Um Esquema Formal de Análise da Correção Monetária: Uma Contribuição

SEITI KANEKO ENDO(*)

Resumo

O objetivo básico deste artigo é o de estudar algumas conseqüências macroeconômicas da presença da correção monetária, simultaneamente, no mercado de trabalho, nos impostos e na taxa cambial. Utiliza-se, para tanto, um modelo bastante simples, híbrido dos modelos de Gray (1976) e de McCallum – Whitaker (1979), em que o primeiro servirá para a introdução da indexação de salários e, o segundo, para estabelecer regras de indexação para os impostos e para a taxa de câmbio.

Abstract

The main purpose of this article is to study the macroeconomic consequences of simultaneous indexing in the Labor Market, taxes and exchange rate. The model used is based in Gray (1976) to introduce indexing in the Labor Market and in McCallum – Whitaker (1979) to specify monetary connection in taxes and in the exchange rate.

Introdução

Nos capítulos precedentes procurou-se apresentar, preliminarmente, uma perspectiva histórica e um resumo de alguns estudos teóricos sobre as conseqüências da introdução da indexação em modelos macroeconômicos para, em seguida, descrever os aspectos institucionais da correção monetária no Brasil. Uma breve reflexão sobre os estudos teóricos, resumidos no Capítulo 1, permite afirmar que os estudiosos, em geral, analisam as implicações da indexação considerando a presença da correção monetária apenas num único setor, o que é inadequado para estudar o caso brasileiro, já que, conforme foi visto nos Capítulos 2 e 3, a indexação no Brasil abrange um espectro relativamente amplo de setores.

(*) Extraído de *Uma Contribuição ao Estudo da Correção Monetária*, cap. 4, Tese de Doutoramento defendida na FEA/USP em 1983.
Por decisão do Conselho Editorial o texto foi mantido na forma original, não tendo sido efetuada qualquer alteração ou corte no conteúdo.

Em função dessa constatação, o objetivo básico do presente capítulo é o de estudar algumas conseqüências macroeconômicas da presença da correção monetária, simultaneamente, no mercado de trabalho, nos impostos e na taxa cambial. O modelo utilizado é bastante simples e é um híbrido dos modelos de Gray (1976) e de McCallum-Whitaker (1979), em que o primeiro servirá para a introdução da indexação de salários e, o segundo, para estabelecer regras de indexação para os impostos e para a taxa de câmbio[1].

Para a consecução da meta proposta, este Capítulo está organizado nas seguintes seções, além desta Introdução. Na Seção 1, apresenta-se, inicialmente, uma derivação da oferta agregada, devida a Marion (1982) e que está baseada no trabalho de Gray (1976); em seguida, qualificam-se as demais relações do modelo referentes à demanda agregada. Na Seção 2, além de mostrar a técnica de solução utilizada, apresentam-se as formas reduzidas dos modelos sem e com indexação, de modo que os resultados poderão ser analisados comparativamente. Finalmente, destina-se a Seção 3 para a discussão das principais conclusões e das possíveis extensões do modelo.

1. Formulação de um Esquema de Análise da Correção Monetária

1.1. Oferta Agregada

Uma indicação da derivação da oferta agregada já foi dada no Capítulo 1, quando se resumiu o trabalho de Gray (1976). Contudo, como a obtenção da oferta agregada idealizada por Marion (1982), além de ser mais simples, tem uma larga utilização em modelos macroeconômicos que incorporam a hipótese de expectativas racionais no sentido de Muth (1961), convém apresentá-la detalhadamente. O ponto de partida da derivação de Marion é uma função de produção do tipo convencional que depende da mão-de-obra e de um fator de produtividade e que pode ser representado por:

$$Y_t = N_t^{(1-\alpha)} e^{\epsilon_t} \qquad 0 < (1-\alpha) < 1 \tag{1}$$

onde Y_t é o produto, N_t é a mão-de-obra, e é a base dos logaritmos naturais e ϵ_t é um fator de produtividade que, em modelos macroeconométricos pode ser considerado como uma variável estocástica de média zero e variância constante, ou qualquer outro distúrbio originário do setor real que desloca a função de produção.

Representando por letras minúsculas[2], o logaritmo natural da expressão (1), resulta:

$$y_t = (1-\alpha)\, n_t + \epsilon_t \tag{2}$$

A demanda de mão-de-obra é obtida de modo tradicional, ou seja, igualando-se a produtividade marginal da mão-de-obra ao salário real. Assim, diferenciando-se a expressão (1) com relação a N_t, igualando-se o resultado ao salário real e aplicando-se o logaritmo natural, vem:

$$n^d_t = \frac{-1}{\alpha}(w_t - p_t) + \frac{1}{\alpha}\log(1-\alpha) + \frac{1}{\alpha}\epsilon_t \tag{3}$$

onde w_t é o logaritmo do salário nominal e p_t é o logaritmo do nível de preços[3].

Quanto à oferta de trabalho, admite-se que ela depende apenas do salário real, ou seja:

$$n^s_t = \beta(w_t - p_t) \tag{4}$$

A novidade trazida por Gray é a hipótese

(1) Na verdade, então, é uma generalização dos modelos examinados no Capítulo 1, no sentido de se incluir vários setores indexados simultaneamente.

(2) Esta convenção será seguida no restante do capítulo a fim de que as expressões a serem obtidas possam se analisadas com maior facilidade.

(3) Convém observar que, devido à especificação logarítmica do modelo, os coeficientes das equações representam, em geral, elasticidades constantes ao longo da curva.

de que os contratos de trabalho são negociados em termos de salários nominais no período $(t-1)$ antes que os preços correntes sejam conhecidos de modo que a demanda e a oferta esperadas de mão-de-obra sejam iguais. Contudo, como o emprego efetivo no período t é determinado pela demanda, variações inesperadas nos preços relativos e no nível geral de preços podem ter efeitos no produto[4]. Embora essas hipóteses tenham sido relaxadas no estudo de Cukierman[5], no presente trabalho optou-se pelas hipóteses de Gray não só pelo fato de serem mais simples mas, principalmente, porque, se no modelo de Cukierman for admitido que o emprego é dominado pela demanda, os resultados de Gray são válidos.

Com essas observações em mente, pode-se introduzir no mercado de trabalho o seguinte critério de reajuste de salário nominal:

$$w_t - w_{t-1} = \phi(p_t - p_{t-1}) + (1-\phi)(E_{t-1}p_t - p_{t-1}) \quad (5)$$

ou seja, a taxa de reajuste do salário nominal compõe-se de uma parcela ϕ do aumento de preço observado no passado e uma proporção $(1-\phi)$ do aumento de preço esperado. O termo $E_{t-1}p_t$ representa a esperança matemática do preço, condicionado ao conjunto de informações disponíveis no período $(t-1)$.

Examinando-se a expressão (5), é possível interpretá-la como o critério de reajuste salarial que vigorou no Brasil no período de 1975 a 1979. As diferenças básicas são, em primeiro lugar, a inexistência na expressão (5) do fator referente ao aumento de produtividade e, em segundo lugar, a própria concepção de reajuste salarial em que, no modelo de Gray, a indexação de salários é entendida no sentido de que o salário real é preservado durante a vigência do contrato de trabalho, ao passo que, no caso do Brasil, a interpretação é no sentido de recomposição do salário real que foi deteriorado ao longo do período contratual. Pode-se afirmar que é exatamente em função dessa última distinção que a maioria dos economistas considera que não existe indexação salarial no Brasil, já que se houvesse, o salário real seria preservado ao longo de cada período contratual.

