Um Modelo Simples quando o Produto é Idêntico ao Estoque de Capital:

O Exemplo da Oferta de Carne (*)

Alberto R. Musalem (**)

1. INTRODUÇÃO

A indústria do gado envolve duas decisões consideradas na teoria do capital: uma diz respeito ao tamanho que o rebanho deve ter, e que corresponde a um problema de extensão de capital **(Capital widening)**; a outra concerne a quanto tempo se deve manter um animal individual na engorda, constituindo um problema de intensificação de capital **(Capital deepening).** Este trabalho estuda apenas o primeiro problema. No que se segue é construído um modelo para a indústria que permite analisar a reação da produção, do investimento e do abate, à medida em que certas variáveis-chaves se alteram, conferindo-se atenção especial às elasticidades de curto e de longo prazo.

Vários estudos empíricos obtiveram respostas negativas por parte do abate, no curto prazo, a uma alteração no preço da carne[1]. O modelo aqui apresentado mostra que tanto uma resposta positiva quanto uma resposta negativa são possíveis, e especifica sob que condições cada resultado pode ser obtido.

(*) Agradecemos a Leonardo Auernheimer, Robert L. Thompson e Ralph K. Davidson pelas valiosas sugestões apresentadas.

(**) O autor é Professor da Universidade Federal da Bahia.

(1) V., por exemplo, [3] e [6].

2. O MODELO

Assume-se que a indústria consiste em um grupo de produtores, reais ou em potencial, de um produto único e homogêneo, a carne. Estas firmas têm funções de produção idênticas e usam dois fatores de produção, terra para pastagem e estoque de cabeças de gado. Não há efeitos tecnológicos externos, de modo que as possibilidades de produção abertas a cada firma são independentes da produção da indústria. Todas as firmas são competitivas, tanto no mercado de produto como no de fatores. Além disso, a indústria se localiza em um país que é tomador de preços no mercado mundial do produto.

Assim, o produto da indústria (líquido da depreciação) Y, depende apenas das quantidades dos dois fatores utilizados pela indústria: extensão de terra para pastagem (ou quantidade de alimentação usada), L, e estoque de cabeças de gado, H.[2]. Adicionalmente, Y é homogêneo de grau um. O equilíbrio da indústria é representado pelo seguinte sistema de equações:

$$(1) \quad Y = f\,(L,H)$$

$$(2) \quad Pf_H = R_H$$

$$(3) \quad Pf_L = R_L$$

$$(4) \quad L^s = g\,(R_L\ ,\ P_s).$$

A equação (1) representa a função de produção da indústria. As equações (2) e (3) estabelecem as condições de equilíbrio nos mercados de fatores, i. é, quando se paga a ambos os fatores o valor de seus produtos marginais e estes são iguais às rendas (***) respectivas. A equação (4) é a curva de oferta de terra encontrada pela indústria, é uma função da renda da terra e dos preços dos substitutos na produção e, uma vez que a oferta de terra, por hipótese, se altera somente quando os preços relativos mudam, tem-se que L^s é homogênea de grau zero.

O modelo assume que esta indústria seja um pequeno setor na economia, sendo portanto um tomador de preço no mercado do fator capital, ou seja, se defronta com uma taxa real de juros dada.

---

(2) Assume-se que H tenha uma estrutura etária constante.

(***) N. T.: — "Rentals", no original inglês.

As variáveis endógenas deste modelo são: a taxa do produto líquido da indústria, Y; as quantidades dos dois fatores usados pela indústria — pastagens, L, e estoque de cabeças de gado, H; e a renda da terra, R_L. As variáveis exógenas são: o preço por unidade de produto, P; o preço por unidade dos substitutos na produção, P_s; e a renda do capital, R_H, sendo esta igual ao preço da unidade de capital multiplicada pela taxa de juros Pxr, ambos exógenos.

