

Um Estudo sobre a Possibilidade de Abertura do Modelo Dosso para o Comércio Internacional (*)

Joanílio Rodolpho Teixeira(**)

S U M Á R I O

Neste trabalho discutimos alguns aspectos do modelo de acumulação de capital desenvolvido por Dorfman, Samuelson e Solow (1968), isto é DOSSO. Sabemos que o modelo DOSSO consiste basicamente na relaxação da hipótese da inexistência de capacidade ociosa do modelo Leontiefiano Dinâmico de Acumulação de Capital. Esses dois modelos são elaborados em termos de uma economia fechada e nesse trabalho estendemos o modelo DOSSO de forma a levar em consideração tópicos com depreciação e comércio internacional. Discutimos a possibilidade de existência de uma «Extensão do Teorema do Turnpike» e introduzimos condições terminais explícitas que permitem a economia crescer balanceadamente mesmo após o término do horizonte de planejamento.

1. ABORDAGEM TRADICIONAL

Seja $x(t)$ o vetor n -dimensional do produto doméstico bruto produzido no período t . A é uma matriz não negativa ($n \times n$), indecomponível, onde o coeficiente tecnológico $a_{ij}(t)$ mostra o

(*) Agradecemos ao Professor John Craven da «University of Kent» e Professor M. Morishima da «London School of Economics», que em diversos estágios desse trabalho forneceram sugestões valiosas.

(**) O autor é Professor Adjunto da Universidade de Brasília UnB e Professor Titular da ESAF-Ministério da Fazenda.

requerimento do i -ésimo bem necessário para produzir uma simples unidade do j -ésimo produto, no período t . $A(t)$ reflete tecnologia, preços relativos, grau de integração das plantas e a composição interna dos setores. Admitimos a existência de retornos constantes de escala, mas excluimos a possibilidade de produção conjunta. Também admitimos que $A(t)$ satisfaz as condições de Hawkins — Simon (1949).

$B(t)$ é uma matriz não-negativa, n -dimensional, que caracteriza os coeficientes tecnológicos de capital. Um elemento típico $b_{ij}(t)$ indica a quantidade do i -ésimo bem necessário, como capital por unidade de produto do setor j , no período t . Durante o plano admitimos a constância (estabilidade) dos coeficientes das duas matrizes e assim podemos negligenciar a indicação do período (t).

$s(t)$ é um vetor n -dimensional que caracteriza os estoques de capital e $s(t)$ indica o estoque total de capital tipo i disponível no início do período t , de forma a possibilitar a produção durante o mesmo período. $y(t)$ é o vetor n -dimensional que indica a demanda final por setor e incorpora consumo $c(t)$ e investimento $\Delta s(t)$.

O modelo dinâmico fechado de Leontief toma como base: tecnologia constante e inexistência de capacidade ociosa. Esse modelo exhibe crescimento balanceado no horizonte de tempo para o qual valem as condições indicadas. Isto é:

$$B x(t) = s(t) \quad (1.1)$$

Se algum (ou alguns) do(s) estoque(s) puder ficar ocioso em algum período e introduzirmos uma função objetivo que busca maximizar o estoque de capital no final do horizonte, finito, de planejamento temos a formulação de DOSSO, em que o conjunto de restrições é do tipo:

$$B x(t) \leq s(t) \quad (1.2)$$

É importante considerar que embora o modelo admita heterogeneidade em relação ao estoque de capital, ele também admite completo deslocamento (shiftability) de capital entre os diferentes setores. Outra hipótese relevante é que capital constitui o único recurso escasso e a meta final do planejador consiste em encontrar a alocação mais eficiente dos recursos.

Se \mathbf{A} satisfaz as condições acima sabemos que o produto doméstico bruto $x(t)$ será dado por:

$$x(t) = (I - A)^{-1} y(t) \quad (1.3)$$

Como por definição:

$$y(t) = c(t) + \Delta s(t) \quad (1.4)$$

Segue que:

$$B(I-A)^{-1} c(t) + B(I-A)^{-1} \Delta s(t) \leq s(t) \quad (1.5)$$

Assim expressamos todos os insumos requeridos em termos de uma matriz de requerimentos brutos de capital. Essa matriz é representada por:

$$B(I-A)^{-1} = B^* \quad (1.6)$$

Desse modo (1.5) fica na forma:

$$B^*c(t) + B^*\Delta s(t) \leq s(t) \quad (1.7)$$

A expressão (1.7) é chamada de “restrição fundamental”. Admitindo a inexistência de depreciação de bens de capital, fica claro que a expressão:

$$s(t + 1) = s(t) + \Delta s(t) \quad (1.8)$$

indica, na forma recursiva, a ligação entre os estoques de capital em dois períodos sucessivos.

