distribuição da Razão entre Despesa Administrativa/Investimentos por EFPC: 2010-2011

Razão Despesa Administrativa/Investimento	2010	2011
0 - 0,25%	23	25
0,25% - 0,50%	71	64
0,50% - 0,75%	57	59
0,75% - 1,00%	37	33
1,00% - 1,50%	45	38
1,50% - 2,00%	16	18
>2,00%	28	34
Total	277	271
Média	1,07	1,15
Maior	9,88	17,07
Menor	0,07	0,06

Fonte: SPPC/MPS
Elaboração: autor

Apresentam-se na sequência um conjunto de estatísticas básicas que corroboram para o Brasil os resultados encontrados na revisão de literatura empírica de outras nações, qual seja, a despesa administrativa cresce com a quantidade de participantes e com o total de ativos administrados, mas de modo menos que proporcional. A seção 4 sofisticada essa análise e contém confirmação dos resultados dos ganhos de escala por meio do uso das técnicas econométricas apropriadas.

A tabela abaixo mostra as correlações positivas entre a despesa administrativa com o total de participantes e investimentos, o que era de se esperar dado que o custo é uma função crescente do produto. O ponto seguinte consiste em observar se as estatísticas básicas apontariam para a existência de ganhos de escala para cada um dos produtos: público participante e total de investimentos. A correlação capaz de indicar esse fenômeno seria, de um lado, aquela entre o total de participantes e a despesa administrativa média por participantes, e, por outro lado, a correlação entre o total de investimentos e a proporção da despesa administrativa/investimentos. Ambas são negativas para o biênio conforme apresentada na tabela abaixo, o que implica redução do custo médio à medida que o produto aumenta.

Tabela 4: Quadro de Correlações Entre Variáveis

	Participantes	Investimentos
Desp. Adm	0,81	0,88
Desp. Adm/Part	-0,14	N.A.
Desp. Adm/Invest	N.A.	-0,10

N. A.: Não se aplica

Fonte: SPPC/MPS

Elaboração: autor

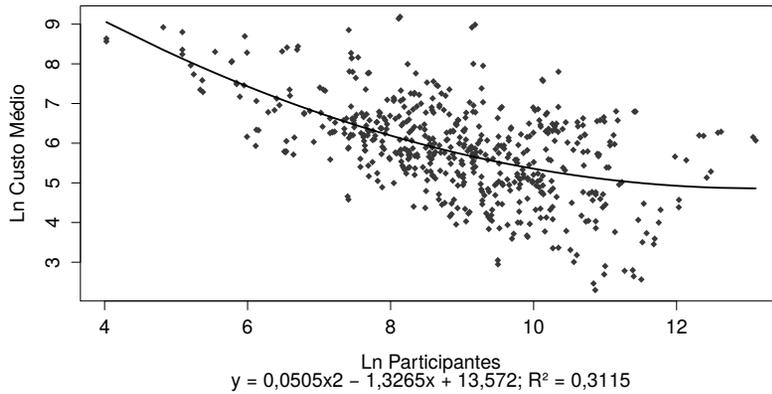
Os gráficos apresentados permitem melhor interpretação dos resultados encontrados na tabela anterior. Com o intuito de facilitar a visualização, os dados se apresentam em escala logarítmica e mostram as relações entre os respectivos custos administrativos médios por produto e o total do produto tal como no formato convencional de uma curva de custo médio.

Nos dois casos, estimou-se curva de custo médio como uma equação do segundo grau em função do formato tradicional em U. Observa-se nas figuras 1 e 2 acima que a parábola ficou restrita a sua parte decrescente. Isso se constitui em indicador de economias de escala para todo o domínio da base de dados. Na hipótese de existência de uma escala ótima, era de se esperar que a parábola estimada alcançasse um ponto de mínimo e fosse crescente a partir de então como indicativo de deseconomias de escala caso o total de produtos ultrapassasse determinado valor.

3 Modelo Teórico

Nesta seção se apresenta um modelo teórico -desenvolvido originalmente pelos autores deste artigo- para as economias de escala na previdência complementar brasileira. Assume-se que as EFPC oferecem dois produtos. Em primeiro lugar, tem como intuito acumular ativos financeiros para fazer jus ao pagamento de benefícios previdenciários. Por fim, devem atender ao seu público

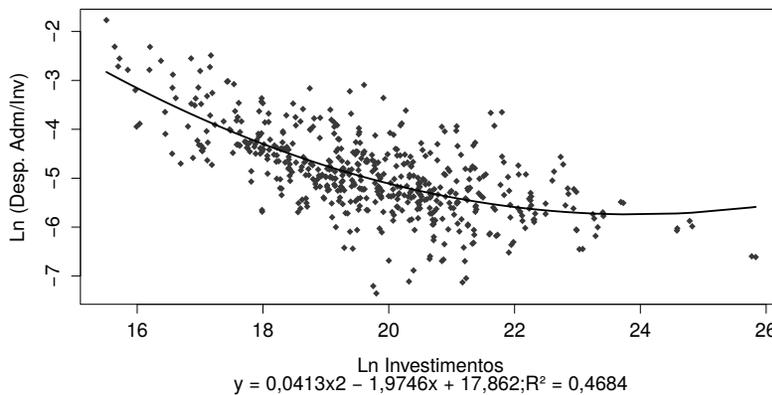
Relação Custo Médio por Participantes x Participantes. Escala Logarítm



Fonte: SPPC/MPS
Elaboração: Autor

Figura 1: Relação Custo Médio por Participantes × Participantes. Escala Logarítmica

Relação Custo Médio por Participantes x Participantes. Escala Logarítm



Fonte: SPPC/MPS
Elaboração: Autor

Figura 2: Relação entre Despesa Administrativa/Investimento × Investimento. Escala Logarítmica

de participantes e pensionistas. Para tanto, necessitam utilizar um composto de serviços administrativos: pessoal próprio, rede de informática, equipamentos, consultores jurídicos e atuariais etc. A base teórica seria uma fronteira de possibilidade de produção (FPP) diferenciável com dois produtos –ativos financeiros acumulados e participantes– e um insumo de fatores administrativos na forma da equação (1) abaixo.

$$F(W, Y, X) = 0 \quad (1)$$

Em que W é a quantidade de ativos financeiros, Y seriam os participantes e pensionistas e X os insumos administrativos.

Ponto relevante em relação à variável Y é a diferença de custo para uma EFPC entre um participante ativo e outro aposentado ou pensionista. Em princípio, os participantes em gozo de benefício trazem à EFPC um custo administrativo superior em função da maior incidência de demandas judiciais, rede de atendimento, processamento e manutenção de benefícios etc⁵. Desse modo, a variável Y pode ser entendida como uma função diferenciável de participantes ativos, de um lado, e de aposentados e pensionistas, de outro lado, tal como descrito na equação (2).

$$Y = g(At, As) \quad (2)$$

Onde At é a quantidade de participantes ativos e As é a quantidade de participantes assistidos, ou seja, aposentados e pensionistas. Supõe-se também que em função dos diferentes impactos sobre a necessidade de serviços de atendimento que:

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial \ln As} \geq \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln At} \quad (3)$$

De 3 admite-se o uso de escalas de equivalência entre os dois grupos que compõem o público alvo da previdência complementar de modo que seja possível tratar o todo não somente como a soma linear não ponderada das partes, ou seja, é factível a existência de funções em que $Y \neq At + As$. Já houve uso dessa técnica de agregação em outras oportunidades. Por exemplo, Scholz et al. (2006) agregam uma família como $(A + 0,7C)^{0,7}$, em que A é o número de adultos na família e C equivale ao número de crianças. Para efeitos deste estudo não se faz necessário assumir alguma escala de equivalência em concreto. A hipótese (3) é suficiente. Dada essa suposição, a elasticidade do uso dos insumos administrativos em relação ao número de participantes assistidos é superior ou igual àquela dos ativos. Em termos matemáticos, pela regra da cadeia, a afirmação anterior se expressa na inequação (4).

$$\frac{\partial \ln X}{\partial \ln Y} \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln As} \geq \frac{\partial \ln X}{\partial \ln Y} \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln At} \quad (4)$$

O passo seguinte seria definir a elasticidade de escala para a FPP representada por (1). Por definição, economias de escala ocorrem quando o uso dos insumos cresce de modo menos que proporcional ao crescimento dos produtos. Na hipótese de insumos e produtos variarem na mesma proporção, há retornos constantes de escala. Por fim, deseconomias –retornos decrescentes– de escala se observam caso os insumos precisem crescer de modo mais que

⁵Essa hipótese é corroborada na seção seguinte.

proporcional aos produtos. Em termos matemáticos, a elasticidade de escala pode ser definida de modo análogo ao estabelecido em Coelli et al. (2005):

$$\epsilon = \frac{\partial \ln X}{\partial \ln W} + \frac{\partial \ln X}{\partial \ln Y} \quad (5)$$

Em que ϵ é a elasticidade de escala. A interpretação econômica da equação (5) reside no fato de mensurar o impacto de um aumento proporcional e simultâneo dos produtos W e Y sobre o uso, em termos também proporcionais, do insumo X . De (5), o valor de corte 1 define o comportamento das economias de escala. Verificam-se economias de escala caso a referida soma seja inferior à unidade, retornos constantes se a elasticidade se iguala a um e, por fim, deseconomias de escala para somatório superior ao valor unitário.

A implicação prática da hipótese (3) e da definição (5) é que o valor da elasticidade de escala varia em função da categoria de participante que sofre incremento. Os ganhos de escala são superiores naqueles EFPC com maior participação de participantes ativos. Em outras palavras, suponha duas EFPC idênticas em um momento inicial. Em um momento posterior, ambas apresentam igual crescimento na quantidade total de participantes. Porém em uma delas, o aumento foi maior para os participantes ativos e na outra para os assistidos. Nessas circunstâncias, as elasticidades de escala são distintas apesar do mesmo incremento no total de participantes. A EFPC cujo crescimento da quantidade de participantes se enviesou para aqueles em gozo de benefício apresentaria elasticidade de escala superior à outra EFPC em que o aumento de participantes foi enviesado para os ativos. Em síntese, EFPC com massa de participantes mais envelhecida tende a apresentar elasticidade de escala superior.

Na sequência, apresenta-se um exemplo concreto de modo a ilustrar a exposição mais geral acima. Suponha FPP representada pela equação (6):

$$X = W^\alpha + (As + \theta At)^\beta \quad (6)$$

Em que $\alpha > 1$, $\beta > 1$ e $0 < \theta < 1$. Essa FPP apresenta as características descritas pelas equações (3) e (4): há dois produtos –ativos financeiros e participantes–, sendo o último não representado por uma soma linear das partes. Demonstrar-se-á, na formulação algébrica da equação (6), que o impacto sobre a elasticidade do uso dos insumos de um aumento na quantidade de inativos supera aquele do incremento de participantes ativos.

Sejam ϵ_{As} e ϵ_{At} a elasticidade do uso dos insumos em relação aos participantes em gozo de benefício e ativos respectivamente. Nesse sentido,

$$\epsilon_{As} = \frac{\partial X}{\partial As} \frac{As}{X} = \beta (As + \theta At)^{\beta-1} \left(\frac{As}{X} \right) \quad (7)$$

e

$$\epsilon_{At} = \frac{\partial X}{\partial At} \frac{At}{X} = \beta \theta (As + \theta At)^{\beta-1} \left(\frac{At}{X} \right) \quad (8)$$

Desse modo, a elasticidade do uso dos insumos em relação ao total de participantes é dada pela soma de (7) e (8) e se iguala a:

$$\epsilon_{As} + \epsilon_{At} = \frac{\beta (As + \theta At)^{\beta-1}}{X} (As + \theta At) = \frac{\beta (As + \theta At)^\beta}{X} \quad (9)$$

Cabe agora mostrar que o impacto sobre a elasticidade expressa em (9) do aumento de As supera o de At , ou seja:

$$\frac{\partial(\epsilon_{As} + \epsilon_{At})}{\partial As} > \frac{\partial(\epsilon_{As} + \epsilon_{At})}{\partial At}$$

De fato,

$$\frac{\partial(\epsilon_{As} + \epsilon_{At})}{\partial As} = \frac{\beta^2(As + \theta At)^{\beta-1}[X - (As + \theta At)^\beta]}{X^2} \quad (10)$$

Por sua vez,

$$\frac{\partial(\epsilon_{As} + \epsilon_{At})}{\partial At} = \frac{\theta \beta^2(As + \theta At)^{\beta-1}[X - (As + \theta At)^\beta]}{X^2} \quad (11)$$

Substituindo o valor de X dado pela equação (6) em (10), tem-se que:

$$\frac{\partial(\epsilon_{As} + \epsilon_{At})}{\partial As} = \frac{\beta^2(As + \theta At)^{\beta-1} \alpha}{W} X^2 \quad (12)$$

Ao se fazer o mesmo processo de substituição da equação (6) em (11), chega-se a:

$$\frac{\partial(\epsilon_{As} + \epsilon_{At})}{\partial At} = \frac{\theta \beta^2(As + \theta At)^{\beta-1} \alpha}{W} X^2 \quad (13)$$

Resta ver se a derivada parcial expressa em (12) supera aquela apresentada em (13), isto é, se a elasticidade do uso dos insumos administrativos apresenta maior sensibilidade em relação ao número de participantes assistidos comparativamente aos participantes ativos. De fato essa condição prevalece, dado que $0 < \theta < 1$.

4 Resultados empíricos

Supôs-se nesta seção de teste econométrico uma função de custo com dois produtos, quais sejam, o total de participantes e de ativos administrados, tal como estabelecido na equação (??) em que o subscrito i se refere à EFPC e t ao tempo. Seguindo a tradição dos trabalhos empíricos descritos na revisão da literatura internacional sobre o tema apresentada na introdução deste artigo, adicionaram-se variáveis de controle as quais estão descritas no decorrer desta seção e são representadas por X em (14).

$$\ln C_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 \ln PART_{it} + \alpha_2 \ln Ativos_{it} + \alpha_3 X_{it} + \epsilon_{it} \quad (14)$$

Para efeitos da equação (14), a variável dependente é a despesa administrativa, as variáveis independentes são os dois produtos (participantes e ativos administrados) e as variáveis de controle, quais sejam, relação entre beneficiários e participantes ativos, *dummy* patrocinador privado, *dummy* instituidor⁶, quantidade de planos da EFPC e quantidade de patrocinadores da EFPC.

De acordo com a equação acima, vale lembrar que a existência de economias de escala se verifica na hipótese em que a soma dos coeficientes α_1 e

⁶A *dummy* referente ao patrocínio privado assume valor 1 nessa forma de patrocínio e 0 em caso contrário. Por seu turno, a *dummy* referente a Instituidores assume valor 1 caso seja dessa modalidade e 0 em caso contrário.

α_2 seja inferior à unidade. A elasticidade menor que um indica que o custo administrativo cresce de modo menos que proporcional em relação à variável quantidade de participantes e pensionistas, de um lado, e ao total de investimentos da EFPC, de outro lado.

Assumir a existência de dois produtos traz como vantagens a identificação do efeito marginal de cada variável e a redução da probabilidade de ocorrência de viés de omissão de variável. Como é de se esperar que entidades com maior número de participantes possuam mais ativos financeiros, a omissão de uma dessas variáveis tende a sobre-estimar o impacto marginal da variável independente utilizada sobre o custo administrativo.

Em relação às demais variáveis de controle⁷, supõe-se também que o custo administrativo deve ser superior naquelas entidades que contam com maior número de aposentados e pensionistas em relação ao total de participantes em atividade tal como exposto na seção referente ao modelo teórico. Isso acontece em decorrência da maior necessidade de rede de atendimento, demandas judiciais, processamento de benefícios etc. Tal como exposto no modelo teórico, pode-se interpretar a elevação da participação dos aposentados e pensionistas como perdas incorridas nas economias de escala. De modo alternativo, caso se considerem participantes ativos como um produto potencialmente distinto dos participantes assistidos, essa variável também pode ser interpretada como um indicador de economias de escopo⁸. Nessa última interpretação, a elasticidade inferior a um seria indicador de ganhos de escopo. Para tanto, adicionou-se às variáveis de controle o logaritmo natural da razão de aposentados e pensionistas sobre o total de participantes ativos.

Procurou-se também investigar se as EFPC públicas teriam custo administrativo superior às privadas e aos instituidores. Nesse sentido, acrescentaram-se duas *dummies* referentes àquelas formas de patrocínio.

Por fim, como forma de averiguar a existência de economias de escopo no setor — se é mais econômico que uma mesma EFPC ofereça planos previdenciários para empresas distintas do que cada empresa instituir separadamente sua própria EFPC e seu plano de benefício, inseriram-se variáveis referentes aos valores absolutos da quantidade de planos e da quantidade de patrocinadores por EFPC. Caso os coeficientes dessas semielasticidades não sejam estatisticamente distintos de zero, assume-se então a ocorrência de economias de escopo porque o oferecimento de um plano a mais ou a adesão de uma nova patrocinadora não afetaria o custo administrativo da EFPC. É importante observar que na hipótese da existência de ganhos de escopo, o aumento do custo seria reflexo da elevação da quantidade de participantes e de ativos administrados decorrentes da adesão de novo patrocinador, e não da disponibilização de outro plano de benefícios em si.

Os dados foram estruturados na forma de um painel não balanceado para os anos de 2010 e 2011 e se referem a 283 EFPCs. Rodaram-se modelos econômicos em painel tanto com efeitos aleatórios quanto com fixos, assim como

⁷Rodaram-se modelos sem as demais variáveis de controle que mostraram resultados também favoráveis à existência de economias de escala, porém com elasticidade superior para investimentos e inferior para participantes.

⁸Apesar de teoricamente possível, a interpretação dos participantes ativos como um produto distinto dos assistidos parece implicar grau especialização pouco intuitivo porque a finalidade de um fundo previdenciário é acumular recursos na fase ativa para pagamento de aposentadorias e pensões na época de gozo de benefício. Em termos análogos seria como separar em um restaurante o serviço de refeição do aluguel de talheres ou em educação se segmentar o serviço de lecionar da correção de provas.

se estimaram fronteiras estocásticas (FE) para a função custo. As FE consideram três formatos distintos para a função custo: (i) na forma da equação (14) em que as variáveis quantidade de planos e de patrocinadores aparecem em valor absoluto; (ii) uma transformação em (14) para que essas duas últimas variáveis fossem consideradas em escala logarítmica, tornando-se mais próxima de uma Cobb-Douglas e da análise usual da FE e (iii) tal como uma translog de modo a capturar as diversas interações entre as variáveis⁹. Em termos concretos, os resultados encontrados nas diversas modelagens se complementam, o que demonstra sua robustez a distintas técnicas estatísticas e formas funcionais. Todos apresentaram ganhos expressivos de escala, sendo mais significativos no modelo de painel com efeitos fixos.

Em relação à aplicação da econometria em dados de painel para o presente trabalho, existe um conjunto de motivações para o uso dos efeitos aleatórios. Em primeiro lugar, há características das EFPC que são invariantes no tempo, mas que tendem a influenciar o custo administrativo e que necessitam de investigação. Mais especificamente, se há diferença de custos entre a administração pública e privada. Por exemplo, a Lei Complementar 108/2001 traz exigências que somente se aplicam às EFPCs de patrocinadores públicos. Além disso, os instituidores formam um grupo distinto das demais EFPCs. Em termos intuitivos, essas características institucionais e invariantes no tempo parecem ser mais relevantes para determinação do custo administrativo do que o perfil estritamente individual de uma EFPC. Segundo, como não foi possível identificar variação na quantidade de planos e patrocinadores no biênio, não seria possível fazer o teste de economias de escopo com efeitos fixos. Em terceiro lugar, não há interesse específico em analisar somente o impacto das variáveis que mudam ao longo do tempo; até porque o intervalo temporal disponível na base dados é de apenas dois anos.

Naturalmente que se faz necessário contrastar os resultados do modelo de efeitos aleatórios com o de efeitos fixos como forma de averiguar o impacto do perfil individual sobre o institucional. A capacidade de filtrar o resultado das características individuais não-observáveis é uma vantagem comumente arrolada para a econometria dos dados em painel com efeitos fixos. Apesar da preferência conceitual pelo modelo com efeitos aleatórios por causa da possibilidade da estimação do impacto marginal de variáveis temporalmente invariantes, o modelo com efeitos fixos estimou ganhos de escala ainda mais expressivos. Isso indica que nesse caso em concreto — ainda que de uma perspectiva normativa, e não técnica — o conservadorismo seria uma razão de foco no modelo de efeitos aleatórios como forma de evitar conclusões demasiado otimistas acerca do potencial dos ganhos de escala.

Não se apresenta o modelo com efeitos fixos no tempo — *dummies* por ano —, dado que o teste das estatísticas *F* e *t* para esse tipo de efeito indicaram probabilidade de 18,2% para não rejeição da hipótese de *dummy* temporal igual a zero¹⁰. As evidências estatísticas se mostraram favoráveis aos efeitos fixos dado que o teste de Hausman apresentou χ^2 de 62,5. Os resultados encontrados estão listados na tabela abaixo.

⁹Vale notar que em função da impossibilidade de se rodar FE no formato translog para painel não balanceado de um biênio, essa última estimativa reduziu a análise somente para aquelas EFPC que apresentavam dados para todos os anos. Desse modo, o total de EFPCs no modelo de FE translog se reduziu de 283 para 265.

¹⁰Como há somente dois anos neste painel, as estatísticas *F* e *t* coincidem em seus valores.

Tabela 5: Estimativas da regressão das despesas administrativas em relação às características das EFPC. Erro padrão entre parênteses

	Variável dependente = ln (Despesa Administrativa)				
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
Participantes e pensionistas (ln)	0,205* (0,030)	0,174* (0,040)	-0,077*** (0,095)	0,179* (0,038)	0,177* (0,039)
Ativos Financeiros (ln em R\$ deflacionados pelo IGP-DI)	0,441* (0,029)	0,435* (0,038)	0,198* (0,100)	0,436* (0,037)	0,437* (0,037)
Relação Beneficiários/Participantes Ativos (ln)	0,131** (0,017)	0,108** (0,022)	-0,058 (0,059)	0,111** (0,021)	0,110** (0,021)
Dummy Patrocinador Privado	-0,616** (0,056)	-0,665** (0,080)	N.A.	-0,659** (0,076)	-0,659** (0,076)
Dummy Instituidor	-0,218 (0,134)	-0,326 (0,188)	N.A.	-0,310 (0,179)	-0,308 (0,179)
Quantidade de Planos da EFPC	0,004 (0,003)	0,005 (0,004)	N.A.	0,005 (0,004)	0,005 (0,004)
Quantidade de Patrocinadores da EFPC	0,003 (0,002)	0,003 (0,002)	N.A.	0,003 (0,002)	0,003 (0,002)
Constante	4,943** (0,393)	5,331** (0,533)	11,479** (1,585)	2,579 (10,699)	2,710** (1,282)
Número de EFPC	283	283	283	283	283
R ²	0,8346 ^a	0,8336 ^b	0,525 ^b	N.A.	N.A.

Notas:

Modelo 1: Mínimos quadrados ordinários

Modelo 2: Regressão GLS em painel com efeitos aleatórios

Modelo 3: Regressão em painel com efeitos fixos

Modelo 4: Fronteira estocástica para custo com eficiência invariante no tempo

Modelo 5: Fronteira estocástica para custo com eficiência variante no tempo

^a: R² ajustado é igual a 0,8325^b: R² geral (overall)

N.A.: Não se aplica

*: Coeficiente estatisticamente distinto de 0 e 1 ao nível de 5%.

**: Coeficiente estatisticamente significativo ao nível de 5%.

*** Coeficiente estatisticamente não distinto de 0, mas diferente de 1 ao nível de 5%.

À primeira vista, observam-se resultados qualitativamente bastante similares seja na regressão de mínimos quadrados ordinários (MQO) — modelo 1 da tabela acima —, seja na de painel em GLS com efeitos aleatórios — modelo 2. Entretanto, os testes estatísticos indicarem a existência de ganhos no modelo de painel com efeitos aleatórios em relação ao de mínimos quadrados. O estatística de Breusch-Pagan dos multiplicadores de Lagrange para efeitos aleatórios apresentou χ^2 de 212,5. Por essa razão, a análise de resultados se fará com base no modelo de painel.

As economias de escala em relação à quantidade de participantes e pensionistas se mostraram expressivas no caso brasileiro. A elasticidade foi estimada em 0,17 no painel de efeitos aleatórios. Nos demais estudos apresentados na revisão de literatura, a menor elasticidade para o número de participantes foi de 0,4 para o caso australiano reportada em Bateman & Mitchell (2004). Esse fato indica o maior potencial de ganhos de escala em relação à quantidade de participantes no Brasil comparativamente ao resto do mundo. Por seu turno, a economia de escala referente aos ativos financeiros — cuja elasticidade está em 0,44 no painel de efeitos aleatórios — encontra-se em linha com o valor en-

contrado na literatura internacional. No modelo de efeitos fixos, a evidência favorável aos ganhos de escala — tanto em relação ao número de participantes quanto relativo ao investimento total — foi mais expressiva com valor das elasticidades inferiores ao dos efeitos aleatórios.

Tal como previsto no modelo teórico, o aumento da participação de beneficiários no total de participantes contribuiu para a elevação do custo administrativo. De fato, em todas as especificações, exceto no modelo 3, essa variável se mostrou estatisticamente diferente de zero no nível de 5%.

Resultado também relevante foi o fato de o coeficiente para a *dummy* das EFPCs privadas se mostrar negativo e estatisticamente diferente de zero ao nível de 5%. A partir de uma interpretação dos coeficientes desta *dummy* como redutor do valor da constante da equação, conclui-se que a EFPC privada apresenta constante 12% inferior à pública. Com base nos dados disponíveis e no resultado encontrado, conclui-se que as entidades públicas de previdência complementar são mais caras. Não é possível identificar sua causa. Pode ser decorrente tanto de ineficiência intrínseca quanto de legislação mais rígida que se aplica às EFPCs com esse perfil.

Essa *dummy* mostra o potencial de complementação dos modelos de efeitos fixos e aleatórios. Ainda que os efeitos fixos apontem para a relevância de características idiossincráticas das EFPC, os efeitos aleatórios mostram que uma dessas características é o fato de ter patrocínio público ou privado. Uma possível conclusão do modelo de efeito fixo sobre os custos da previdência complementar fechada brasileira seria uma estrutura fortemente determinada por elementos fixos, quase fixos ou afundados e de custo marginal insignificante à inclusão de novos participantes, mas levemente sensível aos valores investidos.

A predominância da idiossincrasia para determinação do custo leva ao questionamento acerca da influência da regulação sobre tal resultado. Uma hipótese seria o incentivo inadequado gerado pelos tetos às taxas de administração e carregamento estabelecidos na Resolução CGPC 29/2009. Com regulação baseada somente nesses limites superiores, pode ser que algumas EFPCs busquem elevar seu custeio próximo ao nível máximo autorizado pela norma, ou seja, atuem em busca do *rent-seeking* permitido pela legislação ao não repassar todo ganho de escala aos participantes. Outras, em função de transparência, assim como da atuação e fiscalização dos participantes podem repassar mais dos ganhos de escala a estes. Não é possível identificar o efeito *rent-seeking* com a base de dados disponível. Fica, entretanto, recomendação aos reguladores para a busca de exemplos de casos bem-sucedidos de baixo custo administrativo.

No que tange aos instituidores, sua *dummy* não se mostrou estatisticamente distinta de zero ao nível de 5%. Portanto, não há como identificar diferenças em relação aos custos administrativos entre instituidores e patrocinadores públicos.

Por fim, a evidência de economias de escopo também se mostrou substancial. As semielasticidades da quantidade de planos e de patrocinadores ficaram com valor absoluto muito próximo a zero e também se mostraram estatisticamente insignificantes ao nível de 5%. Em outras palavras, o impacto sobre o custo administrativo da criação de novo plano e da adesão de outro patrocinador é diminuto. Como usual em econometria, esses resultados são analisados ao se considerar todas as demais variáveis constantes. O que se afirma é que a mera adesão de nova patrocinadora ou a criação de novo plano terá im-

pactos estatisticamente insignificantes sobre o custo, mas como naturalmente aumentarão os produtos oferecidos — participantes e ativos financeiros acumulados — o custo total se elevará. Entretanto, as estatísticas apresentadas anteriormente já se mostraram favoráveis à existência de economias de escala.

Como forma de se averiguar a robustez dos resultados a distintas especificações estatísticas, também os modelos 4 e 5 realizaram estimativas referentes a uma FE para custos. A diferença básica entre a econometria convencional e a FE é que enquanto a primeira estima o comportamento médio do grupo como um todo; a segunda traça o formato da curva das unidades — EFPC para o caso concreto deste artigo — mais eficientes.

Para se observar o quanto os resultados se modificam somente em decorrência da alteração da técnica para FE, manteve-se a mesma especificação da equação (14) tal como utilizada nos modelo 1 (MQO) e 2 (painel com efeitos aleatórios).

A distribuição dos erros dos modelos 4 e 5 de FE é do tipo normal/normal truncada. A distinção entre esses dois modelos é que o quarto supõe eficiência invariante no tempo, enquanto o quinto assume evolução exponencial da eficiência. Esses dois modelos apresentam resultados bastante próximos entre si o que era esperado dado se tratar de painel com somente dois períodos, sendo, portanto, difícil constatar mudança no padrão de eficiência em tão curto intervalo temporal. Isso se comprova pelo fato de o parâmetro referente à evolução temporal da eficiência do modelo 5 não ser estatisticamente diferente de zero.

Ponto relevante na comparação dos modelos é a semelhança dos coeficientes de FE dos modelos 4 e 5 com o painel de efeitos aleatórios — modelo 2 — e o MQO — modelo 1, conforme se observa na tabela acima. Somente a constante da função de custos apresentou valor expressivamente distinto na comparação dos modelos de FE com os demais. Em outras palavras, o traçado da curva de custo é o mesmo em termos de suas derivadas parciais seja ao se considerar o perfil médio das EFPCs ou das unidades mais eficientes. O que a FE fez em relação aos modelos econométricos convencionais foi deslocar a curva de custo para um patamar inferior. Ou seja, o potencial de ganhos de escala se mostra muito similar seja na média do grupo como um todo ou nas unidades de maior eficiência. As diferenças das EFPCs mais e menos eficientes não se explicam por causa da escala. Essa comparação de resultados demonstra a robustez do modelo a diferentes especificações.

Possível crítica aos modelos 4 e 5 de FE seria o fato de tratarem duas variáveis em seus valores absolutos, e não em escala logarítmica. São elas a quantidade de planos e de patrocinadores. De fato, esses dois modelos anteriores se desenvolveram com o intuito de averiguar a sensibilidade de resultados somente em função de mudança da técnica econométrica dos dados em painel para FE. De modo a tornar o tratamento mais próximo ao convencional em FE, os modelos 6 e 7 fazem uso de todas as variáveis em escala logarítmica — exceto naturalmente as dummies — conforme se observa na tabela abaixo. No mais, mantêm as mesmas características dos modelos 4 e 5, quais sejam, distribuição de erros do tipo normal/normal truncada, eficiência invariante no tempo para o modelo 6 e evolução exponencial da eficiência para o modelo 7.

O fato de se modificar o formato da FE para uma função do tipo Cobb-Douglas não provocou alteração substancial nos resultados e suas interpretações qualitativas, exceto para a variável quantidade de planos, a qual passou a ser estatisticamente diferente de zero ao nível de 5% de significância. Entretanto, como seu valor é bastante inferior à unidade, o aumento da quantidade

Tabela 6: Estimativas de FE para a despesa administrativa em relação às características das EFPC para função do tipo Cobb-Douglas. Erro padrão entre parênteses

	Variável dependente = ln (Despesa Administrativa)	
	Modelo 6	Modelo 7
Participantes e pensionistas (ln)	0,114* (0,040)	0,112* (0,040)
Ativos Financeiros (ln em R\$ deflacionados pelo IGP-DI)	0,447* (0,037)	0,449* (0,037)
Relação Beneficiários/Participantes Ativos (ln)	0,089* (0,021)	0,088* (0,021)
Dummy Patrocinador Privado	-0,693** (0,078)	-0,694** (0,078)
Dummy Instituidor	-0,306 (0,178)	-0,305 (0,178)
Quantidade de Planos da EFPC (ln)	0,188* (0,045)	0,188* (0,045)
Quantidade de Patrocinadores da EFPC (ln)	0,066 (0,035)	0,066 (0,034)
Constante	2,613 (18,953)	2,750 (1,659)
Número de EFPC	283	283

Notas:

Modelo 6: Fronteira estocástica para custo com eficiência invariante no tempo e função do tipo Cobb-Douglas

Modelo 7: Fronteira estocástica para custo com eficiência variante no tempo e função do tipo Cobb-Douglas

*: Coeficiente estatisticamente distinto de 0 e 1 ao nível de 5%.

** : Coeficiente estatisticamente significativo ao nível de 5%.

de planos eleva menos que proporcionalmente a despesa administrativa, resultado que indica a existência de economias de escopo.

Mantêm-se a conclusão de que a grande mudança ocasionada pela adoção da FE foi a queda do valor da constante. Em outras palavras, as derivadas parciais são basicamente as mesmas do modelo da econometria de MQO e de painel com efeitos aleatórios. Os mais eficientes têm tão somente uma curva de custo mais baixa que a média, mas de formato similar em relação a suas derivadas parciais.

Tal como nos modelos anteriores de FE, o parâmetro referente à evolução temporal da eficiência não se mostrou estatisticamente distinto do valor nulo ao nível de 5%. Resultado esperado dado se tratar de um painel para um biênio.