A característica desta indústria consiste em que o bem de capital, estoque de cabeças de gado, tem a mesma unidade que o produto, tendo, assim, tanto o estoque como o fluxo o mesmo preço. Portanto, a equação (2) se torna:

$$(2') \quad Pf_H = rP \quad \text{ou}$$

$$f_H = r$$

que expressa a condição de equilíbrio de longo prazo de que o produto marginal líquido do capital seja igual à taxa de juros.

A equação (1) pode ser escrita como:

$$(1a) \quad Y^* = \alpha_H H^* + \alpha_L L^*$$

onde os asteriscos indicam diferenciais logarítmicos das respectivas variáveis, α_H a participação do capital e 2_L a participação da terra.

Tomando o diferencial total da equação (2') e operando as modificações necessárias, obtém-se:

$$(2'') \quad \frac{H f_{HH}}{f_H} H^* + \frac{L f_{HL}}{f_H} L^* = r^*$$

Para funções de produção homogêneas e lineares, tem-se as seguintes relações:(3)

(3) V. [1].

$$(5) \quad fHH = -\frac{L}{H} f_{HL}$$

$$fLL = -\frac{H}{L} f_{HL}$$

$$\sigma = \frac{f_H \, f_L}{Y f_{HL}}$$

onde σ é a elasticidade de substituição entre os fatores.

Substituindo em (2), obtém-se:

$$(2'a) \quad -\frac{\alpha_L}{\sigma} H^* + \frac{\alpha_L}{\sigma} L^* = r^*$$

De (3) se obtém, pelo mesmo processo:

$$(3\,a) \quad R_L^* - \frac{\alpha_H}{\sigma} H^* + \frac{\alpha_H}{\sigma} L^* = P^*;$$

e, de (4):

$$(4'a) \quad L^* = e_{RL} \quad R_L^* + e_{Ps} \quad P^*_s$$

onde e_{RL} é a elasticidade da oferta de terras para pastagem em relação à renda da terra, e e_{Ps} é a elasticidade da oferta da terra para pastagem em relação ao preço dos bens que competem pela mesma terra; e_{RL} é positivo, enquanto e_{Ps} é negativo. Estas elasticidades têm os mesmos valores absolutos. Portanto, a equação (4'a) pode ser reescrita como:

$$(4a) \quad \frac{1}{e_{p_s}} L^* - \frac{e_{RL}}{e_{p_s}} R^*_L = P_s^*$$

O sistema de equações (2'a) até (4a) pode ser resolvido para a demanda de longo prazo de cada fator e para a renda da terra de equilíbrio, como funções apenas das variáveis exógenas. Isto é:

$$(6)\ H^* = -\frac{\sigma + e_{RL}\alpha_H}{L} r^* + e_{p_s} P_s^* + e_{RL} P^*,$$

$$(7)\ L^* = -\frac{e_{RL}\ \alpha_H}{L} r^* + e_{p_s} P^*_s + e_{RL} P^*$$

$$(8)\ R^*_L = -\frac{\alpha_H}{\alpha_L} r^* + P^*$$

A estrutura do modelo indica que o efeito do impacto de mudanças no preço do produto ocorre no mercado de terra e, como altera a quantidade de terra utilizada, o produto marginal líquido do capital também é modificado, tirando o sistema do equilíbrio, o qual será alcançado quando a proporção original dos fatores for restabelecida de modo que o produto marginal líquido do capital fique igual à taxa de juros real dada.

Um aumento no preço da carne causará primeiramente um aumento na demanda por terra, o que aumentará a proporção de terra em relação ao capital, e, sob a hipótese de retornos de escala constantes, elevará o produto marginal líquido do capital acima da taxa de juros. Para atingir o pleno equilíbrio, faz-se necessário elevar o uso de capital na mesma proporção em que o incremento verificado de terra. Dessa forma, a proporção entre os fatores será mantida constante, quando o produto marginal líquido do capital for igual à taxa de juros. O acréscimo proporcional dos fatores dependerá da elasticidade-renda da oferta deterra para pastagem, conforme indicam as equações (6) e (7)

