

# Duráveis: Preferências e Acumulação

PAULO DE TARSO AFONSO DE ANDRÉ

## Resumo

A escolha de duráveis pelo consumidor não pode ser satisfatoriamente acomodada em modelos diretamente derivados do modelo convencional e determinístico. Este estudo propõe um modelo axiomático e probabilístico das preferências do consumidor na escolha de bens duráveis no mercado e discute suas propriedades teóricas. O modelo econométrico qualitativo é especificado, as hipóteses empiricamente testáveis sugeridas pelo modelo proposto são discutidas, assim como o são as propriedades empíricas das medidas relevantes ao comportamento no mercado de duráveis.

O teste do modelo é feito para os duráveis refrigerador, liquidificador, máquina de costura e televisão, utilizando amostra transversal (dados ENDEF) das famílias do Estado de São Paulo. Os resultados empíricos dão claro suporte à teoria proposta. As

implicações para o comportamento dos consumidores paulistas no mercado de duráveis são derivadas e discutidas. Dentre estas, os resultados para os consumidores de São Paulo marcadamente contradizem a noção de que as preferências por duráveis, reveladas no mercado, meramente reproduzem aquelas do consumidor de alta renda.

## Abstract

Consumer choice among durables cannot be satisfactorily accommodated by models directly derived from the conventional, deterministic model. This study proposes an axiomatic and probabilistic framework for modelling consumer choice preferences among durables in the market and discusses its theoretical properties. The related qualitative econometric model is specified, the empirically testable hypotheses implied by the proposed framework are discussed, as are the empirical properties of the measures relevant to behavior in the market for durables.

---

*O autor é pesquisador da FIPE.*

For the empirical test of the model, Brazilian (state of São Paulo) cross-sectional household data (ENDEF survey) is used for the set of four durables: refrigerator, blender, sewing machine and television. The estimation results strongly support the theory. The implications to Brazilian (São Paulo) consumer behavior in the market for durables are derived and discussed. Among others, the results for São Paulo consumers sharply contradict the notion that preferences for durables revealed in the market merely reproduce those of the high income consumer.

### Introdução

O estudo do comportamento do consumidor na escolha de bens duráveis apresenta problemas teóricos e empíricos tão interessantes quanto analiticamente difíceis.

Do ponto de vista teórico, as características relevantes do bem durável, do seu mercado e, principalmente, do comportamento do consumidor, são claramente distintas daquelas associadas aos não-duráveis. Diverentemente do caso de perecíveis, a aquisição e consumo de duráveis não pode ser presumida simultânea: ao contrário, a vida útil do bem é mais longa do que o período relevante do fluxo de renda, que condiciona para os não-duráveis a frequência com que o consumidor retorna ao mercado e repete o processo de decisão sobre quais bens adquirir. Os bens duráveis, entretanto, são adquiridos somente algumas poucas vezes durante a vida do consumidor e, de fato, alguns – ou mesmo quase todos – dos duráveis podem jamais vir a ser adquiridos por alguns consumidores. A decisão do consumidor de adquirir duráveis é também muito mais sensível às suas expectativas sobre preços, sobre a renda e sobre a conjuntura econômica, assim como às suas decisões passadas, do que no caso da aquisição de não-duráveis. Estas expectativas podem induzi-lo a postergar ou antecipar seus planos de aquisição de duráveis. Dessa forma, a decisão de adquirir algum durável no mercado não precisa ser – e, de fato, há clara

evidência de que ela não é – contemporânea à aquisição. Porém isso não é somente devido à volatilidade do mercado de duráveis: as próprias características do bem e do seu mercado exigem do consumidor aprendizagem e busca de informações: sobre preços – pois os duráveis têm preço alto relativamente aos não-duráveis e talvez à renda do consumidor; sobre a disponibilidade de crédito – o que pode ampliar seu conjunto viável de bens a escolher; sobre o desempenho do produto – pois a utilidade que o consumidor pode ser dito derivar da posse de um durável envolve risco, já que ela resulta do fluxo de serviços que o durável é esperado gerar; e sobre a existência e operação de mercados de revenda ou secundários para duráveis.

A escolha de duráveis pelo consumidor tem pois que fazer face a circunstâncias marcadamente diversas daquelas dos não-duráveis: a sua decisão é sempre discreta – ele adquire ou não um durável; o bem é indivisível; a acumulação de uns poucos duráveis leva um tempo longo. Ademais, e de não pequena importância, as preferências dos consumidores não podem ser tomadas *a priori* como constantes durante o processo de acumulação. Isto porque, contrariamente ao caso dos não-duráveis, os parâmetros do ciclo de vida do consumidor modificam-se durante o processo de acumulação de duráveis, isto é, enquanto o consumidor decide quando realizar a aquisição de um durável e qual adquirir.

Estas características sugerem que o comportamento do consumidor na escolha de duráveis não pode ser satisfatoriamente acomodada por modelos diretamente derivados dos axiomas da teoria tradicional e determinista de comportamento do consumidor.

A solução mais difundida na literatura para análise do consumo de duráveis é aquela de Stone e Rowe (1957). A demanda por duráveis é dada por um modelo *ad hoc* de ajustamento do estoque agregado de duráveis (dado pelo valor do estoque) *vis-à-vis* o

nível de estoque de duráveis desejado pelo consumidor. Neste modelo, os duráveis são tratados de forma agregada e incluem itens como vestuário e mobiliário, além dos equipamentos domésticos e veículos. Embora seja possível definir os duráveis de forma mais estrita, este modelo evita as questões de decisão entre duráveis e seus problemas, em particular o de indivisibilidade. Muellbauer (1981) procurou resgatar o modelo de Stone e Rowe para a teoria de maximização da utilidade, derivando as restrições teóricas que o sistema de equações de demanda obtido devesse satisfazer. O teste empírico do modelo, usando dados para a Inglaterra, resultou entretanto na rejeição do modelo.