Como forma adicional de se flexibilizar a análise e testar a robustez da hipótese das economias de escala na previdência complementar fechada brasileira a outros formatos funcionais, apresentam-se adiante estimativas de elasticidades para uma função de custo do tipo logarítmica transcendental, também conhecida como translog¹¹. A principal diferença entre este formato e aquele proposto em (14) é que a translog captura o impacto das interações — realizadas de modo um a um — entre as variáveis independentes. Para o caso em análise neste artigo, a equação (14) se transforma em:

¹¹Os trabalhos empíricos anteriores sobre o tema não realizaram estudo com formato funcional flexível da translog, de modo que se trata de outra inovação realizada nesse estudo.

$$\ln C_{it} = \alpha_0 + \sum_{n=1}^7 \alpha_n W_{nit} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^7 \sum_{m=1}^7 \alpha_{nm} W_{nit} W_{mit} + \epsilon_{it} \quad (15)$$

Em que W_n é o logaritmo natural de cada uma das variáveis independentes da equação (14) quando esta variável não for dummy. Caso essa variável W_n seja do tipo dummy, então W_n é seu próprio valor. Observa-se também que não há sentido em se estimar o parâmetro α_{nm} na hipótese de a variável n ser uma dummy, isso porque a multiplicação da dummy por ela mesma é a própria variável em questão. O expressivo número de interações entre as variáveis independentes faz com que o número de parâmetros a se estimar em (15) seja muito elevado. Por essa razão, o resultado dessa regressão é apresentado como apêndice ao final do texto.

Por decorrência do formato da translog, o valor das elasticidades difere em cada ponto observado dos dados. Como forma de suplantar essa dificuldade e apresentar uma estatística síntese dos resultados, é usual o cálculo da elasticidade no valor médio dos dados tal como sugerido em Greene (2012) e Coelli et al. (2005). Por meio dessa técnica, a elasticidade do custo administrativo em relação aos ativos financeiros alcançou o valor de 0,541 e em relação ao total de participantes e pensionistas atingiu a quantia de 0,069. Apesar da diferença para os valores observados entres os modelos 1 e 7, os resultados qualitativos permanecem os mesmos e apontam para a existência de ganhos de escala. A elasticidade dos ativos financeiros cresceu de 0,44 para 0,54 na FE translog em relação aos demais modelos; entretanto, a elasticidade em relação ao número de participantes caiu de um valor entre 0,11 e 0,18 para 0,07. Em outras palavras, a elasticidade de escala que representa a soma das duas derivadas parciais anteriores ficou em 0,61 no modelo de FE translog, valor muito próximo àqueles encontrados nos modelos de 1 a 7 que ficaram entre 0,56 e 0,64. Em suma, os resultados referentes às economias de escala na previdência complementar brasileira se mostram robustos a diversos formatos funcionais e técnicas estatísticas¹².

5 Implicações normativas

No que se refere às implicações normativas dos resultados encontrados, a evidência favorável aos ganhos de escala demonstra a dificuldade que uma empresa de menor porte teria para criação da sua EFPC. A princípio, isso pode representar empecilho à expansão da previdência complementar. Entretanto, os ganhos de escopo indicam a viabilidade da política de fomento ao setor.

Por um lado, a existência de poucas EFPCs permite melhor aproveitamento da escala e redução do custo administrativo médio por participante o que implica que a concentração das EFPCs traria escala mais eficiente de operação. Por outro lado, o baixo custo marginal da criação de um novo plano

¹²Possível questionamento às evidências favoráveis aos ganhos de escala seria o porquê de o setor não já tê-los aproveitado e passado por um processo de consolidação de modo a formar um monopólio natural. Há um conjunto de contra-argumentos. Do ponto de vista institucional, as EFPC não possuem fins lucrativos. Ademais, a consolidação implica perdas de autonomia de gestão e definição do plano por parte dos participantes e patrocinadores. Na perspectiva normativa, não parece ser interessante transformar o setor em monopólio e abolir possível competição. Por fim, sob a ótica empírica, apesar de a evidência internacional favorável à existência de ganhos de escala no setor não se observou tamanha consolidação no resto do mundo.

de benefícios ou da adesão de um patrocinador a uma EFPC já existente abre caminho para que a previdência complementar se estenda a empresas de menor porte.

A política prescrita seria o estímulo à adesão de empresas menores às EFPCs de firmas de grande porte. Recomenda-se a livre associação entre diversas empresas para que criem ou participem de um fundo pré-existente. O benefício para o próprio setor seria duplo. Primeiramente, as economias de escala decorreriam do grande porte de operação das entidades fechadas. Em segundo lugar, a competição entre grandes EFPCs por patrocinadoras pequenas permitiria o repasse dos ganhos de escala aos empregados dessas firmas. Ambiente não competitivo pode simplesmente fazer com que as grandes EFPCs absorvam a maior ganho de escala para si e pouco repassem aos outros patrocinadores e participantes. A competição é ampliada ao se considerar a alternativa dos planos das entidades abertas oferecidos por bancos e seguradoras. Por analogia, trata-se de prescrição de estrutura semelhante àquela observada no setor de telefonia e companhias aéreas. Fonte adicional de redução de custos na gestão previdenciária seria a gestão compartilhada de ativos e atividades administrativas.

No que se refere à expansão da previdência complementar para servidores públicos, a evidência favorável às economias de escala e escopo sugere que a União e governos de grandes Estados como Rio de Janeiro e São Paulo, por exemplo, podem criar EFPCs multipatrocinadas como instrumento para que a previdência complementar alcance servidores de Municípios e Estados de menor porte. O benefício social da expansão da previdência privada seria a menor necessidade de provisão governamental da renda auferida pelos cidadãos em idade avançada com o respectivo alívio da carga tributária e a possibilidade de alocação de recursos públicos em outras áreas prioritárias. Também na análise intrafamiliar, reduz-se o montante de recursos que os filhos destinam ao sustento dos seus pais.

Ponto normativo de possível discussão é o estabelecimento de número mínimo de participantes para funcionamento de uma EFPC. No marco jurídico vigente no Brasil, a exigência relativa a esse quesito se aplica apenas aos instituidores cuja entidade — de acordo com o art. 17 da Resolução CGPC 29/2009 — deve ter pelo menos quinhentos participantes no momento da sua criação. A EFPC não é obrigada a fechar caso seus participantes fiquem aquém dos quinhentos ao longo do tempo.

Em defesa do estabelecimento de quantitativo mínimo, além da escala, há a diluição de riscos entre os participantes. Especialmente ao se tratar das incertezas relacionadas à concessão de aposentadorias por invalidez e pensão por morte. Para citar um exemplo radical, uma EFPC com somente cinquenta participantes pode ter sua solvência comprometida caso um acidente venha a vitimar cinco deles. Analogamente, pode incorrer em provisão desnecessária de recursos caso seus participantes não se invalidem. De modo geral, pela lei dos grandes números, é necessário grupo maior de participantes para a convergência entre o valor esperado e a verdadeira média. Do ponto de vista contrário ao estabelecimento de mínimos, encontra-se o argumento que essa imposição governamental restringe a liberdade de escolha das pessoas físicas e jurídicas. Dentro dessa linha de raciocínio, caberia aos indivíduos — e não ao setor público de modo paternalista — definir o que é melhor para eles. Essas teses e antíteses deixam o debate ainda em aberto. Uma possível síntese dessas duas visões seria o regulador esclarecer aos participantes e patrocinadores so-

bre os custos de entidades com poucos membros sem que isso se configurasse como imposição.

Vale notar que a existência de EFPC de porte expressivo pode gerar problemas do estilo “*grande demais para falhar*” usualmente aplicado ao setor bancário, o qual justifica repasse de recursos arrecadados de toda a sociedade para benefício de um setor específico quando esse passa por dificuldades. Apesar de não haver forma de eliminar esse risco – a própria crise financeira de 2008 é um exemplo concreto desse fato – há instrumentos para minimizá-lo por meio de regulação e estrutura de governança apropriadas. Na visão dos autores, as leis complementares 108 e 109/2001 possuem determinações para redução dos riscos de governança.

Além dos pontos anteriormente abordados, é natural que a opção por parte de uma pequena firma ou Município quanto à adesão à previdência complementar gerido por uma empresa ou ente maior vá além das questões meramente de custo. Aos ganhos de escala e escopo devem se contrapor a perda de autonomia na gestão previdenciária e a dificuldade em se definir plano mais adequado ao que desejam seus funcionários e a própria firma.

6 Conclusão

O presente artigo identificou a existência de economias de escala e escopo na previdência complementar brasileira a partir de amplo conjunto de testes econométricos e estatísticas descritivas.

A preocupação com o tema cresce em um momento de queda nas taxas de juros. Dado que a forma tradicional de obtenção de rendimento nos regimes capitalizados de previdência tem sua magnitude reduzida, faz-se natural o foco na eficiência como forma de redução dos custos previdenciários. A forma investigada acerca do potencial ganho de eficiência foram as economias de escala e escopo. Enquanto a primeira reflete reduções dos custos médios à medida que os produtos aumentam, a segunda se refere à redução dos custos quando produtos distintos são produzidos por uma mesma unidade econômica comparativamente ao caso em que cada produto é ofertado somente uma firma. Dado que os produtos no caso em análise são o público coberto pela EFPC e o total de ativos investidos, as economias de escala se verificam dado que o custo total cresce menos que proporcionalmente aos produtos, enquanto as economias de escopo refletem o baixo impacto sobre o custo administrativo tanto do oferecimento de um plano de benefícios adicional quanto da adesão de uma nova patrocinadora à EFPC.

A revisão de literatura apresentou vários estudos que apontaram para a existência de economias de escala na previdência complementar em outros países. Em comum, as estimativas econométricas para as funções de custo identificaram como produtos desse setor o total de participantes e pensionistas cobertos pela EFPC e o total de investimentos.

Essa perspectiva foi replicada tanto no modelo teórico quanto nos testes econométricos realizados por esse artigo. A econometria se mostrou robusta o suficiente de modo a corroborar a hipótese acerca da existência de economias de escala e escopo para previdência complementar brasileira. Tanto as estatísticas descritivas como todos os testes econométricos em que se alteraram sejam as técnicas utilizadas seja o formato funcional confirmaram a existência de economias de escala.

A implicação normativa desses resultados é que a exploração dos ganhos de escala e escopo pode se constituir em forma eficiente de incremento da cobertura previdenciária complementar no Brasil. Fato relevante em um contexto em que a provisão pública de benefícios previdenciários se vê limitada diante do envelhecimento populacional e em que a previdência privada busca por formas de compensar a queda de rentabilidade dos ativos financeiros.

Referências Bibliográficas

- Bateman, H. & Mitchell, O. (2004), 'New evidence on pension plan design and administrative expenses: the Australian experience', *Journal of Pension Economics and Finance* 3, 63–76.
- Bikker, J. & Dreu, J. (2009), 'Operating costs of pension funds', *Journal of Pension Economics and Finance* 8, 63–89.
- Bikker, J., Steenbeek, O. & Torracchi, F. (2012), 'The impact of scale, complexity, and service quality on the administrative costs of pension funds: A cross-country comparison', *Journal of Risk and Insurance* 79, 477–514.
- Björkmo, M. & Lundbergh, S. (2010), 'Restructuring Sweden's ap funds for scale and global impact', *Rotman International Journal of Pension Management* 3, 30–36.
- Brasil (1977), 'Lei 6.435, de 15 de julho de 1977', Congresso Nacional.
- Brasil (1978), 'Decreto 81.240, de 20 de janeiro de 1978', Congresso Nacional.
- Brasil (1997), 'Lei 9.532, de 10 de dezembro de 1997', Congresso Nacional.
- Brasil (2001a), 'Lei complementar 108, de 29 de maio de 2001', Congresso Nacional.
- Brasil (2001b), 'Lei complementar 109, de 29 de maio de 2001', Congresso Nacional.
- Brasil (2004), 'Lei 11.053, de 29 de dezembro de 2004', Congresso Nacional.
- Brasil (2009a), 'Resolução conselho de gestão da previdência complementar 29, de 31 de agosto de 2009', Congresso Nacional.
- Brasil (2009b), 'Resolução conselho monetário nacional 3.792, de 28 de setembro de 2009', Congresso Nacional.
- Brasil (2012), 'Lei 12.613, de 30 de abril de 2012', Congresso Nacional.
- Caswell, J. (1976), 'Economic efficiency in the pension plan administration: a study of the construction industry', *Journal of Risk and Insurance* 43, 257–273.
- Coelli, T., Rao, D., O'Donnell, C. & Battese, G. (2005), *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, 2 edn, Springer.
- da Previdência Social, M. (2008), 'Previdência complementar: cartilha do participante'.
URL: http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/3_090119-102133-452.pdf

da Previdência Social, M. (2011), 'Previdência complementar: o futuro começa agora'.

URL: http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/3_110824-163612-814.pdf

da Previdência Social, M. (2012), 'Boletim estatístico de previdência social', Congresso Nacional. v. 16 n. 12.

Greene, W. (2012), *Econometric Analysis*, 7 edn, Pearson Education Limited.

Hsin, P. & Mitchell, O. (1997), Public pension plan efficiency, in M. Gordon, O. Mitchell & M. Twinney, eds, 'Positioning Pensions for the 21st Century', University of Pennsylvania Press.

Koh, B., Mitchell, O. & Fong, J. (2008), 'Cost structures in defined contribution systems: the case of Singapore's central provident fund', *Pensions* **13**, 7–14.

Mitchell, O. & Andrews, E. (1981), 'Scale economies in private multi-employer pension systems', *Industrial and Labor Relations Review* **34**, 522–530.

Scholz, J., Seshari, A. & Khitatrakun, S. (2006), 'Are americans saving "optimally" for retirement?', *Journal of Political Economy* **114**, 607–643.

Apêndice A Sumário das Estatísticas Descritivas

Tabela A.1: Sumário das Estatísticas Descritivas para o ano de 2010

	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-padrão	Mediana
Desp. Administrativa	170282	222879093	7580712	19737235	2326022
Investimentos	6706247	165828506845	2117968990	11089835061	330292770
Participantes	56	474416	20744	43843	7694
Quantidade de Planos	1	143	4	11	2
Quantidade de Patrocinadores	1	173	9	20	3
Custo Médio por Participante	12	9753	719	1201	368
Despesa Administrativa/Investimento	0,10%	9,90%	1,10%	1,20%	0,70%

Tabela A.2: Sumário das Estatísticas Descritivas para o ano de 2011

	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-padrão	Mediana
Desp. Administrativa	161166	212465462	8053302	20602002	2467214
Investimentos	5446643	155635099742	2114355924	10611705864	342499241
Participantes	56	492111	22139	46638	8332
Quantidade de Planos	1	143	4	11	2
Quantidade de Patrocinadores	1	173	10	20	4
Custo Médio por Participante	10	9327	703	1132	364
Despesa Administrativa/Investimento	0%	17%	1%	2%	1%

Apêndice B Estimativas de FE para a despesa administrativa em relação às características das EFPC para função do tipo TRANSLOG

Tabela B.1: Estimativas de FE para a despesa administrativa em relação às características das EFPC para função do tipo TRANSLOG

	Estimativa	Erro Padrão
(Intercepto)	26,4426046	6,788796
lninv	-3,047117	0,973581
lnpart	2,9920075	0,877741
dummyprivado	-1,4406567	1,979456
dummyinstituidor	4,474023	5,161339
lnrelaoapopensat	0,9528649	0,439562
lnQuanPlan	1,0787677	0,999906
lnQuanPatroc	-0,7938553	0,651307
InvPart	-0,2452894	0,067126
InvDumPriv	0,1254911	0,135616
InvDumInst	-0,5868683	0,406424
InvRel	-0,0955457	0,035308
InvPlan	-0,0839271	0,069622
InvPatroc	0,0917046	0,046103
InvInv	0,1381674	0,036612
PartPart	0,1368765	0,036232
PartRel	0,1542391	0,035418
PartPriv	-0,2139878	0,123234
PartInst	0,7455694	0,36713
PartPlan	0,0488515	0,0681
PartPatroc	-0,0967652	0,046965
RelRel	0,0545942	0,009798
RelPriv	-0,1495732	0,05862
RelInst	0,2320296	0,190224
RelPlan	0,0025719	0,045237
RelPatroc	-0,0512691	0,028886
PrivPlan	-0,0455904	0,119242
PrivPatroc	-0,0208593	0,125387
InstPlan	0,1904469	0,39281
InstPatroc	0,3630128	0,27549
PlanPlan	0,2278721	0,051972
PlanPatroc	-0,0707462	0,062269
PatrocPatroc	-0,0814066	0,037114
sigmaSq	1,1788662	0,138703
gamma	0,9751466	0,004674
time	-0,0033171	0,014497

A QUESTÃO DA SEPARABILIDADE FRACA NA ESTIMAÇÃO DE SISTEMAS DE DEMANDA: UMA APLICAÇÃO PARA A DEMANDA DE CARNES NO BRASIL

GUILHERME FONSECA TRAVASSOS *
ALEXANDRE BRAGANÇA COELHO †

Resumo

A separabilidade fraca das preferências é uma hipótese frequentemente mantida, porém pouco testada em análises de demanda aplicada. Este estudo buscou testar essa hipótese em um sistema de demanda por carnes no Brasil, utilizando os microdados da POF 2008-09. Concluiu-se que os consumidores não separam carnes por tipo de animal ou por qualidade da carne e que uma estimação de demanda de carnes sem utilizar preço e dispendio com outros alimentos incorre em omissão de variáveis relevantes, influenciando nas estimativas das elasticidades-preço cruzadas.

Palavras-chave: Separabilidade fraca; demanda por carnes; POF 2008-09

Abstract

Weak separability is a frequently maintained hypothesis in demand analysis and it's rarely tested. This paper tested the restrictions of weak separability in a meat demand system in Brazil, using microdata from POF 2008-09. Results showed that consumers do not distinguish meats by animal type or quality and that an estimate of demand for meats without using price and expenditure of other foods incurs in omission of relevant variables, impacting cross price elasticities.

Keywords: Weak separability; demand for meat; POF 2008-09.

JEL classification: D11, D12, C21

DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1413-8050/ea135987>

* Doutorando em Economia Aplicada — Universidade Federal de Viçosa. Email: travassosgf@hotmail.com

† Professor Associado no Departamento de Economia Rural — Universidade Federal de Viçosa. Email: acoelho@ufv.br

1 Introdução

O conceito de separabilidade fraca, originalmente introduzido por Leontief (1947) e posteriormente por Sono (1961), é extremamente útil para a análise de sistemas de demanda devido a suas implicações em relação à coerência na agregação de bens e na descentralização das decisões de otimização da utilidade (Blackorby et al. 1978). Entretanto, a separabilidade fraca das preferências é uma hipótese frequentemente mantida, porém pouco testada em análises de demanda aplicada.

De acordo com Deaton & Muellbauer (1980), inicialmente é preciso entender quando as preferências por si próprias podem ou não proporcionar uma estrutura natural de demanda por bens. A primeira ideia referente a isso seria a de separabilidade de preferências. Se isso for possível, um grupo de bens pode ser particionado de modo que as preferências dentro dos subgrupos oriundos dessa partição possam ser descritos independentemente das quantidades do grupo inicial. Isso implica que é possível se obter funções de utilidade para cada subgrupo, e então, os valores destes combinados proverão a utilidade total do grupo. Por exemplo, a utilidade das carnes de boi, frango e porco, combinados, proporcionariam a utilidade do grupo carnes. Ainda, pode-se inferir que não existe nenhum motivo para que cada bem de um determinado grupo não possa originar mais produtos, por exemplo, dentro do grupo carnes, tem-se a carne de frango que pode ser dividida em partes processadas e o frango inteiro. Se analisadas todas essas implicações de maneira conjunta, por exemplo, para o grupo Carnes, seria possível visualizar a árvore de utilidades do grupo.

É nesse contexto que o conceito de separabilidade fraca é extremamente útil para o entendimento. De acordo com Blackorby et al. (1978), o significado econômico da introdução do conceito de separabilidade é que as decisões dos consumidores passam a ser feitas em estágios. Em primeiro lugar, os consumidores maximizam suas funções utilidade alocando sua renda entre grupos de produtos (por exemplo, carnes, cereais, verduras, etc.). Num segundo estágio, o orçamento de cada grupo seria alocado entre os bens dentro dos grupos (por exemplo, no grupo carnes, carne bovina, de frango, suína etc.). Ainda, dentro do grupo carnes, pode-se analisar um terceiro estágio, que seria a alocação de recursos entre os bens dentro dos subgrupos (por exemplo, no subgrupo carne de frango têm-se partes processadas do frango e o frango inteiro). Entretanto, de acordo com Deaton & Muellbauer (1980), separabilidade fraca e divisão de orçamento em estágios são intimamente relacionadas, mas não equivalentes, não sendo verdade que uma implica a outra. Pode-se dizer, então, que a separabilidade fraca é condição necessária e suficiente para a existência do último estágio de escolha do consumidor e para utilização de preços e dispêndio na estimação da demanda apenas desse estágio¹.

As condições para os outros estágios (que não o último), que envolvem a alocação do gasto total em grupos amplos, é mais problemática (Deaton & Muellbauer 1980). Uma solução exata requer condições pouco plausíveis, como

¹As condições para os outros estágios (que não o último), que envolvem a alocação do gasto total em grupos amplos, é mais problemática (Deaton & Muellbauer 1980). Uma solução exata requer condições pouco plausíveis, como homoteticidade ou aditividade entre as utilidades dos grupos. Geralmente, utiliza-se uma solução aproximada, com a utilização de índices de preço do tipo Laspeyres para os grupos. Para maiores detalhes, ver Deaton & Muellbauer (1980, p. 122-133).

homoteticidade ou aditividade entre as utilidades dos grupos. Geralmente, utiliza-se uma solução aproximada, com a utilização de índices de preço do tipo Laspeyres para os grupos. Para maiores detalhes, ver Deaton & Muellbauer (1980, p. 122-133).² Finalmente, do ponto de vista empírico, a separabilidade fraca reduz significativamente o número de parâmetros do sistema de demanda a ser estimado, que podem ser recuperados posteriormente (Deaton & Muellbauer 1980).

Além disso, há implicações práticas da violação da hipótese mantida de Separabilidade. Pode-se destacar, por exemplo, como a hipótese de Separabilidade é importante nos testes de mudança ou quebra estrutural nos padrões de demanda, como destacado por Eales & Unnevehr (1988). Neste trabalho, os autores investigaram a mudança na demanda norte-americana de carnes, especialmente a maior preferência por carne de frango em detrimento da carne bovina. Seus resultados mostraram que a estimação de sistemas de demanda por carnes de forma agregada enviou os testes para a quebra estrutural. Os testes de Separabilidade e a correta especificação da árvore de utilidade permitiram concluir que o aumento na taxa de crescimento da demanda agregada por frango nos EUA após 1974 foi devido à maior participação das partes processadas de frango no agregado Frango, chamado pelos autores de maior demanda por conveniência, ao invés de um aumento na taxa de mudança de preferências (maior demanda devido a preocupações com a saúde) como outros estudos que não consideraram a Separabilidade haviam concluído.

Outra implicação prática diz respeito a potenciais problemas em análises de atos de concentração por órgãos de defesa da concorrência quando não se considera a questão da Separabilidade fraca. Isso ocorre porque, de acordo com o Departamento de Estudos Econômicos — DEE (2010) do Conselho Administrativo de Defesa Econômica, a determinação da demanda, e sua estatística síntese, a elasticidade, serve de insumo para várias etapas na análise de defesa da concorrência, como por exemplo, a determinação do mercado relevante, o grau de rivalidade e a simulação dos impactos das fusões. No primeiro caso, os pareceres mais recentes relacionados à delimitação de mercado relevante geralmente baseiam-se em técnicas que envolvem a estimação de elasticidades, tal como o Teste do Monopolista Hipotético (TMH). Assim, a hipótese de Separabilidade, ao restringir o grau de substituição entre os bens de grupos diferentes, é fundamental para determinar o mercado relevante e assim julgar atos de concentração. Em relação ao poder de mercado e a análise de fusões, Huse & Salvo (2006) mostram como modelos de demanda bem definidos são ferramenta fundamental na obtenção de equilíbrios pós-fusão, efeitos de integração vertical, reações a mudanças de preços etc. Assim, novamente aqui a hipótese de Separabilidade fraca tem papel crucial nessa definição.

Apesar da importância do conceito de separabilidade fraca, os trabalhos sobre demanda no Brasil³ não testam essa hipótese, e consideram a priori que os bens analisados são separáveis dos demais. Por outro lado, internacionalmente, diversos trabalhos foram realizados com o objetivo de testar a separa-

²Em consequência, os procedimentos habituais para determinação de intervalos de confiança e testes de hipóteses provavelmente conduzirão a conclusões equivocadas quanto à significância estatística dos parâmetros estimados. Além disso, outra consequência é que as previsões alicerçadas no modelo incorreto e os intervalos de confiança estimados não serão confiáveis (Greene 2008).

³Ver, por exemplo, Coelho et al. (2010), Resende Filho et al. (2012), Rodrigues et al. (2012).

bilidade fraca de bens em diversas especificações de demanda⁴. Os resultados desses trabalhos indicam que testar a hipótese de separabilidade fraca é fundamental para a correta especificação de um sistema de demanda. Os efeitos de se assumir uma especificação a priori podem ser a obtenção de estimativas das elasticidades enganosas e que levam a conclusões equivocadas.

Dessa forma, como ressaltado, não é de nosso conhecimento que algum trabalho nacional tenha testado a hipótese da separabilidade fraca em sistemas de demanda, evidenciando a importância do presente trabalho. Portanto, o objetivo do trabalho é testar essa hipótese em um sistema de demanda de carnes no Brasil, utilizando os microdados da POF 2008-09. O intuito é verificar se o grupo Carnes é fracamente separável do grupo de Outros alimentos, sendo possível utilizar apenas o preço e o dispêndio com carnes para a estimação da demanda no grupo, como é usual. Além disso, pretende-se verificar se os segmentos oriundos do grupo Carnes são fracamente separáveis por tipo de animal, ou seja, se é melhor realizar uma análise desagregada da demanda por carnes em seus respectivos subgrupos para um melhor entendimento das mudanças de preferências. Por fim, por meio da análise do conceito de separabilidade fraca, será possível verificar como seria o formato da árvore de utilidade para a demanda pelo bem no Brasil.

O presente trabalho está dividido em quatro seções, incluindo esta introdução. Na segunda seção, apresenta-se o referencial teórico utilizado neste estudo; na terceira, o procedimento adotado para testar a separabilidade fraca em diversas árvores de utilidade em um sistema de demanda de carnes no Brasil. Na quarta seção, são apresentados os resultados e discussão sobre os testes de separabilidade fraca para a demanda por carnes e as consequências da não utilização do conceito em estimações de demanda. A quinta seção apresenta as considerações finais.

2 Referencial teórico

2.1 Referencial teórico

Sendo praticamente impossível incluir todos os bens no processo de otimização da escolha do consumidor, uma alternativa é assumir que o mesmo pode tomar certas decisões de consumo separadamente. De acordo com Deaton e Muellbauer (1980a), se existe o vetor de bens q na forma $(q_g, q_{\bar{g}})$, em que q_g é o vetor bens no grupo G e $q_{\bar{g}}$ é o vetor dos bens fora do grupo G , então para qualquer vetor arbitrário $q_{\bar{g}}$, diz-se que a preferência dos consumidores em relação à q definirá uma ordenação condicional dos bens no grupo q_g , dependendo, portanto, dos bens fora do grupo G , $q_{\bar{g}}$. Assim, quando esta ordenação condicional dos bens no grupo for independente dos níveis de consumo fora do grupo, é possível dizer que o grupo é separável. Nesse caso, pode-se inferir que, sendo $U(q_1, q_2, \dots, q_n)$ uma função de utilidade e considerando três grupos de bens (A, B, C) , a separabilidade fraca pode ser representada por (*An Almost Ideal Demand System* 1980):

⁴Dentre os trabalhos internacionais que utilizaram testes não paramétricos para analisar a separabilidade fraca pode-se citar: Afriat (1967, ?), Swofford & Whitney (1987). Dentre os que utilizaram testes paramétricos, destacam-se ainda: Byron (1970), Jorgenson & Lau (1975), Pudney (1981), Eales & Unnevehr (1988), Moschini et al. (1994), Eales & Wessels (1999), Njonou et al. (2002), Lambert et al. (2006).

$$ex.U(q) = U(q_1, \dots, q_k) = U[U_A(q^A), U_B(q^B), U_C(q^C)], \quad (1)$$

A consequência direta da hipótese apresentada acima é que a demanda por um bem pode ser estimada usando apenas variáveis daquele grupo. Considerando o bem j do grupo A :

$$q_{Aj} = g_{Aj}(p_A, m_A) \quad (2)$$

Em que q_{Aj} é a demanda marshalliana do bem j pertencente ao grupo A ; $m_A = \sum_{j=1}^n p_{Aj} q_{Aj}$ é o total de gastos no grupo A ; e p_A é o vetor de preços dos bens que compõem o grupo A .

Portanto, de maneira simplificada, a condição necessária e suficiente para uma função ser fracamente separável é que a taxa marginal de substituição entre duas variáveis pertencentes ao mesmo grupo seja independente do valor de qualquer outra variável pertencente a outro grupo (Gorman 1981). Assim, a separabilidade fraca impõe uma série de restrições nos graus de substitubilidade entre os bens em diferentes grupos. Supondo que $i \in A$ e $j \in B$, com $A \neq B$, diferenciando 2 com respeito à p_j e mantendo u constante (ou seja, usando a demanda hicksiana ou compensada $h_i(u, p)$, o único efeito deve ser por meio de m_A . Assim (Deaton & Muellbauer 1980):

$$\frac{\partial h_i(u, p)}{\partial p_j} = S_{ij} = \frac{\partial q_i}{\partial m_A} \cdot \frac{\partial m_A}{\partial p_j}, \quad \text{com } u \text{ constante} \quad (3)$$

Da mesma forma:

$$\frac{\partial h_i(u, p)}{\partial p_j} = S_{ji} = \frac{\partial q_j}{\partial m_B} \cdot \frac{\partial m_B}{\partial p_i}, \quad \text{com } u \text{ constante} \quad (4)$$

Como $S_{ij} = S_{ji}$ por simetria, igualando as expressões acima e dividindo, tem-se:

$$\frac{\frac{\partial m_A}{\partial p_j}}{\frac{\partial q_j}{\partial m_B}} = \frac{\frac{\partial m_B}{\partial p_i}}{\frac{\partial q_i}{\partial m_A}}, \quad \text{com } u \text{ constante} \quad (5)$$

O lado esquerdo da equação 5 não envolve o bem i , e nem o lado direito envolve o bem j . Dessa forma, toda a expressão é independente de ambos (só depende dos grupos A e B ⁵) e pode ser representada por λ_{AB} . Assim:

$$\frac{\partial m_A}{\partial p_j} = \lambda_{AB} \frac{\partial q_j}{\partial m_B}, \quad \text{com } u \text{ constante} \quad (6)$$

Substituindo em 3:

$$S_{ij} = \mu_{AB} \frac{\partial q_i}{\partial m_B} \cdot \frac{\partial q_j}{\partial m_A}, \quad (7)$$

⁵Fazendo, por exemplo, $S_{ik} = S_{ki}$, com $k \neq j$, mas k pertencendo ao mesmo grupo B de j , tem-se: $\frac{\partial m_A / \partial p_k}{\partial q_k / \partial m_B} = \frac{\partial m_B / \partial p_i}{\partial q_i / \partial m_A}$, com u constante. Da expressão acima e da equação 5, teríamos $\frac{\partial m_A / \partial p_k}{\partial q_k / \partial m_B} = \frac{\partial m_A / \partial p_j}{\partial q_j / \partial m_B}$, com u constante. Como j e k são bens quaisquer do grupo B , percebe-se que a expressão não depende do bem escolhido, e sim do grupo analisado. O mesmo poderia ter sido feito para i , com, por exemplo, $S_{nj} = S_{jn}$, com n e i do mesmo grupo.

Sendo:

$$\mu_{AB} \cdot \frac{\partial m_A}{\partial m} \cdot \frac{\partial m_B}{\partial} = \lambda_{AB} \quad (8)$$

Portanto, a condição necessária e suficiente para separabilidade fraca é que a substituição entre bens de grupos distintos devido a uma mudança de preços seja proporcional às derivadas do dispêndio. Dessa forma, o efeito compensado de uma mudança de preços é simplesmente realocar o dispêndio entre grupos.

É importante dizer que a expressão acima mostra que as quantidades demandadas em um grupo não são independentes dos preços dos bens nos outros grupos ou do gasto total. Dessa forma, quando os preços de bens de outros grupos se modificam, o montante do gasto total alocado para cada grupo também irá se modificar. Assim, o consumidor irá realocar os gastos de cada bem em resposta a mudanças de preços relativos, pois o montante total é fixo. Como μ_{AB} é desconhecido, é possível eliminar essa constante dividindo S_{ik} por S_{jk} , em que k é outro bem pertencente ao grupo A:

$$\frac{S_{ik}}{S_{jk}} = \frac{\frac{\partial q_i}{\partial m}}{\frac{\partial q_j}{\partial m}} \quad (9)$$

3 Metodologia

3.1 Forma Funcional

As condições de separabilidade fraca resumidas pela equação 7 podem ser mantidas ou testadas por meio de uma especificação paramétrica de um sistema de demanda. Neste estudo, utiliza-se a especificação denominada Quadratic Almost Ideal Demand System – *QUAIDS* de Banks et al. (1997), da mesma forma que em Coelho et al. (2010). Essa forma funcional é flexível, compatível com os postulados da Teoria do Consumidor (Banks et al. 1997), e permite impor facilmente as propriedades da função de demanda (homogeneidade e simetria), que dependem apenas dos parâmetros estimados no modelo. Além disso, incorpora os efeitos não lineares do dispêndio, cuja ausência pode gerar estimativas enviesadas, devido à especificação inadequada das equações de demanda. O *QUAIDS* é expresso da seguinte forma:

$$w_i = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i \ln \frac{m}{a(p)} + \frac{\lambda_i}{b(p)} \left\{ \ln \left(\frac{m}{a(p)} \right) \right\}^2 \quad (10)$$

Em que $w_i = \frac{p_i q_i}{\sum_{i=1}^n p_i q_i}$ é a parcela de gastos com o i -ésimo bem; $\ln a(p) = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \ln v(p_i) + 1/2 \sum_i \sum_j \gamma_{ij} \ln(p_i) \ln(p_j)$; $b(p) = \prod_i p_i^{\beta_k}$; $\lambda(p) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \ln p_i$, sendo $\sum_i \lambda_i = 1$; m é o dispêndio total com n bens; p_j é o preço do j -ésimo bem; e α_i , γ_{ij} , β_i e λ_i são os parâmetros a serem estimados, sendo o último, o parâmetro requerido para o termo quadrático do dispêndio.