Uma forma alternativa da expressão (5) é dada por:

$$w_t = w_{t-1} - p_{t-1} + \phi(p_t - E_{t-1}p_t) + E_{t-1}p_t \quad (6)$$

Assim, para derivar a oferta agregada, iguala-se (3) a (4), considerando $\epsilon_t = 0$, o que resulta em:

$$w_t - p_t = \frac{\log(1-\alpha)}{1+\alpha\beta} \quad (7)$$

Em seguida, supondo que o arranjo contratual do período anterior tenha preservado o salário real, pode-se substituir (7) em (6) para se obter:

$$w_t = E_{t-1}p_t + \frac{\log(1-\alpha)}{1+\alpha\beta} + \phi(p_t - E_{t-1}p_t) \quad (8)$$

Finalmente, substituindo-se (8) em (3) e o resultado obtido em (2), vem:

$$y_t = \frac{(1-\alpha)\beta\log(1-\alpha)}{1+\alpha\beta} + \frac{(1-\alpha)(1-\phi)}{\alpha}(p_t - E_{t-1}p_t) + \frac{\epsilon_t}{\alpha} \quad (9)$$

onde ϕ é o parâmetro de indexação salarial.

Sem perda de generalidade, a oferta agregada (9) pode ser reescrita como:

$$y_t = a_0 + a_1(p_t - E_{t-1}p_t) + a_2 y_{t-1} + u_{1t} \quad (10)$$

onde, é fácil notar que:

$$a_0 = \frac{(1-\alpha)\beta\log(1-\alpha)}{1+\alpha\beta} \quad (11)$$

$$a_1 = \frac{(1-\alpha)(1-\phi)}{\alpha} \quad (12)$$

e

$$u_{1t} = \epsilon_t/\alpha \quad (13)$$

(4) Veja-se MARION (1982).

(5) Veja-se Seção 1.4, do Capítulo 1, do presente estudo.

Desta forma, a expressão (10) é a que foi originalmente proposta por Lucas (1973) e que tem sido utilizada em modelos macroeconômicos que incorporam a hipótese de expectativas racionais.

1.2. Demanda Agregada

A especificação da demanda agregada segue, basicamente, o modelo proposto por McCallum e Whitaker (1979) que nada mais é do que o tradicional modelo do tipo *IS-LM* escrito sob a forma linear nos logaritmos. Assim, o mercado de bens e serviços é representado pela seguinte expressão:

$$y_t = b_0 + b_1 \left[r_t - E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) \right] +$$

$$+ b_2(e_t - p_t) + b_3 g_t + b_4 z_t + u_{2t} \qquad (14)$$

onde r_t é a taxa de juros nominal, e_t é a taxa de câmbio em termos de cruzeiros por moeda estrangeira, g_t são os gastos do governo, z_t são os tributos e u_{2t} é uma variável estocástica de média zero e variância constante(6). Por outro lado, admite-se que os coeficientes tenham os seguintes sinais: $b_1 < 0$, ou seja, a demanda de bens e serviços varia inversamente à taxa real de juros; $b_2 > 0$, já que um aumento nos preços de produtos estrangeiros relativamente aos dos bens domésticos deve aumentar a demanda de bens domésticos(7); $b_3 > 0$ e $b_4 < 0$ já que, conforme observam McCallum e Whitaker, $g_t - z_t$ representa a proporção dos gastos governamentais com relação aos tributos, de modo que um valor positivo para $g_t - z_t$ representa um déficit orçamentário.

A demanda de moeda, por sua vez, é admitida como sendo:

$$m_t = p_t + c_0 + c_1 y_t + c_2 r_t + u_{3t} \qquad (15)$$

onde se supõe que $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ e u_{3t} é uma variável estocástica.

Para completar a especificação do modelo, busca-se, agora, estabelecer os critérios de realimentação das variáveis exógenas da demanda agregada. Assim, no que tange à política tributária, supõe-se que:

$$z_t + p_t = \tau_0 + \tau_1 (y_t + p_t) + \epsilon_{1t} \qquad (16)$$

onde a arrecadação nominal de impostos está em função da renda nominal, $\tau_1 > 0$ e ϵ_{1t} é uma variável estocástica.

A propósito da expressão (16), convém notar que está formulada em termos nominais. Desta forma, a suposição feita é de que os impostos não estão indexados. Quando se introduz a correção monetária nos impostos, a equação (16) precisa ser especificada em termos reais, ou seja:

$$z_t = \tau_0 + \tau_1 y_t + \epsilon_{1t} \qquad (16a)$$

onde $\tau_1 > 0$.

Em face das considerações sobre a indexação ou não de impostos, é evidente que o modelo terá de ser solucionado duas vezes; uma, considerando a equação (16) e a outra com a equação (16a). Isto será feito na Seção 2.

No que tange aos gastos do governo, admite-se que as autoridades têm controle sobre o gasto nominal de tal modo que os gastos reais esperados são fixados num nível desejado. Formalmente, essa idéia pode ser expressa por:

$$g_t + p_t - E_{t-1} p_t = \gamma_0 + \gamma_1 g_{t-1} + \epsilon_{2t} \qquad (17)$$

onde $0 < \gamma_1 < 1$ e ϵ_{2t} é uma variável estocástica.

A oferta monetária, por seu turno, é admitida como sendo:

(6) Como se supõe que todas as variáveis estocásticas têm média zero e variância constante, de ora em diante não serão repetidas essas condições no texto.

(7) Para facilitar as operações algébricas na solução do modelo, admitiu-se a hipótese de que o nível de preços externos é unitário, cujo logaritmo é, evidentemente, igual a zero.

$$m_t = \mu_0 + \mu_1 m_{t-1} + \mu_2 y_{t-1} +$$

$$+ \epsilon_{3t} \qquad (18)$$

e onde se supõe que $0 < \mu_1 < 1$, $\mu_2 < 0$ e ϵ_{2t} é uma variável estocástica.

Finalmente, postula-se que o critério de desvalorização cambial seja:

$$e_t = e_{t-1} + \delta(p_t - p_{t-1}) + \epsilon_{4t} \qquad (19)$$

onde $\delta > 0$ e ϵ_{4t} é uma variável estocástica.

Antes de apresentar a solução do modelo constituído pelas equações (10) e (14), convém deixar registrado que a sua estrutura é bastante simples, já que não incorpora, por exemplo, o balanço de capitais e nem leva em consideração a distinção entre os bens comerciáveis e os não-comerciáveis internacionalmente. Contudo, apesar dessa simplicidade, espera-se poder indicar algumas conseqüências macroeconômicas quando se admite a presença da indexação basicamente em três variáveis, a saber: nos salários, através do parâmetro ϕ nos impostos, já que se supõe que a arrecadação real é função do produto real e na taxa de câmbio, através do parâmetro δ.

2. As Formas Reduzidas dos Modelos com e sem Indexação

2.1. O Método de Solução do Modelo

O modelo apresentado na Seção 1 pode ser solucionado através de dois métodos alternativos. Um deles, conhecido como o método de coeficientes a determinar, parte do fato de que as equações da forma reduzida do modelo estão em função das variáveis pré-determinadas e das variáveis estocásticas e cujos coeficientes precisam ser determinados com base nos coeficientes da forma estrutural. O outro método, nada mais é do que a solução de equações a diferenças finitas. Na presente seção será utilizado o método de coeficientes a determinar para se obter a solução do modelo constituído pelas equações (10), (15) e (16) a (19)[8].