Uma direção de pesquisa mais interessante é a de Farrel (1954). Para análise da demanda por automóveis, Farrel propôs um conjunto de axiomas que definem o comportamento do consumidor num mercado de bens datados (*vintage*) e indivisíveis. Assim, o consumidor tem no máximo um carro, tem um preço subjetivo (ou de reserva) aleatório para autos de cada idade e escolhe o carro cujo preço não exceda seu preço subjetivo e que maximize o seu excedente (dado pela diferença entre o preço subjetivo e o de mercado). Farrel explora adequadamente o caráter discreto da escolha entre carros de diversas idades e obtém resultados plausíveis de comportamento nesse mercado. Assim, quanto maior a renda do consumidor, maior a probabilidade dele adquirir um carro novo; simetricamente, carros mais velhos têm maior probabilidade de serem adquiridos por consumidores de menor renda, que também têm maior probabilidade de não adquirir carro algum.

Este estudo está na direção do trabalho de Farrel, porém considera o problema mais geral da escolha entre distintos duráveis. Um modelo teórico de utilidade probabilística, definido por um conjunto de axiomas, é proposto e discutido. Especificamente, o problema da escolha de duráveis é visto como o de modelar as preferências probabilísticas do consumidor, reveladas no merca-

do, por duráveis escolhidos dentre aqueles disponíveis no mercado.

O modelo econométrico e as hipóteses empíricas testáveis, sugeridas pelo modelo teórico proposto, fazem face a certas dificuldades metodológicas. Estas derivam principalmente da natureza discreta da variável dependente associada à escolha de cada durável, especificamente, se cada durável dentre os de um conjunto dado foi adquirido ou não. Recentemente, resultados de pesquisa têm trazido considerável avanço na solução do problema econométrico dando origem a uma ampla literatura sobre modelos econométricos qualitativos que pode ser vantajosamente aplicada à análise da escolha de duráveis pelo consumidor.

A base de dados para a análise empírica é o ENDEF (Estudo Nacional da Despesa Familiar), um levantamento transversal extenso e detalhado de despesas das famílias realizado pela Fundação IBGE em meados dos setenta, compreendendo dados econômicos, demográficos e nutricionais. Por razões de escala e homogeneidade, a análise empírica se restringe aos consumidores do Estado de São Paulo, escolhido por ser este o mercado maior e mais diversificado de bens de consumo do país.

## 1. Um Modelo de Preferências Probabilísticas

### Antecedentes

Os antecedentes deste estudo vêm de duas vertentes. Da psicologia matemática, vale-se das contribuições sobre teorias da escolha, especialmente das teorias de escolha probabilística propostas e desenvolvidas por Luce (1959 e 1977), Luce *et al.* (1965), Marschak (1955 e 1960), Marschak *et al.* (1963) e dos trabalhos de McFadden (1974) e de Yellot Jr. (1977). Da economia, tem como antecedentes diretos os trabalhos de Paroush (1965) e Pyatt (1964) sobre a acumulação de duráveis pelo consumidor, que a consideram, entretanto,

de uma forma descritiva: o padrão ou ordem de acumulação é fixo (Paroush) ou tem uma estrutura probabilística fixa para a sociedade e invariante no tempo (Pyatt). O estudo de Pyatt (1964) é um precursor deste trabalho, na medida em que algumas das premissas que formulou para descrever o padrão de probabilidades de acumulação de duráveis são requeridas por uma teoria comportamental de escolha probabilística de duráveis no mercado, que se propõe e discute na próxima seção<sup>(1)</sup>.

Tem um papel crucial neste estudo um axioma de escolha entre distintos objetos proposto em Luce (1959), que se denominará de Axioma de Luce. Postula-se, inicialmente, que um indivíduo confrontado com a escolha entre dois objetos distintos (designados por *a* e *b*), escolherá algumas vezes *a*, outras *b*, mantidas todas as demais condições invariantes. Seja  $p_a$  (alternativamente,  $p_b$ ) a probabilidade não-nula de que o objeto *a* seja escolhido (alternativamente, o objeto *b* seja escolhido). Evidentemente,  $p_a + p_b = 1$ . Claramente, os postulados da teoria determinística de preferências do consumidor exigiriam que (digamos)  $p_a = 1$ . Considere o caso da escolha pelo indivíduo de um dentre três distintos objetos (*a*, *b*, *c*). Sejam  $P_a$  e  $P_b$  as probabilidades não-nulas associadas à escolha de *a* e *b*, respectivamente. Evidentemente,  $P_a + P_b = 1 - P_c$ . O Axioma de Luce postula que

$$p_a/p_b = P_a/P_b$$

Em palavras: a preferência (probabilística) por *a*, relativamente a *b*, não se altera se ao conjunto original de escolha do indivíduo se acrescentam novos e distintos objetos. Uma importante implicação comportamental deste axioma é que não é possível iludir o indivíduo quanto às suas preferências manifestas

(1) Incidentalmente, a teoria proposta neste estudo permite superar uma falha conceitual insanável na análise de PYATT (1964), e dar correção analítica e significado comportamental a indicadores de acumulação de duráveis propostos por Pyatt.

por *a* e *b* com a oferta adicional de um ou mais objetos distintos dos anteriores (e entre si).

### O Modelo e suas Propriedades

A preferência do consumidor por duráveis é formalizada por um conjunto de axiomas e por suas implicações comportamentais. Esse conjunto de postulados determina uma estrutura teórica sobre o fenômeno que se pretende estudar que necessariamente é uma simplificação, ou estilização, da realidade. Por estabelecerem normas de conduta no mercado, os postulados e suas implicações necessariamente restringem e limitam o comportamento do consumidor, no sentido de que qualquer ação do consumidor, observada no mercado, que não se conforme com os axiomas, está além da habilidade analítica do modelo. Os axiomas são adotados na presunção de serem, ou de suas implicações serem, plausíveis e persuasivamente aceitáveis como estilização do que é relevante no comportamento observado do consumidor. Eles são, como devem ser, passíveis de serem rejeitados quando submetidos a confronto com a realidade, pois não são intrínseca ou tautologicamente verdadeiros<sup>(2)</sup>.