3.2 Procedimentos econométricos

Apesar do uso de microdados, como os disponibilizados pelas pesquisas de orçamentos familiares (POFs), na estimação de equações de demanda de ali-

mentos permitir uma melhor especificação das mesmas, com a inclusão de variáveis que captam a heterogeneidade entre os consumidores, seu uso não deixa de apresentar problemas que devem ser resolvidos pelo pesquisador. O maior desses problemas é o fato de o nível de desagregação geralmente resultar num grande número de famílias não consumindo um produto em específico. Esse problema é conhecido como Problema do Consumo Zero (PCZ), e impõe uma série de restrições sobre quais métodos econométricos podem ser usados para estimar de forma correta as equações de demanda.

Desse modo, a não consideração do Problema do Consumo Zero gera estimativas enviesadas e inconsistentes dos sistemas de demanda. Portanto, para lidar com esse problema, utiliza-se o procedimento de ?, os quais propõem um método de estimação em dois estágios, que permite englobar todas as observações. No primeiro estágio (Decisão de compra), estima-se um modelo probit para determinar a probabilidade de determinado domicílio consumir o item, em função das características sócio-demográficas⁶. Já o segundo estágio considera a estimação do sistema de demanda. O procedimento é descrito da seguinte forma:

1º estágio

$$d_{ik}^* = z'_{ik}\alpha_i + \vartheta_{ik}, \quad (11)$$

$$d_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se } d_{ik}^* > 0 \\ 0, & \text{se } d_{ik}^* \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

2º estágio

$$\begin{aligned} w_{ik}^* &= f(x_{ik}, \beta_i) + \epsilon_{ik}, \\ w_{ik}^* &= d_{ik}^* w_{ik}^*, \quad (i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, K) \end{aligned} \quad (13)$$

em que d_{ik}^* é a variável latente representando a diferença em utilidade entre comprar ou não o i -ésimo bem; d_{ik} e a variável binária observada para representar a escolha do k -ésimo domicílio em consumir i -ésimo bem ($d_{ik} = 1$) ou não ($d_{ik} = 0$); w_{ik}^* é a variável latente representando a parcela de gastos com o i -ésimo bem; w_{ik} é a variável dependente observada representando a parcela de gastos com o i -ésimo bem; $f(x_{ik}, \beta_i)$ é a função de demanda (QUAIDS); z_{ik} e x_{ik} são vetores de variáveis exógenas; β_i e α_i são vetores de parâmetros; e ϵ_{ik} e ϑ_{ik} são os erros aleatórios.

No primeiro estágio, obtêm-se as estimativas de α_i por meio do modelo *probit*. Calcula-se a função de densidade de probabilidade $\phi(z'_{ik}\hat{\alpha}_i)$ e a função de acumulada $\Phi(z'_{ik}\hat{\alpha}_i)$. Em seguida, estima-se w_{ik} por *SUR* (regressões aparentemente não correlacionadas) da seguinte forma:

$$w_{ik} = \Phi(z'_{ik}\hat{\alpha}_i)f(x_{ik}, \beta_i) + \varphi_i\phi(z'_{ik}\hat{\alpha}_i) + \epsilon_{ik} \quad (14)$$

Correção da endogeneidade

Endogeneidade dos preços (valores unitários)

Na Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF), o preço pago pelo bem p_i não é disponibilizado, e sim a despesa total com a compra do bem e a quanti-

⁶Ver Quadro 1 para as variáveis utilizadas

dade adquirida com o mesmo. Assim, o preço com o i -ésimo bem pode ser representado pelo valor unitário de cada bem (UV_i), calculado pela divisão do dispêndio com o i -ésimo bem pelo k -ésimo domicílio (m_{ik}) pela quantidade adquirida com o i -ésimo bem pelo k -ésimo domicílio (q_{ik}), expresso da seguinte forma (?):

$$UV_{ik} = \frac{m_{ik}}{q_{ik}}, \quad (15)$$

Entretanto, Cox & Wohlgenant (1986) e Deaton (1988) alertaram que a utilização de valores unitários pode comprometer a estimação da equação de demanda, pois é comum que eles não sejam exógenos, incorporando atributos como qualidade do bem. De forma geral, como consumidores com maior renda tendem a comprar bens de maior qualidade, os valores unitários serão positivamente correlacionados com o dispêndio total. Assim, como os valores unitários são variáveis de escolha, há um risco de viés de simultaneidade em qualquer tentativa de explicar padrões de demanda utilizando valores unitários.

Para solucionar esse problema, aplica-se o método de Cox & Wohlgenant (1986), que consiste em estimar os preços corrigidos pelos “efeitos qualidade”, regredindo a diferença entre UV_{ik} e seus valores médios por estado (\overline{UV}), pelas características domiciliares. Assim:

$$UV_{ik} - \overline{UV} = \sum_t \eta_{ik} z_{ik} + u_i \quad (16)$$

em que z_{ik} são as características do k -ésimo domicílio (Tabela 1) utilizado como *proxy* das preferências dos domicílios por qualidade. Assume-se que os desvios em relação aos valores unitários médios refletem “efeitos qualidade” induzidos por características domiciliares, como também fatores não sistemáticos ligados à oferta. Os preços ajustados (p_{ik}) são obtidos da seguinte forma:

$$p_{ik} = UV_{ik} - \sum_t \hat{\eta}_{ik} z_{ik} \quad (17)$$

Tabela 1: Variáveis presentes nos vetores z_{ik} e D_k

Variáveis	Descrição
	Localização Domiciliar
Urbano	Localizado na zona urbana = 1; caso contrário = 0
Norte	Localizado na região Norte = 1; caso contrário = 0
Nordeste	Localizado na região Nordeste = 1; caso contrário = 0
Sul	Localizado na região Sul = 1; caso contrário = 0
Centro Oeste	Localizado na região Centro Oeste = 1; caso contrário = 0
	Composição Domiciliar
Renda*	Renda domiciliar per capita
Sexo	Chefe de família do sexo feminino = 1; caso contrário = 0
Escolaridade	Anos de estudo do chefe de família
Criança	Possui criança = 1; caso contrário = 0
Adolescente	Possui adolescentes = 1; caso contrário = 0
Idosos	Presença de idosos = 1; caso contrário = 0

*Presente apenas no vetor z_{ik} .

Vale ressaltar que, para os domicílios que não consumiram o i -ésimo bem, ou seja, $q_i = 0$, são imputados os preços médios estaduais \bar{p}_i calculados para cada estado do Brasil.

Endogeneidade do dispêndio

Se confirmado que o consumo de carnes é fracamente separável do dispêndio total com alimentos, assume-se que a quantidade demandada do i -ésimo bem considerado (q_i) é uma função do dispêndio com carnes (m_r). Entretanto, é possível que exista um viés de simultaneidade, devido à determinação conjunta da quantidade demandada de carnes (q_r) e seu dispêndio (m_r). Dessa forma, não se pode considerar o dispêndio com carnes estritamente exógeno (Lafrance 1991).

Assim, para corrigir essa possível endogeneidade, utiliza-se o procedimento de regressão aumentada de Blundell & Robin (1999): estima-se uma regressão do total de despesas com carnes no domicílio k (m_{rk}) em relação ao dispêndio total com alimentos desse domicílio (m_k) e o vetor de características domiciliares z_k , incluídas como variáveis de controle:

$$\ln m_{rk} = \alpha_0 + \sum_k \alpha_k z_k + b \ln m_k + v_k \tag{18}$$

Em seguida, utiliza-se o resíduo (v_k) estimado pela equação (18) como variável explicativa na equação de demanda, juntamente com o dispêndio com carnes (m_{rk}).

3.3 Modelo econométrico

O sistema de demanda estimado pelo segundo estágio do procedimento de Shonkwiler e Yen, além de considerar os preços e o dispêndio, também considera outras variáveis D_{ik} (Tabela 1) que também influenciam a demanda domiciliar por carnes, ou seja, incorporam-se no sistema essas variáveis por meio da translação demográfica linear (?). Dessa forma:

$$w_{ik} = \left[\sum_k \theta_{ik} D_{ik} + \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \log \left(\frac{m_{rk}}{a(p)} \right) + \frac{\lambda_i}{b(p)} \right. \\ \left. \left\{ \log \frac{m_{rk}}{a(p)} \right\}^2 + \pi_i \hat{v}_k \right] \phi(z'_{ik} \hat{\alpha}_i) + \delta_i \phi(z'_{ik} \hat{\alpha}_i) + \epsilon_{ik}, \tag{19}$$

em que $\phi(z'_{ik} \hat{\alpha}_i)$ é a função de densidade de probabilidade calculada no primeiro estágio do procedimento de Shonkwiler e Yen; D_{ik} é um vetor de variáveis (Tabela 1) que caracterizam o k -ésimo domicílio; θ_{ik} são os parâmetros estimados para cada variável; $b(p) = \prod_n p_k^{\beta_n}$ é um agregador de preços *Cobb-Douglas*; $\Phi(z'_{ik} \hat{\alpha}_i)$ é a função de distribuição acumulada também calculada no primeiro estágio do procedimento de Shonkwiler e Yen; π_i é o parâmetro do resíduo (\hat{v}_k) estimado em (18) e ϵ_{ik} é o erro aleatório com média zero. Ressalta-se que, ainda que o procedimento de Shonkwiler e Yen seja o mais adequado para a estimação de sistemas de demanda, os erros-padrão estimados pela equação do segundo estágio podem estar viesados, devido à presença de um regressor gerado no primeiro estágio de estimação. Desse modo, foi realizado

um procedimento de *bootstrap* para a obtenção de erros-padrão robustos para os parâmetros do segundo estágio e conseqüentemente para as elasticidades obtidas.

O vetor D_k é formado por variáveis que permitem captar as diferenças no padrão de consumo entre os domicílios, em relação à localização e composição. No primeiro grupo de variáveis, encontram-se às que definem a localização domiciliar, permitindo verificar as diferenças de consumo entre as regiões geográficas e as zonas de residência. Assim, utiliza-se uma variável que identifica a diferença de consumo entre as áreas urbanas e rurais. Para as *dummies* que representam as regiões geográficas, a região Sudeste é considerada como base de comparação, pois é a região que tem maior participação dos grupos alimentares. As variáveis de composição domiciliar podem captar como a estrutura familiar e as características do responsável pelo domicílio contribuem na aquisição das Carnes. Considerou-se como variáveis categóricas: uma variável que identifica se o responsável pelo domicílio é do sexo feminino, se existem crianças ou adolescentes, e se existem idosos⁷. Incluiu-se também uma variável que identifica a escolaridade do responsável (IBGE 2010). A análise descritiva de todas as variáveis utilizadas é apresentada na Tabela A.1, no Apêndice.

Estimam-se as equações de demanda por um sistema não linear de regressão aparentemente não relacionada (*SUR*), de acordo com o comando *NLSUR* do *STATA*. O método utilizado foi o *IFGNLS* (*iterated feasible generalized nonlinear least squares*), semelhante às estimações de Máxima Verossimilhança. Ressalta-se que os sistemas de demanda testados para a separabilidade fraca no presente trabalho foram estimados sem a imposição das restrições de homogeneidade e simetria, para que a imposição destas restrições não influencie nos resultados dos testes de separabilidade. A restrição de aditividade foi atendida automaticamente com a retirada de uma equação (Outros alimentos) na estimação de cada sistema de demanda e a posterior recuperação dos parâmetros da equação omitida.

3.4 Teste de Separabilidade Fraca

Testar a separabilidade fraca implica testar a validade da equação (9) para o sistema de demanda. Entretanto, tal equação ainda pode ser expressa de acordo com as elasticidades-dispêndio dos respectivos bens. Seja φ_{ij} a elasticidade substituição de Allen-Uzawa⁸ entre os bens i e j , tal que $\varphi_{ij} = e_{ij}^c/w_j$, em que $e_{ij}^c = e_{ij}^u + e_i w_j$ é a elasticidade preço-cruzado compensada e $w_j = p_j q_j/m$ é a parcela de gastos pelo bem j . Então, definindo a elasticidade-dispêndio como $e_i = (\partial q_i/\partial m)(m/q_i)$, a equação (9) pode ser expressa como:

$$\frac{\varphi_{ik}}{\varphi_{jn}} = \frac{e_i e_k}{e_j e_n}, \quad (20)$$

⁷As definições utilizadas foram as seguintes: criança: indivíduos com idade menor ou igual a 12 anos; adolescente: indivíduos com idade entre 12 e 18 anos; e idoso: indivíduos com idade acima de 60 anos.

⁸Esta, em sua mais simples expressão conceitual, mede a magnitude do efeito de uma mudança na razão de preços (P_i/P_j) sobre a relação j/i , em termos de quantidade. Reflete a substituição entre os bens, quando o sinal é positivo, e complementariedade, quando o sinal é negativo; além de fornecer uma descrição da estrutura de demanda, bem como a interdependência no mercado dos respectivos bens (Moschini et al. 1994).

para todo $(i, j) \in A$ e $(n, k) \in B$, para todo $A \neq B$.

Portanto, as condições de separabilidade fraca resumidos pelas restrições de elasticidade originadas da equação 20 podem ser testadas sobre uma especificação paramétrica de um sistema de demanda. No caso do presente trabalho, essa especificação é o modelo *QUAIDS* e, assim, usando os termos do modelo já definidos anteriormente, a elasticidade de substituição (φ_{ik}) e a elasticidade-renda (e_i) são representadas por:

$$\varphi_{ik} = \frac{e_i w_i w_k + \gamma_{ik} - \mu_i(\alpha_k + \sum_j \gamma_{kj} \ln p_j) - \frac{\lambda_i \beta_k}{b(p)} \left\{ \left(\frac{m}{a(p)} \right) \right\}^2}{w_i w_k} \tag{21}$$

$$e_i = \frac{\mu_i}{w_1} + 1, \tag{22}$$

com $\mu_i \equiv \frac{\partial w_i}{\partial \ln m} = \beta_i + \frac{2\lambda_i}{b(p)} \left\{ \ln \left(\frac{m}{a(p)} \right) \right\}$. Assim, a restrição de separabilidade fraca em (20) pode ser escrita como:

$$\frac{\gamma_{ik} w_i w_k + w_k \mu_i - \mu_i(\alpha_k + \sum_j \gamma_{kj} \ln p_j) - \frac{\lambda_i \beta_k}{b(p)} \left\{ \left(\frac{m}{a(p)} \right) \right\}^2}{\gamma_{jk} w_j w_k + w_k \mu_j - \mu_j(\alpha_k + \sum_j \gamma_{kl} \ln p_l) - \frac{\lambda_j \beta_k}{b(p)} \left\{ \left(\frac{m}{a(p)} \right) \right\}^2} = \frac{(w_i + \mu_i)(w_k + \mu_k)}{(w_j + \mu_j)(w_m + \mu_m)} \tag{23}$$

em que $(i, j) \in A$ e $(k, m) \in B$, para todo $A \neq B$.

Testam-se as restrições de separabilidade fraca em apenas um ponto, como sugerido por Jorgenson & Lau (1975) e por Denny & Fuss (1977). Um ponto de interesse é a média das variáveis explicativas: nesse caso, Moschini et al. (1994) afirmam que é interessante normalizar todos os preços e dispêndio de forma que eles sejam iguais a um na média. Assim, fazendo essa normalização, para o modelo *QUAIDS*, $\log[m/\alpha_0 = -\alpha_0$ e $b(p) = 1$, com $p_i = 1$, no ponto médio. Pela equação 10, têm-se:

$$w_i = \alpha_i - \beta_i \alpha_0 + \lambda_i (\alpha_0)^2, \tag{24}$$

$$\mu_i = \beta_i - 2\lambda_i \alpha_0, \tag{25}$$

Substituindo 24 e 25 em 23, define-se o conjunto de restrições de separabilidade fraca não-lineares que envolvem apenas os parâmetros do modelo *QUAIDS*, sendo estas restrições cabíveis de serem mantidas ou testadas. No entanto, devido ao fato de o parâmetro α_0 ser virtualmente impossível de se estimar em aplicações empíricas, Deaton & Muellbauer (1980) sugerem fixar α_0 antes de estimar todos os parâmetros. O motivo para o problema de estimação é que a função de verossimilhança típica é linear em α_0 , sugerindo que a escolha deste não afeta as propriedades do modelo *QUAIDS* ⁹. Assim, um critério alternativo e particularmente usual para a solução desse problema é fixar $\alpha_0 = 0$. Nesse caso, a restrição de separabilidade fraca local [no ponto médio $(p, y) = (1, 1)$] é reduzida para:

$$\frac{\gamma_{ik} + \alpha_i \alpha_k}{\gamma_{jm} + \alpha_j \alpha_m} = \frac{(\alpha_i + \beta_i)(\alpha_k + \beta_k)}{(\alpha_j + \beta_j)(\alpha_m + \beta_m)} \tag{26}$$

⁹De acordo com Moschini et al. (1994), espera-se que as elasticidades calculadas não sejam influenciadas pela escolha de α_0 .

Para implementar as restrições de separabilidade fraca oriundas da equação 26, é importante saber o número de restrições que estão implícitas de acordo com a estrutura separável assumida. Se n é o número total de bens, existe um total de $1/2n(n-1)$ termos de substituição-cruzados ($\partial h_i/\partial p_j, i \neq j$). Se n_s é o número de bens pertencente ao grupo s ($s = 1, 2, \dots, S$), então existem $1/2[\sum_s n_s(n_s-1)]$ termos de substituição-cruzados dentro do grupo. Portanto, a diferença entre as duas quantidades de termos de substituição-cruzados gera o número de termos de substituição que dizem respeito aos bens pertencentes a diferentes grupos, n_0 . Além disso, haverá $n_\mu = \binom{S}{2}$ coeficientes de proporcionalidade μ que identificam completamente os n_0 termos de substituição-cruzado devido aos efeitos renda. Assim, $n_\mu = 1/(2)S(S-1)$, e o número de restrições não redundantes ($n_r = (n_0 - n_\mu)$) implícitas pela equação 26 é dado por (Moschini et al. 1994):

$$n_r = 1/2[n(n-1) - \sum_{s=1}^S n_s(n_s-1) - S(S-1)], \quad (27)$$

Para testar a separabilidade fraca neste estudo, foram estabelecidas a priori determinadas árvores de utilidade, e os parâmetros de restrição aplicados em cada árvore foram testados pelo Teste de Razão de Verossimilhança (Likelihood Ratio Test) - LR, definido como:

$$LR = 2[L(\hat{\beta}) - L(\tilde{\beta})] \quad (28)$$

em que $L(\cdot)$ indica o valor maximizado da função logarítmica da razão de probabilidade, β é o estimador irrestrito do vetor de parâmetros, e $\tilde{\beta}$ é o vetor do parâmetro avaliado sob as restrições de separabilidade fraca.

Entretanto, de acordo com Meisner (1979), testes de separabilidade fraca em grandes sistemas de demanda possuem viés para a rejeição. Isso ocorre devido à utilização de uma estimativa da matriz de covariância ao invés da matriz verdadeira. Desse modo, sugere-se uma correção para tamanho (size-correction) para o teste LR. O método proposto por Italianer (1985), segundo Moschini et al. (1994), é a melhor solução encontrada para a correção do procedimento e baseia-se na seguinte equação:

$$LR_0 = LR \left[\frac{MT - \frac{1}{2}(N_U + N_R) - \frac{1}{2}M(M-1)}{MT} \right] \quad (29)$$

em que M é o número de equações; T é o número de observações (por isso, existem, efetivamente, MT observações na amostra e $1/2M(M+1)$ termos na matriz de covariância); N_U é o número de parâmetros do modelo irrestrito; e N_R é o número de parâmetros do modelo restrito (separável).

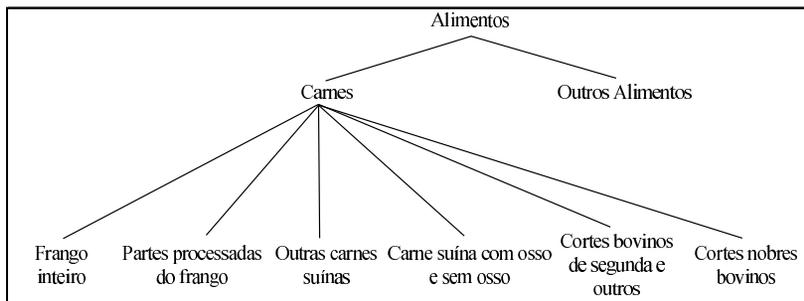
Árvores de utilidade testadas

Os sistemas de demanda estimados no trabalho contêm sete bens agregados¹⁰, sendo eles: q_1 = Frango inteiro; q_2 = Partes processadas do frango; q_3 = Outras carnes suínas; q_4 = Carnes suínas com e sem osso; q_5 = Cortes bovinos de segunda e outros; q_6 = Cortes nobres bovinos e q_7 = Outros alimentos. O conjunto de árvores de utilidade utilizadas no trabalho foi especificada com

¹⁰Ver Quadros 2 e 3 para uma descrição detalhada desses bens

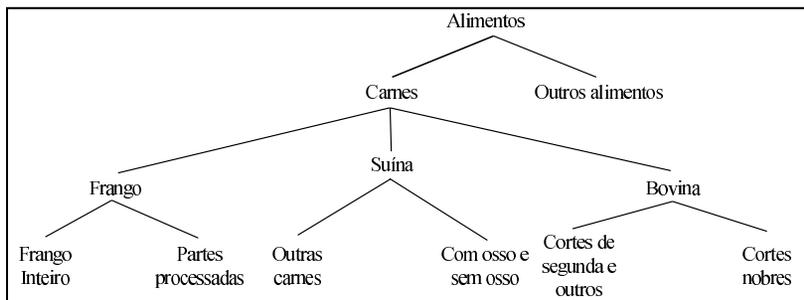
base em características do setor de carnes, na classificação utilizada pelo IBGE (IBGE 2010), além do estudo de Eales & Unnevehr (1988) (Tabela 2).

Pode-se exemplificar graficamente as árvores de utilidade testadas. Por exemplo, a árvore 1 objetiva verificar a separabilidade fraca apenas entre as Carnes e os Outros Alimentos (1). Já a segunda árvore propõe a separabilidade fraca entre os Outros alimentos e as Carnes, sendo estas separáveis em seus respectivos subgrupos: carnes de frango (Frango inteiro e Partes processadas do frango), carne suína (Outras carnes suínas e Carne suína com e sem osso) e carne bovina (Cortes bovinas de segunda e outras e Cortes nobres bovinos) (2). Na terceira árvore de utilidade, os Outros alimentos são separáveis das Carnes, porém estas são separáveis em Carnes de primeira (Partes processadas do frango e Cortes nobres bovinos), Carnes de segunda (Frango inteiro e Cortes bovinos de segundo) e Carnes suínas. A quarta árvore de utilidade aborda a separabilidade fraca entre os Outros alimentos e as Carnes, entretanto estas são subdivididas em Carnes de primeira e Carnes de segunda incluindo as Carnes suínas. A quinta árvore de utilidade também separa os outros alimentos das Carnes, porém estas se subdividem em Carnes de segunda e as Demais carnes. Na sexta árvore de utilidade, novamente os Outros alimentos estão separados das Carnes, no entanto, estas são divididas em Carnes de primeira e Demais carnes. Na sétima árvore, testa-se a separabilidade fraca entre Carnes de segunda e os Demais alimentos. Por fim, a oitava árvore de utilidade é semelhante à sétima, porém a separabilidade é testada entre as Carnes de primeira e os Demais alimentos.



Fonte: Elaboração própria

Figura 1: Árvore de utilidade 1



Fonte: Elaboração própria

Figura 2: Árvore de utilidade 2

Tabela 2: Potenciais Árvores de Utilidade

Árvore de Utilidade	Núm. de Grupos de Commodities	Outros alimentos	Frango inteiro	Partes processadas do frango	Outras carnes suínas	Carne suína com e sem osso	Cortes bovinos de segunda e outros	Cortes nobres bovinos
1	2	A	B	B	B	B	B	B
2	4	A	B	B	C	C	D	D
3	4	A	B	C	D	D	B	C
4	3	A	B	C	B	C	B	C
5	3	A	B	C	C	C	B	C
6	3	A	B	C	B	B	B	C
7	2	A	B	A	A	A	B	A
8	2	A	A	B	A	A	A	B

Fonte: Elaboração própria.

* Em cada árvore, todas as commodities com a mesma letra pertencem ao mesmo grupo. Commodities com diferentes letras são fracamente separáveis.

As informações utilizadas nesse estudo são provenientes dos microdados da Pesquisa de Orçamentos Familiares - POF (*Pesquisa de Orçamentos Familiares: Aquisição domiciliar per capita* 2010), sendo esta de caráter amostral, realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), para os anos 2008/2009. Essa pesquisa foi realizada para uma amostra de 55970 domicílios, situados nas áreas urbanas e rurais de todo território brasileiro, disponibilizando informações sobre a composição orçamentária doméstica e sobre as condições de vida da população, visando mensurar as estruturas de consumo, dos gastos e fontes de rendimento. Além disso, a pesquisa mostra informações antropométricas, além do consumo e despesa individual (IBGE 2010).

Pelo fato de os microdados da POF apresentarem dados muito desagregados, com várias subdivisões por produto, foi necessário agregar os vários subtipos de Carnes de forma a se obter as categorias desejadas. Essa agregação foi obtida pela ponderação de cada subtipo pela parcela da despesa total do subtipo no produto correspondente para cada consumidor¹¹. Isso permite captar de forma mais realista a participação dos subtipos mais “nobres” das carnes, em cada categoria pesquisada. Desse modo, as carnes considerados no sistema de demanda são apresentados na Tabela 3.

Já os outros alimentos considerados no sistema de demanda são apresentados na Tabela 4. Estes foram escolhidos de acordo com IBGE (2010) na seção do Anexo 2 — Composição dos grupos, subgrupos e produtos das tabelas de resultados. Foram agregados 36 grupos de alimentos para formar o grupo “Outros alimentos”, de acordo com a ponderação de cada subtipo pela parcela da despesa total do subtipo no produto correspondente para cada consumidor. Desse modo, tal variável apenas refere-se a alimentos, excluindo qualquer tipo de bebida.

Dos 55970 domicílios entrevistados pela POF, 344 não informaram alguma das variáveis demográficas consideradas. Também foram retiradas 443 observações, cujos preços finais, obtidos após a estimação pelo procedimento de Cox e Wohlgemant (1986), possuíam valores muito elevados ou muito baixos¹². Além disso, 5608 domicílios não apresentaram consumo de nenhum dos bens analisados e também foram retirados da amostra. Portanto, a amostra final possui 49575 observações, correspondente aos domicílios que declararam o consumo de pelo menos um dos bens (incluindo o bem residual).

Ao utilizar dados de pesquisas domiciliares com amostras complexas, como as Pesquisas de Orçamentos Familiares, é importante discutir como os procedimentos de amostragem podem afetar ou influenciar os resultados da pesquisa. Pesos amostrais são normalmente utilizados para resolver esse problema. Entretanto, tais pesos não foram incorporados nos procedimentos de estimação deste trabalho. Assim, como sugerido por Mutuc et al. (2007), é fornecida uma simples comparação de médias (t-test) para os dispêndios com os produtos analisados para mostrar a possível extensão do viés de amostragem. (Tabela A.2 no apêndice). Os resultados sugerem que parece haver diferença significativa entre as médias ponderadas e não ponderadas para seis dos sete dispêndios com os produtos analisados. Entretanto, ainda que existam dife-

¹¹O valor gasto e a quantidade adquirida de forma agregada foram encontrados por meio da soma dos valores gastos e quantidades com cada bem que compôs o grupo de interesse, respectivamente. O preço agregado foi encontrado por meio do somatório do valor gasto com cada bem em relação ao valor total gasto com o agregado multiplicado pelo preço de cada bem

¹²Por exemplo, carne bovina de primeira acima de R\$ 70/Kg

Tabela 3: Carnes utilizadas na estimação

Carne Bovina	
Cortes Nobres	Cortes de segunda e outro
Alcatra	Acém
Carne moída	Capa de filé
Carne não esp.	Carne moída
Chã de dentro	Carne não especificada
Contrafilé	Costela
File-mignon	Músculo
Lagarto comum	Pá
Lagarto redondo	Peito
Patinho	Outras carnes de seg.
	Carne hambúrguer
	Carne de sol
	Carne moída não esp.
	Carne não especificada
	Carne-seca
	Mocotó
	Outras
Carne Suína	
Com osso e sem osso	Outras carnes suínas
Carré	Carne salgada não esp.
Costela	Costela de porco salg.
Lombo	Mortadela
Pernil	Paio
Porco eviscerado	Pé de porco salgado
Outras	Presunto
	Salame
	Salsicha comum
	Toucinho fresco
	Toucinho defumado
	Outras
Carne de Frango	
Frango Processado	Frango Inteiro
Asa de frango	Frango abatido (inteiro)
Carne de frango não esp.	Frango vivo
Coxa de frango	
Dorso do frango	
Miúdos de frango	
Peito de frango	
Outras carnes de frango	

Fonte: Elaboração própria, a partir das informações POF (2008-2009)

Tabela 4: Outros Alimentos utilizados na estimação

Cereais	Pães	Leite e creme de leite
Leguminosas	Bolos	Queijos e requeijões
Hortaliças folhosas	Biscoitos	Outros laticínios
Hortaliças frutosas	Carnes de outros animais	Açúcares
Hortaliças tuberosas e outras	Vísceras bovinas	Doces e produtos de confeitaria
Frutas de clima tropical	Vísceras suínas	Outros açúcares
Frutas de clima temperado	Outras vísceras	Sais
Cocos	Peixes de água doce	Condimentos
Castanhas e nozes	Peixes de água salgada	Óleos
Farinhas	Pescados não especificados	Gorduras
Féculas	Aves exceto frango	Alimentos preparados
Massas	Ovos	Outros alimentos

renças entre as médias, elas parecem ser pequenas, dando indícios de que os resultados não sofrem de grave viés de amostragem.

4 Resultados e discussão

4.1 Teste de Separabilidade Fraca

13

Os resultados do Teste de Máxima Verossimilhança para a separabilidade fraca são apresentados na Tabela 5. Examinando a tabela, todas as oito árvores de utilidade analisadas são rejeitadas para a hipótese de separabilidade fraca ao nível de significância de 1%.

Tabela 5: Teste de Máxima Verossimilhança para as restrições de separabilidade fraca

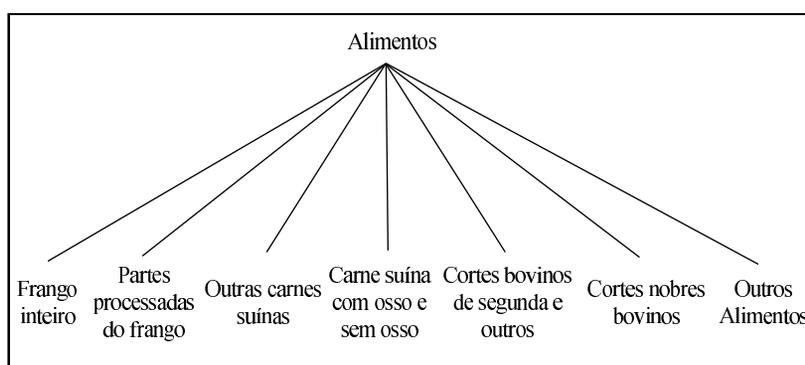
Árvores	1	2	3	4	5	6	7	8
Teste LR	201,25	37,04	289,71	223,10	250,97	245,90	129,62	78,07
Teste LR corrigido	201,16	37,02	289,58	223,00	250,86	245,79	129,56	78,04
Número de restrições	5	14	14	13	12	12	9	9
χ^2	9,24	21,06	21,06	19,81	18,55	18,55	14,68	14,68
χ^2	11,07	23,68	23,68	22,36	21,03	21,03	16,92	16,92
χ^2	15,09	29,14	29,14	27,69	26,22	26,22	21,67	21,67

Os resultados do teste de separabilidade fraca sugerem que os consumidores não alocam seu dispêndio separadamente entre carnes e outros alimentos. Desse modo, tal resultado confirma a necessidade de uma análise da demanda por carnes incluindo os demais alimentos no processo de decisão de alocação dos recursos pelos domicílios, incluindo o dispêndio com os mesmos. Além disso, confirmou-se que os consumidores não alocam seu dispêndio separadamente entre as carnes por tipo de animal ou por qualidade das carnes. Assim, tais resultados diferem dos alcançados por Eales & Unnevehr (1988) para a demanda norte-americana por Carnes, em que, as mesmas foram separáveis

¹³Por questões de espaço, mostram-se aqui apenas os resultados dos testes de separabilidade fraca e as elasticidades estimadas. Os parâmetros estimados no primeiro e segundo estágio para o sistema de demanda estão disponíveis em Travassos (2014).

dos demais alimentos, não sendo possível rejeitar a hipótese de que as carnes são separáveis entre agregados “mais nobres” e “menos nobres”.