Sabemos que uma trajetória intertemporalmente eficiente, para um horizonte de T períodos, pode ser definida como uma trajetória $s(t)$ tal que, para um dado estoque inicial de capital, $s(1)$, e uma trajetória de consumo no tempo, $c(t)$, não existe qualquer percurso, $s'(t)$, que satisfaz as mesmas restrições e exibe $s'(T + 1) \geq s(t + 1)$. DOSSO mostrou que eficiência intertemporal, num contexto recursivo, implica necessariamente na existência de uma seqüência de vetores indicando preços relativos, para $t = 1, 2, \dots, T$, tal que duas condições são satisfeitas:

$$p(t - 1) s(t - 1) - p(t) s(t) = 0 \quad (1.9)$$

$$p(t) s(t) - p(t + 1) s(t + 1) = 0 \quad (1.10)$$

O modelo de programação linear, de DOSSO, que indica a trajetória do processo de acumulação de capital pode ser colocado na seguinte forma matricial:

$$\text{Max } Z = k s(t + 1)$$

$$\text{tal que: } B^* \Delta s(t) \leq s(t) - B^* c(t) \quad (1.11)$$

$$\Delta s(t) \geq 0$$

onde $s(1)$ e $c(t)$ são dados, e $s^i(t)$ indica bens alocados como investimento no período t , no setor i ; k é um vetor linha n -dimensional, não negativo, que indica a preferência por diferentes tipos de capital e portanto caracteriza a preferência, a “priori” dos planejadores pela estrutura terminal de capital, entre os n setores da economia. Este é um modelo com estrutura decomponível no tempo e que apresenta uma formação do tipo “block-triangular”. Não há depreciação de capital ou escolha de técnicas alternativas, mas existe um processo de acumulação dos diversos tipos de capital durante os T períodos de planejamento.

“Shadow-prices” dos diferentes estoques de capital em diferentes períodos. Segundo DOSSO, mais precisamente, eles são “Shadow-prices” descontados⁽¹⁾.

Se substituimos a desigualdade por igualdade, na “restrição fundamental”, e admitimos a formulação Malthus von Neumann, no qual o consumo acima do nível de subsistência é nulo, haverá uma e apenas uma configuração relativo do estoque inicial de capital que permitirá crescimento balanceado à taxa de von Neumann e ao vetor associado à “raiz característica dominante” de B^* chamamos de raio ou proporções de von Neumann⁽²⁾

É claro que na prática torna-se muito improvável existir uma configuração inicial dos estoques de capital com a configuração acima, daí a importância da conjectura do “Turnpike” que garante a “existência de uma tendência a longo-prazo da trajetória eficiente de crescimento se aproximar da trajetória de

(1) DORFMAN, R., SAMUELSON, P. e SOLOW, R., «Linear Programming, and Economic Analysis», pg. 339, Mc Graw - Hill, 1958.

(2) Este assunto é discutido de modo formal em TEIXEIRA (1975) e (1977). Parte desse estudo é encontrado em DOSSO. Um tratamento elegante também pode ser visto em TAKAYAMA (1974).

crescimento balanceado de von Neuman''⁽³⁾, mesmo que a estrutura inicial não seja adequada. Se os planejadores decidiram as proporções finais dos estoques de capital desejados, então, dada qualquer estrutura inicial dos estoques de capital, se o horizonte de planejamento é suficientemente longo, o programa ótimo de alocação de investimentos se comportará de tal forma a alterar nos períodos iniciais a composição dos estoques em direção às proporções de von Neumann. Quando for obtida uma configuração de estoques suficientemente próxima daquelas proporções haverá uma alocação de recursos de forma a preservar tal estrutura e, conseqüentemente, crescimento balanceado máximo durante a maior parte do plano. Quando o final do horizonte de planejamento estiver próximo, dado que as proporções do estoque terminal desejado não coincidem necessariamente com as proporções de von Neumann, haverá uma alocação de recursos que possibilitará a convergência para as proporções desejadas. Existe, freqüentemente, referências ao caso no qual a trajetória eficiente não converge para a trajetória de von Neumann, quando a configuração inicial não é adequada. Em vez disso, há oscilação tomando como eixo o raio de von Neumann. Tal situação é de certa forma, excepcional e é conhecida por casos cíclicos⁽⁴⁾. A hipótese de que B^* é matriz primitiva elimina tal possibilidade⁽⁵⁾

2. A INTRODUÇÃO DE NOVAS COMPONENTES NO MODELO

Vamos admitir que haja depreciação de cada tipo de bem de capital. Chamemos de $r_i(t)$ a taxa de depreciação do i -ésimo tipo de bens de capital, no t -ésimo período, independentemente do

(3) Veja MORISHIMA, M., «Equilibrium, Stability and Growth», 1964, pg. 154, Oxford University Press.

(4) *Ib.* pgs. 154 156.

(5) A matriz n -dimensional C é primitiva se não há permutação de mesmas linhas e colunas de tal modo que C possa ser escrita na forma abaixo, onde as submatrizes na diagonal principal são quadradas.

$$\begin{pmatrix} 0 & c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & & c_{n-1} \\ c_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

uso ou não desse estoque. Para termos um modelo que tenha algum significado econômico devemos ter $0 \leq r_i(t) < 1$ e para simplificar o modelo admitamos que essa taxa é constante para qualquer $t \in T$.