O consumidor enfrenta duas decisões distintas no mercado de duráveis. Uma é a decisão sobre *quando* adquirir um durável. A outra é a decisão sobre *qual* durável adquirir dentre aqueles do mercado. Esta análise é um estudo das preferências do consumidor por duráveis reveladas no mercado. Desta forma, este estudo modela a decisão sobre qual durável adquirir, dado que o consumi-

(2) Este preâmbulo, com propriedade, se aplica também à teoria convencional e determinística de comportamento do consumidor. Nesse sentido, este estudo se situaria no domínio complementar àquele da teoria convencional. Há, entretanto, resultados interessantes de pesquisa sobre teorias de preferências probabilísticas nos quais a teoria determinística é um caso particular (e.g. HALLDIN (1974)).

dor já se tenha decidido por efetuar uma aquisição no mercado. Portanto, esta análise não abrange os planos, atitudes ou intenções que o consumidor certamente tem com respeito aos duráveis, mas que não geram uma ação observável no mercado. Este estudo também não envolve questões associadas ao tamanho do mercado de duráveis e, em particular, não abrange as aquisições de durável para reposição.

Um consumidor é observado no mercado escolhendo qualquer dos duráveis dentre aqueles oferecidos pelo mercado. A sua decisão ou preferência revelada no mercado obedece às seguintes proposições:

**Proposição P1:**

Na escolha de duráveis, as decisões relevantes do passado são somente aquelas sobre a acumulação de duráveis que tenham sido levadas a efeito.

Esta proposição restringe ao estoque de duráveis do consumidor o papel das ações passadas (ou mesmo dos planos ou intenções de aquisição no passado) nas decisões atuais de aquisição no mercado de duráveis. Tal proposição reflete a noção usual de que o consumidor retém sempre a sua discreção no mercado e não herda restrições comportamentais de suas ações no passado, mas com uma exceção: o seu estoque de duráveis condiciona o seu comportamento presente.

**Proposição P2:**

A posse de um durável é irreversível.

Esta proposição assegura que a acumulação de duráveis não é um conceito vazio. É uma proposição plausível no sentido de que o consumidor raramente é observado preferir retornar a um estágio de acumulação anterior àquele alcançado. Nesse sentido, P2 define que o durável é um bem que gera hábito. Note-se que P2 reforça a restrição imposta por P1, pois o consumidor não levantará a restrição dada por seu estoque atual, reduzindo-o.

**Proposição P3:**

Somente um durável é escolhido em cada aquisição do consumidor no mercado.

P3 aparentemente impõe forte restrição ao consumidor no mercado de duráveis. Na verdade, P3 simplesmente assegura que o comportamento observado no mercado fornece sempre uma revelação não ambígua das preferências por duráveis do consumidor. Somente de um ponto de vista experimental, onde o experimento de interesse é realizado pela sociedade e não pelo pesquisador ou observador, é que a caracterização do ato de adquirir pode, em princípio mas incomumente, trazer dificuldades. Isso, entretanto, é matéria empírica.

**Proposição P4:**

O consumidor somente escolhe um durável que ainda não possua dentre os disponíveis no mercado.

**Implicação I1:**

O consumidor possui no máximo uma unidade de cada durável disponível no mercado.

A implicação I1 decorre das proposições P3 e P4. É fácil ver que (P3, P4) é equivalente a (P3, I1). P4 (ou, alternativamente, I1) é, sem dúvida, um axioma bastante restritivo das alternativas de escolha do indivíduo. Sua razoabilidade ou plausibilidade é em parte dependente do conjunto de duráveis em estudo. Há, pois, o risco da estilização do comportamento imposta por este axioma ser apropriada somente para uma fração menor dos consumidores e para um subconjunto reduzido dos duráveis. A evidência empírica indica, entretanto, que o consumidor em geral se comporta conforme P4 (ou I1) no mercado dos equipamentos domésticos e veículos. Isso é verdade para consumidores como o europeu, como indica a análise de Pauly (1977), ou o de países como o Brasil<sup>(3)</sup>, mas menos verdade para o

(3) Oitenta e quatro por cento dos consumidores paulistas, nos meados dos setenta, comportavam-se como P4 (ou I1) no mercado dos duráveis refrigerador, liquidificador, máquina de costura e televisão.

atual<sup>(4)</sup> consumidor norte-americano, embora ainda seja alta a probabilidade de que satisfaça P4. Apesar de ser certo que o grau de realismo de uma teoria deva ser estabelecido através de teste empírico de suas implicações, seria sem dúvida preferível relaxar P4 (logo, I1). Por razões que ficarão claras adiante, P4 é imprescindível à teoria proposta. P4 é, pois, uma das suposições fundamentais desta análise.

As proposições P1 a P4 (ou I1) meramente estabelecem as restrições ao comportamento do consumidor no mercado de duráveis. Falta estabelecer a regra comportamental chave com a qual o consumidor decide que durável adquirir no mercado.

Há notável evidência empírica – experimental, no caso da psicologia, e de mercado – indicando que o critério de racionalidade determinística da teoria do consumidor, quando menos, deixa a desejar. Isso fica mais claro em situações de escolha discreta: em condições idênticas, um mesmo indivíduo é observado ora escolhendo um objeto, ora outro, de um mesmo conjunto de objetos distintos. Esse comportamento é descartado como inconsistente pela teoria convencional, pois a regra de racionalidade exige a escolha do mesmo objeto naquelas circunstâncias. A questão e a evidência são discutidas por Marschak (1960) e Luce *et al* (1965) extensamente, embora já em 1936 Georgescu-Roegen modificasse o caráter determinístico do axioma central de sua teoria pura do comportamento do consumidor para abranger essa “inconsistência”.