Portanto, tais resultados mostram que as hipóteses de que o grupo Carnes é fracamente separável do grupo de alimentos, sendo possível utilizar apenas preço e dispêndio com carnes para a estimação correta da demanda no grupo, e de que os segmentos do grupo carnes são fracamente separáveis por tipo de animal ou por qualidade da carne, são refutadas. Assim, o teste de separabilidade fraca confirma que estimar a demanda domiciliar por Carnes utilizando dados da POF 2008/2009 sem utilizar preço e dispêndio com *Outros alimentos* incorre em omissão de variáveis relevantes. Desse modo, o modelo a ser estimado para a análise das preferências por Carnes é o modelo irrestrito, incluindo preços e dispêndio com *Outros Alimentos*, tendo a árvore de utilidade o formato da 3.



Fonte: Elaboração própria

Figura 3: Modelo irrestrito

4.2 Comparação das elasticidades com diferentes árvores de utilidade

O objetivo desta seção é mostrar os efeitos de não se testar previamente a separabilidade sobre as elasticidades estimadas. Se uma das oito árvores fosse escolhida *a priori* como representação da demanda brasileira por carnes, qual seria o efeito disso sobre as elasticidades? Quais seriam as diferenças em relação ao modelo irrestrito escolhido (e testado) neste trabalho? Assim, comparam-se a seguir as elasticidades-dispêndio (e_i), preço próprias marshallianas (e_{ii}^u) e preço cruzadas marshallianas (e_{ij}^u) obtidas com a estimação dos sistemas de demanda que representam as oito árvores de utilidade examinadas neste estudo.

Além disso, serão apresentados os desvios padrões das respectivas elasticidades, calculadas pelo método delta, com o intuito de verificar se as elasticidades são estatisticamente diferentes entre os respectivos modelos.

A Tabela 6 apresenta as elasticidades-dispêndio dos respectivos modelos irrestrito e restritos. É possível verificar que, em todos os modelos, as elasticidades-dispêndio foram significativas ao nível de 1% de probabilidade e possuem sinais coerentes com a teoria da demanda. Além disso, pela análise dos desvios-padrões das respectivas elasticidades-dispêndio nos diferentes modelos, é possível perceber que não há diferenças estatisticamente significativas entre as mesmas. Portanto, a não consideração da separabilidade fraca na estimação

da demanda por carnes não interfere de forma significativa nas elasticidades-dispêndio.

Já a Tabela 7 apresenta a comparação das elasticidades-preço próprias marshallianas nos respectivos modelos. Com exceção das elasticidades do bem “Cortes bovinas de segunda e outros” em todos os modelos e de “Outros alimentos” nas árvores de utilidade 1, 3, 4 e 6, todas as demais elasticidades foram significativas ao nível de 1% de probabilidade. Além disso, pela análise dos desvios-padrões, é possível perceber que não há diferenças estatisticamente significativas entre as elasticidades-preço próprias marshallianas relacionadas às carnes, com exceção de alguns modelos para “Cortes nobres bovinos”. No entanto, se analisadas as elasticidades e os desvios padrão de “Outros alimentos”, é possível perceber que as restrições de separabilidade fraca afetam seus resultados. Portanto, a não consideração da separabilidade fraca ou dos demais alimentos na estimação da demanda por carnes não interfere de forma significativa nas elasticidades-preço próprias marshallianas da maioria das carnes, porém tem influência nas elasticidades de “Outros alimentos”.

A Tabela 8 apresenta as principais mudanças em magnitude ou sinal nos resultados das elasticidades-preço cruzadas *marshallianas*¹⁴. No geral, percebe-se claramente que há, nesse caso, influência da hipótese de separabilidade fraca sobre as elasticidades-preço cruzadas. Pela análise dos desvios-padrões das elasticidades que foram significativas, no geral, há uma diferença estatisticamente significativa entre os modelos analisados. Isoladamente, algumas elasticidades-preço cruzadas de determinados bens são influenciadas em magnitude e sinal, como no caso das elasticidades-preço cruzadas do *Frango inteiro* em relação às *Partes processadas do frango e Cortes nobres bovinos*, por exemplo. Desse modo, infere-se que a hipótese de separabilidade fraca interfere de forma significativa nas elasticidades-preço cruzadas *marshallianas* das carnes.

Esses resultados são importantes na medida em que, como discutido na introdução, podem afetar as análises de atos de concentração, como fusões e aquisições, que tem acontecido com frequência no setor de Carnes¹⁵. O tipo e grau de substituição entre os bens, como visto, depende da árvore de utilidade utilizada na estimação e a definição do mercado relevante também pode ser afetada por essa escolha. Assim, os resultados apontam a necessidade dos testes de Separabilidade para que as elasticidades-preço cruzadas obtidas sejam confiáveis e passíveis de serem utilizadas em outras aplicações.

4.3 Implicações econômicas de diferentes hipóteses de separabilidade: análise de fusões

16

Como forma de ilustrar a importância da análise de Separabilidade, esta seção mostra suas implicações na análise de fusões. Simulou-se uma fusão

¹⁴A tabela completa com as elasticidades-preço cruzadas encontra-se no Anexo na Tabela A.3.

¹⁵Em 2009 houve uma importante fusão no mercado de carnes brasileiro, entre as empresas JBS-Friboi e Bertin. Também em 2009 houve a compra da Seara, uma das maiores companhias de processamento de carnes de aves e suínos do país, pelo frigorífico Marfrig. Em 2013, a Seara foi vendida para a JBS. Sadia e Perdigão também tiveram sua fusão aprovada pelo CADE em 2011.

¹⁶Agradecemos ao parecerista anônimo da Revista por nos sugerir uma discussão das implicações econômicas da diferença nas elasticidades

Tabela 6: Elasticidades-dispêndio (e_i) no ponto médio, 2009

Modelos	Frango inteiro	Partes processadas do frango	Carnes suínas ou- tras	Carnes suínas com osso e sem osso	Carnes bovinas de segunda e outras	Carnes bovinas de primeira	Outros alimentos
Irrestrito	1,148	1,209	0,938	1,397	1,307	1,365	0,600
Dp	0,009	0,011	0,013	0,025	0,008	0,015	0,007
Árvore 1	1,160	1,212	0,938	1,407	1,316	1,346	0,598
Dp	0,009	0,010	0,013	0,025	0,008	0,013	0,007
Árvore 2	1,171	1,204	0,941	1,399	1,316	1,345	0,598
Dp	0,009	0,011	0,014	0,025	0,008	0,017	0,007
Árvore 3	1,167	1,208	0,933	1,405	1,307	1,357	0,596
Dp	0,009	0,013	0,024	0,027	0,008	0,016	0,008
Árvore 4	1,159	1,213	0,940	1,400	1,316	1,347	0,599
Dp	0,009	0,014	0,013	0,023	0,008	0,016	0,007
Árvore 5	1,161	1,211	0,932	1,410	1,314	1,348	0,597
Dp	0,009	0,010	0,013	0,025	0,007	0,015	0,007
Árvore 6	1,161	1,208	0,939	1,405	1,315	1,350	0,597
Dp	0,007	0,007	0,016	0,007	0,009	0,017	0,005
Árvore 7	1,164	1,217	0,942	1,404	1,306	1,352	0,597
Dp	0,009	0,010	0,013	0,025	0,008	0,015	0,007
Árvore 8	1,147	1,200	0,939	1,395	1,308	1,369	0,601
Dp	0,009	0,013	0,019	0,007	0,010	0,016	0,004

Tabela 7: Elasticidades-preço marshallianas (e_{ij}^H), 2009

Modelos	Frango inteiro	Partes processadas do frango	Carnes suínas ou-tras	Carnes suínas com osso e sem osso	Carnes bovinas de segunda e outras	Carnes bovinas de primeira	Outros alimentos
Irrestrito	-0,333	-1,829	-0,726	-1,443	-0,022	-0,583	0,164
Dp	0,116	0,180	0,112	0,224	0,044	0,130	0,016
Árvore 1	-0,284	-1,822	-0,728	-1,409	-0,010	-0,800	-0,865
Dp	0,116	0,170	0,113	0,216	0,043	0,142	2,191
Árvore 2	-0,289	-1,760	-0,726	-1,418	-0,014	-0,808	-1,501
Dp	0,114	0,167	0,109	0,215	0,043	0,166	1,852
Árvore 3	-0,274	-1,805	-0,752	-1,378	0,012	-0,663	13,467
Dp	0,113	0,191	0,112	0,218	0,047	0,171	350,194
Árvore 4	-0,278	-1,828	-0,722	-1,387	-0,007	-0,798	-0,852
Dp	0,115	0,166	0,111	0,221	0,046	0,184	1,337
Árvore 5	-0,281	-1,803	-0,722	-1,399	-0,014	-0,867	-2,112
Dp	0,113	0,170	0,110	0,214	0,042	0,145	1,844
Árvore 6	-0,265	-1,787	-0,728	-1,433	-0,013	-0,828	-0,929
Dp	0,060	0,209	0,065	0,025	0,028	0,074	1,590
Árvore 7	-0,295	-1,774	-0,717	-1,407	-0,017	-0,787	-1,399
Dp	0,113	0,167	0,107	0,217	0,043	0,121	0,427
Árvore 8	-0,328	-1,657	-0,726	-1,451	-0,036	-0,674	0,146
Dp	0,060	0,188	0,072	0,021	0,029	0,044	0,205

Tabela 8: Principais mudanças nas elasticidades-preço cruzadas marshallianas (e_{ij}^H), 2009

Modelos	Frango inteiro	Partes processadas do frango	Carnes suínas outras	Carnes suínas com osso e sem osso	Carnes bovinas de segunda e outras	Carnes bovinas de primeira	Outros alimentos
Árvore 2	-	0,251	-	-	-	0,076	-
Dp	-	0,031	-	-	-	0,034	-
Árvore 7	-	-0,291	-	-	-	-0,685	-
Dp	-	0,134	-	-	-	0,251	-
Árvore 2	0,587	-	-	-0,040	-	-	-
Dp	0,093	-	-	0,011	-	-	-
Árvore 8	0,171	-	-	0,014	-	-	-
Dp	0,018	-	-	0,003	-	-	-
Árvore 2	-	-	-	-	-	-	5,694
Dp	-	-	-	-	-	-	2,113
Árvore 7	-	-	-	-	-	-	1,641
Dp	-	-	-	-	-	-	0,092
Irrestrito	1,542	-	-	-	-	-1,715	-
Dp	0,651	-	-	-	-	0,542	-
Árvore 2	-	-	-	-	0,825	-	-
Dp	-	-	-	-	0,390	-	-
Árvore 4	0,393	-	-	-	-1,309	-	-
Dp	0,203	-	-	-	0,719	-	-
Árvore 5	-	-	-	-	-	-0,911	-
Dp	-	-	-	-	-	0,523	-
Irrestrito	-	-0,040	0,043	-	-	-	-
Dp	-	0,020	0,018	-	-	-	-
Árvore 6	-	0,031	-	0,005	-	-	-
Dp	-	0,016	-	0,002	-	-	-
Árvore 7	-	-	9,937	-0,014	-	-	-
Dp	-	-	4,227	0,005	-	-	-
Irrestrito	-	0,072	-	-	-	-	-
Dp	-	0,037	-	-	-	-	-
Árvore 6	-	-0,031	-	-	-	-	-
Dp	-	0,015	-	-	-	-	-

entre duas firmas hipotéticas do setor de Carnes, especificamente dos setores de processamento de partes de frango e de carne suína. Essa simulação segue a metodologia de Hausman et al. (1994) e é muito semelhante àquela feita por Huse & Salvo (2006). A ideia aqui é entender como os efeitos unilaterais estimados de um ato de concentração de uma indústria de bens diferenciados podem diferir com a utilização de diferentes hipóteses sobre a separabilidade. Segundo Huse & Salvo (2006), esse exercício consiste em duas etapas:

- a) Estima-se o sistema de demanda a partir do equilíbrio pré-fusão, de forma a obter estimativas consistentes das elasticidades-preço próprias e cruzadas.
- b) Assume-se um modelo comportamental e calcula-se, a partir do sistema de demanda estimado na primeira etapa, as elasticidades-preço e *shares* de valor para cada produto para o equilíbrio após a fusão. Efetua-se, então, o cálculo dos *markups* preço-custo utilizando as condições de primeira ordem do problema de maximização de lucro das firmas. Essas condições formam um sistema de n equações (supondo n firmas, cada uma com apenas 1 produto) que pode ser expresso como¹⁷ :

$$s(p) = E(p)' \omega = 0, \quad (30)$$

em que $s(p)$ é um vetor de dimensão $n \times 1$ de *shares* de valor dos produtos, $E(p)$ é uma matriz de dimensão $n \times n$ de elasticidades-preço e ω é um vetor de dimensão $n \times 1$ referente aos *markups* de preço-custo multiplicados pelos *shares* de valor. A solução desse sistema passa pela inversão da (transposta) da matriz de elasticidades ($E(p)$), de forma a obter o vetor de *markup* \times *share* de valor ω , conforme segue (Huse & Salvo 2006), pg. 33):

$$\omega = -(E(p)')^{-1} s(p), \quad (31)$$

Os *markups* pós-fusão (θ_i^M) podem ser calculados a partir da divisão elemento-por-elemento do vetor de *markup* \times *share* de valor ω por $s(p)$, ou seja:

$$\theta_i^M = \frac{p_i^M - c_i}{p_i^M} = \frac{\omega_i}{s_i(p)} \quad (32)$$

em que p_i^M é o preço pós-fusão do produto i e c_i é o custo marginal pós-fusão¹⁸.

Os cálculos das variações de preço pós-fusão podem ser feitos da seguinte forma (Hausman et al. 1994, p. 176):

$$\frac{p_i^M - p_i}{p_i} = \frac{1}{\left(\frac{e_{ii}}{1+e_{ii}}\right)(1 - \theta_i^M)} \quad (33)$$

Em que p_i é o preço pré-fusão do produto i e e_{ii} é a elasticidade-preço própria do produto i .

¹⁷Para uma derivação completa desse modelo, ver Huse & Salvo (2006), pags. 2733

¹⁸Supõe-se, para simplificar, que não há ganhos de eficiência com a fusão, de forma que os custos marginais pré e pós fusão são iguais.

A parte (a) foi realizada anteriormente para as 8 árvores de utilidade e para o modelo irrestrito¹⁹. Quanto ao item (b), supõe-se um modelo de conduta Nash-Bertrand e que as elasticidades e *shares* pós-fusão são os mesmos da situação pré-fusão. Esta última hipótese simplificadora também foi usada por Huse & Salvo (2006). Supõe-se também *shares* (de valor) de mercado de 20% para a empresa processadora de frango e 10% para a empresa processadora de suínos, de forma que a firma pós-fusão teria um *share* de 30%. Os resultados da simulação de fusão usando o modelo irrestrito e as 8 árvores de utilidade, que refletem diferentes hipóteses sobre a separabilidade, estão na Tabela 9.

Pode-se notar como as estimativas dos *markups* e mudanças de preço variam consideravelmente com as diferentes hipóteses de Separabilidade. Por exemplo, ao considerar que as partes processadas de frango e a carne suína com e sem osso estão no mesmo subgrupo de “carnes de primeira” (Árvore 4), as estimativas sobre o *markup* e variações de preço pós fusão são bem diferentes do modelo irrestrito para a firma processadora de frango. Enquanto para o modelo irrestrito a simulação prevê uma diminuição do *markup* (de 54,67% para 49,53%) e do preço pós-fusão (-10,19%), para a árvore 4 a previsão é de aumento de preços (2,28%) e do *markup*. Essa discrepância é explicada pela diferença nas elasticidades-preço cruzadas nas duas árvores examinadas: enquanto no modelo irrestrito há uma relação de complementariedade entre carne suína com osso e sem osso e partes processadas de frango ($e_{ij} = -0,266$), fazendo com que uma redução no preço do frango cause um aumento na demanda de carne suína, na árvore 4 temos uma relação de substituição entre esses grupos, fazendo com que a fusão signifique uma atenuação da concorrência e permitindo um aumento de preços das partes processadas de frango. Esse tipo de diferença também é observada no caso da carne suína: para a árvore 2 (árvore em que os consumidores escolhem as carnes por tipo de animal), a única em que a elasticidade-preço cruzada entre carne suína e preço de partes processadas de carne de frango é negativa, as estimativas de mudanças de preço (-9,41%) e de *markups* (de 70,52% para 67,46%) tem sinais contrários às outras especificações, em que esses produtos são considerados substitutos.

Assim, mesmo que as elasticidades-preço cruzadas sejam apenas um pouco diferentes sob diferentes hipóteses de Separabilidade, as simulações mostram diferenças importantes nos efeitos simulados de uma fusão. A Separabilidade, ao impor restrições sobre o padrão de substituições de produtos de grupos diferentes, modifica as conclusões sobre os efeitos esperados de uma fusão. Um órgão antitruste, ao pressupor uma determinada árvore de utilidade sem testar a separabilidade, poderia decidir aceitar ou rejeitar uma fusão (ou impor medidas restritivas, como venda de ativos) baseado em estimativas de mudanças de preços que poderiam estar equivocadas.

5 Conclusões

O presente estudo buscou testar a separabilidade fraca em um sistema de demanda por carnes no Brasil, hipótese frequentemente assumida em análises

¹⁹Há, é claro, uma hipótese simplificadora aqui ao se utilizar as estimativas das elasticidades-preço dos produtos calculadas anteriormente como se fossem elasticidades das firmas hipotéticas. Como a intenção aqui é apenas entender como o uso de diferentes hipóteses de Separabilidade afetam os efeitos esperados da fusão, esta simplificação não afeta as conclusões da simulação, apesar de afetar os níveis dos *markups* estimados, que serão naturalmente mais altos (pois as elasticidades-preço próprias são menores em módulo) do que se poderia esperar.

Tabela 9: Efeitos simulados de uma fusão entre duas firmas hipotéticas para diferentes hipóteses de Separabilidade.

Modelo	Firma processadora de partes de frango			Firma processadora de carnes suínas com e sem osso		
	Mark-up pré-fusão	Mark-up pós fusão	Preço pós-fusão	Mark-up pré-fusão	Mark-up pós fusão	Preço pós-fusão
Irrestrito	54,67%	49,53%	-10,19%	69,30%	70,81%	5,17%
Árvore 1	54,88%	53,13%	-3,74%	70,97%	72,71%	6,37%
Árvore 2	56,82%	54,27%	-5,57%	70,52%	67,46%	-9,41%
Árvore 3	55,40%	55,79%	0,89%	72,57%	74,67%	8,31%
Árvore 4	54,70%	55,71%	2,28%	72,10%	73,79%	6,44%
Árvore 5	55,46%	55,20%	-0,59%	71,48%	73,45%	7,43%
Árvore 6	55,96%	57,29%	3,12%	69,78%	72,10%	8,31%
Árvore 7	56,37%	54,53%	-4,04%	71,07%	73,24%	8,11%
Árvore 8	60,35%	53,09%	-15,48%	68,92%	69,94%	3,41%

de demanda aplicada, sendo condição para representar o consumo em estágios de orçamento, em que se utiliza apenas preço e dispêndio do bem separável na estimação de demanda e, ainda, pode reduzir consideravelmente a quantidade de parâmetros na estimação. Desse modo, a principal contribuição deste estudo para a literatura nacional foi quanto à utilização do conceito de separabilidade fraca na estimação da demanda por carnes no Brasil, verificando o formato estatisticamente adequado da árvore de utilidade para a demanda por carnes no Brasil.

Depois de testadas as restrições de separabilidade fraca para oito árvores de utilidade, baseadas na intuição econômica e nos dados disponíveis, utilizando o Teste de Máxima Verossimilhança com a correção de tamanho proposto por Italianer (1985), verificou-se que o grupo Carnes não é separável dos demais alimentos, e que não há separabilidade fraca entre as carnes por tipo de animal ou por qualidade. Assim, a árvore de utilidade escolhida como adequada foi o modelo irrestrito, em que todos os alimentos são demandados em um mesmo estágio de consumo. Portanto, constatou-se que os consumidores não separam carnes por tipo de animal ou por qualidade da mesma e que, para uma estimação correta de um sistema de demanda por carnes utilizando dados da POF 2008/2009, é necessário incluir preços e dispêndio com todos os alimentos na estimação. Assim, o teste de separabilidade fraca confirma que estimar a demanda domiciliar por Carnes utilizando dados da POF 2008/2009 sem utilizar preço e dispêndio com *Outros alimentos* incorre em omissão de variáveis relevantes.

Verificou-se ainda que, ao se estimar sistemas de demanda não considerando a hipótese de separabilidade fraca, não se encontram diferenças estatisticamente significativas nas elasticidades-dispêndio e nas elasticidades-preço *marshallianas* para a grande maioria das carnes analisadas. Porém, perceberam-se diferenças estatisticamente significativas nas elasticidades-preço cruzadas. Desse modo, a escolha de determinada árvore de utilidade em detrimento aos demais modelos pode influenciar nas interpretações dos resultados, principalmente nas relações de substitubilidade e complementariedade entre os bens em análise. As implicações de não se considerar a separabilidade fraca ficam claras na simulação de uma fusão entre empresas do setor de carnes, em que as diferenças nas elasticidades-preço cruzadas causam grandes modificações nos efeitos esperados sobre preços e *markups*.

Referências Bibliográficas

Afriat, S. (1967), The construction of separable utility functions from expenditure data.

An Almost Ideal Demand System (1980), *The American Economic Review* 70(3).

Banks, J., Blundell, R. & Lewbel, A. (1997), 'Quadratic engel curves and consumer demand', *The Review of Economics and Statistics* LXXIX(LXXIX), 527–539.

Blackorby, C., Primont, D. & Russel, R. R. (1978), 'Duality, separability and functional structure: Theory and economic applications', *New York: American Elsevier*.

Blundell, R. & Robin, J. M. (1999), 'Estimation in large and disaggregated demand systems: An estimator for conditionally linear systems', *Journal of Applied Econometrics* **14**, 14.

Byron, R. P. A. (1970), 'Simple method for estimating demand systems under separable utility assumptions', *The Review of Economic Studies* **37**(37), 261–274.

Coelho, A. B., Aguiar, D. R. D. & Eales, J. S. (2010), 'Food demand in Brazil: an application of shonkwiler and yen two-step estimation method', *Estudos Econômicos* **40**(1), 186–211. São Paulo: USP.

Cox, T. L. & Wohlgenant, M. K. (1986), 'Prices and quality effects in cross-sectional demand analysis', *American Journal of Agricultural Economics* **68**(4), 908–919.

Deaton, A. (1988), 'Quality, quantity and spatial variation of prices', *The American Economic Review* **78**(3), 418–430.

Deaton, A. & Muellbauer, J. (1980), 'Economics and consumer behavior', *New York: Cambridge* p. 450.

DEE, D. D. E. E. (2010), 'Delimitação de mercado relevante — versão pública'. Acesso em: 10 de novembro de 2014.

URL: http://www.cade.gov.br/upload/Delimitacao_de_mercado_relevante.pdf

Denny, M. & Fuss, M. (1977), 'The use of approximation analysis to test separability and the existence of consistent aggregates', *The American Economic Review* **67**(3), 404–418.

Eales, J. S. & Unnevehr, L. J. (1988), 'Demand for beef and chicken products: Separability and structural change', *American Journal of Agricultural Economics* **70**, 521–32.

Eales, J. S. & Wessels, C. R. (1999), 'Testing separability of Japanese demand for meat and fish within differentiated demand systems', *Journal of Agricultural and Resources Economics* **24**, 114–26.

Gorman, W. M. (1981), *Some Engel Curves in Essays in theory and measurement of consumer behavior: in honour of Sir Richard Stone*, Angus Deaton, Cambridge, UK. 384 p.

Greene, W. H. (2008), *Econometric analysis*, 6 edn, Prentice Hall.

Hausman, J. A., Leonard, G. K. & Zona, J. D. (1994), 'Competitive analysis with differentiated products', *Annales D'Economie et de Statistique* **34**, 159–180.

Huse, C. & Salvo, A. (2006), *Estimação e identificação de demanda e de oferta*, Vol. Métodos Quantitativos em Defesa da Concorrência e Regulação Econômica, IPEA.

IBGE, I. B. D. G. E. E. (2010), 'Microdados da POF 2008-2009 (Pesquisa de Orçamentos Familiares)', CD-Rom. Rio de Janeiro.

Italianer, A. (1985), 'A small-sample correction for the likelihood ratio test', *Econ. Letters* **19**(4), 315–317.

Jorgenson, D. W. & Lau, L. J. (1975), 'The structure of consumer preferences', *Ann. Econ. and Soc. Measure.* **70**(3), 312–326.

Lafrance, J. T. (1991), 'When is expenditure "exogenous" in separable demand models?', *Western Journal of Agricultural Economics* **16**(1), 49–62.

Lambert, R., Larue, B., Yelo, C. & Criner, G. (2006), 'Fish and meat demand in Canada: Regional differences and weak separability', *Agribusiness* **22**, 175–199.

Leontief, W. W. (1947), 'Introduction to the theory of the internal structure of functional relationships', *Econometrica* **5**(36), 1–73.

Meisner, J. F. (1979), 'The sad fate of the asymptotic Slutsky symmetry: Test for large systems', *Econ. Letters.* **2**(23), 1–33.

Moschini, G., Moro, D. & Green, R. D. (1994), 'Maintaining and testing separability in demand system', *American Journal of Agricultural Economics* **76**, 61–73.

Mutuc, M. E. M., Pan, S. & Rejesus, R. M. (2007), 'Household vegetable demand in the Philippines: Is there an urban-rural divide?', *Agribusiness* **23**(4), 511–527.

Njonou, R. Y., De Frahan, B. H. & Surry, Y. (2002), Testing separability for common wheat qualities in French import demand market using aids and Rotterdam demand models, in 'Xth EAAE Congress Exploring Diversity in the European Agri-Food System', Zaragoza (Spain).

Pesquisa de Orçamentos Familiares: Aquisição domiciliar per capita (2010), Rio de Janeiro .

Pudney, S. (1981), 'An empirical method of approximating the separable structure of consumer preferences', *Rev. Econ. Stud.* **48**, 561–77.

Resende Filho, M. A., Bressan, V. G. F., Braga, M. J. & Bressan, A. A. (2012), 'Sistemas de equações de demanda por carnes no Brasil: especificação e estimação', *Revista de Economia e Sociologia Rural* **50**(1), 33–50.

Rodrigues, C. T., Coelho, A. B. B., Braga, M. J. & Gomes, A. P. (2012), 'Demanda por nutrientes nas principais regiões metropolitanas do Brasil no período de 1995-2003', *Economia Aplicada* **16**(1).

Sono, M. (1961), 'The effect of price changes on the demand and supply of separable goods', *Int. Econ. Rev.* **2**, 239–71.

Swofford, J. L. & Whitney, G. A. (1987), 'Nonparametric tests of utility maximization and weak separability for consumption, leisure and money', *Rev Econ. and Statist.* **69**, 458–64.

Travassos, G. F. (2014), Demanda domiciliar por carnes no Brasil: A questão da separabilidade, Dissertação (mestrado em economia aplicada), Universidade Federal de Viçosa — UFV.

Apêndice A

Tabela A.1: Estatística descritivas das variáveis, 2009

Produtos	Média	Desvio-padrão	Intervalo de Confiança	
<i>w</i> 1	0,052	0,001	0,051	0,053
<i>w</i> 2	0,021	0,000	0,021	0,022
<i>w</i> 3	0,019	0,000	0,019	0,020
<i>w</i> 4	0,013	0,000	0,012	0,013
<i>w</i> 5	0,094	0,001	0,092	0,095
<i>w</i> 6	0,054	0,001	0,053	0,056
<i>w</i> 7	0,746	0,001	0,744	0,748
ln <i>p</i> 1	1,508	0,001	1,507	1,509
ln <i>p</i> 2	1,702	0,001	1,701	1,703
ln <i>p</i> 3	1,982	0,001	1,979	1,984
ln <i>p</i> 4	1,909	0,001	1,907	1,911
ln <i>p</i> 5	2,053	0,001	2,051	2,055
ln <i>p</i> 6	2,351	0,001	2,350	2,353
ln <i>p</i> 7	1,468	0,002	1,463	1,472
ln_dispêndio (alimentos)	3,654	0,003	3,649	3,659
ln_dispêndio (carnes)	1,899	0,002	1,894	1,903
Urbano	0,773	0,002	0,769	0,776
Norte	0,143	0,002	0,140	0,146
Nordeste	0,362	0,002	0,358	0,366
Sul	0,119	0,001	0,116	0,122
Sudeste	0,240	0,002	0,236	0,244
Centro-Oeste	0,136	0,002	0,133	0,139
Anos de estudo	6,228	0,021	6,187	6,268
Mulher chefe	0,303	0,002	0,299	0,307
Criança	0,451	0,002	0,446	0,455
Adolescente	0,293	0,002	0,289	0,297
Idoso	0,230	0,002	0,226	0,234

Tabela A.2: Comparação de médias dos gastos com produtos, com e sem peso amostral, 2009

Produtos	Média com peso	Média sem peso	Diferença	p-value
Frango inteiro	3,071	2,414	-0,657	0,000
Partes processadas do frango	1,732	1,447	-0,285	0,000
Carnes suínas outras	1,444	1,179	-0,265	0,000
Carnes suínas com e sem osso	1,059	1,107	0,049	0,257
Carnes bovinas de segunda e outras	5,729	6,217	0,488	0,000
Carnes bovinas de primeira	4,511	4,314	-0,197	0,000
Outros alimentos	45,980	44,839	-1,141	0,000

Tabela A.3: Elasticidades-preço cruzadas marshallianas (e_{ij}^u), 2009

Modelos	Frango inteiro	Partes processadas do frango	Carnes suínas outras	Carnes suínas com osso e sem osso	Carnes bovinas de segunda e outras	Carnes bovinas de primeira	Outros alimentos
Irrestrito	-	0,215	-0,239	-0,066	-0,154	-0,055	-0,703
Dp	0,033	0,016	0,010	0,031	0,037	0,097	
Árvore 1	-	0,263	-0,209	-0,058	-0,135	0,034	3,046
Dp	0,032	0,017	0,010	0,031	0,037	7,329	
Árvore 2	-	0,251	-0,148	-0,018	-0,072	0,076	5,883
Dp	0,031	0,014	0,008	0,034	0,034	7,113	
Árvore 3	-	0,142	-0,149	-0,051	-0,155	0,129	-44,334
Dp	0,182	0,523	0,102	0,038	0,349	1151,924	
Árvore 4	-	0,263	-0,212	-0,061	-0,144	0,100	2,971
Dp	0,035	0,017	0,011	0,031	0,055	5,233	
Árvore 5	-	0,259	-0,211	-0,062	-0,143	0,105	7,673
Dp	0,033	0,018	0,010	0,037	0,027	7,358	
Árvore 6	-	0,051	-0,207	-0,059	-0,136	0,098	3,429
Dp	0,021	0,023	0,007	0,042	0,045	6,090	
Árvore 7	-	-0,291	-0,164	-0,265	-0,175	-0,685	21,783
Dp	0,134	0,087	0,082	0,035	0,251	6,206	
Árvore 8	-	0,206	-0,247	-0,064	-0,168	-0,076	-0,700
Dp	0,056	0,020	0,006	0,044	0,056	0,095	
Irrestrito	0,437	-	-0,134	0,022	-0,015	0,100	0,186
Dp	0,068	0,056	0,011	0,077	0,102	0,130	
Árvore 1	0,464	-	-0,128	0,023	-0,002	0,138	6,081
Dp	0,138	0,048	0,013	0,083	0,136	13,428	
Árvore 2	0,587	-	-0,234	-0,040	-0,289	0,031	9,389
Dp	0,093	0,025	0,011	0,027	0,054	10,334	
Árvore 3	0,524	-	-0,118	0,026	0,039	0,191	-93,922
Dp	12,498	9,360	0,622	0,066	0,206	2471,730	
Árvore 4	0,223	-	0,102	0,021	-0,018	0,121	5,917
Dp	0,108	0,145	0,013	0,082	0,120	7,284	
Árvore 5	0,108	-	-0,115	0,025	0,657	0,180	12,968
Dp	0,077	0,049	0,012	0,551	0,121	9,288	
Árvore 6	0,492	-	-0,113	0,029	0,206	0,212	6,306
Dp	0,101	0,041	0,011	0,401	0,089	8,950	
Árvore 7	0,564	-	-0,116	0,028	0,068	0,227	0,154
Dp	0,104	0,051	0,012	0,072	0,120	0,127	
Árvore 8	0,171	-	0,007	0,014	-0,130	0,700	0,639
Dp	0,018	0,023	0,003	0,097	0,121	0,342	

Tabela A.3: Elasticidades-preço cruzadas marshallianas (e_{ij}^u), 2009 (continuação)