Um declínio no preço dos substitutos na produção primeiramente aumentará a oferta de terras para pastagem. O efeito impacto residirá num aumento na proporção de terra relativamente ao capital, o que desloca o sistema para fora do equilíbrio — o produto marginal líquido do capital se torna maior que a taxa de juros. Assim, é necessária acumulação de capital até o ponto em que seu produto marginal líquido se torne igual à taxa de juros. Aao mesmo tempo, ocorrerá um deslocamento para a direita no valor do produto marginal da terra. O acréscimo total no uso de terra corresponde à alteração na oferta de terra com renda constante. O mesmo incremento proporcional dar-se-á com relação à demanda por capital.

Um resultado surpreendente do modelo consiste em que a renda da terra é independente do preço dos substitutos na produção, ao passo que modificações no preço da carne elevarão a renda da terra na mesma proporção.

A taxa de juros terá seu efeito impacto sobre o estoque de capital. Uma elevação da taxa de juros diminuirá a quantidade de capital utilizado mais do que diminui o uso de terra, de modo a reduzir a razão capital-terra ao novo equilíbrio, aumentando assim a produtividade marginal líquida do capital a um novo e mais elevado nível, indicado pela taxa de juros maior. A renda da terra declinará de acordo com a equação (8).

Uma desvalorização da moeda[(4)] não terá efeito sobre nenhuma demanda derivada, contanto que ambos os produtos sejam bens comercializáveis; os preços de ambos aumentarão na mesma proporção. O único efeito será um incremento proporcional na renda da terra em termos nominais. Uma vez que a carne é um bem comercializável, uma desvalorização trará um efeito positivo na demanda dos dois fatores se os substitutos na produção não forem comercializáveis.

Com este modelo é possível também analisar o efeito de uma inflação não compensada, com taxa de câmbio flexível. Mundell[(5)] mostrou que há uma relação negativa entre a taxa de juros real e a taxa esperada de inflação.

Desse modo, uma única e permanente aceleração na taxa de inflação causará um declínio na taxa real de juros, o que implica que a demanda por ambos os fatores se elevará; a terra aumentará proporcionalmente menos que o aumento de capital, e o produto marginal líquido do capital declinará até o nível indicado pela taxa de juros mais baixa. A renda real da terra também se elevará, em uma escala que pode ser mais ou menos proporcional à taxa de aceleração da inflação.

3. DEFASAGEM NO AJUSTAMENTO DO ESTOQUE DE CAPITAL

Em consequência de restrições biológicas, os empresários não serão capazes de ajustar instantaneamente o nível desejado do estoque de cabeças de gado. Supõe-se que os ajustamentos na quantidade de terra não sofram nenhuma restrição por si mesmos.

---

(4) Assume-se que a desvalorização não afetará a taxa de juros.

(5) V. [4], capítulo 2.

O modo convencional de introduzir uma defasagem de ajustamento na demanda derivada tem consistido no seguinte:

$$(9) \quad \frac{dH^*}{dt} = \gamma(H^{*\prime} - H^*)$$

onde γ é o coeficiente de velocidade de ajustamento, $H^{*\prime}$ é o nível desejado de estoque de capital, definido pela equação (6), e H^* é o nível real do estoque de capital.

Resolvendo a equação diferencial (9), tem-se o percurso no tempo da variável estoque de capital:

$$(10) \quad H_t^* = H_o^{*\,-\gamma t} + H^{*\prime}\,(1 - e^{-\gamma t}).$$

Substituindo $H^{*\prime}$, obtém-se:

$$(10') \quad H_t^* = H_o^* e^{-\gamma t} - \frac{\sigma + e_{RL}\,\alpha_H}{\alpha_L}\,(1 - e^{-\gamma t})\, r^*$$