Admita que haja  $M$  distintos duráveis disponíveis no mercado. Para um particular consumidor, as suas alternativas de decisão no mercado estão, à vista de P4 e de seu estoque de duráveis, no subconjunto formado pelos duráveis que ainda não possui, que constituem o seu “conjunto de oferta de du-

ráveis”. Evidentemente, esse conjunto não é vazio, pois se o fosse, seria impossível observá-lo adquirindo um durável no mercado. Seja o conjunto de oferta do consumidor representado pelo conjunto de índices  $(1, \dots, i, \dots, j, \dots, J)$ . Evidentemente,  $1 \leq J \leq M$ . Dos postulados P1 a P4 decorre uma situação de escolha trivial: se  $J=1$ , então o consumidor necessariamente adquirirá no mercado o durável que ainda não possui. Considerem-se, pois, os casos não-triviais, ou seja, que  $J > 1$ . Seja  $\underline{x}'_o = (y \ \underline{x}')$  o vetor das características sócio-econômicas e demográficas ( $\underline{x}$ ) do consumidor, que incluem a sua posição no ciclo de vida e seu estoque de duráveis, e da sua renda ( $y$ ). Seja  $\underline{w}'_o = (\underline{w}'_{o1} \dots \underline{w}'_{oi} \dots \underline{w}'_{oJ})$  o vetor de atributos dos duráveis, com  $\underline{w}'_{oi} = (p_i \ \underline{w}'_i)$ , onde  $p_i$  é o preço do durável  $i$  e  $\underline{w}'_i$  o vetor dos demais atributos de  $i$ . Por conveniência, escreva-se também  $\underline{w}'_o = (\underline{p}' \ \underline{w}')$ , onde  $\underline{p}' = (p_1 \dots p_J)$  e  $\underline{w}' = (\underline{w}'_1 \dots \underline{w}'_J)$ .

Finalmente, sob P1–P4 (I1), postule-se:

Proposição P5:

a. O consumidor tem funções de utilidade indireta aleatórias

$$U_i(\underline{x}_o, \underline{w}_{oi}) = f_i(\underline{x}_o, \underline{w}_{oi}) + v_i(\underline{x}_o, \underline{w}_{oi})$$

$$i = 1, \dots, J > 1$$

onde os  $f_i$  são funções de utilidade indireta determinística e os  $v_i$  são aleatórios, independentes e identicamente distribuídos, com distribuição de probabilidade dupla exponencial ou de valor extremo do tipo I

$$G(v_i) = \exp(-\exp(-v_i))$$

b. O consumidor escolhe no mercado o durável que maximiza a sua função de utilidade aleatória. Isto é, o consumidor prefere o durável  $i$  ( $i = 1, \dots, J$ ) com probabilidade

$$P_i(\underline{x}_o, \underline{w}_o) = \text{Prob} [U_i(\underline{x}_o, \underline{w}_{oi}) = \text{Max} \{U_j(\underline{x}_o, \underline{w}_{oj}), \quad j = 1, \dots, J > 1\}]$$

(4) FARREL (1954) considerou, entretanto, I1 plausível para o consumidor norte-americano no mercado de automóveis nos anos cinquenta.

## Implicação I2:

- a. A proposição P5 implica que as preferências probabilísticas do consumidor por duráveis satisfazem o Axioma de Luce.
- b. E reciprocamente: um modelo de preferências probabilísticas independentes e identicamente distribuídas e que seja consistente com o comportamento ditado pelo Axioma de Luce, satisfaz a proposição P5.

A proposição P5 postula que o consumidor associa a cada durável do seu conjunto de oferta (de tamanho maior que 1) um índice (sua utilidade indireta) aleatório e escolhe o durável cujo índice seja máximo, determinando assim uma distribuição de probabilidade discreta de preferência pelos duráveis do conjunto. Que os termos aleatórios das utilidades associadas aos duráveis sejam independentes e identicamente distribuídos segundo uma dupla exponencial é ditado pela simplicidade e plausibilidade de sua implicação comportamental (Axioma de Luce). Essas qualidades são, pois, tanto da hipótese comportamental (maximização da utilidade aleatória) como da sua implicação (Axioma de Luce), cuja equivalência observacional implica (I2.b) que a distribuição da utilidade aleatória seja dupla exponencial.

Dentre as teorias de preferências desenvolvidas na psicologia formal, o conceito de decisão dado pela maximização da utilidade probabilística foi introduzido por Thurstone e sistematizado e aperfeiçoado por Marschak (1960) e Block & Marschak (1960). Luce *et al.* (1965) propuseram a restrição de independência e distribuição idêntica das utilidades aleatórias. As funções reais de utilidade são demonstradas existir e serem únicas a menos de uma transformação monotônica crescente.

A imposição dos postulados P1 a P4 (ou I1) permite adotar essas contribuições como regra de decisão no mercado de escolha de duráveis que, com a hipótese da distribuição de probabilidade ser dupla exponencial, define P5.

Sob os postulados P1 a P4, a propriedade I2.a deriva de P5 conforme teorema de E. Holman e A.A.J. Marley (por atribuição de

Luce *et al.*, 1965, p. 338) e de Yellot (1977, lema 7, p. 123). O resultado I2.b está demonstrado por McFadden (1974, lema 2, p. 112) e por Yellot (teorema 5, p. 135).

Usando um resultado notado por Luce (1959) e reformulado por McFadden (1974, p. 110), sob os postulados P1 a P5 e em vista da implicação I2.a, conclui-se que:

## Implicação I3:

$$P_i(x_o, w_o) = \exp(f_i(x_o, w_{oi})) / \sum_{j=1}^J \exp(f_j(x_o, w_{oj})) \quad i = 1, \dots, J > 1$$

Ou seja, as probabilidades de escolha de duráveis têm uma distribuição logística multinomial.