Inicialmente, cabe observar que as variáveis endógenas do modelo são o produto real, y_t; o nível de preços, p_t; a taxa de juros nominal, r_t e a formação de expectativas, dada a hipótese de expectativas racionais. Assim sendo, as formas reduzidas para essas variáveis poderão ser representadas pelas seguintes expressões:

$$y_t = \pi_{10} + \pi_{11} y_{t-1} +$$
$$\pi_{12} m_{t-1} + \pi_{13} g_{t-1} +$$
$$\pi_{14} e_{t-1} + \pi_{15} p_{t-1} + \pi_{16} u_{1t}$$
$$+ \pi_{17} u_{2t} + \pi_{18} u_{3t}$$
$$+ \pi_{19} \epsilon_{1t} + \pi_{110} \epsilon_{2t}$$
$$+ \pi_{111} \epsilon_{3t} + \pi_{112} \epsilon_{4t} \qquad (20)$$

$$p_t = \pi_{20} + \pi_{21} y_{t-1} +$$
$$\pi_{22} m_{t-1} + \pi_{23} g_{t-1} + \pi_{24} e_{t-1}$$
$$+ \pi_{25} p_{t-1} + \pi_{26} u_{1t}$$
$$+ \pi_{27} u_{2t} + \pi_{28} u_{3t} +$$
$$+ \pi_{29} \epsilon_{1t} + \pi_{210} \epsilon_{2t}$$
$$+ \pi_{211} \epsilon_{3t} + \pi_{212\,4t} \qquad (21)$$

$$r_t = \pi_{30} + \pi_{31} y_{t-1}$$
$$+ \pi_{32} m_{t-1} + \pi_{33} g_{t-1}$$
$$+ \pi_{34} e_{t-1} + \pi_{35} p_{t-1}$$
$$+ \pi_{36} u_{1t}$$
$$+ \pi_{37} u_{2t} + \pi_{38} u_{3t}$$
$$+ \pi_{29} \epsilon_{1t} + \pi_{210} \epsilon_{2t} + \pi_{211} \epsilon_{3t}$$
$$+ \pi_{212} \epsilon_{4t} \qquad (22)$$

---

(8) No Apêndice será resolvido o mesmo modelo, substituindo-se a equação (16) por (16a), através do método das equações a diferenças finitas.

$$E_{t-1}p_t = \pi_{20} + \pi_{21}y_{t-1} + \pi_{22}m_{t-1} +$$

$$+ \pi_{23}g_{t-1} + \pi_{24}e_{t-1} + \pi_{25}p_{t-1} \quad (23)$$

$$E_{t-1}p_{t+1} = E_{t-1}(\pi_{20} + \pi_{21}y_t + \pi_{22}m_t$$
$$+ \pi_{23}g_t + \pi_{24}e_t + \pi_{25}p_t)$$
$$= \pi_{20} + \pi_{21}\pi_{10} + \pi_{22}\mu_0 + \pi_{23}\gamma_0 +$$
$$+ \pi_{24}\delta\pi_{20} + \pi_{25}\pi_{20}$$
$$+ (\pi_{21}\pi_{11} + \pi_{22}\mu_2 + \pi_{24}\delta\pi_{21} + \pi_{25}\pi_{21})y_{t-1}$$
$$+ (\pi_{21}\pi_{12} + \pi_{22}\mu_1 + \pi_{24}\delta\pi_{22} + \pi_{25}\pi_{22})m_{t-1}$$
$$+ (\pi_{21}\pi_{13} + \pi_{23}\gamma_1 + \pi_{24}\delta\pi_{23} + \pi_{25}\pi_{23})g_{t-1}$$
$$+ (\pi_{21}\pi_{14} + \pi_{24} + \delta\pi^2_{24} + \pi_{25}\pi_{24})e_{t-1}$$
$$+ (\pi_{21}\pi_{15} + \pi_{24}\delta\pi_{25} - \pi_{24}\delta + \pi^2_{25})p_{t-1} \quad (24)$$

Em seguida, substituindo-se a equação (23) na função oferta agregada (10), vem:

$$y_t = a_0 + a_2y_{t-1} + (a_1\pi_{26} + 1)u_{1t}$$
$$+ a_1\pi_{27}u_{2t} + a_1\pi_{28}u_{3t} + a_1\pi_{29}\epsilon_{1t}$$
$$+ a_1\pi_{210}\epsilon_{2t} + a_1\pi_{211}\epsilon_{3t} + a_1\pi_{212}\epsilon_{4t} \quad (25)$$

Comparando-se os coeficientes das equações (20) e (25), obtém-se as seguintes expressões:

$$\pi_{10} = a_0 \quad (26a)$$
$$\pi_{11} = a_2 \quad (26b)$$
$$\pi_{12} = 0 \quad (26c)$$
$$\pi_{13} = 0 \quad (26d)$$
$$\pi_{14} = 0 \quad (26e)$$
$$\pi_{15} = 0 \quad (26f)$$
$$\pi_{16} = a_1\pi_{26} + 1 \quad (26g)$$
$$\pi_{17} = a_1\pi_{27} \quad (26h)$$
$$\pi_{18} = a_1\pi_{28} \quad (26i)$$
$$\pi_{19} = a_1\pi_{29} \quad (26j)$$
$$\pi_{110} = a_1\pi_{210} \quad (26l)$$
$$\pi_{111} = a_1\pi_{211} \quad (26m)$$
$$\pi_{112} = a_1\pi_{212} \quad (26n)$$

Substituindo-se, agora (16), (17), (19), (23) e (24) em (14) e adotando-se o mesmo procedimento que foi utilizado para y_t, resultam nas seguintes expressões:

$$\pi_{10} = b_0 + b_1\pi_{30} - b_1(\pi_{21}\pi_{10}$$
$$+ \pi_{22}\mu_0 + \pi_{22}\gamma_0 + \pi_{24}\delta\pi_{20} + \pi_{25}\pi_{20})$$
$$+ b_2\delta\pi_{20} - b_2\pi_0$$
$$+ b_3\gamma_0 + b_4\tau_0 - b_4\pi_{20} + b_4\tau_1\pi_{10} +$$
$$+ b_4\tau_1\pi_{20} \quad (27a)$$

$$\pi_{11} = b_1\pi_{31} + b_1\pi_{21} - b_1\pi_{21}\pi_{11}$$
$$- b_1\pi_{22}\mu_2 b_1\pi_{24}\delta\pi_{21} - b_1\pi_{25}\pi_{21}$$
$$+ b_2\delta\pi_{21} - b_2\pi_{21} -$$
$$- b_4\pi_{21} + b_4\tau_1\pi_{11} + b_4\tau_1\pi_{21} \quad (27b)$$

$$\pi_{12} = b_1\pi_{32} + b_1\pi_{22} - b_1\pi_{21}\pi_{12}$$
$$- b_1\pi_{22}\mu_1 - b_1\pi_{24}\delta\pi_{22} - b_1\pi_{25}\pi_{22}$$
$$+ b_2\delta\pi_{22} - b_2\pi_{22} - b_4\pi_{22}$$
$$+ b_4\tau_1\pi_{12} + b_4\tau_1\pi_{22} \quad (27c)$$

$$\pi_{13}=b_1\pi_{33}+b_1\pi_{23}-b_1\pi_{21}\pi_{13}-b_1\pi_{23}\mu_1-$$
$$-b_1\pi_{24}\delta\pi_{23}-b_1\pi_{25}\pi_{23}$$
$$+b_2\delta\pi_{23}-b_2\pi_{23}+b_3\gamma_1$$
$$-b_4\pi_{23}-b_4\tau_1\pi_{13}-b_4\tau_1\pi_{23} \qquad (27d)$$

$$\pi_{14}=b_1\pi_{34}+b_1\pi_{24}-b_1\pi_{21}\pi_{14}$$
$$-b_1\pi_{24}-b_1\delta\pi^2_{24}-b_1\pi_{25}\pi_{24}$$
$$+b_2\delta\pi_{24}-b_2\pi_{24}-$$
$$-b_2\pi_{24}+b_4\tau_1\pi_{14}+b_4\tau_1\pi_{24} \qquad (27e)$$