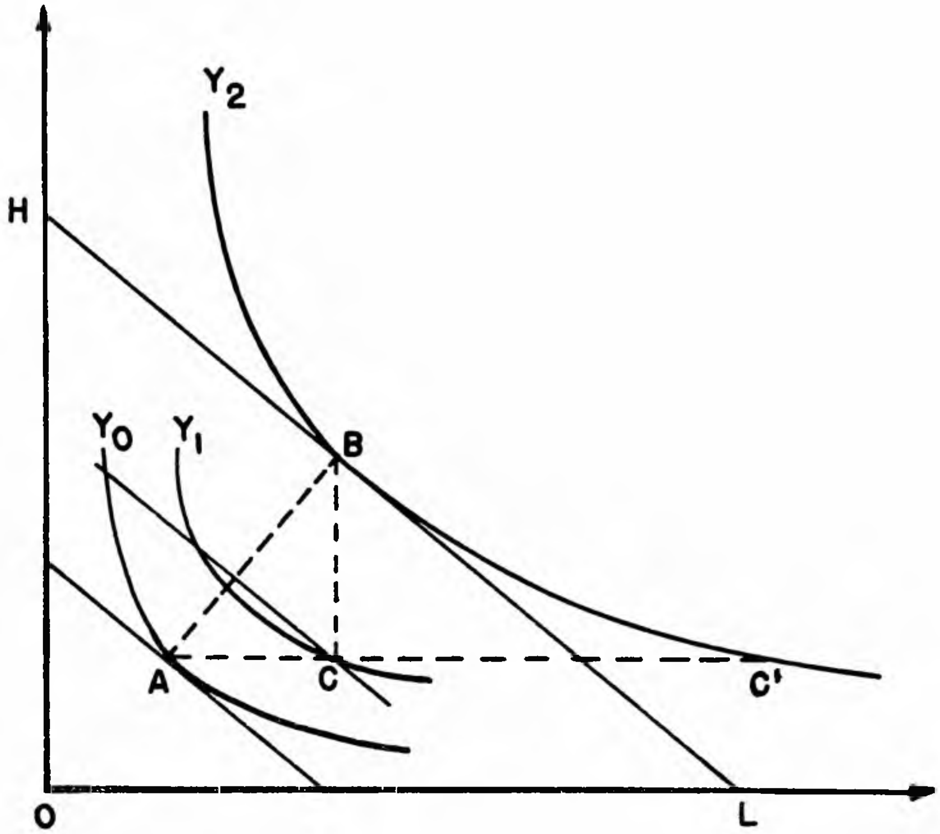
$$+ e_{ps}\,(1 - e^{-\gamma t})\, p_s^* + e_{RL}\,(1 - e^{-\gamma t})\, P^*$$

Para que haja estabilidade, o coeficiente γ tem que ser positivo. Assim, à medida em que o tempo se aproxima do infinito, a equação (10') tende a (6).

Este modo de introduzir a defasagem no ajustamento de uma variável endógena é insatisfatório. Enquanto a equação (6) muda para (10'), mostrando a trajetória no tempo do capital, as equações (7) e (8) ainda permanecem válidas, exibindo relações entre as variáveis consistentes com o estoque de capital de longo prazo.

As equações (7) e (8) se tornam, assim, inconsistentes com (10'), exceto no longo prazo. Consequentemente, a defasagem deve ser introduzida na equação estrutural do estoque de capital. Este procedimento nos possibilita um modo de encontrar a trajetória implícito no tempo das outras variáveis endógenas do modelo.

GRÁFICO - 1



O Gráfico 1 ilustra o problema. A equação (10') implica a indústria se ajustará imediatamente ao ponto C quando os produtores quiseram aumentar a produção, por exemplo, de Y_0 para Y_2. A indústria já demanda uma quantidade do fator L consistente com o equilíbrio de longo prazo de H. A trajetória descreverá i.)um movimento imediato para C, e após, ii.) movimentos através de CB, até que o ponto B seja alcançado. A produção irá inicialmente se deslocar para Y_1, ao invés de Y_2; a defasagem na produção reflete apenas a defasagem no fator H(6). Em C, o valor do produto marginal da terra será menor que a renda, e isso ocorrerá durante o período de ajustamento. Portanto, a trajetória de ajustamento ACB viola a equação (2') e (3), indicando uma trajetória para a produção que não é ótima. A solução sugerida aqui não violará a equação

(6) O mesmo fenômeno é ilustrado por [2], pp. 457-71. Estes autores, entretanto, mostram uma trajetória de A para C' e após para B', devido à otimização ao longo do tempo (um problema de cálculo de variação).