O componente determinístico de  $U_i(\cdot)$ , a função de utilidade indireta  $f_i(x_o, w_{oi}) = f_i(y, x, p_i, w_i)$ , tem as propriedades usuais:

$$f'_i(y) = \partial f_i / \partial y > 0, f''_i(y) \leq 0$$

$$f'_i(p_i) = \partial f_i / \partial p_i < 0, f''_i(p_i) \geq 0$$

$$y \cdot f'_i(y) + p_i \cdot f'_i(p_i) = 0$$

Em palavras:  $f_i$  é contínua e monotônica com relação à renda ( $y$ ) e ao preço do durável ( $p_i$ ), e é crescente e côncava com a renda, decrescente e convexa com o preço, sendo também homogênea de grau zero com relação à renda e ao preço do durável.

A estrutura formal definida pelos axiomas P1 a P5 e suas implicações I1 a I3 determina um modelo teórico de comportamento probabilístico do consumidor no mercado de bens duráveis. As principais propriedades que do modelo decorrem são discutidas a seguir.

G1: Como o consumidor segue, no mercado de duráveis, a "racionalidade de Luce", isto é, comporta-se de acordo com o Axioma de Luce, então o estudo do seu comportamento pode restringir-se a qualquer subconjunto conveniente de seu conjunto de



oferta. Pela mesma razão, para um consumidor definido pelo vetor  $(x_o, w_o)$  no mercado de duráveis, uma vez sabidas as suas preferências probabilísticas por cada durável de seu conjunto de oferta, ficam determinadas as preferências que revelará para cada durável em face de qualquer subconjunto (próprio) de seu conjunto de oferta<sup>(5)</sup>. Ou ainda, as probabilidades de preferência associadas ao conjunto de oferta ficam univocamente determinadas se forem conhecidas as probabilidades associadas a dois ou mais de seus subconjuntos, tais que sua união coincida com o conjunto de oferta e que sempre exista uma seqüência de união dos subconjuntos em que o conjunto resultante em cada etapa tenha interseção não-vazia com pelo menos um dos subconjuntos remanescentes. Estas propriedades decorrem de I2.a (Axioma de Luce) e é fácil obtê-las usando a implicação I3.

G2: A propriedade G1, acima, fornece o fundamento para determinar o conjunto de distribuições de preferências probabilísticas discretas associadas a cada nível de acumulação de duráveis pelo consumidor. Para efeito de exposição, considere um conjunto qualquer de quatro duráveis distin-

tos dentre os  $M$  disponíveis no mercado. De acordo com G1, não há perda de generalidade nesse procedimento, pois as distribuições discretas seriam as mesmas que as reveladas pelo consumidor se o conjunto de escolha fosse ampliado com outros duráveis, a menos evidentemente de uma regra de normalização (que a soma das probabilidades seja em cada caso igual à unidade). Designe por  $S$  o estoque de duráveis do consumidor, que é um subconjunto (próprio ou não) dos quatro duráveis sob consideração. Por necessidade de concisão, a probabilidade de que o durável  $i$  seja preferido pelo consumidor para um dado nível do vetor  $(x_o, w_o)$  será indicada por  $P(i|S)$ , ficando o vetor  $(x_o, w_o)$  subentendido e lembrado que  $S$  é um componente de  $x_o$ . O modelo proposto determina então as distribuições das preferências desse consumidor apresentadas na matriz "perfil de prioridade do consumidor", abaixo, na qual cada linha soma à unidade. Conforme G1, a distribuição discreta de preferências

$$[ P(1|\phi) P(2|\phi) P(3|\phi) P(4|\phi) ]$$

determina todas as demais do perfil de prioridades no ponto  $(x_o, w_o)$ <sup>(6)</sup>.

Perfil de Prioridade

	(1)	(2)	(3)	(4)
(S=) $\phi$	$P(1 \phi)$	$P(2 \phi)$	$P(3 \phi)$	$P(4 \phi)$
1	0	$P(2 \{1\})$	$P(3 \{1\})$	$P(4 \{1\})$
2	$P(1 \{2\})$	0	$P(3 \{2\})$	$P(4 \{2\})$
3	$P(1 \{3\})$	$P(2 \{3\})$	0	$P(4 \{3\})$
4	$P(1 \{4\})$	$P(2 \{4\})$	$P(3 \{4\})$	0
1,2	0	0	$P(3 \{1,2\})$	$P(4 \{1,2\})$
1,3	0	$P(2 \{1,3\})$	0	$P(4 \{1,3\})$
1,4	0	$P(2 \{1,4\})$	$P(3 \{1,4\})$	0
2,3	$P(1 \{2,3\})$	0	0	$P(4 \{2,3\})$
2,4	$P(1 \{2,4\})$	0	$P(3 \{2,4\})$	0
3,4	$P(1 \{3,4\})$	$P(2 \{3,4\})$	0	0

(5) Que esta propriedade pareça, mas claramente não seja, em geral, verdadeira, somente reforça a plausibilidade do Axioma de Luce.

(6) Por imposição de P4, a probabilidade de escolher um durável do estoque é nula.



G3: A probabilidade de preferência pelo durável  $i$

$$P_i = P_i(y, \underline{x}, \underline{p}, \underline{w}) \quad i=1, \dots, J > 1$$

é uma função contínua e homogênea de grau zero com relação à renda ( $y$ ) e aos preços dos duráveis ( $\underline{p}$ ). Isso decorre da implicação I3 e das propriedades de  $f_i$  com relação à renda e ao preço  $p_i$ . Similarmente, a razão de probabilidades  $P_i / P_j$  é uma função contínua e homogênea de grau zero em  $y$ ,  $p_i$  e  $p_j$  ( $i \neq j$ ), e independente do preço de qualquer outro durável.