$$\pi_{15}=b_1\pi_{35}+b_1\pi_{25}-b_1\pi_{21}\pi_{15}$$
$$-b_1\pi_{24}\delta\pi_{25}+b_1\pi_{24}\delta-b_1\pi^2_{25}$$
$$+b_2\delta\pi_{25}-b_2\delta-b_2\pi_{25}-b_4\pi_{25}$$
$$+b_4\tau_1\pi_{15}+b_4\tau_1\pi_{25} \qquad (27f)$$

$$\pi_{16}=b_1\pi_{36}+b_2\delta\pi_{26}-b_2\pi_{26}-b_3\pi_{26}$$
$$-b_4\pi_{26}+b_4\tau_1\pi_{16}+b_4\tau_1\pi_{26} \qquad (27g)$$

$$\pi_{17}=b_1\pi_{37}+b_2\delta\pi_{27}-b_2\pi_{27}-b_3\pi_{27}$$
$$-b_4\pi_{27}+b_4\tau_1\pi_{17}+b_4\tau_1\pi_{27}+1 \qquad (27h)$$

$$\pi_{18}=b_1\pi_{38}+b_2\delta\pi_{28}-b_2\pi_{28}-b_3\pi_{28}$$
$$-b_4\pi_{28}+b_4\tau_1\pi_{18}+b_4\tau_1\pi_{28} \qquad (27i)$$

$$\pi_{19}=b_1\pi_{39}+b_2\delta\pi_{29}-b_2\pi_{29}-$$
$$-b_3\pi_{29}-b_4\pi_{29}+b_4\tau_1\pi_{19}$$
$$+b_4\tau_1\pi_{29}+b_4 \qquad (27j)$$

$$\pi_{110}=b_1\pi_{310}+b_2\delta\pi_{210}-b_2\pi_{210}$$
$$-b_3\pi_{210}+b_3-b_4\pi_{210}$$
$$+b_4\tau_1\pi_{110}+b_4\tau_1\pi_{210} \qquad (27l)$$

$$\pi_{111}=b_1\pi_{311}+b_2\delta\pi_{211}-b_2\pi_{211}-b_3\pi_{211}$$
$$-b_4\pi_{211}+b_4\tau_1\pi_{111}+b_4\tau_1\pi_{211} \qquad (27m)$$

$$\pi_{112}=b_1\pi_{312}+b_2\delta\pi_{212}+b_2-b_2\pi_{212}-$$
$$-b_3\pi_{212}-b_4\pi_{212}+b_4\tau_1\pi_{112}$$
$$+b_4\tau_1\pi_{212} \qquad (27n)$$

Finalmente, para se obter o terceiro conjunto de relações semelhantes às expressões dadas em (26) e (27), são utilizadas as equações (18), (15), (20), (21) e (22); resultando em:

$$\mu_0 = c_0 + \pi_{20} + c_1\pi_{10} + c_2\pi_{30} \qquad (28a)$$
$$\mu_2 = \pi_{21} + c_1\pi_{11} + c_2\pi_{31} \qquad (28b)$$
$$\mu_1 = \pi_{22} + c_1\pi_{12} + c_2\pi_{32} \qquad (28c)$$
$$0 = \pi_{23} + c_1\pi_{13} + c_2\pi_{33} \qquad (28d)$$
$$0 = \pi_{24} + c_1\pi_{14} + c_2\pi_{34} \qquad (28e)$$
$$0 = \pi_{25} + c_1\pi_{15} + c_2\pi_{35} \qquad (28f)$$
$$0 = \pi_{26} + c_1\pi_{16} + c_2\pi_{36} \qquad (28g)$$
$$0 = \pi_{27} + c_1\pi_{17} + c_2\pi_{37} \qquad (28h)$$
$$0 = \pi_{28} + c_1\pi_{18} + c_2\pi_{38} + 1 \qquad (28i)$$
$$0 = \pi_{29} + c_1\pi_{19} + c_2\pi_{39} \qquad (28j)$$
$$0 = \pi_{210} + c_1\pi_{110} + c_2\pi_{310} \qquad (28l)$$
$$0 = \pi_{211} + c_1\pi_{111} + c_2\pi_{311} \qquad (28m)$$
$$0 = \pi_{212} + c_1\pi_{112} + c_2\pi_{312} \qquad (28n)$$

Com base nos conjuntos de equações apresentados em (26), (27) e (28), resta determinar os π's como funções dos parâmetros estruturais. Para fazer isso, é necessário resolver treze sistemas de equações, cada qual constituído de três equações, uma de cada conjunto de equações (26), (27) e (28). A título de ilustração, mostrar-se-á o procedimento adotado para se obter as soluções para π_{16}, π_{26} e π_{36}.

De início, convém reproduzir as equações que formam um sistema para a obtenção das soluções para π_{16}, π_{26} e π_{36}. Examinando-se os conjuntos de equações (26), (27) e (28), observa-se que são:

$$\pi_{16} = a_1 \pi_{26} + 1 \qquad (26g)$$

$$\pi_{16} = b_1\pi_{36} + b_2\delta\pi_{26} - b_2\pi_{26} - b_3\pi_{26} + b_4\tau_1\pi_{16} \qquad (27g)$$

$$0 = \pi_{26} + c_1\pi_{16} + c_2\pi_{36} \qquad (28g)$$

De (26g), resulta:

$$\pi_{26} = \frac{\pi_{16} - 1}{a_1} \qquad (29)$$

Isolando π_{36} em (28g) e substituindo (29), vem:

$$\pi_{36} = \frac{\pi_{16} - 1}{a_1 a_2} - \frac{c_1}{c_2}\pi_{16} \qquad (30)$$

Em seguida, substituindo-se (29) e (30) em (27g) e fatorando, resulta:

$$\pi_{16} = \frac{b_1 + c_2[b_2(1-\delta) + b_3 + b_4(1-\tau_1)]}{a_1 b_1 c_1 + a_1 c_2(1-b_4\tau_1) + b_1 + [c_2 b_2(1-\delta) + b_3 + b_4(1-\tau_1)]} \qquad (31)$$

Representando o denominador de (31) por D, ou seja:

$$D = a_1 b_1 c_1 + a_1 c_2(1-b_4\tau_1) + b_1 + c_2[b_2(1-\delta) + b_3 + b_4(1-\tau_1)] \qquad (32)$$

as soluções para τ_{26} e τ_{36} são, respectivamente:

$$_{36} = \frac{-b_1 c_1 - c_2(1-b_4\tau_1)}{D} \qquad (33)$$

$$\pi_{36} = \frac{(1-b_4\tau_1) - c_1[b_2(1-\delta) + b_3 + b_4(1-\tau_1)]}{D} \qquad (34)$$

Vale a pena observar que as soluções apresentadas nas expressões (31), (33) e (34) estão em função dos parâmetros estruturais e é evidente que o procedimento acima descrito pode ser utilizado para se obter as soluções para os demais doze sistemas de equações, de modo que é desnecessário reproduzi-lo para cada um dos sistemas.

As formas reduzidas para y_t, p_t e r_t estão apresentadas na tabela 1, sob a hipótese de completa ausência de indexação. Assim, o parâmetro de indexação salarial, ϕ, é igual a zero; os impostos nominais estão em função do produto nominal e o parâmetro de indexação cambial, δ, é igual a zero.

Antes de passar para a análise dos resultados, convém apresentar as formas reduzidas do modelo com indexação. Estas foram obtidas mediante a solução das equações (10), (15) e (16a) a (19) para n períodos para a frente[9]. Os resultados, apresentados na tabela 2, no entanto, envolvem apenas um período para a frente, de modo a que possam ser comparados com os da tabela 1.