Como base no argumento acima obtemos uma função exponencial negativa relacionada com o tempo e expressa na forma:

$$s(t) = (I - R) s(t - 1) + q(t - 1) \quad (2.1)$$

onde R é uma matriz diagonal da dimensão n e q indica investimento bruto. Isto significa que, no início do período t teremos o estoque de cada tipo de capital existente no início do período $t - 1$, convenientemente depreciado, mais o investimento gerado no período $t - 1$, que apenas entra em funcionamento no início do período t . Isto é, há certa defasagem entre a geração do bem de capital e o início de sua operação no processo produtivo.

É claro que podemos requerer, levando em consideração nível de bem-estar ("welfare") e propósitos políticos, que haja expansão de consumo entre dois períodos consecutivos. Contudo este requerimento é irrelevante para os presentes propósitos do modelo e aqui apenas consideramos conhecido o vetor consumo para cada período do plano.

Assim podemos expressar o modelo de acumulação de capital na seguinte forma:

$$\text{Max } Z = k \sum_1^T (I - R)^{T-t} q(t)$$

tal que:

$$\left. \begin{array}{l} B^* q(1) \leq s(1) - B^* c(1) \\ B^* q(2) - q(1) \leq (I - R) s(1) - B^* c(2) \\ B^* q(3) - (I - R)q(1) - q(2) \leq (I - R)^2 s(1) - B^* c(3) \\ \dots \\ B^* q(T) - (I - R)^{T-2} q(1) - \dots - q(T - 1) \leq (I - R)^{T-1} s(1) - B^* c(T) \end{array} \right\} \quad (2.2)$$

sendo

$$q(t) \geq 0 \text{ para } t = 1, 2, \dots, T$$

É claro que a hipótese de que $q(t) \geq 0$ não garante a existência de estoque não-decrescente dos diversos tipos de capital, em todos os períodos. Obviamente a depreciação dos bens de capital deve ser menor ou igual à acumulação gerada, período por período, para garantir a existência de estoques não decrescentes. A simples introdução de um novo conjunto de restrições na forma $s(t+1) > s(t)$ evitará estagnação setorial e de acumulação. Contudo essas novas restrições incorporam hipóteses mais fortes do que gostaríamos de fazer e por isso as excluimos.

Um outro ponto que foi negligenciado até o momento é o referente ao crescimento após o período de planejamento ("post-plan period"). Este é um ponto que gostaríamos de analisar, uma vez que a dependência estrutural da produção, utilizando a tecnologia do tipo Leontief, em modelos multisetoriais, requer um estoque mínimo de cada um dos bens de forma a permitir consumo e crescimento no pós-plano. É claro que isso ocorre devido a hipótese da indecomponibilidade da matriz de "input-output" e a postulação de que cada bem pode ser tanto consumido quanto utilizado na reprodução dos bens de capital. Certamente temos aqui pontos que merecem qualificações, tendo em vista que o modelo não é dividido em setor de bens de consumo e setores de bens de capital, como em Hicks⁽⁶⁾.

É óbvio que uma função objetivo simples, na forma $ks(T+1)$ ou $k \sum_{t=1}^T (I - R)^{T-t} q(t)$ pode levar a estoques desbalanceados à luz de futuros requerimentos, uma vez que os preços implícitos no vetor k podem não refletir futuras preferências e produtividade. Assim, é desejável fazermos algumas considerações sobre o crescimento do pós-plano. Para tal consideramos a hipótese de que é possível definir a fronteira de eficiência ("locus") do estoque potencial de cada bem e o teorema da programação linear que assegura que se o modelo é viável a solução ótima ocorrerá num ponto extremo do conjunto viável. A partir dessa consideração incorporamos no modelo uma condição na forma de restrições lineares que permite crescimento (programado) no período seguinte ao terminal e que leva em consideração a depreciação prevista dos bens de capital de cada tipo.

(6) HICKS, J., «Capital and Growth», Chapter XIV, Oxford University Press, 1965.

Este tópicó sugere que em vez de fixar nossa atenção apenas do que ocorreria no período terminal devemos cuidar também de períodos posteriores. Nesse caso lembramos que para garantir crescimento em períodos posteriores ao horizonte de planejamento, devemos assegurar que a acumulação de capital supera a depreciação. Esse tema leva implicitamente em consideração a idéia de que se o modelo é formulado com vistas à implementação, devemos assegurar que futura geração de planejadores tem suficiente flexibilidade para acomodar considerações sobre variações plausíveis do nível mínimo permissível de consumo, $c(t)$, no futuro. Assim requeremos:

$$s(T + 1) \geq \bar{s}(T + 1) \quad (2.3)$$

$$\text{onde } \bar{s}(T + 1) = B^* [c(T) + R\bar{s}(T + 1)] \quad (2.4)$$

Se desejarmos que $c(T + j)$ cresça acompanhando a força de trabalho, ou então, se consideramos que a economia necessita crescer a uma taxa mínima aceitável, θ , no período posterior ao término do período de planejamento (em que θ toma em consideração uma taxa de crescimento balanceado de função consumo) então necessitamos utilizar a condição terminal (2.3) acompanhada de nova versão de (2.4), na forma:

$$\bar{s}(T + 1) = B^* [c(T) + R\bar{s}(T + 1) + \theta s(T + 1)] \quad (2.5)$$

$$\div \bar{s}(T + 1) = [I - (R + I\theta) B^*]^{-1} B^* c(T) \quad (2.6)$$

O modelo de programação linear atendendo essa nova condição deve ser viável uma vez que:

- a) $c(T)$ já foi produzido;
- b) θ é escolhido de modo conveniente na forma de um parâmetro estratégico com valor menor ou igual a média esperada da taxa de crescimento durante o plano.