G4: As probabilidades de preferência de duráveis são determinadas, conforme I3, pelo nível da utilidade indireta determinística  $f_i(\cdot)$  ( $i=1, \dots, J$ ) em cada ponto  $(\underline{x}_0, \underline{w}_0) = (y, \underline{x}, \underline{p}, \underline{w})$ , resultando assim que as utilidades  $f_i$  em cada ponto fornecem as preferências do consumidor em adquirir os correspondentes duráveis. A proposição P5 e sua implicação I3 definem, portanto, uma medida probabilística  $P_i(\cdot)$  sobre o conjunto de duráveis  $(1, \dots, J)$  em cada ponto  $(\underline{x}_0, \underline{w}_0)$ . Logo, faz sentido definir para todo ponto  $(\underline{x}_0, \underline{w}_0)$  a utilidade indireta (e determinística) esperada nesse ponto:

$$E f(\underline{x}_0, \underline{w}_0) = \sum_{i=1}^J P_i(\underline{x}_0, \underline{w}_0) \cdot$$

$$f_i(\underline{x}_0, \underline{w}_0)$$

Similarmente, considere a variação da utilidade indireta  $f_i$  para variações na renda, todas as demais variáveis mantidas constantes e defina a utilidade marginal da renda esperada em cada ponto  $(\underline{x}_0, \underline{w}_0)$ :

$$E f'(y) = \sum_{i=1}^J P_i(y) \cdot \partial f_i(y) / \partial y > 0.$$

Considere agora o comportamento da preferência pelo durável  $i$  para variações na renda ( $y$ ) do consumidor. Para isso, escreva I3 como

$$P_i(y) = \exp(f_i(y)) / \sum_{j=1}^J \exp(f_j(y))$$

$$i=1, \dots, J > 1$$

e conclua que

$$P_i'(y) = P_i [ f'(y) - E f'(y) ] \geq 0$$

A probabilidade de adquirir o durável  $i$  cresce (decrece) com a renda enquanto a utilidade marginal da renda associada ao durável  $i$  exceder a (ficar aquém) da utilidade marginal da renda esperada. Note, ademais,

$$\text{a restrição } \sum_{i=1}^J P_i'(y) = 0$$

G5: Considerando exclusivamente variações nos preços dos duráveis, usando I3, obtém-se:

$$\begin{aligned} P_i'(p_i) &= \partial P_i / \partial p_i = \\ &= P_i (1 - P_i) \partial f_i / \partial p_i < 0 \quad i=1, \dots, J > 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_i'(p_j) &= \partial P_i / \partial p_j = \\ &= -P_i P_j \partial f_j / \partial p_j > 0 \quad i=1, \dots, J > 1 \end{aligned}$$

Ou seja, as probabilidades de preferência por duráveis são estritamente decrescentes com o próprio preço e os duráveis são bens substitutos (uma propriedade intrínseca ao modelo). Estes resultados guardam a restrição

$$\sum_{j=1}^J \partial P_i / \partial p_j = 0 \text{ para todo } i.$$

Estas são as principais<sup>(7)</sup> propriedades do modelo na sua forma mais geral. Uma forma especial do modelo, que o torna analiticamente simples e empiricamente testável (ver seção 2, adiante), é adotada a seguir e são discutidas as suas propriedades adicionais (pois as anteriores são necessariamente retidas).

HL: A função de utilidade indireta determinística  $f_i(p_i, \underline{w}_i, y, \underline{x})$  é uma combinação linear de funções definida por:

$$\begin{aligned} f_i(p_i, \underline{w}_i, y, \underline{x}) &= \underline{\theta}' Z_i(\underline{x}, \underline{w}_i) + \\ &+ B_i \lg(y / p_i) = \alpha_i + B_i \lg(y / p_i) \end{aligned}$$

(7) Não se discutiram, entretanto, algumas propriedades de separabilidade aditiva das utilidades indiretas  $f_i$  impostas pelo Axioma de Luce.

## DURÁVEIS

onde  $\alpha_i = \alpha_i(x_i, w_i)$  é um escalar constante para dado  $(x_i, w_i)$  e  $B_i$  é uma constante para o durável  $i$ .

A forma funcional simples adotada pode ser vista como uma aproximação linear à forma geral de  $f_i(\cdot)$ .

L1: Sob HL, os resultados a seguir são imediatos:

$$f_i'(y) = B_i / y > 0, \text{ logo } B_i > 0 \text{ para todo } i$$

$$f_i''(y) = -B_i / y < 0$$

$$f_i'(p_i) = -B_i / p_i < 0$$

$$f_i''(p_i) = B_i / p_i > 0$$

$$\partial^2 f_i / \partial p_i \partial y = 0$$

Note que a implicação I3 sob HL pode ser escrita como:

$$P_i = \exp(\alpha_i + B_i \lg(y / p_i)) /$$

$$\sum_{j=1}^J \exp(\alpha_j + B_j \lg(y / p_j))$$

Defina os índices dos  $B_i$  ( $i=1, \dots, J$ ), logo, das probabilidades  $P_i$ , segundo a ordenação  $0 < B_1 < \dots < B_i < \dots < B_J$  (8).

Em cada ponto  $(x_0, w_0)$ , o postulado P5 estabelece uma medida probabilística sobre o conjunto dos  $B_i$ , fazendo então sentido definir:

$$EB = \sum_i P_i B_i > 0 \quad e$$

$$VB = \sum_i P_i (B_i - EB)^2 > 0$$

como o valor esperado e a variância dos  $B_i$ , respectivamente.

L2: a elasticidade-renda da probabilidade de preferência pelo durável  $i$  é, sob HL:

(8) Se  $B_i = B_j + 1$  então o consumidor decide entre esses dois duráveis independentemente de sua renda, o que não é razoável.

$$e(P_i(y)) = (y / P_i) (\partial P_i(y) / \partial y) = \\ = B_i - EB \begin{matrix} \geq 0 \\ < 0 \end{matrix}$$

$$\text{sendo } \partial e(P_i(y)) / \partial y < 0$$

$$\text{pois } \partial EB / \partial y = VB / y > 0$$

Assim, para cada nível de renda, mantidas as demais variáveis constantes, a elasticidade-renda da preferência probabilística do consumidor pelo durável  $i$  é dada pela diferença entre  $B_i$  e o valor esperado dos  $B_i$  para essa renda. Para o durável  $i$ , a utilidade marginal da renda é  $B_i / y$  (L1) e a ordenação das utilidades marginais da renda associadas aos  $J$  duráveis é a mesma que a dos correspondentes  $B_i$ . Note que a elasticidade-renda acima é dada pela diferença entre a utilidade marginal da renda associada ao durável  $i$  e a utilidade marginal da renda esperada nesse nível de renda, a menos de um fator de escala (dado por  $y$ ). Esta última propriedade é geral, pois decorre de G4.