(3), porém a equação (2') não se manterá exata durante o processo de ajustamento, devido à restrição que existe nesse fator. Desse modo, obter-se-á uma trajetória no tempo com um custo mais baixo.

Quando a equação estrutural (2'A) é usada para definir o nível desejado de estoque, a substituição na equação (1) apresenta:

$$(10'') \quad \overset{*}{H}_t = \overset{*}{H}_o e^{-\gamma t} - \frac{\sigma}{\alpha_L}(1 - e^{-\gamma t})r^* + (1 - e^{-\gamma t})\overset{*}{L}_t$$

Esta última equação, juntamente com (3a) e (4a), define o novo sistema. Resolvendo-as para as variáveis endógenas, depara-se com que exibem uma trajetória no tempo consistente com as restrições ao ajustamento da variável H:

$$(6') \quad \overset{*}{H}_t = \frac{1}{\Delta}\left[e^{-\gamma t}(\sigma + e_{RL}\alpha_H)\overset{*}{H}_o - \frac{\sigma(\sigma + e_{RL}\alpha_H)(1 - e^{-\gamma t})}{\alpha_L} r^* \right.$$

$$\left. + \sigma e_{ps}(1 - e^{-\gamma t})\overset{*}{P}_s + e_{RL}\sigma(1 - e^{-\gamma t})P^* \right]$$

$$(7') \quad \overset{*}{L}_t = \frac{1}{\Delta}\left[e_{RL}\alpha_H e^{-\gamma t}\overset{*}{H}_o - \frac{e_{RL}\alpha_H\sigma(1 - e^{-\gamma t})}{\alpha_L} r^* \right.$$

$$\left. + \sigma e_{ps}\overset{*}{P}_s + e_{RL}\sigma P^* \right]$$

$$(8') \quad \overset{*}{R}_t = \frac{1}{\Delta}\left[\alpha_H e^{-\gamma t}\overset{*}{H}_o - \frac{\alpha_H\sigma(1 - e^{-\gamma t})}{\alpha_L} r^* \right.$$

$$\left. - \alpha_H e_{ps} e^{-\gamma t}\overset{*}{P}_s + \sigma P^* \right]$$

onde $\Delta = \sigma + e_{RL}\alpha_H e^{-\gamma t}$

É proveitoso fazer uma comparação entre a equação (10'), o modo tradicional de introduzir a defasagem, e a equação (6'), que resulta da introdução de uma defasagem no modelo completo. Os coeficientes das variáveis exógenas são menores em (6') que em (10'), isto é, as elasticidades de curto prazo são superestimadas quando se utiliza a equação (10').

A equação (8') mostra efetivamente que a renda da terra é diretamente relacionada ao preço dos substitutos na produção, porém apenas durante o período de ajustamento. Quando o ajuste já se completou, a renda da terra é independente desse preço, como anteriormente.

A taxa de juros não produz nenhum efeito impacto em qualquer das variáveis, como seria de se esperar. A taxa de juros atua através de seu efeito direto sobre a variável capital. Uma vez que o estoque de capital inicialmente não se altera, ela não trasmite seu desequilíbrio de curto prazo ao mercado de terra.

As variáveis preço têm efeitos impacto no mercado de terra, onde agem diretamente. Devido à restrição no ajustamento do capital, o desequilíbrio neste mercado persiste; os efeitos impacto dessas variáveis sobre a demanda de estoque de cabeças de gado são nulos.