3. ABERTURA DO MODELO PARA O COMÉRCIO INTERNACIONAL

Nesta seção elaboramos o modelo tomando em consideração pontos anteriormente negligenciados tais como: importação, ex-

portação, empréstimo e ajudas externas, balanço de pagamentos, etc. Nosso objetivo consiste em obter uma generalização (ou melhor, uma extensão) do Modelo DOSSO e fazer considerações sobre a relevância dessas extensões, do ponto de vista do planejamento econômico.

Inicialmente necessitamos definir as novas variáveis $m(t)$, como importação, e $e(t)$, como exportação⁽⁷⁾. Esses novos componentes são vetores colunas n -dimensionais. É também necessário dividir a importação em duas categorias: $m'(t)$ sendo a importação de bens de capital e $m''(t)$ a importação de bens de consumo. Nesse caso, a formação de capital bruto é dada por:

$$q(t) + m'(t) \quad (3.1)$$

Como fizemos anteriormente, manteremos a hipótese de que os tipos de capital gerados domesticamente não começarão a ser usados durante o período de produção, mas no período seguinte. Mantemos também a hipótese de que $(I - R) s(t)$ é deixado de $s(t)$ para o período seguinte. Assim $Rs(t)$ é a depreciação ocorrida (ou prevista) dos diversos tipos de capital. Admitimos que os bens de capital importados durante o período (t) , estarão disponíveis para uso no início do próprio período t . Levando em consideração a hipótese da não negatividade teremos $q(t) \geq 0$ e $m'(t) \geq 0$ para $t = 1, \dots, T$. Assim podemos definir o estoque dos diversos tipos de capital disponíveis no início do período $(t + 1)$ como:

$$s(t + 1) = (I - R) s(t) + q(t) + m'(t + 1) \quad (3.2)$$

A relação de produção, do ponto de vista contábil requer que a demanda total, em cada período, por cada um dos bens, deve ser igual à disponibilidade de cada bem no mesmo período. Essa situação pode ser expressa na forma:

$$x(t) = (I - A)^{-1} [c(t) + e(t) - m''(t) + q(t)] \quad (3.3)$$

Sabemos que B é a matriz n -dimensional dos coeficientes de capital (na prática dado pela relação marginal capital-produto).

(7) É óbvio que para propósito de planejamento necessitamos desagregar o consumo em suas duas componentes básicas: consumo privado e governamental. Contudo essa desagregação não contribui de forma relevante para a compreensão do modelo e desnecessariamente aumenta o número de variáveis. Assim negligenciamos essa elaboração.

Como $(I - A)^{-1}$ também tem a mesma dimensão temos que $B^* = B(I - A)^{-1}$ indica o requerimento bruto (direto mais indireto) de capital, e levando em consideração que $Bx(t) \cong s(t)$ segue que:

$$s(t) \cong B^*[c(t) + e(t) - m''(t) + q(t)] \quad (3.4)$$

$$B^*q(t) \cong s(t) - B^*[c(t) + e(t) - m''(t)] \quad (3.5)$$

Esta é a versão da "restrição fundamental" para o modelo aberto e vale para $t = 1, 2, \dots, T$.

Para manter simplicidade do modelo e uma abordagem nas linhas do Modelo DOSSO admitimos que consumo, exportação e importação de bens de consumo são variáveis exógenas, para todo o horizonte de planejamento. Ainda por motivos de simplicidade preferimos negligenciar a tradicional divisão das importações em dois grupos: competitivo e não competitivo. Caso incorporássemos essa divisão teríamos algumas implicações econômicas interessantes, mas acompanhadas por certa complexidade de formalização⁽⁸⁾.

Admitimos agora, que $m'(t)$ é um vetor que indica a relação entre bens de capital importados e produto doméstico. Essa relação é formalizada através da matriz n -dimensional M de coeficientes fixos, onde a componente m_{ij} indica a quantidade do i -ésimo bem de capital necessariamente importado por unidade de produto, i. e.:

$$m'(t) = Mx(t) \quad (3.6)$$

A matriz M , novamente por simplificação, não variará durante o período de planejamento⁽⁹⁾ podendo ser positiva ou não-negativa.

Admitimos ainda que ajuda externa, empréstimos e movimentos de capital de longo-prazo são determinados exogenamen-

(8) ECKKAUS, R.S., e PARIKH, K.S., «Planning for Growth: Multisectoral, Intertemporal Models Applied to India», pg. 33, The MIT Press, 1968, utiliza tal divisão com resultados atraentes.