A propriedade L2 indica que para o conjunto de duráveis  $(1, \dots, J)$ , o consumidor considera o durável indexado por 1 "probabilisticamente inferior", no sentido de que  $e(P_1(y)) < 0$  para toda renda não-nula.

Similarmente, há sempre um durável "probabilisticamente superior" aos demais, no sentido de que, sendo  $B_J > B_j$ ,  $j \neq J$ , então  $0 < e(P_J(y)) > e(P_j(y))$  para toda renda finita. Qualquer dos outros duráveis do conjunto será "probabilisticamente inferior" ( $e(P_i(y)) < 0$ ) para rendas suficientemente altas e "probabilisticamente normal" ( $e(P_i(y)) > 0$ ) para rendas baixas.

### Preferências na Acumulação de Duráveis

O modelo comportamental de escolha de duráveis proposto permite analisar as preferências do consumidor por alternativas padrões de acumulação dos duráveis disponíveis no mercado. Uma vez determinado o critério com o qual o consumidor adquire um durável do mercado, é natural indagar que ordem ou ordens de aquisição o consumidor

revela preferir e que decorre ou decorrem do seu critério de escolha.

Seja novamente  $(1, \dots, J)$  o conjunto de oferta de duráveis do consumidor e defina uma ordem de acumulação (ou permutação) desses duráveis por  $r = 1_r 2_r \dots J_r$  onde  $j_r$  ( $j=1, \dots, J$ ) é o durável do conjunto de oferta que ocupa a  $j$ -ésima posição na ordenação  $r$ , na qual o durável  $1_r$  é o durável adquirido primeiro.

Aparentemente é possível determinar a probabilidade de que certa ordem de acumulação  $r$  seja preferida usando a propriedade G2, ou seja, a partir do perfil de prioridades do consumidor. Explicitamente, para o subconjunto de duráveis  $(1, \dots, 4)$ , a probabilidade de que a ordem '4132' seja escolhida é, aplicando a definição de probabilidade condicional, dada por<sup>(9)</sup>:

$$\text{Prob}(4132) = P(4 | \phi) \cdot P(1 | 4).$$

$$P(3 | 41) \cdot P(2 | 413)$$

Pela proposição P4,  $P(2 | 413) = 1$ . Os dois primeiros fatores na expressão acima estão no perfil de probabilidades. A probabilidade  $P(3 | 41)$ , entretanto, indica a probabilidade de escolher o durável 3 sabendo-se que o durável 4 e o 1 já foram adquiridos e nessa ordem. Mas essa probabilidade não é a mesma, necessariamente, que a probabilidade de escolher 3 tendo 1 e 4 sido acumulados em qualquer ordem. Esta última probabilidade pertence ao perfil de preferência, não a primeira. Logo, o perfil de prioridades de escolha dos duráveis (G2) e a definição de probabilidade condicional não são em geral suficientes para determinar  $\text{Prob}(r)$ .

(9) A notação adotada é conveniente no contexto deste trabalho, mas não é usual. Para evitar dúvidas, o leitor deve notar que o evento '41', por ex., significa que o durável 4 está na posição 1 de acumulação e que o durável 1 está na segunda. Na notação usual do livro-texto, esse evento seria escrito  $(I(4) = 1) \cup (I(1) = 2)$  que é o mesmo que escrever  $(I(1) = 2) \cup (I(4) = 1)$ , que na notação acima é '41'. Evidentemente,  $I(1) = 2$  quer dizer: o durável 1 encontra-se na posição segunda.

Defina, porém, o número  $P(r)$ , associado à ordem  $r$ , por:

$$P(r) = P(1_r | \phi) \cdot P(2_r | \{1_r\}) \dots$$

$$P((J-1)_r | \{1_r, \dots, (J-2)_r\})$$

$$= \prod_{j=1}^{J-1} P(j_r | S = \{t_r : t < j\})$$

Num contexto geral de decisão entre distintas ordenações de objetos de escolha, Block & Marschak (1960) estudaram e discutiram as implicações que distintos modelos de decisão entre alternativas têm na determinação da probabilidade de que certa ordenação  $r$  das alternativas seja escolhida. Valendo-se de uma identidade aritmética provada por Debreu, eles demonstram<sup>(10)</sup> que a implicação I4, a seguir, é verdadeira.

Implicação I4:

- Sob o Axioma de Luce, a probabilidade de preferência que o consumidor associa a qualquer ordenação de duráveis  $r$  é dada por  $P(r)$ .
- E, reciprocamente: se a probabilidade de preferência de ordem associada à ordenação  $r$  for dada por  $P(r)$ , então o Axioma de Luce é o critério de escolha entre duráveis.

Este resultado é notável, pois implica que a propriedade G2 determina completamente as preferências probabilísticas de acumulação de duráveis pelo consumidor. Em outras palavras, sob os postulados P1 a P5 e suas implicações I1 a I3, o perfil de prioridades do consumidor contém todas as informações relevantes à escolha e à acumulação de duráveis para cada ponto  $(\underline{x}_0, \underline{w}_0)$ .

Na análise das preferências de acumulação de duráveis pelo consumidor, os seguintes conceitos são relevantes e, por dependerem de  $P(r)$ , são completamente determinados pelo perfil de prioridades do consumidor em cada ponto  $(\underline{x}_0, \underline{w}_0)$ .

(10) Vide BLOCK & MARSCHAK (1960, teorema 3.6).