Modelos	Frango inteiro	Partes processadas do frango	Carnes suínas outras	Carnes suínas com osso e sem osso	Carnes bovinas de segunda e outras	Carnes bovinas de primeira	Outros alimentos
Irrestrito	-0,270	-0,054	-	0,004	0,205	0,043	1,651
Dp	0,037	0,038	0,009	0,064	0,074	0,093	
Árvore 1	-0,281	-0,058	0,002	0,197	0,031	4,264	
Dp	0,054	0,042	0,011	0,064	0,095	7,974	
Árvore 2	-0,063	-0,057	-	0,003	0,088	-0,070	5,694
Dp	0,093	0,035	0,010	0,070	0,088	2,113	
Árvore 3	-0,297	-0,100	-	-0,008	0,128	-0,114	-124,741
Dp	1,084	0,104	0,014	0,097	0,189	3308,205	
Árvore 4	-0,282	-0,055	-	0,003	0,210	-0,042	4,330
Dp	0,067	0,037	0,011	0,094	0,120	3,219	
Árvore 5	-0,033	-0,049	-	0,004	-0,245	0,093	6,046
Dp	0,039	0,030	0,008	0,154	0,120	1,734	
Árvore 6	-0,282	-0,016	-	0,003	0,202	-0,299	4,453
Dp	0,030	0,019	0,005	0,049	0,135	3,092	
Árvore 7	-0,234	-0,039	-	0,006	0,228	0,080	1,641
Dp	0,029	0,040	0,009	0,066	0,080	0,092	
Árvore 8	-0,264	-0,053	-	0,005	0,187	0,091	1,649
Dp	0,049	0,047	0,008	0,046	0,072	0,062	
Irrestrito	1,542	-0,266	-0,136	-	-0,591	-1,715	-2,109
Dp	0,651	0,167	0,289	0,403	0,542	0,824	
Árvore 1	1,982	-0,088	-0,007	-	-0,256	-1,030	8,502
Dp	0,706	0,202	0,278	0,380	0,532	21,519	
Árvore 2	0,044	-0,133	-0,060	-	0,825	-0,037	13,204
Dp	0,241	0,242	0,330	0,390	0,301	18,784	
Árvore 3	-0,228	0,019	0,120	-	-0,071	-0,588	-163,348
Dp	1,398	0,093	0,289	0,363	0,528	4278,082	
Árvore 4	0,393	0,050	0,197	-	-1,309	-0,647	8,385
Dp	0,203	0,220	0,244	0,719	0,523	19,083	
Árvore 5	0,192	-0,013	0,041	-	-0,663	-0,911	23,419
Dp	0,129	0,233	0,287	0,211	0,523	19,164	
Árvore 6	1,758	0,066	-0,108	-	-0,645	0,047	8,506
Dp	0,533	0,067	0,368	0,308	0,197	15,793	
Árvore 7	1,957	-0,089	0,010	-	-0,263	-1,118	-2,207
Dp	0,652	0,203	0,280	0,398	0,500	0,816	
Árvore 8	1,393	-0,344	-0,195	-	-0,787	-2,011	-2,058
Dp	0,345	0,206	0,391	0,349	0,751	0,823	

Tabela A.3: Elasticidades-preço cruzadas marshallianas (e_{ij}^u), 2009 (continuação)

Modelos	Frango inteiro	Partes processadas do frango	Carnes suínas outras	Carnes suínas com osso e sem osso	Carnes bovinas de segunda e outras	Carnes bovinas de primeira	Outros alimentos
Irrestrito	0,073	-0,040	0,043	0,002	-	0,042	-0,446
Dp	0,030	0,020	0,018	0,004	0,026	0,033	
Árvore 1	0,101	-0,022	0,055v	0,004	-	0,083	2,386
Dp	0,031	0,021	0,018	0,004	0,026	5,830	
Árvore 2	0,064	-0,023	0,083	0,004	-	0,077	4,177
Dp	0,022	0,021	0,025	0,004	0,026	5,559	
Árvore 3	0,104	0,068	0,022	-0,001	-	0,008	-12,538
Dp	0,032	0,021	0,024	0,007	0,030	321,123	
Árvore 4	0,093	-0,023	0,061	0,008	-	0,054	2,361
Dp	0,030	0,021	0,017	0,015	0,031	3,737	
Árvore 5	0,094	-0,022	0,056	0,004	-	0,058	5,724
Dp	0,033	0,021	0,018	0,004	0,022	5,664	
Árvore 6	0,096	0,031	0,055	0,005	-	0,052	2,572
Dp	0,025	0,016	0,003	0,002	0,033	4,526	
Árvore 7	0,091	0,014	9,937	-0,014	-	0,097	-0,460
Dp	0,031	0,014	4,227	0,005	0,019	0,035	
Árvore 8	0,083	-0,035	0,046	0,005	-	0,051	-0,443
Dp	0,029	0,007	0,005	0,002	0,037	0,045	
Irrestrito	0,183	0,072	0,268	0,047	-0,306	-	-0,968
Dp	0,057	0,037	0,046	0,014	0,036	0,161	
Árvore 1	-0,032	-0,015	0,207	0,021	-0,413	-	-1,071
Dp	0,058	0,033	0,047	0,012	0,038	0,210	
Árvore 2	0,097	-0,019	0,117	0,021	-0,415	-	-1,058
Dp	0,042	0,034	0,029	0,013	0,053	0,224	
Árvore 3	0,112	0,016	0,183	0,037	-0,353	-	-1,164
Dp	0,056	0,053	0,080	0,013	0,068	0,247	
Árvore 4	0,195	-0,017	0,082	0,019	-0,350	-	-1,057
Dp	0,038	0,057	0,084	0,010	0,043	0,198	
Árvore 5	0,114	-0,043	0,189	0,014	-0,115	-	-1,008
Dp	0,041	0,042	0,045	0,015	0,073	0,174	
Árvore 6	-0,041	-0,031	0,203	0,020	-0,237	-	-1,030
Dp	0,062	0,015	0,062	0,007	0,021	0,148	
Árvore 7	0,004	-0,001	0,228	0,029	-0,394	-	-0,936
Dp	0,061	0,034	0,047	0,014	0,034	0,163	
Árvore 8	0,356	0,041	0,250	0,038	0,029	-	-0,915
Dp	0,069	0,016	0,066	0,011	0,067	0,181	

Tabela A.3: Elasticidades-preço cruzadas marshallianas (e_{ij}^u), 2009 (continuação)

Modelos	Frango inteiro	Partes processadas do frango	Carnes suínas outras	Carnes suínas com osso e sem osso	Carnes bovinas de segunda e outras	Carnes bovinas de primeira	Outros alimentos
Irrestrito	-0,032	0,043	0,017	0,025	0,041	0,067	-
Dp	0,011	0,007	0,006	0,004	0,005	0,012	-
Árvore 1	-0,031	0,041	0,015	0,025	0,040	0,059	-
Dp	0,014	0,008	0,006	0,004	0,004	0,016	-
Árvore 2	-0,011	0,041	0,018	0,025	0,029	0,046	-
Dp	0,010	0,008	0,010	0,004	0,008	0,012	-
Árvore 3	-0,006	0,035	0,015	0,024	0,032	0,046	-
Dp	0,347	0,018	0,261	0,018	0,005	0,039	-
Árvore 4	-0,013	0,039	0,013	0,025	0,054	0,053	-
Dp	0,011	0,007	0,015	0,004	0,013	0,015	-
Árvore 5	-0,006	0,041	0,015	0,026	0,019	0,057	-
Dp	0,011	0,008	0,006	0,004	0,020	0,013	-
Árvore 6	-0,028	0,046	0,017	0,026	0,028	0,048	-
Dp	0,003	0,008	0,005	0,000	0,021	0,014	-
Árvore 7	-0,035	0,072	-1,233	0,041	0,040	0,104	-
Dp	0,012	0,013	0,529	0,008	0,005	0,025	-
Árvore 8	-0,036	0,042	0,015	0,026	0,026	0,060	-
Dp	0,005	0,006	0,004	0,001	0,005	0,008	-

MEDINDO A QUALIDADE DAS ESCOLAS: EVIDÊNCIAS PARA O BRASIL

ANDRÉA ZAITUNE CURI *
ANDRÉ PORTELA DE SOUZA †

Resumo

Neste artigo propomos a criação de um indicador que reflita a qualidade da escola associada aos fatores escolares e que evite dois problemas encontrados em estudos anteriores: indicadores de proficiência em nível que refletem mais o *background* familiar do aluno do que a qualidade da escola; e estimações de valor adicionado muito sensíveis a erros de mensuração. Propomos indicadores que são obtidos através de um modelo estrutural em que se modela a variável latente de qualidade da escola de modo a corrigir o potencial viés dos estudos anteriores. Utilizamos dados brasileiros para aplicações desses indicadores e revisitamos a importância relativa dos fatores de família, escola e gestão. Os resultados mostram que o ordenamento das escolas pelos indicadores de qualidade difere do ordenamento obtido pelos indicadores com a proficiência em nível e é menos instável do que o ordenamento obtido a partir dos indicadores de valor adicionado puro.

Palavras-chave: *accountability*, gestão-escolar, *background* familiar, *ranking*, modelo estrutural.

Abstract

In this paper, we propose the creation of an index that reflects the quality of school associated with school factors and avoids two problems found in previous studies: indicators of proficiency level that reflect more the family *background* of the student than school quality; and estimations of value added very sensitive to measurement errors. Thus, indicators are obtained through a structural model that models the latent variable quality of the school to correct the potential bias of previous studies. We used Brazilian data for applications of such indicators and we revisited the factors of family, school and management. The results show that the ranking of schools by quality indicators differs from the ordering obtained by the indicators with the proficiency level and is less volatile than the ordering obtained from the indicators of value added.

Keywords: *accountability*, school-management, family background, ranking, structural model.

JEL classification: I20; I28; C33; O54

DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1413-8050/ea143472>

* Doutora em Economia pela Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas (EESP/FGV) e Coordenadora de Projetos da GO Associados.

† Professor da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas (EESP/FGV) e Coordenador do C-Micro (FGV).

1 Introdução

A busca pelos determinantes da qualidade da educação é um dos grandes esforços da literatura de economia da educação. Em termos gerais, os determinantes são classificados em fatores associados à criança e ao seu ambiente familiar, fatores associados à escola e ao professor, e fatores associados à gestão e à organização do sistema educacional. Saber a importância relativa de cada um desses grupos de fatores bem como quais fatores individualmente dentro de cada grupo é mais importante na explicação da qualidade da educação é o objetivo imediato dessa parte da literatura. O objetivo final é buscar elementos factíveis de serem instrumentos dos formuladores de políticas públicas voltadas à melhoria da qualidade da educação¹.

Esse debate também existe no Brasil. De um modo geral, os resultados apontam para o fato de que as variáveis relacionadas ao ambiente familiar são preponderantes na associação com uma série de resultados de desempenho educacional dos alunos como repetência, abandono escolar e proficiência².

O foco na qualidade tem levado o governo federal, através do Ministério da Educação (MEC), a tentar mensurar a qualidade da educação, desenvolvendo métricas e divulgando *rankings* das instituições de ensino. O objetivo é fornecer informações sobre a qualidade das instituições para os diferentes agentes, as quais podem auxiliar pais e estudantes na escolha de onde estudar, empregadores na contratação de novos funcionários, governos nos seus programas voltados para a melhoria da qualidade da educação e o próprio MEC no seu trabalho de regulação do setor educacional. Evidências sugerem que os impactos da divulgação são relevantes. Os dirigentes das escolas mal colocadas no *ranking* são questionados pelos pais dos alunos, que exigem explicações e estratégias para melhorar a posição das escolas. A procura pelas escolas mais bem classificadas parece também ser maior (Andrade 2011).

Um dos desafios atuais para a educação no Brasil é melhorar sua qualidade. Para tanto, tem sido analisada a relação entre as características das escolas e o desempenho dos alunos. O desempenho médio por escola, entretanto, não é suficiente para uma boa comparação da qualidade das instituições. Todo resultado de avaliação de desempenho escolar representa o produto da interação de um conjunto de fatores, entre eles os históricos escolar e familiar, os atributos individuais, as oportunidades vivenciadas pelos alunos e a qualidade do ensino oferecido na escola atual.

Os resultados do Relatório Coleman de 1996 contrariam a ideia de que a qualidade da escola teria papel fundamental no aprendizado, e definem as condições das famílias e do meio em que as crianças convivem como sendo os fatores determinantes do desempenho escolar.

Portanto, dados os impactos e a importância dos *rankings* e as dificuldades de sua elaboração, é importante examinar com detalhes os diferentes tipos de classificação existentes, suas características e os problemas de cada um deles.

A educação pode ser entendida como um serviço que transforma insumos em produtos, podendo ser representada por uma função de produção, que

¹Existe uma imensa literatura sobre estes aspectos. Para uma síntese desse e de outros debates, ver a coletânea organizada por Hanushek (2006), principalmente os capítulos sobre qualidade dos professores (Hanushek & Rivkin 2006) e recursos escolares (Hanushek & Rivkin 2006). Ver também o debate entre Heckman & Kueger (2005).

²Ver, entre outros, Albernaz et al. (2002), Menezes-Filho (2007), Menezes-Filho & Souza (2008).

mostra a relação existente entre esses insumos e produtos e, adicionalmente, corresponde também ao máximo de produção que pode ser alcançado dado os insumos utilizados. De forma geral, uma função de produção (f) pode ser caracterizada pelo modelo descrito na seguinte equação:

$$Y_{it} = f\left(B_i^{(t)}, P_i^{(t)}, S_i^{(t)}, I_i\right) \quad (1)$$

Em que: (i) Y_{it} é o produto (pode ser o resultado do aluno em um teste de proficiência, que mensura a sua habilidade cognitiva) na sua versão escalar (ou uma matriz na versão com múltiplos produtos) relacionado ao estudante i no tempo t ; (ii) $B_i^{(t)}$ é um vetor das características do *background* familiar do estudante i acumulado no tempo t ; (iii) $P_i^{(t)}$ é o vetor de influências dos pares acumulados no tempo t ; (iv) $S_i^{(t)}$ é o vetor de insumos controlados diretamente pela escola do estudante i acumulado no tempo t ; e (v) I_i é o vetor de habilidades inatas do estudante i ³. Em geral, assume-se que mais insumos acarretam maior produção, porém a taxas cada vez menores.

Uma versão alternativa, ao invés do valor do produto num determinado ponto no tempo, foca a análise no valor adicionado, que corresponde à variação no produto de um período para outro. Supondo que a equação acima vale para diferentes pontos no tempo, um tempo t e um anterior t^* , é possível levar em consideração a mudança do nível do produto entre os períodos e escrever a seguinte especificação:

$$Y_{it} - Y_{it^*} = f^*\left(B_i^{(t-t^*)}, P_i^{(t-t^*)}, S_i^{(t-t^*)}, I_i\right) \quad (2)$$

Medidas de proficiência ou de valores adicionados são utilizadas em muitas situações para se ordenar as escolas por suas qualidades educacionais. Qualquer tentativa de construir um indicador baseado no *ranking* das escolas enfrenta dois desafios. O primeiro, reflete o fato de que os alunos não são designados aleatoriamente para as escolas, assim algumas instituições podem ter um melhor desempenho porque nelas se inscrevem as melhores crianças, e não porque elas são inerentemente mais produtivas.

O segundo desafio surge do fato de que as médias das escolas nos testes de proficiência fornecem medidas distorcidas do desempenho dos alunos. Fatores transitórios podem determinar que as escolas que obtiveram boas notas em um ano, no próximo ano podem apresentar resultados relativos piores, mesmo se sua produtividade permanecer constante. Nesse caso, o ordenamento irá mostrar volatilidade substancial e poderá facilmente enganar os pais e os tomadores de decisão política.

Buscando uma forma de criar uma medida de padrão de desempenho relativo das escolas chilenas, Mizala et al. (2007) utilizaram informações individuais sobre os resultados em testes de proficiência e as características dos alunos entre os anos de 1997 a 2004. Os resultados sugerem que há um grande *tradeoff* nessa medida pela qual os ordenamentos são gerados: (i) é muito semelhante ao ordenamento baseados puramente em status socioeconômico, e (ii) existe grande volatilidade de ano para ano. Concluíram então, que, pelo menos no Chile, produzir um ordenamento significativo de escolas capaz de

³Essa versão da função de produção é extraída de Hanushek (1979) e sinaliza que valores passados dos insumos, através do acumulado no tempo, afetam a produção, possivelmente com impactos menores com o passar do tempo.

informar aos pais e aos formuladores de políticas pode ser mais difícil do que é comumente assumido. A dificuldade está no fato de que é impossível identificar com credibilidade qual componente de desempenho de cada escola é devido a seu próprio valor adicionado, e quais os componentes são devido ao *background* de seus alunos ou a fatores transitórios não relacionados à sua produtividade real.

Ladd & Walsh (2002) também questionam o uso de medidas de valor adicionado para classificar as escolas e sua eficácia em melhorar os resultados dos alunos, podendo causar distorções no sistema educacional. A partir de dados de escolas dos estados americanos da Carolina do Norte e do Sul — que calculam e divulgam as medidas de valor adicionado de desempenho escolar a fim de manter a responsabilidade das escolas sobre sua qualidade — os autores avaliam a abordagem de valor adicionado como medida de desempenho escolar. Eles indicam que erros de medida tornam o *ranking* baseado no valor adicionado bastante volátil.

Numa análise da educação superior, Yunker (2005) discute a eficácia do conceito de valor adicionado para avaliar os cursos de contabilidade. Para uma amostra de 548 faculdades e universidades americanas, foram estimados valores adicionados (diferenças entre a taxa de aprovação observada (não ajustada) e a taxa de aprovação prevista). O autor conclui que um *ranking* das instituições realizado pela taxa de aprovação ajustada seria muito semelhante a um *ranking* pela taxa de aprovação não ajustada. Além disso, quando se leva em consideração os intervalos de confiança dos *rankings*, é possível fazer uma comparação somente entre um pequeno número de instituições.

Em síntese, um sistema de *accountability* em educação requer a criação de medidas de desempenho das escolas que sirvam de variáveis para a elaboração de metas a serem atingidas, como também de indicadores de aferição do grau de sucesso na obtenção das metas de desempenho. Para esse sistema ter resultados satisfatórios se requer que o indicador reflita a qualidade da escola. Em geral, utilizam-se medidas de desempenho dos alunos ou em nível ou em valor adicionado. O problema é que a utilização de indicadores de proficiência em nível pode refletir mais o *background* familiar do aluno do que a qualidade da escola. Por sua vez, as estimativas de valor adicionado podem ser muito sensíveis a erros de medida.

Neste artigo propomos a criação de um indicador geral que reflita a qualidade da escola associada aos fatores escolares e que evitem os dois problemas anteriores. Esse indicador é obtido através de um modelo estrutural em que se modela a variável latente de qualidade da escola de modo a corrigir o potencial viés de estudos anteriores. Ilustramos com dados para o Brasil a classificação das escolas em termos da qualidade educacional oferecida aos seus alunos com base no nosso indicador proposto. Construimos dois indicadores de qualidade da escola considerando qual seria o valor da variável latente se: (i) ela fosse inteiramente relacionada ao perfil socioeconômico médio dos alunos da escola e (ii) ela dependesse apenas de fatores associados à gestão escolar. Em seguida, comparamos os ordenamentos obtidos a partir dessas variáveis latentes estimadas com a classificação das escolas pelo desempenho médio de seus alunos nos exames de proficiência. Dessa forma, conseguimos identificar qual a informação que a posição relativa das escolas, em função do desempenho médio de seus alunos, representa.

Nossa proposta metodológica visa eliminar as diferenças entre as escolas existentes em função do *background* familiar de seus alunos e manter as di-

ferências entre elas que ocorrem em função de suas características de qualidade/gestão, evitando a criação de um *ranking* espúrio. Assim, propomos um indicador de qualidade de modo a estabelecer um ordenamento das escolas de acordo com uma variável latente correlacionada com as características de gestão.

Além de dialogar com a literatura de indicadores de qualidade de escolas, o presente artigo se relaciona diretamente com outras questões da literatura de economia de educação. Uma delas é sobre os determinantes da qualidade da educação. Existe um longo debate sobre as importâncias relativas dos papéis das famílias e das escolas no aprendizado dos alunos. Em geral, argumenta-se que a família tem um papel primordial no aprendizado dos alunos mas que a escola pode também adicionar conhecimento e aprendizagem nesse processo. Hanushek et al. (2005) identificaram um considerável efeito da escola sobre o desempenho dos alunos no Texas, sendo a qualidade do professor importante para o aprendizado. No Brasil, por sua vez, a maioria dos estudos enfatizam o maior impacto do *background* familiar no desempenho dos alunos em relação à escola embora a escola também tenha algum impacto positivo sobre aprendizado⁴. Embora não seja o objetivo direto do artigo, a metodologia proposta é capaz de estimar as importâncias relativas de grupos de fatores determinantes ao aprendizado.

Uma outra literatura relacionada é sobre sistemas de *accountability*. Prover boa educação pública descentralizadamente é um desafio para qualquer sistema educacional. O aprendizado médio dos alunos pode ser muito sensível ao desenho particular de um sistema. Existem evidências internacionais de que sistemas em que há maior possibilidade de escolhas de escolas por parte dos pais e onde há uma maior competição entre as escolas pode levar a maior aprendizado por parte dos alunos (e.g., Cullen et al. (2006), Hastings & Weinstein (2007), Hanushek & Raymond (2004), Hanushek et al. (2005)). Ademais, esses sistemas podem funcionar melhor se houver uma ampla transparência das informações para pais e gestores sobre a qualidade das escolas⁵. Ao propor um indicador de qualidade de escolas que reflita o papel da boa gestão escolar, esta informação pode ser importante para pais e gestores em suas tomadas de decisões.

Por fim, este artigo também contribui para o debate de políticas educacionais no país. As três principais inovações inseridas no Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) criado em 2007 pelo Ministério da Educação⁶, foram: (i) a incorporação dos objetivos de *accountability*; (ii) a criação de um indicador sintético da qualidade da educação básica, que considera tanto o desempenho dos estudantes em exames padronizados quanto a progressão desses alunos no sistema; e (iii) a definição de metas tanto para o país quanto para cada sistema e escola em particular (Fernandes 2007, Fernandes & Gremaud 2009)). Com os dados disponíveis no Brasil, o nosso indicador proposto pode ser utilizado por qualquer rede de ensino brasileira.

Além dessa introdução, esse artigo é composto por mais cinco seções. Na segunda seção apresentamos o indicador geral de qualidade da educação proposto. Ainda, exemplificamos uma forma de aplicação deste indicador com

⁴Ver Menezes-Filho (2007), Menezes-Filho & Souza (2008), Gremaud et al. (2007), Felício & Fernandes (2005), Albernaz et al. (2002).

⁵Ver, por exemplo, Figlio & Rouse (2006), Rouse et al. (2007).

⁶Mais detalhes em Haddad (2008).

dados brasileiros. Na terceira seção descrevemos os dados utilizados. Na seção quatro fazemos uma análise descritiva das informações e na seção seguinte apresentamos os resultados econométricos obtidos. A última seção apresenta as considerações finais.

2 Indicador de qualidade da escola

Inicialmente, consideramos que o desempenho escolar dos alunos em suas múltiplas dimensões (aprovação, proficiência, etc.) depende de fatores associados às famílias, às escolas e às interações dos alunos e famílias com as escolas. Supondo que esses fatores se relacionem linear e aditivamente com os resultados de desempenho dos alunos, essas relações podem ser representadas de acordo com o seguinte sistema de equações:

$$Y_{jt}^{ks} = \sum_{h=t-l}^{t+L} \alpha_h^{ks} A_{jh} + \sum_{h=t-l}^{t+L} \beta_h^{ks} E_{jh} + \gamma_t^{ks} \theta_j + \varepsilon_{jt}, l \neq L \quad (3)$$

Em que, Y_{jt}^{ks} é o desempenho médio dos alunos na dimensão k (matéria), na série s , na escola j , no ano corrente t ; A_{jh} é o vetor de características observáveis médias dos alunos e de suas famílias na escola j no ano h ; E_{jh} é o vetor de características observáveis da escola j no ano h ; θ_j é a qualidade da escola ou a qualidade do *matching* escola/aluno; α_h^{ks} , β_h^{ks} e γ_t^{ks} são os vetores de coeficientes e ε_{jt} é o erro aleatório tal que $\varepsilon_{jt} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. O ano h pode estar l períodos à trás (lags) e L períodos à frente (leads) em relação ao ano corrente t . Isso quer dizer que, as características observadas médias dos alunos e as características observadas da escola no ano t e em anos anteriores e posteriores afetam diretamente os resultados de desempenho médio dos alunos no ano t .

Nesse modelo proposto, o vetor A de características observáveis médias dos alunos e de suas famílias na escola representa a influência do *background* familiar no desempenho médio dos alunos incluindo o efeito dos alunos nos desempenhos dos seus colegas, o chamado *peer effect*. O vetor E inclui os insumos escolares que estão sob controle dos gestores e são observados pelo econometrista.

Por fim, na nossa metodologia proposta, θ_j é uma variável latente não observada de qualidade da escola que sintetiza os esforços e as produtividades não observáveis de professores e gestores, bem como as preferências das famílias e as habilidades não observadas dos alunos associadas às interações com a escola que determinam o desempenho dos alunos. As características observadas médias dos alunos e as características observadas da escola em todos os anos estão correlacionadas com a qualidade latente da escola (ou do *matching* escola/aluno). Como proposto por Chamberlain (1982), podemos representar θ_j pelas variáveis futuras e passadas (leads and lags) de A_{jf} e E_{jf} e por um erro aleatório como na equação a baixo:

$$\theta_j = \sum_{f=t-d}^{t+D} \lambda_f^{Ak} A_{jf} + \sum_{f=t-d}^{t+D} \lambda_f^{Ek} E_{jf} + v_j \quad (4)$$

em que, v_j é o erro aleatório tal que $v_j \sim N(0, \sigma_v^2)$ e λ_f^{Ak} e λ_f^{Ek} são os vetores dos coeficientes de correlações parciais das características médias com a qualidade latente da escola na matéria k . O ano f (igual à h) pode ter d defasagens

(lags) e D períodos futuros (leads) em relação ao ano corrente t , mas apresenta as seguintes restrições: os números de defasagens e de períodos futuros que afetam θ_j devem ser maiores que os números de leads e de lags que determinam Y_{jt}^{ks} ($f = h > l$ e $D > L$). Neste estudo, estamos interessados nos efeitos de E_{jf} .

O sistema representado pelas equações (3) e (4) é um sistema de equações estruturais que pode ser estimado pelo método dos momentos generalizados (GMM). Dependendo das especificações e das restrições impostas aos coeficientes, pode-se estimar consistentemente (sob as hipóteses das condições de regularidades dos erros serem satisfeitas) o sistema sobre-identificado de tal modo que se obtenha: (i) o efeito direto das características das escolas, ou seja, o vetor de coeficientes β_h^{ks} ; e (ii) a qualidade esperada de cada escola j através dos λ_f 's estimados.

Por qualidade da escola entende-se a contribuição da escola em si para o aprendizado dos seus alunos. Todo o esforço de estimação da qualidade da escola reside em isolar do desempenho médio dos alunos a parte advinda da qualidade dos alunos e a parte associada ao erro de medida. O modelo proposto é flexível o bastante para permitir variações na construção de indicadores de qualidade de escola em função das hipóteses que um analista ou formulador de políticas públicas considera ser qualidade da escola ou que deseja adotar para alcançar determinados objetivos de políticas públicas. O modelo permite construir os seguintes tipos de indicadores (e variações entre eles):

$$\begin{aligned} q_{ij}^1 &= \beta_t^{ks} E_{tj} + \gamma_t^{ks} \theta_j \\ q_j^2 &= \theta_j \\ q_j^3 &= \sum_{f=t-d}^{t+D} \lambda_f^{Ek} E_{jf} \end{aligned} \quad (5)$$

O primeiro tipo de indicador q_{ij}^1 atribui à qualidade da escola tanto o impacto direto do vetor dos insumos escolares $\beta_t^{ks} E_{tj}$ sobre a proficiência do aluno quanto o impacto total da variável latente θ_j . Nesse caso, a contribuição do aluno é atribuída ao componente $\alpha_h^{ks} A_{jh}$. Esse é um indicador abrangente que associa à qualidade da escola tanto o efeito médio direto de um insumo, e.g. computador, sobre a proficiência do aluno, quanto à qualidade do *matching* entre escola e aluno. O segundo tipo de indicador q_j^2 é um pouco mais restritivo. Ele associa à qualidade da escola o valor do variável latente θ_j apenas. Os efeitos diretos dos insumos sobre a proficiência são considerados atributos dos insumos em si e não particularmente da escola e, por isso, podem ser desconsiderados. Por outro lado, a qualidade do *matching* entre escola e aluno que está potencialmente capturada na variável latente ainda é atribuída à escola. Por fim, o terceiro tipo de indicador q_j^3 é o mais restritivo de todos. Ele atribui à qualidade da escola apenas aquela parte das características observadas das escolas associadas à variável latente. Nesse caso, ficam fora da qualidade da escola os efeitos diretos das características dos alunos ($\alpha_h^{ks} A_{jh}$), os efeitos diretos das características das escolas ($\beta_h^{ks} E_{jh}$), o efeito indireto dos alunos via variável latente ($\lambda_f^{Ak} A_{jf}$) e o erro aleatório da variável

latente v_j . Esse é um indicador interessante quando se desejar criar gestor escolar desconsiderando o efeito direto do insumo sobre a proficiência. Esse será o indicador a ser ilustrado abaixo.

2.1 Aplicação do indicador de qualidade da escola proposto

Nesta seção apresentamos uma aplicação do indicador efeito escola proposto. Dada a natureza dos dados em painel de escolas que dispomos, supomos que:

- (i) As características observadas médias dos alunos e as características observadas da escola no ano t afetam diretamente os resultados de desempenho médio dos alunos no ano t , mas não afetam diretamente os resultados do desempenho médio dos alunos no ano z , em que $z \neq t$; e
- (ii) As características observadas médias dos alunos e as características observadas da escola em todos os anos estão correlacionadas com a qualidade latente da escola (ou do *matching* escola/aluno).

A ideia nesse caso é capturar os efeitos indiretos. Controlando pela gestão atual, as decisões passadas só afetam o desempenho dos alunos via θ . Esse efeito não é direto e representa um indicador de gestão da escola. Da mesma forma, as decisões futuras apresentam um indicativo da gestão atual da escola de forma indireta.