(9) É claro que a constância de A , B e M indica a ausência de progresso técnico. Essa hipótese pode ser relaxada, mas envolveria substancial afastamento da formulação de DOSSO, o que é indesejável no contexto de nosso trabalho.

te, no modelo. A soma de todas essas componentes é chamada $d(t)$, e expressamos seu valor em termos da moeda doméstica a preços constante.

Sendo μ o vetor linha unitário, n -dimensional, definimos a disponibilidade de recursos externos para $t = 1, 2, \dots, T$, na forma:

$$d(t) + \mu e(t) \quad (3.7)$$

Se consideramos desejável assegurar equilíbrio ou saldo na balança de pagamentos, em cada período, então a seguinte relação deve prevalecer⁽¹⁰⁾:

$$\mu m'(t) - \mu [e(t) - m''(t)] \leq d(t) \quad (3.8)$$

Poderíamos também considerar um limite superior para déficit, se isto é permissível para a economia. Seja $\Omega(t)$ o déficit, permissível, exogenamente determinado. Levando essa componente em consideração, temos a nova versão de balanço de pagamentos.

$$d(t) + \mu e(t) - \mu [m'(t) + m''(t)] \geq -\Omega(t) \quad (3.9)$$

Utilizando as expressões (3.3), (3.6), (3.8) e definindo $M^* = M(I - A)^{-1}$ como a matriz não negativa de ordem n que indica os coeficientes diretos e indiretos dos requerimentos de capital importado por unidade de produção, temos:

$$d(t) + \mu e(t) - \mu M^* [c(t) + q(t)] - \mu M^* e(t) + \mu M^* m''(t) - \mu m''(t) \geq -\Omega(t) \quad (3.10)$$

Combinando algumas componentes da expressão (3.10) e colocando as variáveis exógenas no lado direito da desigualdade temos:

$$\mu M^* q(t) \leq [d(t) + \Omega(t)] + \mu [I - M^*] [e(t) - m''(t)] - \mu M^* c(t) \quad (3.11)$$

(10) É claro que no caso estamos negligenciando dívidas anteriores ao início do plano e amortização dessas dívidas. Desse ponto de vista em vez de equação do balanço de pagamentos temos apenas balanço comercial. É simples fazer extensões que possibilitam considerações sobre o balanço de pagamentos, mas novamente estaríamos nos afastando das principais preocupações do trabalho.

Essa expressão está na forma apropriada para as restrições de balanço de pagamentos e mostra que déficit opera com "bônus" para importação⁽¹¹⁾.

Agora necessitamos de redefinir a função objetivo numa forma apropriada para a estrutura matemática desse modelo para uma economia aberta. A nova função objetivo é dada por:

$$\text{Max } Z = k [s(T + 1)] = k [(I - R) s(T) + q(t)] \quad (3.12)$$

mas:

$$s(t) = (I - R) s(T - 1) + q(T - 1) + m'(T) \quad (3.13)$$

assim:

$$s(T + 1) = (I - R)^2 s(T - 1) + (I - R) [q(T - 1) + m'(T)] + q(T) \quad (3.14)$$

Continuando a expansão da expressão (3.14) e definindo

$$s(1) = \hat{s}(1) + m'(1) \quad (3.15)$$

onde $\hat{s}(1)$ é o vetor ($n \times 1$) indicativo da capacidade em existência na economia (estoque de capital inicial) no início do período inicial, excluindo a importação de bens de capital temos:

$$s(T + 1) = (I - R)s(T) + q(T) = (I - R)^T \hat{s}(1) + \sum_1^T (I - R)^{T-t} q(t) + \sum_1^T (I - R)^{T-t+1} m'(t) \quad (3.16)$$

Assim, a expressão (3.12) é equivalente:

$$\text{Max } Z = k \left\{ (I - R)^T \hat{s}(1) + \sum_1^T (I - R)^{T-t} q(t) + \right.$$

(11) Um problema não colocado é o do pagamento desse déficit a partir de certo período. Esse aspecto tem muita relevância do ponto de vista dos limites do endividamento para uma política estratégica de crescimento. Discutimos esse problema em outro trabalho. Veja TEIXEIRA, (1975).

$$+ \sum_1^T (I - R)^{T-t+1} M^* [c(t) + e(t) - m''(t) + q(t)] \} \quad (3.17)$$

Para propósitos de programação linear podemos remover os termos exógenos do maximando. Para simplificar chamamos:

$$[I + (I - R)M^*] = A \quad (3.18)$$

e

$$c(t) + e(t) - m''(t) := Y(t) \quad (3.19)$$

Assim, temos a função objetiva na forma:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = k \{ & \sum_1^T (I - R)^{T-t} [q(t) + \\ & + (I - R) M^* q(t)] \} \end{aligned} \quad (3.20)$$