Apresentados os resultados, é importante fazer duas observações quanto à natureza das soluções obtidas. A primeira, refere-se ao fato de que as formas reduzidas, conforme mostradas nas tabelas 1 e 2, foram encontradas através da utilização da relação (12) em que $a_1 = (1-\alpha)(1-\phi)/\alpha$. A segunda é que, em face da presença da hipótese de expectativas racionais, o modelo poderia gerar múltiplas soluções de equilíbrio. Para evitar esse problema foi imposta a seguinte condição terminal[10]:

(9) Veja-se o Apêndice a este capítulo.

(10) Veja-se o Apêndice a este capítulo.

$$\lim_{n \to \infty} -\left(\frac{b_1 c_2}{A}\right)^n E_{t-1} p_{t+n} \to 0$$

onde $A = b_1 - b_1 c_2 -$

$-b_3 c_2 + c_2 [b_2(1-\delta) + b_3]$

Tendo em mente as observações acima, passa-se, então, para a análise dos resultados.

2.2. Análise dos Resultados

Para analisar os resultados, é útil lembrar, preliminarmente, que os sinais esperados dos coeficientes na Seção 1, são: $a_1 > 0$; $b_1 > 0$; $b_3 > 0$; $b_4 < 0$; $c_1 > 0$; $c_2 < 0$; $\tau_1 > 0$ e ϕ e δ são os parâmetros de indexação, respectivamente, de salários e da taxa cambial.

Denotando por D^S, o denominador da forma reduzida do modelo sem indexação ou seja:

$$D^S = \alpha \{ b_1 + c_2 [b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)] \} +$$

$$+(1-\alpha) \; [b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)] \qquad (35)$$

verifica-se que o seu sinal é negativo sem ambigüidade, se $\tau_1 > 1$.

Analogamente, chamado de D^C, o denominador da forma reduzida do modelo com correção monetária, isto é

$$D^C = \alpha \{ b_1 + c_2 [b_2(1-\delta) + b_3] \} +$$

$$+(1-\alpha)(1-\phi) \; [b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)] \qquad (36)$$

nota-se que o seu sinal é inequivocamente negativo.

Para determinar qual dos denominadores é maior ou menor em valor absoluto, parte-se da hipótese implícita de que $\tau_1 = 1$ na passagem da equação (16) para a equação (16a)(11). Face a essa condição, é fácil verificar que $|D^S| > |D^C|$ e que essa desigualdade será tanto maior quanto maior for o grau de indexação adotado. Em outras palavras, na medida em que os parâmetros de indexação tenderem para a unidade maior será essa desigualdade. Este resultado é bastante significativo porque mostra que qualquer distúrbio não-esperado pode ter um impacto bem maior em determinadas variáveis endógenas de uma economia indexada. Com o intuito de detalhar essa afirmação, examinam-se três casos particulares dos resultados apresentados nas tabelas 1 e 2 e que, em geral, são analisados na literatura.

Como um primeiro caso, procura-se verificar as implicações dos modelos com e sem indexação sob a hipótese de que o único elemento estocástico diferente de zero é aquele referente à oferta de moeda, isto é, $\epsilon_{3t} \neq 0$ Diante dessa condição, as formas reduzidas para o produto, para o nível de preços e para a taxa nominal de juros passam a ser aquelas apresentadas na tabela 3, omitindo-se, evidentemente, as variáveis pré-determinadas.

Visando uma análise mais compreensível dos efeitos da presença da indexação sobre as variáveis endógenas do modelo, além de admitir que $\tau_1 = 1$, supõe-se que a correção monetária dos salários e da taxa cambial seja plena, o que equivale a dizer que os parâmetros de indexação são, respectivamente, $\phi = 1$ e $\delta = 1$ nas expressões correspondentes ao modelo indexado. Nestas condições, é fácil verificar que os denominadores mostrados em (35) e (36), podem ser escritos como:

$$D^S = \alpha \{ b_1 + c_2 [b_2 + b_3] \} +$$

$$(1-\alpha) \; [b_1 c_1 + c_2(1 - b_4)] \qquad (35a)$$

$$D^C = \alpha (b_1 + c_2 b_3) \qquad (36a)$$

---

(11) Note-se que a passagem da especificação $z_t + p_t = \tau_0 + \tau_1 (y_t + p_t) + \epsilon_{1t}$ para $z_t = \tau_0 + \tau_1 y_t + \epsilon_{1t}$ é valida sob a hipótese de que $\tau_1 = 1$.

TABELA 1

FORMAS REDUZIDAS DO MODELO SEM INDEXAÇÃO

$$y_t = a_0 + a_2 y_{t-1} + \frac{\alpha\{b_1 + c_2[b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)]\}u_{1t} + (1-\alpha)[c_2 u_{2t} - b_1 u_{3t} + b_4 c_2 \epsilon_{1t} + b_3 c_2 \epsilon_{2t} + b_1 \epsilon_{3t} + b_2 c_2 \epsilon_{4t}]}{\alpha\{b_1 + c_2[b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)]\} + (1-\alpha)[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]}$$

$$p_t = \pi'_2 x_{t-1} \quad \frac{\alpha\{[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]u_{1t} \quad c_2 u_{2t} + b_1 u_{3t} \quad b_4 c_2 \epsilon_{1t} \quad b_3 c_2 \epsilon_{2t} \quad b_1 \epsilon_{3t} \quad b_2 c_2 \epsilon_{4t}\}}{\alpha\{b_1 + c_2[b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)]\} + (1-\alpha)[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]}$$

$$r_t = \pi'_3 x_{t-1} + \frac{\alpha\{(1 - b_4 \tau_1) - c_1[b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)]\}u_{1t} - [\alpha + (1-\alpha)c_2]u_{2t} - \{(1-\alpha)(1 - b_4 \tau_1) + \alpha[b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)]\}u_{3t}}{\alpha\{b_1 + c_2[b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)]\} + (1-\alpha)[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]}$$

$$\frac{[\alpha + (1-\alpha)c_1]b_4 \epsilon_{1t} + [\alpha + (1-\alpha)c_1]b_3 \epsilon_{2t} - \{(1-\alpha)(1 - b_4 \tau_1) + \alpha[b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)]\}\epsilon_{3t} + [\alpha + (1-\alpha)c_1]b_2 \epsilon_{4t}}{\alpha\{b_1 + c_2[b_2 + b_3 + b_4(1-\tau_1)]\} + (1-\alpha)[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]}$$

onde $\pi_2 = [\pi_{20} \; \pi_{21} \; \pi_{22} \; \pi_{23} \; \pi_{24} \; \pi_{25}]$, $\pi_3 = [\pi_{30} \; \pi_{31} \; \pi_{32} \; \pi_{33} \; \pi_{34} \; \pi_{35}]$ e

$x_{t-1} = [1 \; y_{t-1} \; m_{t-1} \; g_{t-1} \; e_{t-1} \; p_{t-1}]$ são, respectivamente, os vetores-coluna de coeficientes das variáveis pré-determinadas e x_{t-1} é um vetor-linha com as variáveis pré-determinadas.