Assim, não considerando nem os períodos passados nem os períodos futuros das características médias dos alunos e da característica da escola na determinação do desempenho médio dos alunos [$l = L = 0 \Rightarrow h = t$], podemos reescrever a equação (3) da seguinte forma:

$$Y_{jt}^{ks} = \alpha_t^{ks} A_{jt} + \beta_t^{ks} E_{jt} + \gamma_t^{ks} \theta_j + \varepsilon_{jt} \quad (6)$$

Com relação à variável latente não observada de qualidade da escola, θ_j , consideramos que essa é correlacionada com as características observadas médias dos alunos e com as características observadas da escola em três períodos: $f = 3 \Rightarrow 0 \leq d \leq 2$ e $0 \leq D \leq 2$. Portanto, reescrevemos a equação (4) da seguinte forma:

$$\theta_j = \sum_{f=1}^3 \lambda_f^{Ak} A_{jf} + \sum_{f=1}^3 \lambda_f^{Ek} E_{jf} + v_j \quad (7)$$

Suponha ainda, que Y_{jt}^{ks} é o vetor de proficiências médias de uma determinada série em português (Y_{jt}^P) e em matemática (Y_{jt}^M) da escola j no ano t . Se tivermos três anos de informações e impomos que os α 's e β 's são iguais no tempo, mas diferentes por matéria, teremos o seguinte sistema de sete equações estruturais:

$$\begin{aligned}
 Y_{j1}^P &= \alpha^P A_{j1} + \beta^P E_{j1} + \gamma_1^P \theta_j + \varepsilon_{j1}^P \\
 Y_{j2}^P &= \alpha^P A_{j2} + \beta^P E_{j2} + \gamma_2^P \theta_j + \varepsilon_{j2}^P \\
 Y_{j3}^P &= \alpha^P A_{j3} + \beta^P E_{j3} + \gamma_3^P \theta_j + \varepsilon_{j3}^P \\
 Y_{j1}^M &= \alpha^M A_{j1} + \beta^M E_{j1} + \gamma_1^M \theta_j + \varepsilon_{j1}^M \\
 Y_{j2}^M &= \alpha^M A_{j2} + \beta^M E_{j2} + \gamma_2^M \theta_j + \varepsilon_{j2}^M \\
 Y_{j3}^M &= \alpha^M A_{j3} + \beta^M E_{j3} + \gamma_3^M \theta_j + \varepsilon_{j3}^M \\
 \theta_j &= \sum_{f=1}^3 \lambda_f^{Ak} A_{jf} + \sum_{f=1}^3 \lambda_f^{Ek} E_{jf} + v_j
 \end{aligned} \tag{8}$$

Na forma reduzida, este sistema corresponde às seguintes seis equações (em que, normaliza-se $\gamma_1^P = 1$):

$$\begin{aligned}
 Y_{j1}^P &= (\alpha^P + \lambda_1^{AP})A_{j1} + \lambda_2^{AP}A_{j2} + \lambda_3^{AP}A_{j3} + (\beta^P + \lambda_1^{EP})E_{j1} + \lambda_2^{EP}E_{j2} \\
 &\quad + \lambda_3^{EP}E_{j3} + v_j + \varepsilon_{j1}^P \\
 Y_{j2}^P &= \gamma_2^P \lambda_1^{AP}A_{j1} + (\alpha^P + \gamma_2^P \lambda_2^{AP})A_{j2} + \gamma_2^P \lambda_3^{AP}A_{j3} + \gamma_2^P \lambda_1^{EP}E_{j1} \\
 &\quad + (\beta^P + \gamma_2^P \lambda_2^{EP})E_{j2} + \gamma_2^P \lambda_3^{EP}E_{j3} + \gamma_2^P v_j + \varepsilon_{j2}^P \\
 Y_{j3}^P &= \gamma_3^P \lambda_1^{AP}A_{j1} + \gamma_3^P \lambda_2^{AP}A_{j2} + (\alpha^P + \gamma_3^P \lambda_3^{AP})A_{j3} + \gamma_3^P \lambda_1^{EP}E_{j1} \\
 &\quad + \gamma_3^P \lambda_2^{EP}E_{j2} + (\alpha^P + \gamma_3^P \lambda_3^{EP})E_{j3} + \gamma_3^P v_j + \varepsilon_{j3}^P \\
 Y_{j1}^M &= (\alpha^M + \gamma_1^M \lambda_1^{AM})A_{j1} + \gamma_1^M \lambda_2^{AM}A_{j2} + \gamma_1^M \lambda_3^{AM}A_{j3} + (\beta^M + \gamma_1^M \lambda_1^{EM})E_{j1} \\
 &\quad + \gamma_1^M \lambda_2^{EM}E_{j2} + \gamma_1^M \lambda_3^{EM}E_{j3} + \gamma_1^M v_j + \varepsilon_{j1}^M \\
 Y_{j2}^M &= \gamma_2^M \lambda_1^{AM}A_{j1} + (\alpha^M + \gamma_2^M \lambda_2^{AM})A_{j2} + \gamma_2^M \lambda_3^{AM}A_{j3} + \gamma_2^M \lambda_1^{EM}E_{j1} \\
 &\quad + (\beta^M + \gamma_2^M \lambda_2^{EM})E_{j2} + \gamma_2^M \lambda_3^{EM}E_{j3} + \gamma_2^M v_j + \varepsilon_{j2}^M \\
 Y_{j3}^M &= \gamma_3^M \lambda_1^{AM}A_{j1} + \gamma_3^M \lambda_2^{AM}A_{j2} + (\alpha^M + \gamma_3^M \lambda_3^{AM})A_{j3} + \gamma_3^M \lambda_1^{EM}E_{j1} \\
 &\quad + \gamma_3^M \lambda_2^{EM}E_{j2} + (\alpha^M + \gamma_3^M \lambda_3^{EM})E_{j3} + \gamma_3^M v_j + \varepsilon_{j3}^M
 \end{aligned} \tag{9}$$

O modelo na forma reduzida não restrita é:

$$Y_j = \Pi \begin{bmatrix} A_j \\ E_j \end{bmatrix} + e_j, \tag{10}$$

em que, Π é a matriz dos coeficientes e e_j é o vetor de erros. O modelo (10) implica nas seguintes restrições não lineares:

$$\Pi = \begin{pmatrix} \alpha^P + \lambda_1^{AP} & \lambda_2^{AP} & \lambda_3^{AP} & \beta^P + \lambda_1^{EP} & \lambda_2^{EP} & \lambda_3^{EP} \\ \gamma_2^P \lambda_1^{AP} & \alpha^P + \gamma_2^P \lambda_2^{AP} & \gamma_2^P \lambda_3^{AP} & \gamma_2^P \lambda_1^{EP} & \beta^P + \gamma_2^P \lambda_2^{EP} & \gamma_2^P \lambda_3^{EP} \\ \alpha^M + \gamma_1^M \lambda_1^{AM} & \gamma_1^M \lambda_2^{AM} & \gamma_1^M \lambda_3^{AM} & \beta^M + \gamma_1^M \lambda_1^{EM} & \gamma_1^M \lambda_2^{EM} & \gamma_1^M \lambda_3^{EM} \\ \gamma_2^M \lambda_1^{AM} & \alpha^M + \gamma_2^M \lambda_2^{AM} & \gamma_2^M \lambda_3^{AM} & \gamma_2^M \lambda_1^{EM} & \beta^M + \gamma_2^M \lambda_2^{EM} & \gamma_2^M \lambda_3^{EM} \\ \gamma_3^M \lambda_1^{AM} & \gamma_3^M \lambda_2^{AM} & \alpha^M + \gamma_3^M \lambda_3^{AM} & \gamma_3^M \lambda_1^{EM} & \gamma_3^M \lambda_2^{EM} & \alpha^M + \gamma_3^M \lambda_3^{EM} \end{pmatrix} \tag{11}$$

Estimação

Pode-se estimar os parâmetros α 's, β 's, γ 's e λ 's, e testar as restrições por GMM. A estimação é realizada através dos seguintes passos:

(i) Estimamos o sistema de equações (9) por um SUR de modo a obter uma estimativa dos coeficientes da forma reduzida ($\hat{\pi}_{jl}, j = 1, \dots, J$ e $l = 1, \dots, L$), bem como para a matriz de variância e covariância dos coeficiente da forma reduzida;

(ii) Definimos as condições de momento $m_{jl} = \hat{\pi}_{jl} - f(\beta_s \alpha_s, \lambda_s)$, sendo m o vetor coluna que

$$\text{contém todos os } (6 \times 6) \text{ coeficientes } m_{jl} \cdot m = \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \vdots \\ m_{jl} \\ \vdots \\ m_{JL-1} \\ m_{JL} \end{bmatrix};$$

(iii) Utilizamos um estimador de distância mínima para obter as estimativas de $\delta = (\beta_s \alpha_s, \gamma_s e \lambda_s)$. O estimador é:

$$\min_{\delta} (K - G(\delta))' V^{-1} (K - G(\delta)). \quad (12)$$

Onde V é a matriz de variância e covariância dos parâmetros estimados da forma reduzida (9): $V = \text{Var}[m] = \text{Var}[\hat{\pi}]$. A $\text{Var}[\hat{\pi}]$ pode ser obtida do SUR na etapa (i).

Note que o sistema é sobre-identificado. Finalmente, comprova-se a validade do modelo testando as restrições de sobre-identificação. O teste é um *omnibus test* no qual a sua rejeição não implica uma alternativa específica, pois o teste é contra uma forma reduzida não restrita. O teste de hipótese nula, de que o efeito não observado da qualidade está correlacionado com as características observáveis médias, equivale ao teste $\lambda = 0$ (Chamberlain 1982, Abowd & Card 1989). Chamberlain (1982) mostra que sob as hipóteses de correta especificação, a função valor oriunda deste problema de minimização tem distribuição χ^2 com graus de liberdade igual à diferença da dimensão de e do *rank* da matriz de jacobianos $\frac{\partial G}{\partial \delta}$. As variâncias dos estimadores dos coeficientes estruturais são obtidas pelo método delta.

Ordenação Prevista das Escolas

O ordenamento das escolas por suas qualidades latentes estimadas pode ser construído a partir dos parâmetros estimados. O indicador é flexível o bastante para permitir ao formulador de políticas públicas eleger as variáveis que ele julgar relevantes para estabelecer o ordenamento das escolas. Por exemplo, pode-se construir o indicador de qualidade a partir de parâmetros estimados considerando qual seria o valor dessa variável latente se todas as escolas tivessem o mesmo tipo de gestão (ou a escola média brasileira) e o perfil médio dos alunos de cada escola variasse. Dessa forma, obtemos o ordenamento das escolas por suas qualidades estimadas relacionadas ao *background* familiar. Nesse caso, o indicador de cada escola j seria dado por:

$$\hat{\theta}_j^{background} = \sum_{f=1}^3 \hat{\lambda}_f^{Ak} A_{jff} + \sum_{f=1}^3 \hat{\lambda}_f^{Ek} \bar{E}_{jff}, \quad (13)$$

em que, \bar{E}_{jff} é o vetor de características médias da gestão escolar. Caso a correlação entre o ordenamento por desempenho médio dos alunos Y_j e ordenamento por $\hat{\theta}_j^{background}$ for positiva e muito alta, isto indicaria que de fato as diferenças de desempenho entre as escolas são grandemente explicadas pelas diferenças de *background* familiar.

Por outro lado, pode-se também construir o indicador de qualidade da escola considerando qual seria o valor desta variável latente se ela dependesse apenas de fatores associados à gestão escolar. Nesse caso, consideramos como se todas as escolas tivessem o mesmo tipo de alunos (ou o aluno médio brasileiro), mas que as variáveis de gestão diferissem entre as escolas. O indicador de cada escola j seria dado por:

$$\hat{\theta}_j^{gestao} = \sum_{f=1}^3 \hat{\lambda}_f^{Ak} \bar{A}_{jff} + \sum_{f=1}^3 \hat{\lambda}_f^{Ek} E_{jff}, \quad (14)$$

em que, \bar{A}_{jff} é o vetor de características médias dos alunos brasileiros. Caso a correlação entre o ordenamento por desempenho médio dos alunos Y_j e ordenamento por $\hat{\theta}_j^{gestao}$ for positiva e muito alta, isto indicaria que de fato as diferenças de desempenho entre as escolas são grandemente explicadas pelas diferenças de gestão escolar.

3 Dados

Para ilustrar a utilização desse indicador proposto, estimamos (i) a qualidade latente das escolas brasileiras com relação ao *background* familiar de seus alunos e (ii) a qualidade latente dessas escolas com relação às suas características de gestão, e comparamos os ordenamentos obtidos a partir dessas variáveis latentes com o *ranking* utilizando apenas a nota média da escola nas provas de proficiência em português e em matemática.

Os dados utilizados nesse trabalho são os microdados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) realizado bianualmente de 1997 a 2005 em todo o Brasil pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, órgão do Ministério da Educação. Com eles construímos os seguintes grupos de variáveis médias por escolas:

- (i) Características dos alunos e das famílias;
- (ii) Características dos professores;
- (iii) Características dos diretores; e
- (iv) Características das escolas.

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica é a primeira iniciativa brasileira no sentido de conhecer mais profundamente o nosso sistema educacional. Como o SAEB não avalia a totalidade dos estudantes do País, a prova foi aplicada a uma amostra que representa o universo das matrículas. As informações obtidas permitem acompanhar a evolução da qualidade da educação ao longo dos anos. Participam da avaliação alunos da 4^a e da 8^a séries do ensino fundamental e da 3^a série do ensino médio que fazem provas de língua portuguesa e de matemática. Eles também respondem a um questionário sobre seus hábitos de estudo e suas características socioculturais. Os professores e os diretores participam respondendo a questionários que informam sobre perfil e prática docentes, mecanismos de gestão e infraestrutura escolar.

Assim, nesse estudo utilizamos os resultados dos cinco SAEBs realizados entre 1997 e 2005 com os alunos da 4^a e da 8^a séries do ensino fundamental e da 3^a série do ensino médio. Construímos, para cada série, três painéis balanceados em que seguimos as escolas durante três anos de avaliação: 1997-1999-2001, 1999-2001-2003 e 2001-2003-2005. Consideramos as escolas que tiveram alunos fazendo tanto a prova de português quanto a prova de matemática em três SAEBs consecutivos. Estimamos modelos para as séries separadamente e por rede de ensino, cujas amostras são compostas pelos três painéis de três anos cada.

As bases de dados se referem a cada uma das três séries da Educação Básica avaliadas pelo SAEB. Ainda, dividimos essas quatro bases em duas cada, separando as escolas privadas e as escolas públicas. No total foram construídas nove bases.

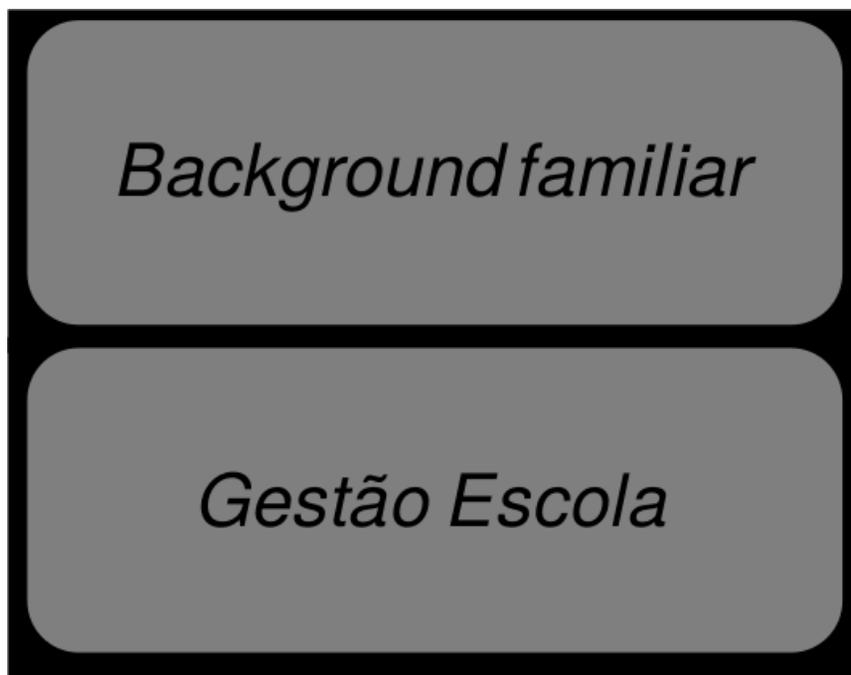
Foram estimados dois modelos para cada uma das bases de dados: um controlando pelo *background* familiar e outro pelas variáveis de gestão escolar. Totalizando, assim, 18 (dezoito) resultados.

4 ^a série EF Total	4 ^a série EF Escolas privadas	4 ^a série EF Escolas públicas
8 ^a série EF Total	8 ^a série EF Escolas privadas	8 ^a série EF Escolas públicas
3 ^a série EM Total	3 ^a série EM Escolas privadas	3 ^a série EM Escolas públicas

Elaboração: própria.

Figura 1: Bases de Dados

A Tabela 1 indica o número de escolas em cada painel, por série, e a participação das escolas privadas e das escolas públicas nas amostras.



Elaboração: própria.

Figura 2: Estimações

Tabela 1: Número de Escolas

Painel — Anos	Séries		
	4ªsérie EF	8ªsérie EF	3ªsérie EM
1. 1997-1999-2001	110	150	141
Escolas privadas	53	55	64
Escolas públicas	57	95	77
2. 1999-2001-2003	458	378	283
Escolas privadas	206	131	143
Escolas públicas	252	247	140
3. 2001-2003-2005	452	313	181
Escolas privadas	190	110	93
Escolas públicas	262	203	88
Total	1020	841	605
Escolas privadas	449	296	300
Escolas públicas	571	545	305

Na Tabela 2 expomos as variáveis utilizadas nas estimações em que classificamos as escolas de acordo com as características dos alunos. As variáveis referentes aos alunos (sexo, raça, idade e educação da mãe) são utilizadas na estimação da variável latente, e conseqüentemente, para fazer o ordenamento das escolas. Ainda, controlamos os modelos pelos seguintes grupos de variáveis: (i) gerais, que considera a rede de ensino (pública ou privada), o Estado em que está localizada a escola (Unidade da Federação), o Paineil (1-1997/99/01, 2-1999/01/03, 3-2001/03/05) e a série (4a série ou 8a série do ensino fundamental); (ii) gestão escolar, que aborda questões de infraestrutura, administrativas e metodológicas; (iii) professor e (iv) diretor, para esses dois grupos consideramos a experiência, o salário e o nível educacional desses profissionais.

Tabela 2: Variáveis dos modelos com controle pelo *background* familiar

Variáveis de controle			
Geral	Gestão Escolar	Professor	Diretor
Rede	Hidráulica	Educação	Educação
Unidade da Federação	Iluminação	Experiência	Experiência
Paineil	Professor participa da Educação Continuada	Salário	Salário
Série	Professor usa computador		
	Professor usa jornal ou revista		
	Conselho de Escola		
	Projeto pedagógico		
<i>Ranking por background familiar</i>			
	Sexo		
	Raça		
Aluno	Educação da mãe		
	Idade		

A Tabela 3 apresenta as variáveis utilizadas nos modelos em que classificamos as escolas de acordo com suas características de gestão. Controlamos os modelos por quatro grupos de variáveis: (i) gerais, que considera a rede de ensino, a Unidade da Federação, o Paineil e a série; (ii) aluno, que leva em conta as características do aluno e seu *background* familiar, como sexo, raça (branco/amarelo e outros), nível educacional da mãe, e se o aluno está na idade certa na série; (iii) professor e (iv) diretor, abordando a experiência, o salário e o nível educacional desses profissionais. Como variáveis de gestão, utilizadas para classificar as escolas, consideramos (i) infraestrutura escolar, se têm sistemas hidráulico e de iluminação adequados; (ii) metodologia de ensino dos professores, uso de computador, jornais ou revistas, e seu aperfeiçoamento profissional frequentando programas de educação continuada, e (iii) questões administrativas da escola, como o desenvolvimento de projeto pedagógico e a existência de conselho de classe.

Tabela 3: Variáveis dos modelos com controle pela gestão escolar

Variáveis de controle			
Geral	Aluno	Professor	Diretor
Rede	Sexo	Educação	Educação
Unidade da Federação	Raça	Experiência	Experiência
Paineil	Educação da mãe	Salário	Salário
Série	Idade		
<i>Ranking pela gestão escolar</i>			
Infraestrutura escolar	Hidráulica		
	Iluminação		
	Professor participa da Educação Continuada		
Metodologia professor	Professor usa computador		
	Professor usa jornal ou revista		
Administração escolar	Conselho de Escola		
	Projeto pedagógico		

4 Análise descritiva

A amostra desse trabalho é restrita às escolas que participaram três anos consecutivos do SAEB e cujos alunos fizeram as provas de português e de matemática⁷.

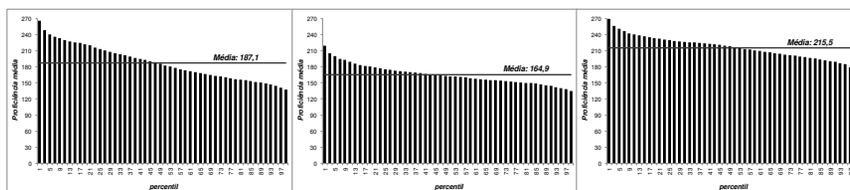
A Tabela 4 mostra a adoção de medidas de gestão e sua evolução ao longo de três avaliações consecutivas, pelas escolas da 4ª série do ensino fundamental que participam do painel, separadamente por rede de ensino. As informações sobre as escolas da 8ª série do ensino fundamental estão expostas na Tabela 5, e sobre as escolas da 3ª série do ensino médio na Tabela 6.

Primeiramente, para as três séries da Educação Básica avaliadas pelo SAEB, notamos grande diferença entre o percentual de escolas públicas e o percentual de escolas privadas que adotam as medidas de gestão consideradas. A maior diferença ocorre no uso de computadores pelos professores, que em alguns casos supera 50 pontos percentuais. Outra prática de ensino dos professores, o uso de jornais ou revistas, e as questões de infraestrutura também aparecem em percentual muito maior entre as escolas da rede privadas do que entre as escolas públicas.

Quanto à evolução, observamos aumento na porcentagem de escolas que: fazem projeto pedagógico (principalmente nas escolas públicas da 4ª série do ensino fundamental), que tem conselho de classe (principalmente entre as escolas públicas da 4ª série do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio); e a retração na porcentagem de escolas cujos professores adotam jornal ou revista em detrimento do aumento do uso de computador, destaque para as escolas privadas da 3ª série do ensino médio. Entre as escolas públicas, ocorreram melhorias nos sistemas de iluminação e hidráulico.

Dividimos as escolas em percentis em função do desempenho médio obtido por seus alunos nos exames de proficiência em português e em matemática nos três anos de avaliação. A Figura 3 mostra a nota média das escolas da 4ª série do ensino fundamental por percentil, separadamente por rede de ensino.

Os alunos dessa série obtiveram, em média, 187,1 pontos, sendo que a nota média dos alunos das escolas privadas foi de 215,5 pontos; enquanto que os alunos da rede pública tiveram nota, em média, 23,5% menor do que os da rede privada, 164,9 pontos. Destacamos ainda, que o resultado médio dos alunos do primeiro percentil da rede pública foi 33% maior do que a média dos alunos da rede; por outro lado, o resultado médio dos alunos do último percentil da rede pública foi 21% menor do que a média. Comparando os alunos da rede privada, a diferença entre as médias dos alunos do primeiro percentil e da rede como um todo foi de 25%, já com relação ao último percentil, a média desses alunos foi 26% inferior à média da rede.



Fonte: SAEB/INEP.
Elaboração: própria.

Figura 3: Desempenho médio dos alunos da 4ª série do ensino fundamental, total e por rede

Na Figura 4 expomos a nota média das escolas da 8ª série do ensino fundamental por percentil, separadamente por rede de ensino. Os alunos da rede pública obtiveram, em média, 230,7 pontos contra 282,9 pontos dos alunos da rede privada, diferença de 18,5%. A nota média da série foi de 249 pontos. Em ambas as redes, a diferença entre a média dos alunos do primeiro percentil e a média da rede ficou em torno de 20%; por outro lado, a diferença entre a média dos

⁷Para saber se existem características específicas a essas escolas, que as fazem participar três anos consecutivos do SAEB, fizemos para cada série dois procedimentos: (i) análise da diferença de médias das variáveis de gestão para as escolas que estão no painel e para as que não estão; e (ii) estimação de modelos *probit*, em que observamos a probabilidade das escolas estarem no painel, condicional às características de gestão da escola. Para o primeiro exercício, a diferença entre as médias das variáveis de gestão não são significantes, com poucas exceções; para o segundo exercício, as variáveis de gestão, com poucas exceções, não são estatisticamente significantes para explicar a participação das escolas no painel. Esses resultados nos leva a conclusão de que a amostra não tem viés de seleção.

Tabela 4: Percentual de escolas da 4ª série do ensino fundamental que adotaram medidas de gestão, total e por rede

Variáveis	4ª série do ensino fundamental				Escolas públicas			Escolas privadas		
	Ano	Não	Total Sim	p-valor	Não	Sim	p-valor	Não	Sim	p-valor
Conselho de classe	Ano 1	0,709	0,786	0,0000	0,680	0,696	0,2219	0,762	0,900	0,0000
	Ano 2	0,746	0,801	0,0000	0,714	0,734	0,1711	0,803	0,886	0,0000
	Ano 3	0,792	0,834	0,0000	0,775	0,779	0,7071	0,824	0,903	0,0000
Projeto Pedagógico	Ano 1	0,887	0,901	0,0360	0,875	0,863	0,2208	0,911	0,949	0,0000
	Ano 2	0,901	0,924	0,0005	0,884	0,897	0,2184	0,931	0,959	0,0000
	Ano 3	0,916	0,933	0,0021	0,904	0,906	0,7817	0,938	0,968	0,0000
Professor usa jornal ou revista	Ano 1	0,883	0,881	0,7103	0,873	0,830	0,0000	0,901	0,945	0,0000
	Ano 2	0,873	0,907	0,0000	0,860	0,863	0,7235	0,899	0,962	0,0000
	Ano 3	0,762	0,723	0,0001	0,755	0,621	0,0000	0,776	0,853	0,0000
Professor usa computador	Ano 1	0,309	0,358	0,0000	0,255	0,134	0,0000	0,410	0,641	0,0000
	Ano 2	0,265	0,375	0,0000	0,190	0,137	0,0000	0,403	0,678	0,0000
	Ano 3	0,389	0,492	0,0000	0,335	0,361	0,0322	0,487	0,659	0,0000
Professor participa da Educação Continuada	Ano 1	0,782	0,864	0,0000	0,779	0,840	0,0000	0,787	0,895	0,0000
	Ano 2	0,856	0,882	0,0002	0,857	0,871	0,1392	0,852	0,897	0,0001
	Ano 3	0,861	0,854	0,3058	0,863	0,851	0,1225	0,856	0,858	0,7988
Hidráulica	Ano 1	0,809	0,896	0,0000	0,785	0,823	0,0011	0,854	0,989	0,0000
	Ano 2	0,878	0,906	0,0002	0,851	0,835	0,1701	0,926	0,997	0,0000
	Ano 3	0,901	0,900	0,7770	0,886	0,829	0,0000	0,930	0,990	0,0000
Iluminação	Ano 1	0,781	0,863	0,0000	0,765	0,802	0,0019	0,812	0,941	0,0000
	Ano 2	0,845	0,885	0,0000	0,828	0,834	0,6014	0,875	0,951	0,0000
	Ano 3	0,868	0,911	0,0000	0,856	0,866	0,3294	0,891	0,968	0,0000

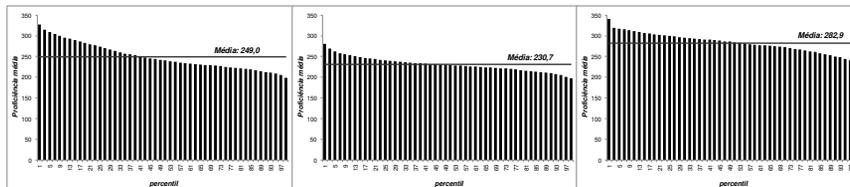
Tabela 5: Percentual de escolas da 8ª série do ensino fundamental que adotaram medidas de gestão, total e por rede

Variáveis	8ª série do ensino fundamental				Escolas públicas			Escolas privadas		
	Ano	Não	Total Sim	p-valor	Não	Sim	p-valor	Não	Sim	p-valor
Conselho de classe	Ano 1	0,816	0,823	0,4225	0,798	0,770	0,0241	0,847	0,920	0,0000
	Ano 2	0,840	0,844	0,6794	0,821	0,797	0,0663	0,873	0,930	0,0000
	Ano 3	0,864	0,847	0,0311	0,852	0,811	0,0001	0,886	0,914	0,0080
Projeto Pedagógico	Ano 1	0,902	0,892	0,1874	0,889	0,853	0,0003	0,922	0,964	0,0000
	Ano 2	0,906	0,898	0,2726	0,890	0,862	0,0094	0,934	0,964	0,0003
	Ano 3	0,919	0,921	0,7404	0,907	0,889	0,0551	0,939	0,979	0,0000
Professor usa jornal ou revista	Ano 1	0,737	0,746	0,1909	0,721	0,708	0,1766	0,765	0,817	0,0000
	Ano 2	0,756	0,758	0,8030	0,735	0,723	0,2461	0,793	0,823	0,0114
	Ano 3	0,672	0,653	0,0493	0,651	0,583	0,0000	0,708	0,784	0,0000
Professor usa computador	Ano 1	0,351	0,356	0,6532	0,299	0,220	0,0000	0,442	0,606	0,0000
	Ano 2	0,316	0,358	0,0001	0,243	0,196	0,0000	0,440	0,655	0,0000
	Ano 3	0,410	0,467	0,0000	0,363	0,363	0,9499	0,490	0,657	0,0000
Professor participa da Educação Continuada	Ano 1	0,710	0,770	0,0000	0,703	0,760	0,0000	0,722	0,789	0,0000
	Ano 2	0,808	0,834	0,0002	0,802	0,829	0,0024	0,819	0,844	0,0321
	Ano 3	0,815	0,841	0,0000	0,812	0,829	0,0334	0,820	0,864	0,0000
Hidráulica	Ano 1	0,842	0,873	0,0001	0,819	0,812	0,5752	0,882	0,986	0,0000
	Ano 2	0,896	0,885	0,1778	0,871	0,830	0,0006	0,940	0,986	0,0000
	Ano 3	0,906	0,904	0,7617	0,889	0,857	0,0011	0,936	0,991	0,0000
Iluminação	Ano 1	0,821	0,841	0,0220	0,802	0,784	0,1225	0,852	0,946	0,0000
	Ano 2	0,881	0,879	0,7835	0,863	0,848	0,1933	0,912	0,936	0,0251
	Ano 3	0,892	0,915	0,0019	0,878	0,889	0,3169	0,915	0,965	0,0000

Tabela 6: Percentual das escolas da 3ª série do ensino médio que adotaram medidas de gestão, total e por rede

Variáveis	3ª série do ensino médio			Total Sim	p-valor	Escolas públicas			Escolas privadas		
	Ano	Não				Não	Sim	p-valor	Não	Sim	p-valor
Conselho de classe	Ano 1	0,829	0,832	0,7717	0,813	0,736	0,0000	0,848	0,930	0,0000	
	Ano 2	0,859	0,874	0,1619	0,840	0,802	0,0209	0,879	0,948	0,0000	
	Ano 3	0,879	0,887	0,3307	0,866	0,834	0,0176	0,893	0,942	0,0000	
Projeto Pedagógico	Ano 1	0,905	0,908	0,7394	0,890	0,859	0,0229	0,922	0,957	0,0001	
	Ano 2	0,911	0,916	0,5947	0,891	0,863	0,0501	0,933	0,969	0,0001	
	Ano 3	0,927	0,927	0,9741	0,914	0,867	0,0001	0,941	0,987	0,0000	
Professor usa jornal ou revista	Ano 1	0,694	0,708	0,1055	0,676	0,622	0,0000	0,714	0,796	0,0000	
	Ano 2	0,713	0,716	0,8088	0,690	0,630	0,0000	0,740	0,803	0,0000	
	Ano 3	0,677	0,680	0,7720	0,656	0,571	0,0000	0,700	0,791	0,0000	
Professor usa computador	Ano 1	0,368	0,401	0,0018	0,323	0,259	0,0000	0,418	0,546	0,0000	
	Ano 2	0,357	0,403	0,0001	0,293	0,212	0,0000	0,427	0,598	0,0000	
	Ano 3	0,446	0,491	0,0000	0,403	0,361	0,0044	0,494	0,624	0,0000	
Professor participa da Educação Continuada	Ano 1	0,662	0,689	0,0062	0,652	0,654	0,9227	0,673	0,724	0,0002	
	Ano 2	0,765	0,791	0,0036	0,751	0,759	0,5413	0,780	0,823	0,0005	
	Ano 3	0,786	0,784	0,7343	0,777	0,767	0,3475	0,797	0,801	0,6840	
Hidráulica	Ano 1	0,867	0,898	0,0007	0,833	0,811	0,1749	0,904	0,986	0,0000	
	Ano 2	0,896	0,903	0,4872	0,857	0,816	0,0172	0,939	0,991	0,0000	
	Ano 3	0,909	0,887	0,0028	0,887	0,782	0,0000	0,934	0,993	0,0000	
Iluminação	Ano 1	0,838	0,896	0,0000	0,812	0,818	0,7354	0,867	0,976	0,0000	
	Ano 2	0,891	0,918	0,0049	0,865	0,872	0,6904	0,919	0,965	0,0000	
	Ano 3	0,910	0,904	0,4578	0,893	0,849	0,0009	0,928	0,960	0,0002	

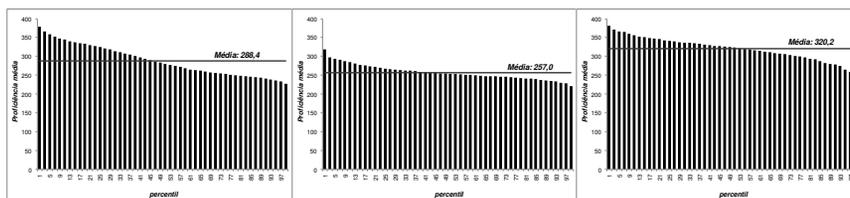
alunos do último percentil e a média da rede foi maior entre as escolas privadas, 24,5% contra 17% na rede pública.



Fonte: SAEB/INEP.
Elaboração: própria.

Figura 4: Desempenho médio dos alunos da 8ª série do ensino fundamental, total e por rede

Na Figura 5 está a nota média das escolas da 3ª série do ensino médio por percentil, separadamente por rede de ensino. Os alunos dessa série tiveram nota média de 288,4 pontos. A nota média dos alunos da rede privada foi 19,7% maior do que a média dos alunos da rede pública (320,2 e 257 pontos, respectivamente). A diferença entre a média dos alunos do último percentil e a média da rede foi maior na rede privada, 23% contra 15,5% na rede pública; por outro lado, a diferença entre a média dos alunos do primeiro percentil e a média da rede pública foi de 24,1%, enquanto na rede privada tal diferença foi inferior a 20%.



Fonte: SAEB/INEP.
Elaboração: própria.

Figura 5: Desempenho médio dos alunos da 3ª série do ensino médio, total e por rede

A Tabela 7 destaca as diferenças entre os dois primeiros e os dois últimos percentis por série e por rede de ensino. Entre os alunos da 4ª série do ensino fundamental as diferenças são maiores do que entre os alunos das outras duas séries em todos os casos. As escolas do primeiro percentil obtiveram, em média, o dobro da nota das escolas do último percentil, respectivamente 256,5 pontos (valor 42% maior do que a média da série) e 132,3 pontos (valor 30% menor do que a média da série). A diferença de média do segundo e do penúltimo percentil é de 84%, e entre os dois últimos percentis é de 3,7%. Analisando as redes separadamente, as diferenças entre as notas médias são menores: de quase 70% entre o primeiro e o último percentil, em torno de 60% entre o primeiro e o penúltimo percentil e de cerca de 55% entre o segundo e o penúltimo percentil.

Considerando os alunos da 8ª série do ensino fundamental, a diferença entre a nota média das escolas do 1º e do 100º percentil é de 70%, e para a 3ª série do ensino médio essa diferença é de 73%. Esses valores caem para 47% quando consideramos apenas as escolas públicas e ficam entre 55% e 60% quando analisamos as escolas privadas. Ainda, para ambas as séries, a diferença da média entre o segundo e o último percentil fica em torno de 65%, reduzindo para 42% quando observamos a rede pública e 52% para a rede privada. Cenário semelhante ocorre na comparação entre o primeiro e o penúltimo percentil dessas séries.

A Figura 6 destaca as características médias dos alunos dos percentis por série e por rede de ensino. Considerando os alunos da 4ª série do ensino fundamental, notamos que mais de 60% daqueles dos dois últimos percentis têm mãe que completou, no máximo, o ensino fundamental, enquanto apenas 3% dos alunos do 1º percentil e 7% dos alunos do 2º percentil têm mãe com baixo nível educacional. Por outro lado, menos de 5% dos alunos dos dois últimos percentis têm mãe com educação superior, enquanto 69% e 54% dos alunos do 1º e do 2º percentis, respectivamente, têm mãe com educação superior. Analisando as redes separadamente, enquanto 60% dos alunos do último percentil da rede pública têm mãe que completou, no máximo, o ensino fundamental,

Tabela 7: Diferença do desempenho médio por percentil por série e por rede

Série Δ Percentil	Profic média								
	4ªsérie EF			8ªsérie EF			3ªsérie EM		
	Total	Pública	Privada	Total	Pública	Privada	Total	Pública	Privada
Δ 99ºpercentil/100ºpercentil	3,7%	3,4%	6,3%	2,8%	3,0%	7,5%	4,0%	2,0%	1,2%
Δ 2ºpercentil/99ºpercentil	84,0%	55,3%	56,4%	60,0%	38,7%	41,4%	62,3%	39,0%	51,0%
Δ 1ºpercentil/99ºpercentil	93,5%	62,7%	58,9%	64,6%	42,5%	48,6%	66,5%	43,9%	53,1%
Δ 2ºpercentil/100ºpercentil	90,8%	60,5%	66,2%	64,5%	42,8%	52,0%	68,7%	41,8%	52,9%
Δ 1ºpercentil/100ºpercentil	100,8%	68,2%	68,8%	69,3%	46,8%	59,7%	73,1%	46,8%	54,9%

esse percentual é de 44% entre os alunos da rede privada. Por outro lado, no primeiro percentil quase 30% dos alunos da rede pública têm mãe com nível educacional baixo contra 2% dos alunos rede privada. Ainda, em torno de 70% dos alunos dos dois primeiros percentis da rede privada têm mãe com educação superior, percentual que entre os alunos das escolas públicas é inferior a 20%.