ou

$$\text{Max } Z = k \sum_1^T (I - R)^{T-t} \Lambda q(t) \quad (3.21)$$

A última expressão constitui a função objetivo expressa na forma apropriada. Agora devemos formular a "restrição fundamental" do modelo de programação linear que mostra o processo da acumulação de capital para uma economia aberta, utilizando a notação simplificada. Isto é dado por:

$$B^* q(t) \cong s(t) - B^* Y(t) \quad (3.22)$$

Tomando em consideração a expressão (3.16) depois de necessárias substituições temos:

$$\begin{aligned} B^* q(t) \cong & (I - R)^{t-1} \wedge s(1) + \sum_1^{t-1} (I - R)^{t-\tau} \\ & q(\tau) + \sum_1^t (I - R)^{t-\tau} m'(\tau) - B^* Y(t) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Usando a notação simplificada:

$$m'(t) := M''[Y(t) + q(t)] \quad (3.24)$$

temos:

$$B^*q(t) \cong (I - R)^{t-1} \hat{s}(1) + \sum_1^{t-1} (I - R)^{t-1-\tau} q(\tau) + \sum_1^t (I - R)^{t-\tau} M^*[Y(\tau) + q(\tau)] - B^* Y(t) \quad (3.25)$$

Colocando a última expressão numa forma mais refinada temos:

$$[B^* - M^*] q(t) \cong (I - R)^{t-1} \hat{s}(1) [B^* - M^*] Y(t) + \sum_1^{t-1} (I - R)^{t-1-\tau} [I + (I - R)M^*] q(\tau) + \sum_1^{t-1} (I - R)^{t-\tau} M^* Y(\tau) \quad (3.26)$$

É interessante verificar que $[B^* - M^*]$ tem significado econômico e pode ser interpretado como matriz dos coeficientes domésticos de capital, por unidade de produto. Essa é claramente uma matriz não-negativa e para simplificar façamos:

$$[B^* - M^*] = \hat{B} \quad (3.27)$$

Substituindo (3.27) em (3.26) e colocado as variáveis endógenas no lado esquerdo da expressão, temos:

$$\hat{B} q(t) - \sum_1^{t-1} (I - B) [I + (I - R)M^*] q(\tau) \cong (I - R)^{t-1} \hat{s}(1) - \hat{B} Y(t) + \sum_1^{t-1} (I - R)^{t-\tau} M^* Y(\tau) \quad (3.28)$$

Como

$$s(t+1) - s(t) = -Rs(t) + (I - R) [M^*Y(t) + M^*q(t)] + q(t) \quad (3.29)$$

podemos ver que $q(t)$ faz duas contribuições à capacidade crescimento, no período t : $q(t)$ entra diretamente como formação doméstica de capital, e indiretamente $q(t)$ “induz” a importação $M^*q(t)$ no início do período, que deprecia no período, para o nível $(I - R)M^*q(t)$.

Assim, $\Delta q(t)$ representa a contribuição de $q(t)$ para o aumento de capacidade de produção. Usando a notação indicada temos a expressão (3.29) na forma:

$$\begin{aligned} \hat{B} q(t) - \sum_1^{t-1} (I - R)^{t-\tau} q(\tau) \cong (I - R)^{t-1} \hat{s}(1) - \\ - \hat{B} Y(t) + \sum_1^{t-1} (I - R)^{t-\tau} M^* Y(\tau) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Essa é a “restrição fundamental”, na forma simplificada, e ela prevalece para $t = 1, 2, \dots, T$. A variável de escolha deve certamente satisfazer a restrição de não-negatividade. Isto é $q(t) \geq 0$ para $t = 1, 2, \dots, T$

Para fazer uma comparação de nossa “restrição fundamental” com a proposta por DOSSO é preferível usar a expressão (3.26). É óbvio que fazendo $M^* = \{0\}$, $m'(t) = 0$, e $e(t) = 0$, $R = \{0\}$ e levando em consideração que $m'(t) = 0$ implica em $s(1) = s(1)$ então:

$$s(1) + \sum_1^{t-1} q(\tau) = s(t) \quad (3.31)$$

Portanto nossa “restrição fundamental”, em nosso modelo aberto fica reduzido a restrição proposta por DOSSO. O mesmo ocorre com a função objetivo se olharmos particularmente a expressão (3.17). Assim concluímos que o modelo DOSSO, no aspecto formal, é um caso particular de nosso modelo de progra-

mação linear para o processo de acumulação de capital de uma economia aberta.

Agora desejamos reformar o problema da definição da estrutura terminal do estoque de capital que deveria produzir o nível de requerimento mínimo do consumo a um nível fixado exogenamente. Também estamos preocupados em fixar uma condição terminal que reflita a preferência por crescimento equilibrado no período seguinte ao terminal do horizonte de planejamento. Isto significa que o estoque terminal seguinte deve permitir a economia crescer balanceadamente a uma taxa dada ("steady-state ratio") se os planejadores assim o desejarem. Nesse caso temos duas abordagens alternativas. Se a meta dos planejadores é forçar a tendência da economia para a auto-suficiência parece aceitável excluir da condição terminal, a importação de produto e portanto podemos excluir também exportações na construção de um estoque terminal auto-suficiente.⁽¹²⁾ Nesse caso apenas necessitamos das restrições:

$$s(T + 1) \geq s(T + 1) \quad (3.32)$$

onde

$$s(T + 1) = [I - (R + I\theta) B^*]^{-1} B^* c(T) \quad (3.33)$$

Essas são exatamente as mesmas restrições apresentadas em (2.3) e (2.6) para o modelo da economia fechada⁽¹³⁾. Assim, como no caso do modelo fechado, θ é a taxa de crescimento balanceado da economia no pós-plano.