TABELA 2

FORMAS REDUZIDAS DO MODELO COM INDEXAÇÃO

$$y_t = a_0 + a_2 y_{t-1} + \frac{\alpha\{b_1 + c_2[b_2(1-\delta) + b_3]\}u_{1t} + (1-\alpha)(1-\phi)(c_2 u_{2t} - b_1 u_{3t} + b_4 c_2 \epsilon_{1t} + b_3 c_2 \epsilon_{2t} + b_1 \epsilon_{3t} + b_2 c_2 \epsilon_{4t})}{\alpha\{b_1 + c_2[b_2(1-\delta) + b_3]\} + (1-\alpha)(1-\phi)[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]}$$

$$p_t = \pi'_2 x_{t-1} \quad \frac{\alpha\{[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]u_{1t} - c_2 u_{2t} + b_1 u_{3t} - b_4 c_2 \epsilon_{1t} - b_3 c_2 \epsilon_{2t} - b_1 \epsilon_{3t} - b_2 c_2 \epsilon_{4t}\}}{\alpha\, b_1 + c_2[b_2(1-\delta) + b_3]) + (1-\alpha)(1-\phi)[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]}$$

$$r_t = \pi'_3 x_{t-1} + \frac{\alpha\{(1 - b_4 \tau_1) - c_1[b_2(1-\delta) + b_3]\}u_{1t} - [\alpha + (1-\alpha)(1-\phi)c_1]u_{2t} - \{(1-\alpha)(1-\phi)(1 - b_4 \tau_1) + \alpha[b_2(1-\delta) + b_3]\}u_{3t}}{\alpha\{b_1 + c_2[b_2(1-\delta) + b_3]\} + (1-\alpha)(1-\phi)[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]}$$

$$\frac{[\alpha + (1-\alpha)(1-\phi)c_1]b_4 \epsilon_{1t} + [\alpha + (1-\alpha)(1-\phi)c_1]b_3 \epsilon_{2t} - \{(1-\alpha)(1-\phi)(1 - b_4 \tau_1) + \alpha[b_2(1-\delta) + b_3]\}\epsilon_{3t} + [\alpha + (1-\alpha)(1-\phi)c_1]b_2 \epsilon_{4t}}{\alpha\{b_1 + c_2[b_2(1-\delta) + b_3]\} + (1-\alpha)(1-\phi)[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4 \tau_1)]}$$

onde $\pi_2 = [\pi_{20} \; \pi_{21} \; \pi_{22} \; 23 \; \pi_{24} \; \pi_{25}]$, $\pi_3 = [\pi_{30} \; \pi_{31} \; \pi_{32} \; \pi_{33} \; \pi_{34} \; \pi_{35}]$ e

$x_{t-1} = [1 \; y_{t-1} \; m_{t-1} \; g_{t-1} \; e_{t-1} \; p_{t-1}]$ são, respectivamente, os vetores-coluna de coeficientes das variáveis pré-determinadas e x_{t-1} é um vetor-linha com as variáveis pré-determinadas.

---

e as implicações sobre o produto, o nível de preços e a taxa de juros nominal ficam mais simples de serem visualizadas.

O exame da tabela 3 mostra que no modelo com indexação, o setor real fica totalmente isolado de distúrbios monetários, ao passo que no modelo sem indexação $y_t \gtrless 0$, dependendo da expansão ou da contração não-esperada da oferta monetária. Contudo, com relação ao nível de preços, o modelo com indexação é muito mais sensível do que o modelo não-indexado, já que os numeradores são idênticos e, certamente, $|D^S| > |D^C|$. Esse resultados é bastante significativo, uma vez que parece dar um suporte à alegação dos oponentes da

TABELA 3

FORMAS REDUZIDAS SOB A HIPÓTESE $\epsilon_{3t} \neq 0$

Variável	Sem Indexação	Com Indexação
y_t	$\frac{(1-\delta)b_1 \epsilon_{3t}}{D^s}$	$\frac{(1-\alpha)(1-\phi)b_1 \epsilon_{3t}}{D^c}$
p_t	$\frac{\alpha b_1 \epsilon_{3t}}{D^s}$	$\frac{\alpha b_1 \epsilon_{3t}}{D^c}$
r_t	$\frac{\{(1-\alpha)(1-b_4 \tau_1)+\alpha [b_2+b_3+b_4(1-\tau_1)]\} \epsilon_{3t}}{D^s}$	$\frac{\{(1-\alpha)(1-\phi)(1-b_4 \tau_1)+\alpha [b_2(1-\delta)+b_3]\}\epsilon_{3t}}{D^c}$

adoção da correção monetária tendo em vista que ela é realimentadora da inflação. No que tange à taxa de juros nominal, embora seja possível determinar a direção do efeito de um distúrbio monetário em ambos os modelos, não é muito claro em qual dos dois o impacto é maior.

Um segundo caso, cujos resultados são interessantes de serem examinados mais de perto, é quando se admite que a única variável estocástica diferente de zero é u_{1t}, ou seja, supondo-se que o único distúrbio presente no modelo são os distúrbios originários do setor real. As expressões pertinentes ao caso estão apresentadas na tabela 4.

Adotando-se as mesmas hipóteses da análise anterior, observa-se que, diante da presença de distúrbios reais, o setor real não é mais invulnerável, seja no modelo com indexação, seja no modelo sem indexação. E, neste caso, o impactos serão tanto maiores quanto maior for o grau de indexação e na mesma direção do distúrbio real. Em outras palavras, se o distúrbio real for perverso, a sua propagação no produto será maior no modelo indexado do que no não-indexado. Mais ainda, é fácil constatar que tanto o nível de preços como a taxa nominal de juros são mais sensíveis no modelo em que se admite a existência de correção monetária, conforme as expressões referentes a essas duas variáveis mostradas na tabela 4.

No último caso a ser analisado, supõe-se que a única variável estocástica diferente de zero é aquela referente à regra de indexação cambial. As expressões referentes a este caso, derivadas das tabelas 1 e 2, estão apresentadas na tabela 5.

Com base nas mesmas hipóteses da análise do primeiro caso, verifica-se que o produto é invulnerável às variações cambiais não-esperadas quando se considera o modelo indexado. Contudo, os impactos sobre o nível de preços e sobre a taxa de juros nominal são maiores no modelo indexado do que no não-indexado, conforme pode ser visto nas expressões correspondentes a essas variáveis.

TABELA 4

FORMAS REDUZIDAS SOB A HIPÓTESE $u_{1t} \neq 0$

Variável	Sem Indexação	Com Indexação
y_t	$\frac{\alpha \{b_1+c_2[b_2+b_3+b_4(1-\tau_1)]\}u_{1t}}{D^S}$	$\frac{\alpha\{b_1+c_2[b_2(1-\delta)+b_3]\}u_{1t}}{D^C}$
p_t	$\frac{\alpha\ [b_1c_1+c_2(1-b_4\ \tau_1)]u_{1t}}{D^S}$	$\frac{\alpha\ [b_1c_1+c_2(1-b_4\ \tau_1)]u_{1t}}{D^C}$
r_t	$\frac{\alpha\{(1-b_4\ \tau_1)-c_1[b_2+b_3+b_4(1-\tau_1)]\}\ u_{1t}}{D^S}$	$\frac{\alpha\{(1-b_4\ \tau_1)-c_1[b_2(1-\delta)+b_3]\}\ u_{1t}}{D^C}$

TABELA 5

FORMAS REDUZIDAS SOB A HIPÓTESE $\epsilon_{4t} \neq 0$

Variável	Sem Indexação	Com Indexação
y_t	$\frac{(1-\alpha)b_2c_2\ \epsilon_{4t}}{D^S}$	$\frac{(1-\alpha)(1-\phi)b_2c_2\ \epsilon_{4t}}{D^C}$
p_t	$\frac{\alpha b_2c_2\ \epsilon_{4t}}{D^S}$	$-\frac{\alpha b_2c_2\ \epsilon_{4t}}{D^C}$
r_t	$\frac{[\alpha+(1-\alpha)c_1]b_2\ \epsilon_{4t}}{D^S}$	$-\frac{[\alpha+(1-\alpha)(1-\phi)c_1]b_2\ \epsilon_{4t}}{D^C}$

A análise dos três casos acima, bem como o exame das expressões apresentadas nas tabelas 1 e 2, permitem afirmar que, diante da suposição de indexação plena de salários, da taxa cambial e de impostos, o setor real fica totalmente protegido de distúrbios oriundos de componentes da demanda agregada. Contudo, se os distúrbios forem provenientes do setor real, as repercussões serão magnificadas tanto sobre o próprio setor real como sobre o nível de preços e a taxa de juros nominal.