Com relação à idade e à raça, as diferenças também são consideráveis entre os percentis. Cerca de 60% dos jovens dos dois últimos percentis estão na idade certa, enquanto para o percentil mais alto atinge à totalidade. No 99º e no 100º percentis, 28% e 36% dos alunos, respectivamente, são brancos ou amarelos, e nos dois primeiros percentis essa porcentagem é de quase 70%. Percentuais semelhantes para essas variáveis nos quatro percentis destacados são observados na análise individual das redes.

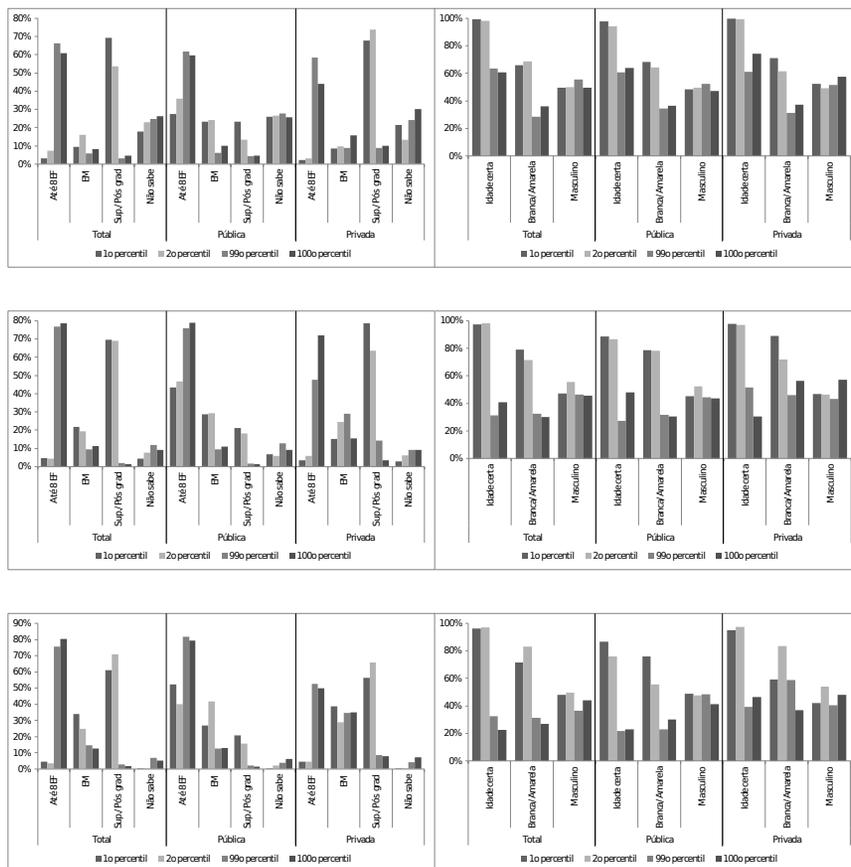
Na 8ªsérie do ensino fundamental e na 3ªsérie do ensino médio quase 80% dos alunos dos dois últimos percentis têm mãe que completou, no máximo, o ensino fundamental, enquanto menos de 5% dos alunos dos dois primeiros percentis têm mãe com baixo nível educacional. Por outro lado, menos de 3% dos alunos dos dois últimos percentis têm mãe com educação superior, enquanto quase 70% dos alunos do 1º e do 2º percentis têm mãe com nível superior. Notamos ainda, que cerca de 98% dos alunos dessas séries dos dois primeiros percentis estão na idade certa, enquanto no 99º e no 100º percentis, 31% e 41%, respectivamente, dos alunos da 8ªsérie do ensino fundamental e 32% e 22%, respectivamente, dos alunos da 3ªsérie do ensino médio estão na idade certa. Ainda, para as duas séries quase 30% dos alunos dos dois últimos percentis são brancos ou amarelos, enquanto no 1º e no 2º percentis mais de 75% dos alunos são dessa raça, exceção no 2º percentis da 3ªsérie do ensino médio com 56% de alunos brancos ou amarelos.

Assim como nas escolas da 4ªsérie do ensino fundamental, para essas duas séries existem diferenças na composição média dos estudantes entre as escolas públicas e as escolas privadas, principalmente com relação à educação da mãe. Em ambas as redes, os primeiros percentis são caracterizados por alunos com mãe de nível educacional mais elevado, enquanto os alunos dos percentis inferiores têm mãe que não completou sequer o ensino fundamental. Porém, na rede pública, pouco mais de 40% dos alunos dos dois primeiros percentis têm mãe com educação até o ensino fundamental, percentual que na rede privada é de apenas 5%; da mesma forma, mãe com educação superior é característica de 60% dos alunos dos primeiros percentis da rede privada, mas de menos de 20% dos alunos da rede pública.

Para as duas séries, ocorrem diferenças entre as redes quando observamos o percentual de jovens na idade certa. Na 3ªsérie do ensino médio, por exemplo, enquanto cerca de 40% dos alunos dos dois últimos percentis da rede privada estão na idade certa, esse percentual é inferior a 25% na rede pública. Nos dois primeiros percentis também ocorrem diferenças: na rede privada quase a totalidade está na idade certa, enquanto que na rede pública 76% e 87% dos alunos do 1º e 2º percentis, respectivamente, estão na idade certa. Para a 8ªsérie do ensino fundamental a quase totalidade dos alunos dos primeiros percentis da rede privada está na idade certa, o que ocorre com pouco mais de 85% dos alunos desses percentis da rede pública.

Notamos, para as três séries da Educação Básica analisadas e em ambas as redes de ensino, a existência de uma forte relação entre as características dos alunos e de sua família e a nota média da escola que frequentam. Os primeiros percentis de notas são caracterizados por apresentarem maior percentual de estudantes na idade certa, de raça branca ou amarela e cuja mãe tem nível educacional superior; por outro lado, a maioria dos alunos dos percentis inferiores está atrasada na série, não é de raça branca ou amarela e tem mãe que não completou sequer o ensino fundamental. Isso indica que um ordenamento das escolas pela nota média nas provas de proficiência pode ser muito semelhante a um ordenamento pelas características socioeconômicas médias dos alunos.

A Figura 7 mostra a relação entre as variáveis de gestão e a proficiência escolar para cada uma das séries, total e por rede de ensino. Consideramos a proficiência média de português e de



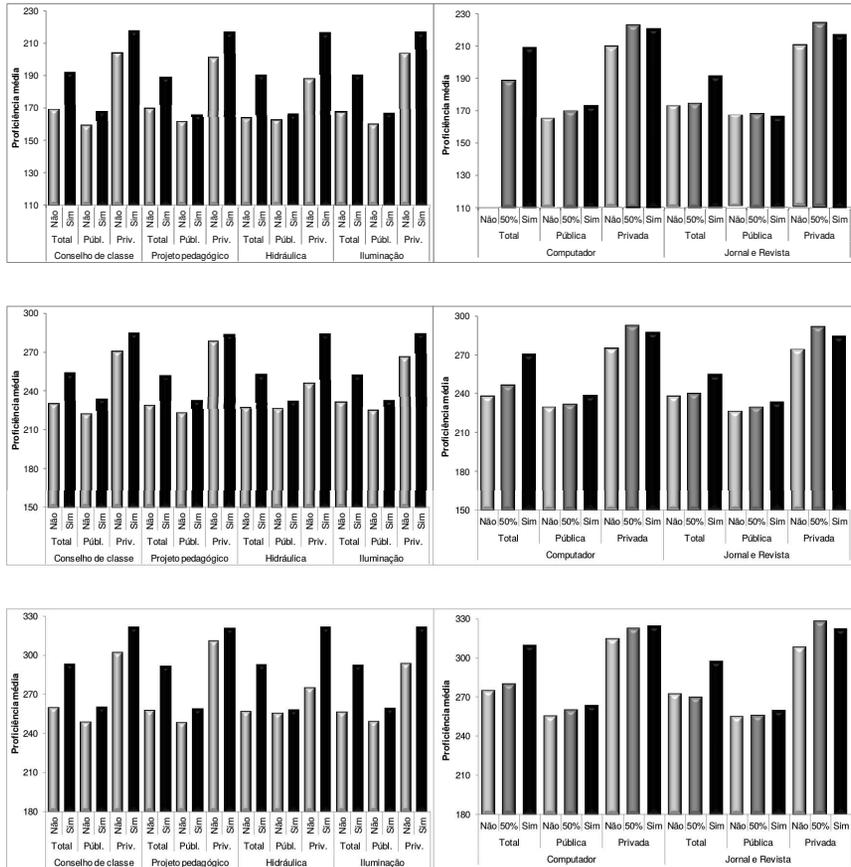
Fonte: SAEB/INEP.
Elaboração: própria.

Figura 6: Características dos alunos das escolas dos primeiros e dos últimos percentis de nota, total e por rede

matemática nos anos em que foi realizado o SAEB.

Os dados indicam que os alunos das escolas que realizam conselho de classe tiveram desempenho médio mais de 10% superior aos alunos das escolas que não tem. Isso foi verificado nas três séries analisadas, sendo mais forte para a 4ª série do ensino fundamental, cuja diferença foi de quase 14%. O projeto pedagógico também aparece como fator importante para o bom desempenho dos alunos nos testes de proficiência. Considerando as escolas da 3ª série do ensino médio, aquelas que fizeram um projeto pedagógico tiveram nota média 13% superior àquelas que não fizeram. Entre as escolas da 4ª e 8ª séries do ensino fundamental essa diferença é de 11,3% e 10%, respectivamente. Por fim, as escolas com uma infraestrutura adequada, com bons sistemas hidráulico e de iluminação, apresentaram notas melhores, em média, que aquelas com instalações inadequadas. Para a 4ª série do ensino fundamental, as escolas com sistema hidráulico adequado tiveram notas, em média, 16,5% superior e o bom sistema de iluminação resultou em nota média 14% maior. A questão de infraestrutura pareceu mais relevante na rede privada do que na pública.

Com relação ao material utilizado pelos professores, destacamos três casos (i) nenhum professor da série/matéria usa o material, (ii) 50% dos professores usam tal recurso, e (iii) todos os professores adotam o material. Os dados indicam que o uso de computador, jornal ou revista pelos professores têm, em geral, relação positiva crescente com a nota dos alunos. Algumas exceções na rede privada indicam que o desempenho médio dos alunos nos casos em que ocorre o uso pela metade ou pela totalidade dos professores é semelhante.



Fonte: SAEB/INEP.
Elaboração: própria.

Figura 7: Relação entre as variáveis de gestão e a proficiência escolar, total e por rede

5 Resultados Econométricos

8

Estimamos o sistema de equações (9) para cada uma das três séries, total e por rede de ensino, em que a nota média da escola em português e em matemática é função das variáveis que representam as características médias dos alunos, professores e diretores, e das variáveis de gestão, que indicam a infraestrutura escolar e a forma de ensino.

A partir dos parâmetros estimados, ordenamos as escolas por suas qualidades latentes, seja esta correlacionada com o *background* familiar seja correlacionada com a gestão escolar. Em paralelo, classificamos as escolas pela proficiência média de seus alunos em exames de português e de matemática nos três anos de cada painel:

$$profic_j = \frac{\left(\sum_{f=1}^3 profic_j^{mat} + \sum_{f=1}^3 profic_j^{port} \right)}{6} \quad (15)$$

Assim, comparamos as ordenações pelas variáveis latentes e aquela obtida considerando apenas a nota de proficiência média das escolas. A ideia é verificar que tipo de informação a classificação das escolas pela nota passa aos gestores de políticas educacionais e aos pais: se da produtividade escolar ou da característica média dos alunos da escola.

⁸O software econométrico SAS foi usado para rodar as regressões deste trabalho.

5.1 Variável latente de *background* familiar

Na Tabela 8, na Tabela 9 e na Tabela 10. expomos os coeficientes da variável latente correlacionada com o *background* familiar dos modelos estimados para a 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e para a 3ª série do ensino médio, respectivamente.

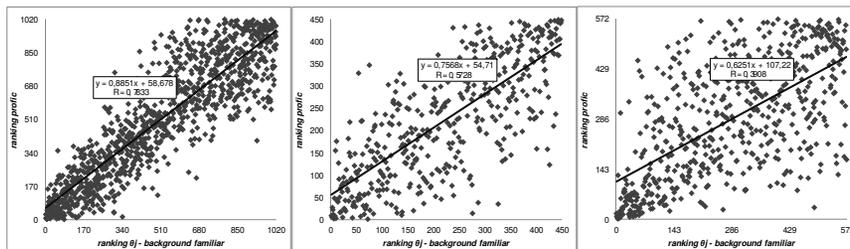
A partir desses coeficientes, construímos o seguinte indicador de qualidade da escola: $\hat{\theta}_j^{background} = \sum_{f=1}^3 \hat{\lambda}_f^{A_k} A_{jf}$, em que A_{jf} representa as características médias dos alunos da escola j em função das quatro variáveis que selecionamos (vide Tabela 2) no ano f . Esse indicador representa a importância do *background* familiar no aprendizado do aluno.

Na Figura 8, na Figura 9 e na Figura 10 comparamos os ordenamentos obtidos das duas formas, pela variável latente correlacionada com as características do aluno e pela proficiência média, para a 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e para a 3ª série do ensino médio, respectivamente.

Possíveis alterações na posição relativa das escolas indicam se as diferenças de desempenho médio entre elas ocorrem em função das características socioeconômicas médias dos alunos (quando as posições no *ranking* não alteram) ou em função de outras características, como a gestão escolar (quando ocorrem mudanças de posição no *ranking*).

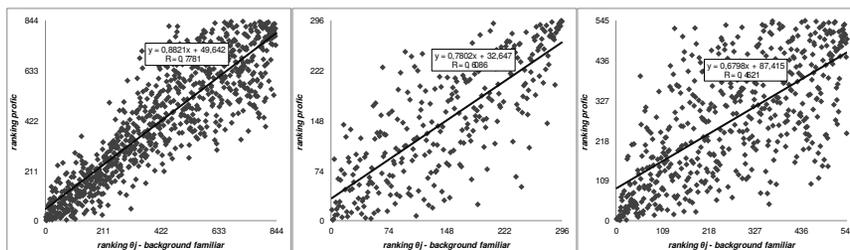
As comparações mostram que para todas as três séries da Educação Básica, considerando a amostra total e por rede de ensino, a classificação das escolas pela variável latente estimada a partir das características médias de *background* familiar de seus alunos é muito semelhante à classificação feita pelo desempenho médio dos alunos da escola nos exames de proficiência.

Os gráficos apresentam linha de tendência com inclinação positiva, próxima a 45 graus, e que cruza o eixo vertical perto da origem, e baixa dispersão dos pontos. Considerando a amostra toda e a de escolas públicas, a relação entre as ordenações é mais forte para a 3ª série do ensino médio (linha de tendência com coeficiente para x próximo a 1 e para a constante próximo a 0), seguida pela 8ª série do ensino fundamental. Entre as escolas privadas essas posições se invertem. Comparando os resultados entre as redes, a semelhança dos *rankings* é maior para a amostra de escolas privadas.



Elaboração: própria.

Figura 8: Ranking proficiência versus ranking *background* familiar 4ª série do ensino fundamental



Elaboração: própria.

Figura 9: Ranking proficiência versus ranking *background* familiar 8ª série do ensino fundamental

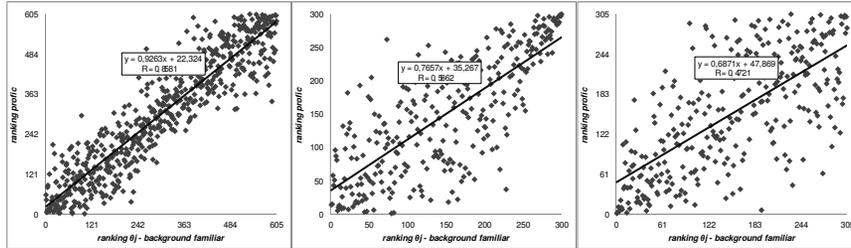
Tabela 8: Modelo estimado para a 4ªsérie do ensino fundamental, total e por rede

Background familiar		4ªsérie do Ensino Fundamental					
Parâmetro	Variável	Total		Escolas privadas		Escolas públicas	
		Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t
LAMBDA ANO 1 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	-0,0514	-0,049	-0,4744	-0,145	-5,8315	-1,991
	Raça: Branco ou Amarelo	8,3014	7,633	3,3220	1,165	8,5096	3,449
	Educação da Mãe: Ensino Médio	4,5065	2,621	4,9250	0,998	6,3500	1,404
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	20,7500	12,517	18,3913	4,175	20,3223	3,199
	Educação da Mãe: Não sabe	3,3948	2,594	2,2060	0,522	8,6515	2,982
	Idade Certa	4,1553	3,254	4,0041	0,681	3,5729	1,487
LAMBDA ANO 2 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	-2,6373	-1,871	-6,4369	-1,656	-3,4760	-1,052
	Raça: Branco ou Amarelo	8,9695	7,647	4,3016	1,241	8,1556	3,125
	Educação da Mãe: Ensino Médio	8,0506	3,968	6,5053	1,135	11,1228	2,182
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	12,7067	6,132	10,2052	2,006	20,9446	3,237
	Educação da Mãe: Não sabe	0,5467	0,366	6,7088	1,286	3,0876	0,892
	Idade Certa	-0,2742	-0,190	6,3107	0,641	2,0473	0,727
LAMBDA ANO 3 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	-2,9255	-2,047	-4,8659	-1,304	-2,4434	-0,748
	Raça: Branco ou Amarelo	6,0006	4,907	4,0623	1,215	3,0803	1,087
	Educação da Mãe: Ensino Médio	2,9933	1,402	4,2990	0,744	7,2183	1,388
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	15,5876	6,710	16,2931	3,063	14,3417	2,235
	Educação da Mãe: Não sabe	0,4941	0,290	7,2015	1,285	-4,3473	-1,271
	Idade Certa	-1,3739	-0,880	1,7499	0,231	2,0204	0,672
LAMBDA ANO 1 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	-3,1087	-2,556	-4,7112	-1,683	0,4540	0,161
	Raça: Branco ou Amarelo	1,6192	1,557	0,2522	0,094	4,6163	1,855
	Educação da Mãe: Ensino Médio	5,9963	3,738	4,4376	0,996	9,7030	2,053
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	16,9953	10,904	13,8279	3,477	11,3004	1,850
	Educação da Mãe: Não sabe	3,7992	2,888	2,1264	0,557	8,5668	2,757
	Idade Certa	5,0616	4,691	3,1157	0,545	3,7309	1,572
LAMBDA ANO 2 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	1,4173	1,013	-4,3475	-1,285	5,2028	1,516
	Raça: Branco ou Amarelo	4,1605	3,534	-0,6633	-0,215	1,9055	0,671
	Educação da Mãe: Ensino Médio	9,2942	4,597	10,6851	2,079	15,5553	3,079
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	13,9185	7,085	16,8023	3,575	14,4282	2,200
	Educação da Mãe: Não sabe	3,4522	2,275	8,1712	1,716	-0,2916	-0,083
	Idade Certa	-2,4856	-1,703	-6,6511	-0,956	-2,5664	-0,855
LAMBDA ANO 3 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	-1,0255	-0,691	-5,4933	-1,467	4,5580	1,298
	Raça: Branco ou Amarelo	6,0636	4,628	6,3010	1,886	10,5695	3,610
	Educação da Mãe: Ensino Médio	15,1470	7,192	4,0552	0,683	22,4970	4,110
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	22,0953	10,857	15,9422	3,118	20,9900	3,089
	Educação da Mãe: Não sabe	5,2643	3,258	7,4157	1,380	-0,5459	-0,157
	Idade Certa	1,2588	0,673	-16,0358	-1,735	5,5793	1,896

Tabela 9: Modelo estimado para a 8ªsérie do ensino fundamental, total e por rede

Background familiar		8ªsérie do Ensino Fundamental					
Parâmetro	Variável	Total		Escolas privadas		Escolas públicas	
		Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t
LAMBDA ANO 1 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	7,1937	3,495	2,5276	0,524	5,2920	2,008
	Raça: Branco ou Amarelo	6,4447	3,077	13,5063	2,532	4,3733	1,778
	Educação da Mãe: Ensino Médio	8,9421	3,396	2,7834	0,468	6,2595	1,705
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	11,4484	3,152	3,5352	0,606	12,0774	1,955
	Educação da Mãe: Não sabe	-8,7459	-2,791	-14,5125	-1,728	-7,4168	-1,797
	Idade Certa	1,0839	0,508	12,2030	1,771	0,9671	0,486
LAMBDA ANO 2 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	6,6166	2,317	0,3830	0,065	10,8355	3,537
	Raça: Branco ou Amarelo	8,2959	2,976	7,0401	1,176	7,5096	2,566
	Educação da Mãe: Ensino Médio	6,5303	2,079	1,9798	0,268	6,8655	1,798
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	20,1822	5,171	21,7912	3,400	16,6246	2,630
	Educação da Mãe: Não sabe	-14,1707	-2,941	-7,7465	-0,644	-9,8078	-1,901
	Idade Certa	-1,4365	-0,409	-4,1827	-0,451	-3,1675	-1,394
LAMBDA ANO 3 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	7,1289	2,239	14,6901	2,410	5,7913	1,657
	Raça: Branco ou Amarelo	13,2823	4,895	6,8488	1,109	12,8829	3,977
	Educação da Mãe: Ensino Médio	5,4867	1,655	13,9874	1,968	5,7455	1,430
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	24,1082	5,501	19,8060	2,594	17,5807	2,553
	Educação da Mãe: Não sabe	-15,7621	-3,113	13,2581	1,081	-13,3791	-2,552
	Idade Certa	2,7078	0,723	27,2946	2,917	0,5106	0,214
LAMBDA ANO 1 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	2,5755	1,316	8,4701	1,693	0,7686	0,267
	Raça: Branco ou Amarelo	-0,6859	-0,308	0,7587	0,179	1,9971	0,806
	Educação da Mãe: Ensino Médio	8,4923	3,460	6,1020	1,099	4,9588	1,406
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	11,6284	3,709	8,3122	1,361	13,7283	2,421
	Educação da Mãe: Não sabe	-3,7978	-1,010	1,2850	0,135	-0,1363	-0,032
	Idade Certa	-2,5249	-1,056	-4,7343	-0,747	-1,8759	-0,910
LAMBDA ANO 2 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	-5,7550	-1,909	-8,0710	-1,306	-6,0670	-1,761
	Raça: Branco ou Amarelo	2,8398	1,113	1,0081	0,194	6,3403	2,093
	Educação da Mãe: Ensino Médio	4,6722	1,396	16,4829	1,985	6,6085	1,528
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	14,4277	3,795	21,8438	2,589	12,7114	1,914
	Educação da Mãe: Não sabe	-13,8678	-3,487	12,6250	1,058	-13,2568	-2,614
	Idade Certa	1,8771	0,654	12,7620	1,454	2,7264	1,080
LAMBDA ANO 3 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	-9,7574	-2,668	-3,5868	-0,580	-2,3175	-0,608
	Raça: Branco ou Amarelo	8,4303	3,068	2,3499	0,433	14,7425	4,361
	Educação da Mãe: Ensino Médio	-0,7965	-0,255	-1,1717	-0,135	-5,7951	-1,377
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	8,7639	1,795	6,1951	0,742	10,3706	1,356
	Educação da Mãe: Não sabe	-18,1567	-4,150	-4,9038	-0,380	-15,0841	-2,640
	Idade Certa	6,1377	1,939	4,1107	0,414	3,8320	1,493

Destacamos que o primeiro gráfico apresentado na Figura 10, considerando as escolas da 3ª série do ensino médio de ambas as redes de ensino, indica uma relação quase exata entre o ordenamento das escolas pela variável latente relacionada às características média dos alunos e de sua família e o ordenamento a partir dos resultados médios nos exames de proficiência em português e em matemática.



Elaboração: própria.

Figura 10: *Ranking* proficiência versus *ranking background* familiar – 3ª série do ensino médio

5.2 Variável latente de gestão escolar

Na Tabela 11, na Tabela 12 e na Tabela 13 expomos os coeficientes da variável latente correlacionada com a gestão escolar dos modelos estimados para a 4ª e a 8ª séries do ensino fundamental e para a 3ª série do ensino médio, respectivamente.

A partir desses coeficientes, construímos o seguinte indicador de qualidade da escola: $\hat{\theta}_j^{gestao} = \sum_{f=1}^3 \hat{\lambda}_f^k E_{jf}$, em que E_{jf} representa as características de gestão da escola j com base nas sete variáveis selecionadas (vide Tabela 3) no ano f . Esse indicador representa a consequência do esforço da escola sobre o aprendizado do aluno.

Na Figura 11, na Figura 12 e na Figura 13 comparamos os ordenamentos obtidos das duas formas, pela variável latente correlacionada com as características de gestão escolar e pela nota média, para a 4ª e a 8ª séries do ensino fundamental e para a 3ª série do ensino médio, respectivamente.

Possíveis alterações na posição relativa das escolas indicam se as diferenças de desempenho médio entre elas ocorrem por eficiência da escola (quando as posições no *ranking* não alteram) ou em função de outras características, como a composição socioeconômica média dos alunos da escola (quando ocorrem mudanças de posição no *ranking*).

A comparação dos ordenamentos apresentada na Figura 11 para as escolas da 4ª série do ensino fundamental mostra que existe uma relação positiva entre os *rankings* obtidos a partir da variável latente correlacionada com as características de gestão escolar e a partir da nota média dos alunos nos exames de proficiência. Porém, notamos que a linha de tendência tem baixa inclinação e cruza o eixo vertical longe do ponto de origem. Ainda, ocorre uma grande dispersão dos pontos no gráfico. Esses fatores indicam que, apesar de positiva, essa relação é fraca.

Analisando as redes de ensino separadamente, temos que a relação entre os *rankings* é positiva para ambas, porém entre as escolas públicas, destacamos que a linha de tendência apesar de positivamente inclinada é quase horizontal e que a dispersão dos pontos no gráfico é muito grande. Entre as escolas privadas a inclinação é um pouco maior, mais ainda assim baixa, e a dispersão dos pontos é alta, principalmente nas primeiras posições.

Na Figura 12 apresentamos os exercícios realizados para as escolas com alunos da 8ª série do ensino fundamental. Os três gráficos apresentam grande dispersão dos pontos e linha de tendência quase horizontal. Porém, quando consideramos a amostra toda e apenas as escolas públicas essa linha indica uma relação positiva entre os *rankings*. Por outro lado, quando consideramos a amostra de escolas privadas a relação é negativa.

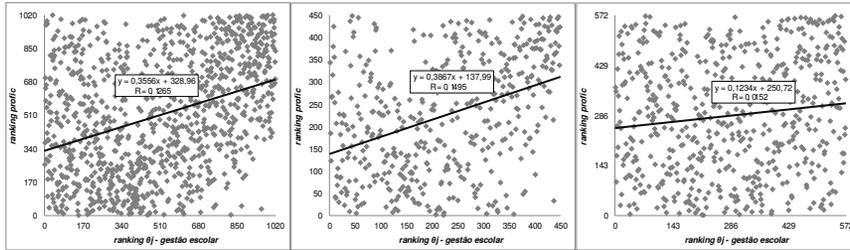
Os resultados indicam que a posição relativa das escolas do ensino fundamental obtida a partir do desempenho médio de seus alunos se deve, em pequena parte, aos esforços da própria escola. A influência da gestão escolar é ainda menor para as escolas da 8ª série do ensino fundamental, chegando a apresentar relação negativa entre o ordenamento pelo desempenho médio dos alunos e o ordenamento pela variável latente correlacionada com as características de gestão para a amostra de escolas privadas.

Tabela 10: Modelo estimado para a 3ª série do ensino médio, total e por rede

Background familiar		Total		Ensino Médio Escolas privadas		Escolas públicas	
Parâmetro	Variável	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t
LAMBDA ANO 1 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	2,5364	0,842	-2,9320	-0,528	5,4742	1,582
	Raça: Branco ou Amarelo	5,0931	1,519	-13,5189	-1,907	6,8137	1,958
	Educação da Mãe: Ensino Médio	8,9990	2,243	24,9871	3,453	-1,2396	-0,237
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	0,7038	0,154	11,9163	1,597	-19,4859	-2,290
	Educação da Mãe: Não sabe	10,3779	1,346	21,4359	1,188	12,4686	1,526
	Idade Certa	11,0960	3,499	4,3391	0,589	10,7284	3,264
LAMBDA ANO 2 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	-0,7061	-0,191	0,4778	0,075	-10,4853	-2,373
	Raça: Branco ou Amarelo	3,5313	0,946	12,8697	1,869	11,6479	2,684
	Educação da Mãe: Ensino Médio	7,6848	1,629	10,1821	1,213	6,2017	1,060
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	13,5693	2,477	8,0645	0,928	9,1487	0,865
	Educação da Mãe: Não sabe	-3,0928	-0,314	-3,4318	-0,133	-2,0201	-0,201
	Idade Certa	15,0218	4,548	26,8607	3,523	3,6129	1,053
LAMBDA ANO 3 MATEMÁTICA	Sexo Masculino	-5,5868	-1,286	-9,4761	-1,296	-13,2283	-2,379
	Raça: Branco ou Amarelo	0,8027	0,187	9,1329	1,210	12,8638	2,422
	Educação da Mãe: Ensino Médio	12,5985	2,386	18,8466	1,920	7,2217	1,042
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	47,9277	8,001	47,3519	4,783	37,7426	3,403
	Educação da Mãe: Não sabe	9,9306	0,764	42,4242	1,462	13,8538	1,067
	Idade Certa	2,9682	0,790	32,1950	3,803	2,0820	0,519
LAMBDA ANO 1 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	-2,5512	-0,978	-9,5490	-2,238	3,4566	0,915
	Raça: Branco ou Amarelo	-1,9525	-0,697	-3,3865	-0,730	-2,1938	-0,533
	Educação da Mãe: Ensino Médio	4,9587	1,514	4,9163	0,908	0,9938	0,196
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	6,4894	1,626	-0,1362	-0,024	-0,6348	-0,069
	Educação da Mãe: Não sabe	8,5719	1,037	28,6488	1,864	-3,4647	-0,315
	Idade Certa	2,8660	1,056	9,9868	1,564	-0,4375	-0,131
LAMBDA ANO 2 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	-6,4175	-2,118	-11,6976	-2,332	-0,9091	-0,210
	Raça: Branco ou Amarelo	4,5800	1,334	0,8240	0,142	5,2216	1,039
	Educação da Mãe: Ensino Médio	9,0103	2,204	19,5138	2,669	2,0412	0,329
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	19,0950	4,043	20,7067	2,897	4,4915	0,410
	Educação da Mãe: Não sabe	-35,7689	-3,392	-69,1606	-2,891	-15,8822	-1,233
	Idade Certa	4,4970	1,568	1,6381	0,283	1,8611	0,516
LAMBDA ANO 3 PORTUGUÊS	Sexo Masculino	0,6224	0,169	11,3807	2,057	-12,9394	-2,152
	Raça: Branco ou Amarelo	12,4458	3,270	18,2116	3,035	16,0023	2,864
	Educação da Mãe: Ensino Médio	5,9743	1,338	14,0791	1,986	-0,6963	-0,097
	Educação da Mãe: Superior/ Pós-graduação	9,1644	1,755	15,9350	2,235	7,9534	0,635
	Educação da Mãe: Não sabe	-35,3606	-2,813	51,5067	1,802	-34,1429	-2,194
	Idade Certa	-0,2899	-0,094	3,0922	0,476	-0,4841	-0,118

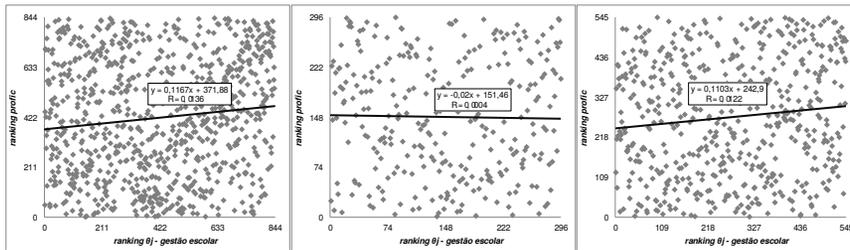
Por fim, na Figura 13 estão as comparações para as escolas da 3ª série do ensino médio. Nesse caso a relação entre os *rankings* é negativa tanto para a amostra toda quanto para a amostra que considera apenas as escolas públicas. Para as escolas privadas, apesar da relação positivas, esta é muito fraca, apresentando linha de tendência quase horizontal. Ainda, para as três amostras, notamos uma grande dispersão dos pontos no gráfico. Isso indica que o ordenamento das escolas pela nota média de seus alunos do ensino médio é bastante diferente do ordenamento delas obtido pela variável latente correlacionada com suas características de gestão.

De acordo com nossos resultados, a posição relativa das escolas obtida a partir do desempenho médio dos alunos não reflete os esforços da própria escola na melhoria do aprendizado, mas reflete outras características que não a gestão escolar.