Contudo a abordagem acima apenas pode ser aplicada à países com suficiente disponibilidade de recursos naturais. Contudo, os futuros planejadores não estão necessariamente comprometidos com o isolacionismo econômico. Meramente indicamos uma opção. Para outros países, onde auto-suficiência é impossível, ou indesejável, podemos reescrever a condição terminal na forma:

(12) É claro que nesse caso devemos fazer certas alterações de forma a garantir o pagamento de dívidas externas assumidas assim como os juros das mesmas. Para tal basta redefinir $Q(t)$ convenientemente.

(13) É claro que do ponto de vista da complementação («completeness») deveríamos escrever essa condição em termos de $q(t)$ usando a relação

$$\hat{s}(T + 1) = (I - R) s(T) + q(T) \text{ e a condição (3.29).}$$

$$s(T + 1) = [I - (R + I \theta) \hat{B}]^{-1} \hat{B} [c(T) + e(T)] \quad (3.34)$$

Usando as expressões (3.16) e (3.19) temos:

$$(I - R) \overset{T}{\wedge} s(1) + \sum_1^T (I - R)^{T-t} q(t) + \sum_1^T (I - R)^{T-t+1}$$

$$M^*[Y(t) + q(t)] \geq s(T + 1) \quad (3.35)$$

Finalmente, usando (3.18) e colocando as variáveis endógenas no lado esquerdo da desigualdade temos a condição terminal na forma apropriada para o modelo de programação linear:

$$\sum_1^T (I - R)^{T-t} \Lambda q(t) \geq s(T + 1) - (I - R) \overset{T}{\wedge} s(1)$$

$$\sum_1^T (I - R)^{T-t+1} M^*Y(t) \quad (3.36)$$

4. REFLEXÕES SOBRE O “TEOREMA DE TURNPIKE”

Agora gostaríamos de verificar se o “Teorema do Turnpike” ou uma extensão do mesmo teorema pode ser mantido para nossa generalização do modelo DOSSO⁽¹⁴⁾. Como mostramos o modelo DOSSO é um caso especial do nosso modelo de acumulação de capital para uma economia aberta. Contudo exportação e consumo são dados exógenos e assim esse modelo de programação linear não pertence a classe de sistemas lineares fechados. Assim, embora nosso modelo seja uma extensão de um outro que produz o “turnpike” é bastante duvidoso que tal trajetória, no sentido exato da palavra, possa ser obtida e uma extensão do conceito deve então ser encontrado. Acreditamos que o “teorema da convergência do Turnpike” não pode ser sustentado para essa “ge-

(14) O conceito «Extended Turnpike» é discutido em TEIXEIRA (1974). MURAKAMI et. al (1970) e TEIXEIRA (1975) apresentam o conceito e produzem resultados computacionais relativos respectivamente à economia japonesa e brasileira.

neralização” do modelo DOSSO sem utilizar hipóteses fortes que convertam a abordagem num exemplo da classe dos sistemas fechados. Contudo, isso exigiria hipóteses demasiado restritivas, que não permitiriam um melhor “insight” sobre o funcionamento da economia. Muito pelo contrário, essa tentativa de fechar o sistema nos afastaria ainda mais da realidade e tornaria a extensão inútil do ponto de vista operacional. Contudo, ainda consideramos interessante especular sobre a possibilidade de encontrarmos algo análogo ao conceito do “turnpike” para uma classe maior de modelos que não tenham características de sistemas lineares fechados. Essa busca de uma extensão do “turnpike” parece ter relevância já que se uma trajetória ótima de acumulação de capital tem a forma “turnpike” podemos estar relativamente seguros que alguma estratégia de crescimento equilibrado será satisfatória numa série de situações. Para verificar essa conjectura teórica devemos resolver numericamente o problema e talvez utilizar uma abordagem heurística. Isto não é feito nesse trabalho, mas a primeira vista parece-nos mais provável a inexistência de uma trajetória, “quase-catenária” ou assintótica. Esta especulação nos parece conclusiva e seguramente é resultado desinteressante do ponto de vista de modelagem convencional. Contudo devemos ser um pouco mais cuidadosos pelos motivos abaixo:

- a) Não temos ainda uma solução numérica que garanta o crescimento desequilibrado;
- b) Não estamos convencidos que modelos que busquem crescimento acelerado do estoque de capital devam ser necessariamente da forma “crescimento balanceado”. A experiência moderna da industrialização de países subdesenvolvidos tem mostrado ser mais freqüente uma abordagem num contexto de desequilíbrio ou mesmo anti-equilíbrio. Na verdade, a maioria dos planos de crescimento econômico operam na base de metas no estilo “crash-programmes”, o que de certa forma reflete ansiedade diferentes daquelas comuns em países já industrializados.