3. Algumas Considerações e Possível Extensão do Modelo

O principal propósito do presente capítulo foi o de mostrar as conseqüências mais relevantes sobre o produto, o nível de preços e a taxa de juros nominal, face à presença da correção monetária, simultaneamente, no mercado de trabalho, nos impostos e na taxa cambial. Esse objetivo parece ter sido atingido, já que, em função dos resultados e das respectivas análises apresentados na seção precedente, emergem algumas conclusões bastante significativas.

Em primeiro lugar, embora a conclusão de que, havendo indexação plena, a oferta agregada independe de distúrbios originários de componentes da demanda agregada e é exacerbada, caso os distúrbios forem do próprio setor real, seja devida originalmente a Gray[12] vale a pena observar que os impactos derivados na subseção 2.2 são relativamente maiores do que os referidos por Gray. Isto decorre essencialmente em virtude da presença simultânea da indexação nos salários, nos impostos e na taxa cambial, já que, neste caso, a tendência é de redução da magnitude do denominador, conforme pode ser verificado através da expressão (36).

Uma segunda conclusão é a de que, ao menos no contexto do modelo utilizado, a correção monetária é realimentadora de inflação, sejam quais forem as origens dos distúrbios e, em razão da primeira conclusão, essa realimentação será tanto maior quanto maior for o grau e a extensão da indexação.

A terceira conclusão está ligada à observação de Friedman[13] de que a adoção da correção monetária reduziria a receita do governo, proveniente do imposto inflacionário, que é cobrado sem uma legislação específica. Nesse sentido, os parâmetros $(1 \quad \phi)$ e $(1 \quad \delta)$ podem ser interpretados como alíquotas do imposto inflacionário e é evidente que, na medida em que a indexação for parcial, essas alíquotas do imposto serão positivas.

No que tange à possível extensão do modelo parece claro que um ponto merece ser considerado explicitamente, qual seja, o balanço de capitais, de modo a que seja possível examinar as implicações da correção monetária quando o balanço de pagamentos se constitui numa quarta variável endógena do modelo. Apesar dessa omissão, contudo, os resultados obtidos mostram que, num país, como é o caso do Brasil, onde o artifício da indexação é largamente utilizado nos mais variados setores da economia, é essencial que o sistema de indexação possua uma acentuada coerência em vários aspectos, a começar dos setores indexados e os respectivos índices de preços utilizados como bases de indexação. A ausência dessa coerência pode conduzir à ampliação das repercussões sobre o produto, o nível de preços e a taxa de juros, quer os distúrbios não-esperados sejam reais ou monetários, quer por mudanças deliberadas nos parâmetros de indexação.

Referências Bibliográficas

CUKIERMAN, Alex. The Effects of Wage Indexation on Macroeconomic Fluctuations: a Generalization. *Journal of Monetary Economics* (6), 1980.

ENDO, Seiti Kaneko. *Uma Contribuição ao Estudo da Correção Monetária*. Tese de Doutorado. São Paulo, FEA-USP, 1983.

FRIEDMAN, Milton. Monetary Correction. *In:* GIERSCH, Herbert (ed.). *Essays on Inflation and Indexation*. American Enterprise Institute for Public Policy Research. Washington, D.C., October 1974.

GRAY, Jo Anna. Wage Indexation: a Macroeconomic Approach. *Journal of Monetary Economics* (2), 1976.

LUCAS, Robert E. Jr. Some International Evidence on Output Inflation Trade-Offs. *American Economic Review, 63*, June 1973.

McCALLUM, B.T. & WHITAKER, J.K. The Effectiveness of Fiscal Feedback Rules and Automatic Stabilizers Un-

(12) Veja-se GRAY (1976).

(13) Veja-se FRIEDMAN (1974).

der Rational Expectations. *Journal of Monetary Economics* (5), April 1979.

MARION, Nancy Peregrim. The Exchange Rate Effects of Real Disturbances With Rational Expectations and Variable Terms of Trade. *Canadian Journal of Economics, XV*(1), February 1982.

MUTH, John. Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica, 29,* July 1961.

Apêndice
Uma Solução Alternativa do Modelo

A solução do modelo apresentada no texto refere-se a apenas um período para frente, de modo que não foi mostrada a condição terminal que precisa ser imposta para que um modelo com expectativas racionais não apresente múltiplas soluções. Por outro lado, não foram apresentados no texto os coeficientes das variáveis pré-determinadas das formas reduzidas para o nível de preços e para a taxa de juros. Desta forma, pretende-se complementar esses dois pontos, ao mesmo tempo em que se mostra um método alternativo de solucionar modelos que incorporam a hipótese de expectativas racionais.

Para facilitar a solução, reproduzem-se abaixo as equações básicas do modelo:

$$y_t = a_0 + a_1(p_t - E_{t-1}p_t) + a_2 y_{t-1} + u_{1t} \qquad \text{(A.1)}$$

$$y_t = b_0 + b_1[r_t - E_{t-1}(p_{t+1}p_t)] + b_2(e_t - p_t) + b_3 g_t + b_4 z_t + u_{2t} \qquad \text{(A.2)}$$

$$m_t = p_t + c_0 + c_1 y_t + c_2 r_t + u_{3t} \qquad \text{(A.3)}$$

$$z_t = \tau_0 + \tau_1 y_t + \epsilon_{1t} \qquad \text{(A.4)}$$

$$g_t + p_t - E_{t-1}p_t = \gamma_0 + \gamma_1 g_{t-1} + \epsilon_{2t} \qquad \text{(A.5)}$$

$$m_t = \mu_0 + \mu_1 m_{t-1} + \mu_2 y_{t-1} + \epsilon_{3t} \qquad \text{(A.6)}$$

$$e_t = e_{t-1} + \delta(p_t - p_t) + \epsilon_{4t} \qquad \text{(A.7)}$$

De (A.2), (A.4), (A.5) e (A.7), vem:

$$y_t = b_0 + b_1 r_t - b_1 E_{t-1}p_{t+1} + b_1 E_{t-1}p_t + b_2 e_{t-1} + b_2\delta p_t - b_2\delta p_{t-1} + b_2\epsilon_{4t} - b_2 p_t + b_3\gamma_0 + b_3\gamma_1 g_{t-1} + b_3\epsilon_{2t} - b_3 p_t + b_3 E_{t-1}p_t + b_4\tau_0 + b_4\tau_1 y_t + u_{2t} \qquad \text{(A.8)}$$

De (A.3) e (A.6), vem:

$$r_t = \frac{\mu_0}{c_2} + \frac{\mu_1}{c_2} m_{t-1} + \frac{\mu_2}{c_2} y_{t-1} + \frac{\epsilon_{3t}}{c_2} - \frac{p_t}{c_2} - \frac{c_0}{c_2} - \frac{c_0}{c_2} - \frac{c_1}{c_2} y_t - \frac{\mu_{3t}}{c_2} \qquad \text{(A.9)}$$

Em seguida, substituindo (A.9) em (A.8), transpondo os termos em y_t para o primeiro membro e fatorando, resulta a demanda agregada:

$$[b_1 c_1 + c_2(1 - b_4\tau_1)]\, y_t =$$
$$= b_0 c_2 + b_1\mu_0 - b_1 c_0 + b_3 c_2\gamma_0 + b_4 c_2\tau_0 + b_1\mu_1 y_{t-1} + b_1\mu_1 m_{t-1} + b_3 c_2\gamma_1 g_{t-1} + b_2 c_2\epsilon_{t-1} - b_2 c_2\delta p_{t-1} + c_2 u_{2t} - b_1 u_{3t} + b_4 c_2\epsilon_{1t} + b_3 c_2\epsilon_{2t} + b_1\epsilon_{3t} + b_2 c_2\epsilon_{4t} - b_1 p_t + b_2 c_2\delta p_t - b_2 c_2 p_t - b_3 c_2 p_t + b_1 c_2 E_{t-1}p_t + b_3 c_2 E_{t-1}p_t - b_1 c_2 \epsilon_{t-1}p_{t+1}$$