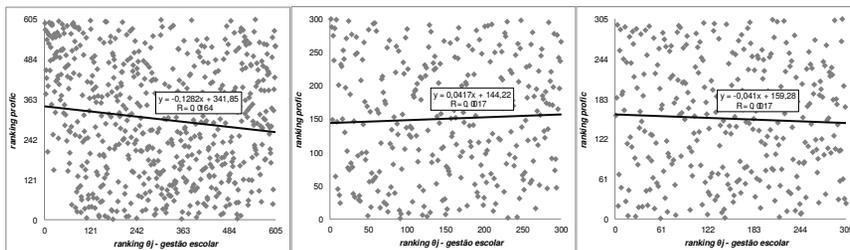
Elaboração: própria.

Figura 11: *Ranking* proficiência versus *ranking* gestão escolar – 4ª série do ensino fundamental



Elaboração: própria.

Figura 12: *Ranking* proficiência versus *ranking* gestão escolar – 8ª série do ensino fundamental



Elaboração: própria.

Figura 13: *Ranking* proficiência versus *ranking* gestão escolar – 3ª série do ensino médio

Tabela 11: Modelo estimado para a 4ª série do ensino fundamental, total e por rede

Parâmetro	Variável	4ª série do Ensino Fundamental					
		Total		Escolas privadas		Escolas públicas	
		Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t
LAMBDA ANO 1 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	2,8350	3,509	2,0917	0,830	0,4423	0,331
	Projeto pedagógico	0,0084	0,009	4,6194	1,394	-1,0405	-0,688
	Professor participa da Educação Continuada	3,2288	4,355	7,8732	3,092	0,4805	0,308
	Professor usa computador	-0,2619	-0,338	0,6998	0,378	0,6834	0,384
	Professor usa jornal ou revista	-1,5993	-1,887	-1,5488	-0,495	-1,4159	-0,945
	Iluminação	1,7164	1,864	1,5401	0,210	1,8931	1,390
LAMBDA ANO 2 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	0,9492	1,159	4,7341	1,833	-0,3639	-0,254
	Projeto pedagógico	2,6179	2,840	7,3594	1,885	0,5173	0,309
	Professor participa da Educação Continuada	-2,9868	-3,779	0,5931	0,250	0,4887	0,293
	Professor usa computador	1,2941	1,814	1,5414	0,856	-0,4444	-0,270
	Professor usa jornal ou revista	-1,4750	-1,812	2,4641	0,715	-3,0666	-1,939
	Iluminação	-0,7525	-0,765	4,7002	0,281	-0,3698	-0,275
LAMBDA ANO 3 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	-3,4727	-4,392	-2,9962	-1,093	-2,2364	-1,522
	Projeto pedagógico	-0,3252	-0,293	1,0987	0,263	-2,2532	-1,270
	Professor participa da Educação Continuada	1,1596	1,492	0,5507	0,259	-0,7575	-0,463
	Professor usa computador	-1,9072	-3,168	-3,3699	-2,052	0,3317	0,238
	Professor usa jornal ou revista	3,0241	3,851	2,3939	1,030	1,7509	1,170
	Iluminação	2,4856	2,946	-13,1925	-1,458	1,1248	0,824
LAMBDA ANO 1 PORTUGUÊS	Conselho de Classe	0,3147	0,289	5,7476	1,313	1,8920	1,239
	Conselho de Classe	4,3288	5,314	3,4085	1,468	1,7392	1,308
	Projeto pedagógico	-1,8770	-2,299	-5,8535	-1,942	-0,0456	-0,031
	Professor participa da Educação Continuada	1,3757	1,769	0,7954	0,338	1,7503	1,115
	Professor usa computador	-1,1219	-1,531	-1,2801	-0,746	2,2169	1,160
	Professor usa jornal ou revista	-2,4407	-2,777	-2,8618	-0,868	-2,6253	-1,756
LAMBDA ANO 2 PORTUGUÊS	Hidráulica	4,9436	5,778	-4,1434	-0,558	4,9841	3,739
	Iluminação	1,1650	1,567	1,6363	0,578	-0,0681	-0,052
	Conselho de Classe	0,1664	0,215	-1,0935	-0,462	2,8488	1,968
	Projeto pedagógico	0,8031	0,818	-0,7123	-0,200	-1,1585	-0,683
	Professor participa da Educação Continuada	0,6323	0,907	0,4305	0,187	1,6674	1,037
	Professor usa computador	2,0393	2,830	4,1079	2,421	2,0166	1,164
LAMBDA ANO 3 PORTUGUÊS	Professor usa jornal ou revista	-1,9021	-2,355	-3,8890	-1,063	-1,2739	-0,797
	Hidráulica	-0,1882	-0,190	-9,6807	-0,633	1,2326	0,894
	Iluminação	0,5400	0,700	1,0228	0,330	0,8830	0,636
	Conselho de Classe	-2,5708	-2,689	-0,6337	-0,243	-4,3334	-2,925
	Projeto pedagógico	-0,3655	-0,336	-9,1643	-2,262	-1,2083	-0,671
	Professor participa da Educação Continuada	0,4369	0,635	0,0762	0,037	0,0507	0,031
LAMBDA ANO 3 PORTUGUÊS	Professor usa computador	-2,3626	-3,646	0,1980	0,112	-4,0015	-2,657
	Professor usa jornal ou revista	0,9697	1,409	4,6566	2,056	-0,0456	-0,030
	Hidráulica	2,2212	2,524	-4,3730	-0,498	2,0177	1,484
	Iluminação	0,5636	0,575	2,3177	0,558	1,2501	0,811

Tabela 12: Modelo estimado para a 8ª série do ensino fundamental, total e por rede

Parâmetro	Gestão escolar	8ª série do Ensino Fundamental					
		Total		Escolas privadas		Escolas públicas	
	Variável	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t
LAMBDA ANO 1 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	-0,2572	-0,183	-3,8779	-1,038	0,9952	0,759
	Projeto pedagógico	2,7272	2,293	2,9763	0,650	0,9806	0,739
	Professor participa da Educação Continuada	2,7476	2,386	0,9513	0,410	2,0576	1,674
	Professor usa computador	-1,2116	-1,200	-1,8890	-0,875	1,6696	1,173
	Professor usa jornal ou revista	-0,1281	-0,154	1,4082	0,676	-2,5187	-2,522
	Hidráulica	0,1408	0,125	31,9566	4,258	-0,1822	-0,161
	Iluminação	-0,9797	-0,935	-4,5713	-1,182	1,7412	1,606
LAMBDA ANO 2 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	-0,0606	-0,043	1,0885	0,261	0,5870	0,409
	Projeto pedagógico	-1,0195	-0,674	-2,2174	-0,450	-2,2811	-1,607
	Professor participa da Educação Continuada	-11,8614	-2,666	-2,7800	-1,033	2,1061	1,579
	Professor usa computador	2,1448	2,170	-3,5933	-1,716	3,4633	2,621
	Professor usa jornal ou revista	1,4401	1,561	1,2674	0,544	-0,2746	-0,265
	Hidráulica	2,2690	1,723	0,9247	0,100	1,1262	0,944
	Iluminação	0,2850	0,232	1,3822	0,363	0,3892	0,301
LAMBDA ANO 3 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	-0,8183	-0,692	-9,5834	-2,677	-0,8200	-0,558
	Projeto pedagógico	1,8143	0,903	6,8911	1,069	-2,7896	-1,807
	Professor participa da Educação Continuada	-13,8796	-2,831	-4,1642	-1,714	-1,4438	-1,113
	Professor usa computador	-0,6808	-0,764	2,2863	1,126	-1,0046	-0,862
	Professor usa jornal ou revista	0,2308	0,273	-0,0543	-0,027	-2,0123	-1,996
	Hidráulica	-1,0074	-0,651	11,3837	1,004	1,4934	1,113
	Iluminação	2,3697	1,970	2,0628	0,429	1,8940	1,328
LAMBDA ANO 1 PORTUGUÊS	Conselho de Classe	1,1993	0,980	-8,2339	-2,109	1,6453	1,209
	Projeto pedagógico	1,5058	0,970	2,1482	0,474	-1,3082	-0,937
	Professor participa da Educação Continuada	9,7694	1,943	1,8361	0,767	2,1012	1,630
	Professor usa computador	1,7883	1,473	5,2622	2,264	-0,5541	-0,383
	Professor usa jornal ou revista	-0,2865	-0,215	2,3437	0,702	-1,0748	-0,792
	Hidráulica	0,9735	0,810	11,1298	1,439	-0,9329	-0,786
	Iluminação	0,6987	0,615	-0,9829	-0,256	0,4769	0,417
LAMBDA ANO 2 PORTUGUÊS	Conselho de Classe	1,3466	0,972	7,0755	1,695	0,0629	0,041
	Projeto pedagógico	-0,9340	-0,679	-4,7451	-0,956	0,3040	0,203
	Professor participa da Educação Continuada	-14,9216	-2,879	-0,2608	-0,103	1,6172	1,132
	Professor usa computador	2,4927	2,094	0,5382	0,230	1,1487	0,827
	Professor usa jornal ou revista	-0,1353	-0,110	-2,1335	-0,583	-3,0520	-2,159
	Hidráulica	-1,8758	-1,390	8,4505	1,014	0,7231	0,556
	Iluminação	0,0255	0,021	0,8931	0,243	-0,6764	-0,492
LAMBDA ANO 3 PORTUGUÊS	Conselho de Classe	0,1452	0,102	-8,0943	-2,248	-1,0171	-0,645
	Projeto pedagógico	1,8272	1,140	-1,8980	-0,311	-0,2830	-0,174
	Professor participa da Educação Continuada	-7,6221	-1,231	-3,0215	-1,003	-1,5790	-1,077
	Professor usa computador	-2,8719	-2,681	-3,0659	-1,165	-0,9829	-0,651
	Professor usa jornal ou revista	-0,7241	-0,622	0,3466	0,109	-0,4891	-0,365
	Hidráulica	2,1590	1,263	3,6610	0,308	-1,4377	-0,977
	Iluminação	1,5964	1,185	6,4549	1,347	2,7617	1,804

Tabela 13: Modelo estimado para a 3ª série do ensino médio, total e por rede

Gestão escolar		Total		Ensino Médio		Escolas públicas	
Parâmetro	Variável	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t	Coefficiente	teste-t
LAMBDA ANO 1 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	-1,2569	-0,612	0,6146	0,126	1,0747	0,521
	Projeto pedagógico	-4,4457	-2,023	-11,7944	-2,058	-2,9699	-1,418
	Professor participa da Educação Continuada	3,2826	2,139	5,4337	1,996	1,6329	0,924
	Professor usa computador	-1,5788	-0,940	-5,0663	-1,875	3,7332	1,610
	Professor usa jornal ou revista	-1,1898	-0,800	0,0379	0,014	0,5102	0,304
	Hidráulica	1,1042	0,537	3,9081	0,362	1,0597	0,608
	Iluminação	-0,8875	-0,423	-4,6373	-0,703	-1,5799	-0,834
LAMBDA ANO 2 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	0,0538	0,022	12,3830	1,914	-2,8141	-1,183
	Projeto pedagógico	-2,8964	-1,185	-10,5106	-1,633	1,4975	0,653
	Professor participa da Educação Continuada	1,0998	0,672	-1,6530	-0,551	1,6890	0,895
	Professor usa computador	0,6316	0,398	-1,3991	-0,514	4,5143	2,308
	Professor usa jornal ou revista	1,4863	1,020	0,3983	0,157	1,8768	1,056
	Hidráulica	2,4816	1,161	-8,4013	-0,630	1,1538	0,613
	Iluminação	-4,4388	-2,013	6,4992	1,047	-4,2086	-2,033
LAMBDA ANO 3 MATEMÁTICA	Conselho de Classe	-3,6970	-1,603	-7,6445	-1,510	-3,3178	-1,371
	Projeto pedagógico	-10,0331	-3,743	-14,6739	-1,247	-4,5155	-1,892
	Professor participa da Educação Continuada	-1,4027	-0,890	-3,0367	-1,170	-1,0326	-0,520
	Professor usa computador	2,5404	1,787	7,4814	2,981	-0,4493	-0,252
	Professor usa jornal ou revista	1,4233	1,004	-0,8294	-0,317	2,0108	1,203
	Hidráulica	0,0714	0,035	-49,1313	-3,204	0,4224	0,234
	Iluminação	-2,9632	-1,358	-5,6260	-0,982	-1,5379	-0,738
LAMBDA ANO 1 PORTUGUÊS	Conselho de Classe	0,3836	0,228	-2,9705	-0,746	1,9594	0,967
	Projeto pedagógico	-2,6916	-1,478	-1,8654	-0,442	-4,1034	-1,949
	Professor participa da Educação Continuada	-1,5273	-1,195	-2,1869	-0,988	0,4479	0,264
	Professor usa computador	-3,1211	-2,358	-3,8474	-1,946	2,6516	1,174
	Professor usa jornal ou revista	0,9552	0,582	0,8196	0,209	2,4067	1,290
	Hidráulica	1,2393	0,731	16,7168	1,987	3,0881	0,617
	Iluminação	0,7132	0,419	1,7283	0,345	1,1662	0,631
LAMBDA ANO 2 PORTUGUÊS	Conselho de Classe	1,0807	0,538	0,5342	0,107	-0,5121	-0,214
	Projeto pedagógico	-2,6927	-1,268	-2,4023	-0,464	-0,4376	-0,169
	Professor participa da Educação Continuada	1,3344	0,928	0,5520	0,208	1,8215	0,912
	Professor usa computador	-0,4679	-0,372	-0,0126	-0,007	-0,4515	-0,222
	Professor usa jornal ou revista	-0,2808	-0,175	0,8764	0,248	-1,3087	-0,650
	Hidráulica	4,0988	2,326	-1,9239	-0,195	3,0881	1,664
	Iluminação	2,9920	1,591	2,3452	0,459	1,1649	0,537
LAMBDA ANO 3 PORTUGUÊS	Conselho de Classe	-0,6873	-0,349	-3,4443	-0,807	-3,4547	-1,385
	Projeto pedagógico	-1,7946	-0,741	-5,1684	-0,636	-1,3060	-0,471
	Professor participa da Educação Continuada	0,6616	0,456	3,0892	1,305	0,9616	0,459
	Professor usa computador	0,2156	0,150	1,6118	0,707	0,0900	0,039
	Professor usa jornal ou revista	0,7357	0,486	0,2361	0,071	1,5768	0,852
	Hidráulica	-0,9114	-0,527	-25,9110	-2,172	-0,0893	-0,049
	Iluminação	0,6659	0,363	-0,9480	-0,196	0,7674	0,357

5.3 Variável latente de background familiar versus variável latente de gestão escolar

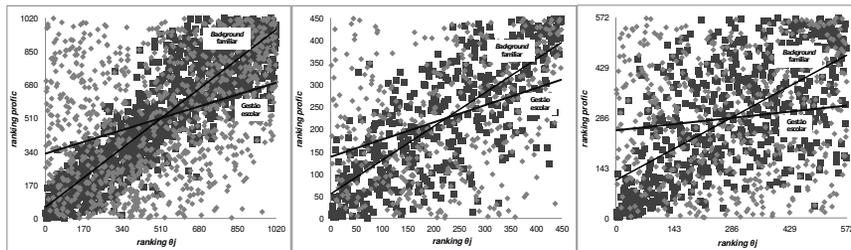
Nessa seção comparamos a relação entre os *rankings* das escolas obtidos pela variável latente de *background* familiar e pela proficiência média das escolas com a relação entre os *rankings* das escolas obtidos pela variável latente de gestão escolar e pelo desempenho médio dos alunos das escolas nas provas de português e matemática para as três séries da Educação Básica separadamente, total e por rede de ensino.

Em todos os casos, notamos que a relação entre a classificação das escolas pelas características de gestão escolar e a classificação pelo desempenho médios dos alunos é muito mais fraca do que a relação entre a classificação pelas características socioeconômicas médias dos alunos e a classificação pela nota média dos alunos. A primeira relação apesar de apresentar linha de tendência com inclinação positiva, em algumas análises, ela é quase horizontal e, por vezes, essa relação aparece com inclinação negativa, sendo que, em ambos os casos cruzando o eixo vertical longe da origem. Ainda, os pontos que representam tal relação são muito dispersos no gráfico. Ao contrário, a segunda relação analisada apresenta sempre linha de tendência positivamente inclinada, com ângulo próximo a 45°, que cruzam o eixo perto do ponto de origem (0,0).

A Figura 14 mostra essas relações obtidas considerando as escolas da 4ª série do ensino fundamental. Nesse caso as relações apresentadas são positivas tanto para a amostra toda quanto por rede de ensino. Porém, notamos que a relação entre o ordenamento das escolas pela variável latente de gestão escolar e o ordenamento pelo desempenho médio dos alunos é mais fraca, apresentando inclinação menor da linha de tendência, a qual cruza o eixo vertical mais distante da origem do que a linha de tendência que representa a relação entre o ordenamento das escolas pela variável latente de *background* familiar e o ordenamento pela nota média dos alunos.

Na Figura 15 estão os exercícios realizados com as escolas da 8ª série do ensino fundamental, e na Figura 16 expomos as comparações a partir da amostra de escolas da 3ª série do ensino médio. Para essas séries as diferenças entre as duas relações são muito mais evidentes.

Em três das seis comparações realizadas — amostra de escolas privadas da 8ª série do ensino fundamental e amostras total e de escolas públicas da 3ª série do ensino médio — temos que a relação entre o ordenamento das escolas pela nota média dos alunos nos exames de proficiência e o ordenamento pela variável latente de gestão escolar é negativa, ao contrário do que ocorre com a relação entre o ordenamento das escolas pelo desempenho médio dos alunos e pela variável latente que representa as características socioeconômica média deles. Nos outros três casos envolvendo essas séries, apesar de ambas as relações serem positivas, o ordenamento das escolas pelas suas características de gestão tem relação muito fraca com o ordenamento pela nota média de seus alunos, enquanto o ordenamento das escolas pelo *background* familiar médio dos alunos tem relação muito próxima ao ordenamento pela proficiência média.



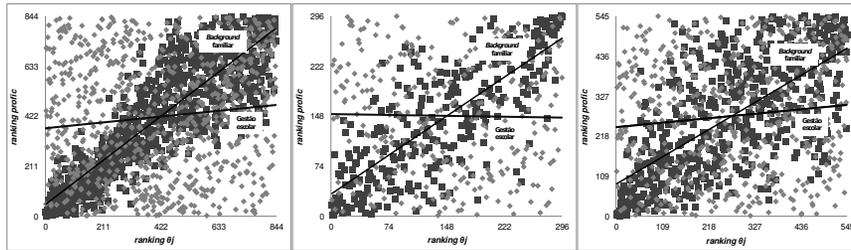
Elaboração: própria.

Figura 14: Variável latente de *background* familiar versus variável latente de gestão escolar 4ª série do ensino fundamental

Nossos exercícios se mostraram robustos, resultados semelhantes foram observados para as nove bases de dados analisadas, isto é, para todas as três séries considerando as amostras completas e separadas por rede de ensino.

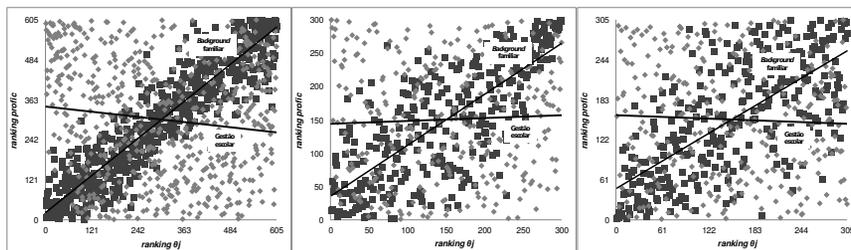
De acordo com esses resultados, concluímos que a posição relativa das escolas do ensino básico, levando em conta apenas o desempenho médio de seus alunos nos exames de proficiência, se deve, em pequena parte, aos esforços da própria escola. Porém, são as qualidades do aluno (característica socioeconômicas) que determinam o posicionamento da escola no *ranking* pela nota média.

Podemos dizer então, que classificar as escolas pela proficiência média é similar a classificá-las pelo *background* familiar médio de seus alunos, porém é bem diferente de classificá-las por boa gestão associada ao desempenho.



Elaboração: própria.

Figura 15: Variável latente de *background* familiar versus variável latente de gestão escolar 8ª série do ensino fundamental



Elaboração: própria.

Figura 16: Variável latente de *background* familiar versus variável latente de gestão escolar 3ª série do ensino médio

Assim, como o ordenamento das escolas pelos indicadores de qualidade difere do ordenamento obtido pelos indicadores tipo IDEB, acreditamos que utilizar o IDEB como indicador para um sistema de *accountability* pode premiar muito mais as escolas que selecionam os melhores alunos do que as escolas que têm os melhores desempenhos, em função do tipo de aluno que recebem.

6 Considerações finais

Um sistema de *accountability* em educação requer a criação tanto de medidas de desempenho das escolas que sirvam de variáveis para a elaboração de metas a serem atingidas como também de indicadores de aferição do grau de sucesso na obtenção das metas de desempenho. Um sistema de *accountability* estabelece metas por escolas ou redes e sistemas de prêmios e punições em função do grau de sucesso em alcançar as metas pré-estabelecidas pelos formuladores de políticas públicas. Os sistemas de prêmios e punições podem ter formas variadas, mas para qualquer sistema ter resultados satisfatórios se requer que o indicador reflita a qualidade da escola.

Nesse artigo, propomos um indicador geral de qualidade da escola que depende apenas das características das escolas e não dos alunos. A ideia envolve uma metodologia de *ranking* em que eliminamos as diferenças entre as escolas existentes em função do *background* familiar e mantemos as diferenças entre elas que ocorrem em função de suas características de gestão. A qualidade da escola é medida pelo valor adicionado do produto, no caso, o desempenho dos alunos em exames de proficiência.

Este indicador é obtido através de um modelo estrutural em que se constrói a variável latente de qualidade da escola de modo a corrigir o potencial viés de estudos anteriores relacionados: aos erros de medida, que tornam o *ranking* baseado no valor adicionado bastante volátil; e à utilização de indicadores de proficiência em nível que pode refletir mais o *background* familiar do aluno do que a qualidade da escola.

Usamos os dados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) realizado bianualmente entre 1997 e 2005 pelo INEP/MEC em todo o Brasil para ilustrar a utilização desse indicador proposto. Construímos painéis balanceados de três anos de avaliação cada e estimamos modelos para cada uma das três séries da Educação Básica avaliadas pelo SAEB, 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e 3ª série do ensino médio, total e por rede de ensino.

A partir dos parâmetros estimados, ordenamos as escolas por suas qualidades latentes, seja esta correlacionada com o *background* familiar seja correlacionada com a gestão escolar. Em paralelo, classificamos as escolas em função da proficiência média de seus alunos em exames de português e de matemática. Por fim, comparamos os *rankings* para identificar qual a informação que a posição relativa das escolas, em função do desempenho médio de seus alunos, representa.

De acordo com os resultados obtidos, o ordenamento das escolas pelo indicador de qualidade difere do ordenamento obtido pelo desempenho médio dos alunos nos exames de proficiência. Observamos que o *ranking* pelas qualidades intrínsecas da escola correlacionadas com a gestão escolar não equivale ao *ranking* das escolas pela nota média de seus alunos. Por outro lado, a classificação das escolas pela nota é muito próxima à classificação delas a partir de suas qualidades intrínsecas correlacionadas com as características médias relativas ao *background* familiar de seus alunos.

Concluimos então, que a classificação das escolas pela proficiência média é similar à classificação delas pelo *background* familiar médio de seus alunos, porém é bem diferente da classificação das escolas por boa gestão associada ao desempenho.

Isso quer dizer que utilizar indicadores de nível como indicador para um sistema de *accountability* pode premiar muito mais as escolas que selecionam os melhores alunos do que as escolas que têm os melhores desempenhos em termos de gestão.

Referências Bibliográficas

- Abowd, J. M. & Card, D. (1989), 'On the covariance structure of earnings and hours changes', *Econometrica* 57(2), 411–445.
- Albernaz, A., Ferreira, F. & Franco, C. (2002), 'Qualidade e equidade no ensino fundamental brasileiro', *Pesquisa e Planejamento Econômico* 32(3), 45–59.
- Andrade, E. C. (2011), 'Rankings em educação: tipos, problemas, informações e mudanças: análise dos principais rankings oficiais brasileiros', *Estudos Econômicos* 41(2), 323–343.
- Chamberlain, G. (1982), 'Multivariate regression models for panel data', *Journal of Econometrics* 18.
- Cullen, J., Jacob, B. & Levitt, L. (2006), 'The effect of school choice on participants: Evidence from randomized lotteries', *Econometrica* 74(5), 1191–1230.
- Felício, F. & Fernandes, R. (2005), *O Efeito da Qualidade da Escola Sobre o Desempenho Escolar: Uma Avaliação Do ensino fundamental No Estado De São Paulo*.
- Fernandes, R. (2007), 'Índice de desenvolvimento da educação básica (ideb)'.
- Fernandes, R. & Gremaud, A. P. (2009), 'Qualidade da educação: avaliação, indicadores e metas', *Capítulo BNDES*.
- Figlio, D. N. & Rouse, C. (2006), 'Qualidade e equidade no ensino fundamental brasileiro', *Journal of Public Economics* 90(1-2), 239–255.
- Gremaud, A. P., Felício, F. & Biondi, R. L. (2007), 'Indicador de Efeito Escola: uma metodologia para a identificação dos sucessos escolares a partir dos dados da Prova Brasil', (27).
- Haddad, F. (2008), 'O Plano de Desenvolvimento da Educação: razões, princípios e programas', *Pesquisa e Planejamento Econômico* (30).
- Hanushek, E. (1979), 'Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions', *The Journal of Human Resources* 14(3).
- Hanushek, E. (2006), School Resources, in 'Handbook of the Economics of Education', Amsterdam: Elsevier, chapter In Eric A, Hanushek and Finis Welch.
- Hanushek, E. A. & Raymond, M. (2004), 'The effect of school accountability systems on the level and distribution of student achievement', *Journal of the European Economic Association* 2(2-3), 406–415.
- Hanushek, E. & Rivkin, S. G. (2006), Teacher quality, in H. In Eric A & F. Welch, eds, 'Handbook of the Economics of Education', Amsterdam: Elsevier.
- Hanushek, E., Rivkin, S. G. & Kain, J. F. (2005), 'Teachers, schools, and academic achievement', *Econometrica* 32(3), 417–458.

- Hastings, J. & Weinstein, J. (2007), 'Information, school choice and student achievement: Evidence from two experiments', *NBER Working Paper* (13623).
- Heckman, J. & Kueger, A. (2005), 'Inequality in america, what role for human capital policy?', *Pesquisa e Planejamento Econômico* .
- Ladd, H. & Walsh, W. (2002), 'Implementing value-measures of school effectiveness: getting the incentives right', *Economics of Education Review* 21, 1–17.
- Menezes-Filho, N. (2007), 'Os determinantes do desempenho escolar no brasil', *Pesquisa e Planejamento Econômico* (2).
- Menezes-Filho, N. & Souza, A. P. (2008), 'The quality of education in brazil', *IADB Research Department Report* .
- Mizala, A., Romoguera, P. & Urquiola, M. (2007), 'Socioeconomic status or noise? Tradeoffs in the generation of school quality information', *Journal of Development Economics* 84, 61–75.
- Rouse, C., Hannaway, J., Goldhaber, D. & Figlio, D. (2007), 'Feeling the Florida heat? How low-performing schools respond to voucher and accountability pressure', *Journal of Development Economics* (13681).
- Yunker, J. (2005), 'The dubious utility of the value-added concept in higher education: the case of accounting', *Economics of Education Review* 24(3), 355–367.

Informações aos autores

Objetivo e escopo

A ECONOMIA APLICADA é uma publicação trimestral do Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, com uma linha editorial voltada exclusivamente para artigos científicos em economia aplicada. Tem por foco a publicação de trabalhos de análise econômica aplicada a problemas específicos, tanto de interesse do setor público como privado, e que contenham, particularmente, estudos quantitativos, cujos resultados possam aproximar a teoria da realidade. A interação entre trabalho empírico e teoria, análise e política econômica é, portanto, um importante diferencial da revista. A revista ECONOMIA APLICADA coloca-se como um espaço aberto para toda a comunidade acadêmica, nacional e internacional.

Política editorial

Os artigos submetidos são avaliados inicialmente pelos Editores quanto a sua adequação à linha editorial da Revista. Uma vez aceita a submissão, o artigo é encaminhado para avaliação por pareceristas designados pelos Editores, no sistema double-blind.

Apresentação de Artigos

Os artigos submetidos para avaliação devem obedecer às seguintes normas:

1. Apresentar ineditismos no país e no exterior
2. Na primeira página devem constar o título do artigo, nome dos autores com endereço para contato e afiliação institucional, resumo com até 100 palavras em português e inglês, palavras chave, em português e inglês e classificação JEL.
3. Na versão para “avaliação”, basta um arquivo no formato pdf com todas as equações, tabelas e figuras no corpo do texto, e referências no final.
4. Caso o artigo venha a ser aceito para publicação, a equipe da revista contatará os editores para as atividades de editoração. Nessa ocasião serão requeridos os seguintes arquivos:
 - Arquivo fonte no formato \LaTeX .
 - Arquivo de referências bibliográficas no padrão \BibTeX .
 - Arquivo com as figuras em formato TIFF ou EPS.
 - Planilha eletrônica com todas as tabelas.

Responsabilidade e Direitos Autorais

Os autores que submeterem ou tiverem o artigo aceito para publicação na Revista ECONOMIA APLICADA declaram:

- Ter participado da concepção do artigo para tornarem públicas suas responsabilidades pelos seus conteúdos, que não omitiram quaisquer ligações ou acordos de financiamento entre autores e companhias que possam ter interesse na publicação deste artigo.
- Que o manuscrito é inédito e que o artigo, em parte ou na íntegra, ou qualquer outro artigo com conteúdo substancialmente similar, de sua autoria, não foi enviado à outra revista e não o será enquanto sua publicação estiver sendo considerada pela revista ECONOMIA APLICADA, que seja no formato impresso ou no eletrônico, exceto o descrito em anexo.
- Que a revista ECONOMIA APLICADA passa a ter os direitos autorais para a veiculação dos artigos, tanto em formato impresso como eletrônico a eles referentes, os quais se tornarão propriedade exclusiva da ECONOMIA APLICADA. É permitida a reprodução total ou parcial dos artigos desta revista, desde que seja explicitamente citada a fonte completa.

ISSN 1413-8050



The Brazilian Journal of Applied Economics is a quarterly publication of the Departments of Economics of the FEA-RP of the University of São Paulo. The published papers are sole responsibility of the author(s). As the author(s) send a manuscript for submission to the Journal they tacitly agree that, if accepted for publication, the copyright of the material will be transferred to the ECONOMIA APLICADA (BRAZILIAN JOURNAL OF APPLIED ECONOMICS). The Journal may then publish the material in paper and electronic formats that will be exclusive property of the ECONOMIA APLICADA (BRAZILIAN JOURNAL OF APPLIED ECONOMICS). The publication of the whole papers or parts of it is permitted as long as the source is explicitly mentioned. The Brazilian Journal of Applied Economics is published with the financial support of the CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. This journal is indexed by Journal of Economic Literature, electronic on line and CD-ROM, and Scielo Brasil.

Secretary, Sales and Delivery: Juliana de Freitas Vitória Cover: Christof Gunkel
Linguistic revision (Portuguese and English): Iulo Feliciano Afonso (Solution Translations Eireli — Epp)
Diagramming: Bruna Carolina Garcia

Mailing Address

Revista Economia Aplicada, Departamento de Economia, FEA-PR/USP
Avenida do Bandeirantes, 3900, Ribeirão Preto, SP.
CEP 14040-905
Telefone: (0xx16) 3602-3910, fax: (0xx16) 3633-4488
email:revecap@usp.br
site: <http://www.usp.br/revecap>

Subscriptions for Delivery Outside Brazil

Individuals \$ 90.00
Institutions \$110.00

* Air mail included

† Individual issues can also be purchased at the above address.

Editor

Reynaldo Fernandes

Associate Editors

Luiz Guilherme Scorzafave

Angelo Costa Gurgel

Rodrigo De Losso

Cláudio Ribeiro de Lucinda & Walter Belluzzo Junior

Sergio Naruhiko Sakurai

Eliezer Martins Diniz

Irineu E. de Carvalho Filho

Editorial Board

Affonso Celso Pastore

USP

Cássio F. Camargo Rolim

UFPR

Clélio Campolina Diniz

CEDEPLAR

Eleutério F. S. Prado

USP

Francisco Anuatti Neto

USP/RP

Geraldo Sant'ana de Camargo Barros

ESALQ/USP

José Marcelino da Costa

NAEA/PA

Marcelo Portugal

UFRGS

Márcio Gomes Pinto Garcia

PUC/ RJ

Paulo César Coutinho

UnB

Pierre Perron

Boston University

Ricardo R. Araújo Lima

UnB

Roberto Smith

UFCE

Rogério Studart

UFRJ

Sérgio Werlang

FGV/RJ

Victor Bulmer-Thomas

University of London

Wilson Suzigan

Unicamp

Antônio Barros de Castro

UFRJ

Cláudio Monteiro Considera

UFF

Denisard C. de Oliveira Alves

USP

Fernando de Holanda Barbosa

FGV-UFF

Geoffrey J. D. Hewings

University of Illinois

Gustavo Maia Gomes

IPEA

José A. Scheinkman

Princeton University

Maria José Willumsen

Florida International University

Mário Luiz Possas

UFRJ

Paulo Nogueira Batista Júnior

FGV/SP

Pedro Cesar Dutra Fonseca

UFRGS

Robert E. Evenson

Yale University

Rodolfo Hoffmann

ESALQ/USP

Russell E. Smith

Washburn University

Tomás Málaga

FGV/SP

Werner Baer

University of Illinois