Os dois motivos acima parecem-nos razoáveis no contexto do presente trabalho. Para aqueles que preferem uma formalização “equilibrada” apresentamos abaixo algumas hipóteses que introduzidas no modelo garantem crescimento balanceado. Para tal é necessário eliminar a condição terminal e balanço de paga-

mentos porque essas restrições não são relacionadas com a abordagem DOSSO. Também necessitamos introduzir certas hipóteses relativas ao comportamento da demanda final. Várias são as especificações concebíveis e uma das mais simples requer as seguintes hipóteses:

- 1) ausência de importação de bens de consumo, i. e., $m''(t) = 0$;
- 2) fixação de uma relação entre exportação e produto bruto através de uma função linear na forma $e(t) = Fx(t)$, onde F é uma matriz diagonal de ordem n sendo $0 \leq f_{ij} \leq 1$ para $i = j$; e
- 3) relacionar consumo com produto bruto através da função $c(t) = Hx(t)$ onde H tem as mesmas propriedades de F no item 2.

Estas hipóteses são claramente fortes; primeiro, porque poucos países podem sustentar auto-suficiência em relação a bens de consumo; segundo, porque exportação fica dependente da produção doméstica que é apenas oferta potencial, quando sabemos que a exportação é muito mais relacionada com a "demanda efetiva" dos demais países; finalmente, porque é mais "realista" admitir que o consumo é uma função linear da renda nacional na forma $c(t) = Cy(t) + c$, onde C é uma matriz diagonal cujos coeficientes refletem a proporção marginal a consumir dos diversos tipos de bens e c é um vetor n -dimensional refletindo consumo a nível de subsistência⁽¹⁵⁾

A prova desse teorema não consta desse trabalho, mas em Teixeira (1975) temos essa prova para um modelo ligeiramente diferente. A estratégia das duas provas é semelhante. Não estamos aqui mostrando tal prova por acreditar que as hipóteses acima necessárias para a obtenção do "turnpike" não estão inteira-

(15) Professor MORISHIMA, M., da «London School of Economics» sugeriu-nos uma abordagem alternativa que colocaria nosso modelo bastante próximo do modelo de von Neumann. Para tal deveríamos admitir que $m''(t) = 0$, $e(t) = Fx(t)$ e $c(t) = gzx(t)$, onde g é um vetor coluna n -dimensional refletindo «labour-feeding input coefficients», z um vetor linha n -dimensional dos coeficientes «labour-input». Substituindo essas hipóteses em (3.19) temos $Y'(t) = [gz + F] x(t)$; substituindo esta expressão em (3.30) e usando a definição de $x(t)$ pode ser provado que o modelo obtido gera o «turnpike».

mente relacionadas com o modelo desenvolvido na seção 3. Além disso a prova formal envolve certo detalhamento matemático na base de teorema do ponto fixo e aspectos topológicos que exigiriam maior espaço do que é comum em trabalhos para publicação em revistas técnicas.

Finalmente gostaríamos de acrescentar que é possível obter crescimento “quasi-balanceado” através de simples introdução no modelo de condições de contorno na forma de limites superiores ou inferiores (“bound-conditions”) que efetivamente reduzem variações extremas no processo de acumulação por setor. De qualquer forma é bom deixar claro que o presente trabalho tem mais interesse do ponto de vista teórico e por envolver uma abordagem tecnocrática não deve ser aplicado sem substancial modificação para o planejamento de qualquer economia. O mérito do trabalho consiste essencialmente na especulação de algumas idéias que acreditamos lançar alguma luz sobre o complexo problema de planejamento do crescimento econômico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DORFMAN, R., SAMUELSON, P e SOLOW, R. — «Linear Programming and Economic Analysis», Mc Graw-Hill, 1958.
- ECKKAUS, R. S. e PARIKH, D.S. — Planning for Growth: Multisectoral; Intertemporal Models Applied to India», The MIT Press, 1968.
- HAWKINS, D. e SIMON, H. A., — Note: Some Conditions of Macro-Economic Stability, *Econometrica*, 1949.
- MORISHIMA, M., — Equilibrium, Stability and Growth, Oxford University Press, 1964.
- MURAKAMI, Y., TOKOYAMA e TSKUI, Y., — Efficient Paths of Accumulation and the Turnpike of the Japanese Economy, in «Applications of Input-Output Analysis», eds. Carter, A.P. e Brody, agosto, 1976.
- TAKAYAMA, A. — Mathematical Economics, The Dryden Press, 1974.
- TEIXEIRA, J.R. — Extensions of the DOSSO, Model for an Open Economy, «Paper» apresentado no «European Meeting of the Econometric Society», Grenoble, França, 1974.
- TEIXEIRA, J.R. — «Optimization Problem of Capital Accumulation: An Extended DOSSO Model and its Application to Brasil», PhD Thesis, 1975.