4 ELASTICIDADES DA PRODUÇÃO LÍQUIDA

Quando as equações (6') e (7') são substituídas na equação (1a) pelas quantidades de equilíbrio dos fatores, obtém-se a trajetória no tempo da produção líquida:

$$(11)\quad Y_t^* = \frac{1}{\Delta}\Big[\alpha_H e^{\gamma t}(\sigma + e_{RL})H_0^* - \frac{\sigma\alpha_H(\sigma + e_{RL})(1 - e^{-\gamma t})}{\alpha_L} r^*$$

$$+ \sigma e_{Ps}\,[\alpha_L + \alpha_H(1 - e^{-\gamma t})]\,P_s^* + \sigma e_{RL}[\alpha_L + \alpha_H(1 - e^{-\gamma t})]\,P^*\Big]$$

A trajetória no tempo de cada elasticidade é resumida na Tabela 1.

TABELA 1

ELASTICIDADES DA PRODUÇÃO NO CURTO E NO LONGO PRAZO

Elasticidade / Tempo	Com relação à taxa de juros	Com relação ao preço dos substitutos	Com relação ao preço próprio
0	0	$\frac{\sigma \alpha_L e_{PS}}{\sigma + e_{RL} \alpha_H} < 0$	$\frac{\sigma \alpha_L e_{RL}}{\sigma + e_{RL} \alpha_H} > 0$
∞	$\frac{- \alpha_H (\sigma + e_{RL})}{L} < 0$	$e_{PS} < 0$	$e_{RL} > 0$

A taxa de juros não terá efeito impacto na produção líquida, enquanto que no longo prazo, a produção líquida declinará pela proporção mostrada pela sua elasticidade de longo prazo.

A produção líquida é inversamente relacionada ao preço dos substitutos. No período em que estes preços sobem, a produção líquida imediatamente começa a declinar. No longo prazo a queda na produção líquida será proporcional à elasticidade da terra para pastagem com relação ao preço dos substitutos.

A produção líquida é diretamente relacionada ao preço da carne, mesmo no curto prazo. Depois que o ajustamento se tenha completado, a produção líquida aumentará na mesma proporção que a elasticidade da terra para pastagem com relação à renda da terra.

5. ELASTICIDADES DOS ABATES

À medida que a produção líquida em cada período se torna disponível, a indústria tem que decidir quanto da produção deve ser mantido para aumentar o estoque de cabeças de gado, e, do mesmo modo, quanto deve ser enviado aos matadouros:

$$(12) \quad \overset{*}{Y}_t = \overset{*}{S}_t + \frac{d \overset{*}{H}_t}{d t}$$

onde S_t^* é a taxa de abate por unidade de tempo. Reagrupando os termos, temos

$$(12') \quad S_t^* = Y_t^* - \frac{d H_t^*}{d t}$$

A equação (12') implica que o abate é um resíduo, e que será menor que a produção líquida quando a indústria estiver aumentando o estoque de cabeça de gado, e maior que a produção líquida quando a indústria estiver desinvestindo.

As elasticidades respectivas do abate podem ser achadas diferenciando (12') em relação a cada variável exógena:

$$(13) \quad \frac{d S_t^*}{d X_i^*} = \frac{d Y_t^*}{d X_i^*} - \frac{d}{dX_i^*} \left(\frac{d H_t^*}{d_t}\right)$$

onde $X_i^* = r^*$, P_s, e P^*, respectivamente.

O primeiro termo do lado direito de (13) já é conhecido pela equação (11) e pela Tabela 1. O outro termo pode ser calculado tomando, primeiro, o diferencial no tempo da equação (6') e após, o diferencial com relação a cada variável exógena.

Conforme indica a Tabela 2, o efeito impacto sobre o abate de um aumento na taxa de juros é positivo, exclusivamente devido ao processo de desinvestimento que começa instantaneamente. Depois que um período de tempo suficiente tenha transcorrido, o efeito se torna negativo. O efeito no longo prazo coincide com aquele observado na produção.