Substituindo (A.1) em (A.10) e isolando p_t no primeiro membro, vem:

$$\begin{aligned}
&\{a_1b_1c_1+a_1c_2(1-b_4\ \tau_1)+b_1+c_2 \\
&[b_2(1-\delta)+b_3]\}\quad p_t \;=\; [b_0c_2+b_1\ \mu_0-b_1c_0+ \\
&+b_3c_2\ \gamma_0+b_4c_2\tau_0-a_0b_1c_1-a_0c_2(1-b_4\ \tau_1)+ \\
&+\ [b_1\mu_2-a_2b_1c_1-a_2c_2 \\
&(1-b_4\ \tau_1)]\ y_{t-1}+b_1\ \mu_1m_{t-1}+ \\
&+b_3c_2\ \gamma_1g_{t-1}+b_2c_2e_{t-1}-b_2c_2\ \delta p_{t-1}- \\
&-\ [b_1c_1+c_2(1-b_4\ \tau_1)]u_{1t}+c_2u_{2t}-b_1u_{3t}+ \\
&+b_4c_2\ \epsilon_{1t}+b_3c_2\ \epsilon_{2t}+b_1\ \epsilon_{3t}+ \\
&+b_2c_2\ \epsilon_{4t}+\ [b_1c_2+b_3c_2+a_1b_1c_1+ \\
&+a_1c_2(1-b_4\ \tau_1)]\ E_{t-1}p_t- \\
&-b_1c_2E_{t-1}p_{t+1} \qquad\qquad (A.11)
\end{aligned}$$

Anotando por D, o coeficiente de p_t e por C, a constante da expressão (A,11), ou seja:

$$\begin{aligned}
D &= a_1b_1c_1+a_1c_2(1-b_4\ \tau_1)+ \\
&+b_1+c_2\quad [b_2(1-\delta)+b_3]
\end{aligned}$$

e

$$C = b_0c_2+b_1\ \mu_0-b_1c_0+b_3c_2\ \gamma_0$$

$+b_4c_2\tau_0-a_0b_1c_1-a_0c_2(1-b_4\ \tau_1)$ a expressão (A.11) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
&p_t = D^{-1}\{C+\ [b_1\ \mu_2-a_2b_1c_1 \\
&-a_2c_2(1-b_4\ \tau_1)] \\
&y_{t-1}+b_1\ \mu_1m_{t-1}+b_3c_2\ \gamma_1g_{t-1}+b_2c_2e_{t-1}- \\
&-b_2c_2\ \delta p_{t-1}-\ [b_1c_1+ \\
&+c_2(1-b_4\ \tau_1)]\ u_{1t}+c_2u_{2t}- \\
&-b_1u_{3t}+b_4c_2\epsilon_{1t}+b_3c_2\epsilon_{2t}+ \\
&+b_1\ \epsilon_{3t}+b_2c_2\ \epsilon_{4t}+ \\
&+\ [b_3c_2+b_1c_2+a_1b_1c_1+ \\
&+a_1c_2(1-b_4\ \tau_1)]\ E_{t-1}p_t- \\
&-b_1c_2E_{t-1}p_{t+1} \qquad\qquad (A.12)
\end{aligned}$$

Aplicando-se o operador esperança matemática na expressão (A.12) para n períodos para frente e fazendo-se substituições sucessivas, a solução geral para a formação de expectativas será:

$$\begin{aligned}
E_{t-1}p_t = &\sum_{j=0}^{n}\left(-\frac{b_1c_2}{A}\right)^j\left[\frac{C}{A}\right. + \\
&+\frac{b_1\mu_2-a_2b_1c_1-a_2c_2(1-b_4\tau_1)}{A}\ y_{t+j-1}+ \\
&+\frac{b_1\ \mu_1}{A}\ m_{t+j-1}+\frac{b_2c_2\ \gamma_1}{A} \\
&\left.g_{t+j-1}+\frac{b_2c_2}{A}\ e_{t+j-1}-\frac{b_2c_2\delta}{A}\ p_{t+j-1}\right]+ \\
&\left(-\frac{b_1c_2}{A}\right)^{n+1}E_{t-1}p_{t+n+1} \qquad (A.13)
\end{aligned}$$

onde:

$$A = b_1-b_1c_2-b_3c_2+c_2[b_2\ (1-\delta)+b_3] \qquad (A.14)$$

Para evitar múltiplas soluções de equilíbrio de expectativas racionais, admite-se a seguinte condição terminal:

$$\lim_{n\to\infty}\ -\left(\frac{b_1c_2}{A}\right)^nE_{t-1}p_{t+n}\to 0$$

onde A é a expressão (A.14).

Note-se que substituindo $p_t - E_{t-1}p_t$, para um período para frente, na expressão (A.1), obtém-se a forma reduzida para o produto, ou seja:

$$y_t = a_0 + a_2 y_{t-1}$$

$$+ \frac{b_1 c_2 [b_2(1-\delta)+b_3]}{D} u_{1t} +$$

$$+ \frac{a_1 c_2}{D} u_{2t} - \frac{a_1 b_1}{D} u_{3t} +$$

$$+ \frac{a_1 b_4 c_2}{D} \epsilon_{1t} + \frac{a_1 b_3 c_2}{D} \epsilon_{2t} +$$

$$+ \frac{a_1 b_1}{D} \epsilon_{3t} + \frac{a_1 b_2 c_2}{D} \epsilon_{4t} \qquad \text{(A.15)}$$

Analogamente, substituindo (A.12) e E_{t-1} p_t e E_{t-1} p_{t+1} em (A.9) fatorando os termos semelhantes, resulta a forma reduzida para r_t, ou seja:

$$r_t = \frac{1}{c_2} \left(\mu_0 - c_0 - a_0 c_1 \quad \frac{C}{D} \right) +$$

$$+ \frac{1}{c_2} [\mu_2 - a_2 c_1$$

$$\frac{b_1 \mu_2 - a_2 b_1 c_1 - a_2 c_2 (1 - b_4 \tau_1)}{D}] y_{t-1} +$$

$$+ \frac{1}{c_2} \left(\mu_1 \quad \frac{b_1 \mu_1}{D} \right) m_{t-1}$$

$$\frac{b_3 \gamma_1}{D} g_{t-1} \quad \frac{b_2}{D} e_{t-1} + \frac{b_2 \delta}{D}$$

$$p_{t-1} + \frac{\{(1-b_4 \tau_1) - c_1 [b_2(1-\delta)+b_3]\}}{D} u_{1t}$$

$$- \frac{(1+a_1 c_1)}{D} u_{2t}$$

$$- \frac{a_1(1-b_4 \tau_1) + b_2(1-\delta)+b_3}{D} u_{3t} -$$

$$- \frac{(1+a_1 c_1) b_4}{D} \epsilon_{1t} \quad \frac{(1+a_1 c_1) b_3}{D} \epsilon_{2t} +$$

$$+ \frac{\{a_1(1-b_4 \tau_1)+b_2(1-\delta)+b_3\}}{D} \epsilon_{3t}$$

$$\frac{(1+a_1 c_1) b_2}{D} \epsilon_{4t}$$

$$- \frac{b_1 c_2 + b_3 c_2 + a_1 b_1 c_1 + a_1 c_2 (1 - b_4 \tau_1)}{c_2 D}$$

$$E_{t-1} p_t + \frac{b_1}{D} E_{t-1} p_{t+1} \qquad \text{(A.16)}$$

Finalmente, cabe observar que os coeficientes das variáveis pré-determinadas, que foram omitidas no texto, podem ser obtidos facilmente de (A.13) e de (A.16).