Algumas discussões na literatura têm-se verificado em torno de se a resposta no curto prazo do abate para mudanças no preço, tanto da carne quanto dos substitutos, é positiva ou negativa. Tal discussão tem-se baseado em dados empíricos, devido à ausência de um modelo teórico desenvolvido. A Tabela 2 resume as condições necessárias para obter os efeitos em qualquer das direções. A abordagem usual a este problema tem consistido em se concentrar no processo de acumulação-desinvestimento, ao passo que o efeito sobre a produção líquida é amplamente abandonado. Como resultado se atingiu a conclusão de existência de um efeito negativo no curto prazo, em resposta a elevações relativas em seu próprio preço.

TABELA 2

ELASTICIDADES DO ABATE PARA O CURTO E LONGO PRAZOS

Elasticidades Tempo	Com relação à taxa de juros	Com relação ao preço dos substitutos	Com relação ao preço próprio
	$\frac{}{L}\ 0$	$\frac{e_{p_s}}{+e_{RL\ H}}\ (L^{-})\ 0$	$\frac{e_{RL}}{+e_{RL\ H}}\ (^{-}L)\ 0$
	$-\frac{^{-}H(+e_{RL})}{L}\ 0$	$e_{p_s}\ 0$	$e_{RL}\ 0$

Uma elevação no preço relativo da carne terá um impacto ambíguo sobre o abate. Se a parcela da terra para pastagem for maior que o coeficiente de ajustamento da velocidade, então o abate irá crescer desde o começo até que, no longo prazo, ele aumente na mesma proporção que a elasticidade de oferta da terra com relação à renda. Se a parcela da terra for menor que o coeficiente de ajustamento, o efeito impacto será de um declínio no abate, e depois que um período suficiente de tempo haja passado, o efeito se tornará positivo. Se ambos os parâmetros forem iguais, a elasticidade do abate será nula no período de curtíssimo prazo.

Se, ao mesmo preço relativo de fatores, a variedade de animais usada pela indústria na Região A for de uma eficiência menor que a variedade criada na Região B, então a parcela da terra será menor na primeira região. Do mesmo modo, quanto mais tradicionais forem as técnicas de reprodução, menor será o coeficiente de ajustamento.

O modelo, portanto, sugere que a resposta do abate no curto prazo a aumentos no preço relativo da carne tem uma probabilidade maior de ser positivo em regiões onde se criam variedades mais eficientes de gado em combinação com técnicas de reprodução mais tradicionais. Uma resposta negativa no curto prazo será mais provável em regiões onde se utilizam variedades menos eficientes, mas se praticam técnicas modernas de reprodução.

Se aos mesmos preços relativos dos fatores, a terra para pastagem usada na Região A for de menor eficiência que a utilizada na Região B, então a participação da terra será maior na primeira região. Portanto, se a Região A também praticar técnicas tradicionais de reprodução, deverá ter maiores probabilidades de apresentar uma resposta positiva no curto prazo.

Em resumo, a resposta no curto prazo pode ser tanto negativa como positiva, dependendo da participação do fator — as proporções dos fatores e seu preço relativo —, e da velocidade do coeficiente do ajustamento — as técnicas de reprodução.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ALLEN, R. G. D. — **Mathematical Analysis for Economists,** Londres: Macmillan, 1938.

[2] NADIRI, M. I. e ROSEN, S. — "Interrelated Factor Demand Functions", **American Economic Review**, set., 1969

[3] NORES, G. A. — "Structure of the Argentine Beef Cattle Economy — A Short-Run Model, 1960-1970" Purdue University: Tese de Ph. D. não publicada, junho, 1972.

[4] MUNDELL, R. — **Monetary Theory: Inflation, Interest and Growth in the World Economy,** Cap. 2, Califórnia: Goodyear Publishing Co., Pacific Palisades, 1971.

[5] MUTH, R. F. — "The Derived Demand Curve for a Productive Factor and the Industry Supply Curve", **Oxford Economic Paper,** julho, 1964.

[6] YVER, R.E. — "The Investment Behavior and the Supply Response of the Cattle Industry in Argentina". Universidade de Chicago: Tese de Ph. D não publicada, set., 1971.