A ordenação de duráveis  $r^*$  de preferência dominante (ou modal) é aquela associada à máxima probabilidade de preferência de ordem. Formalmente:

$$Mo(R) = r^* : P(r^*) = \text{Max}(P(r), r \in R)$$

onde  $R$  é o conjunto de todas as  $J!$  ordenações dos duráveis.

Seja  $I(i)=j$  um índice posicional que indica que o durável  $i$  está na  $j$ -ésima posição na ordem de acumulação. Defina a probabilidade de preferência posicional por:

$$Prob(I(i)=j) = \sum_{r \in R_{ij}} P(r), \text{ onde } R_{ij} = \{r : I(i)=j\}$$

para o durável  $i$  e a posição  $j$ .

Finalmente, defina a preferência posicional esperada do durável  $i$ :

$$E(I(i)) = \sum_{j=1}^J j \cdot Prob(I(i)=j).$$

## 2. O Modelo Econométrico Associado

Considere a forma simples do modelo teórico proposto, definida por HL na seção anterior, reescrita por conveniência como:

$$P_{i,n} = \frac{\exp(\theta' Z_{i,n})}{\sum_{j_n=1}^{J_n} \exp(\theta' Z_{j,n})} \quad i_n = 1, \dots, J_n > 1$$

Em palavras: a probabilidade de que o consumidor  $n$  prefira o durável  $i_n$  dentre os  $J_n$  duráveis de seu conjunto de oferta é (13), uma função logística multinomial, dada acima, onde  $\theta$  é um vetor de coeficientes fixos e os  $Z_{i,n}$  são vetores cujos elementos são funções escalares do vetor  $(x_0, w_0)_n$  associado ao consumidor  $n$  e aos seus duráveis relevantes, conforme definido na seção anterior. Evidentemente, a soma dos  $P_{i,n}$  sobre os  $i_n$  é igual à unidade.

O problema empírico é, então, o de determinar um estimador de  $\theta$  que tenha propriedades estatísticas desejáveis, utilizando as informações de uma amostra de consumidores.

Conforme discutido na seção anterior, o papel do estoque de duráveis do consumidor, postulado por P1, na escolha de duráveis fica restrito à determinação do seu conjunto de oferta em virtude da regra de decisão no mercado ser dada pelo Axioma de Luce (implicação I2). Em outras palavras, sob o Axioma de Luce, a restrição comportamental imposta por P1 se esgota com a satisfação ao postulado P4. Logo, dois consumidores idênticos, exceto pelo diverso estoque de duráveis, mas que têm um subconjunto comum de duráveis em seus conjuntos de oferta, associam as mesmas preferências relativas aos duráveis de cada par que se possam obter desse subconjunto comum. Esta implicação teórica tem crucial importância sobre o problema econométrico, pois dá o fundamento à estratégia de estimação conjunta dos parâmetros das probabilidades de preferência em cada estágio de acumulação de duráveis pelos consumidores. Recorde-se, ademais, da seção anterior, que as probabilidades de preferência não requerem conhecer a ordem com a qual os duráveis do estoque foram adquiridos.

O problema econométrico é então o de maximizar, com respeito ao vetor de parâmetros  $\theta$ , a função de verossimilhança de uma amostra de consumidores. Formalmente:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\theta} L &= \prod_{n=1}^N P_{i_n,n} = \\ &= \prod_{n=1}^N \frac{\exp(\theta' Z_{i_n,n})}{\sum_{j_n=1}^{J_n} \exp(\theta' Z_{j_n,n})} \end{aligned}$$

O estimador  $\hat{\theta}$  evidentemente não-linear, foi derivado e discutido por McFadden (1974).

O estimador de máxima verossimilhança derivado por McFadden (1974) tem as seguintes propriedades desejáveis:

E1:  $\hat{\theta}$  é um estimador consistente de  $\theta$ :  
 $\underset{P}{\text{plim}}(\hat{\theta}) = \theta$

E2: A distribuição de  $\hat{\theta}$  converge assintoticamente ( $N \rightarrow \infty$ ) a uma normal. Formalmente, seja  $C$  o Hessiano de  $\lg(L(\theta))$  e defina a matriz  $\Omega^{-1} = \lim_{N \rightarrow \infty} N^{-1}(-C)$ , que existe e é positiva definida. Então<sup>(11)</sup>:  
 $\sqrt{N}\Omega^{-1/2}(\hat{\theta} - \theta) \rightarrow \mathcal{N}(0, I_K)$ , onde  $K$  é a dimensão de  $\theta$ .

E3: A distribuição da estatística de teste  $-2[\lg(L(\hat{\theta}_R)) - \lg(L(\theta))]$  converge assintoticamente ( $N \rightarrow \infty$ ) a um qui-quadrado de  $(K - K_R)$  graus de liberdade, onde  $K$  e  $K_R$  são as dimensões dos vetores de coeficientes  $\theta$  e  $\theta_R$  respectivamente.  $\hat{\theta}_R$  é o estimador restrito ( $K_R < K$ ).

Seja  $g(\theta)$  um vetor (coluna) cujos elementos são funções escalares do vetor de coeficientes  $\theta$  e defina a matriz  $\Gamma$  como:

$$\Gamma = (\partial g / \partial \theta)' (N^{-1} \Omega) (\partial g / \partial \theta)$$

Os estimadores das probabilidades de preferência por duráveis, das probabilidades de preferência por ordem de duráveis, das probabilidades de preferência posicional e dos valores esperados das preferências posicionais dos duráveis são função do estimador  $\hat{\theta}$  e têm as propriedades que se seguem e cujas demonstrações são simples<sup>(12)</sup>.

E4: Seja  $\underline{P}(\theta)$  o vetor cujos elementos são as probabilidades de preferência  $P_i(\theta)$  associadas aos  $J$  duráveis do conjunto de oferta de um consumidor (ou de um subconjunto deste). Defina  $\hat{\underline{P}} = \underline{P}(\hat{\theta})$  como o estimador de  $\underline{P}(\theta)$  com as seguintes propriedades:

- $\hat{\underline{P}}$  é um estimador consistente de  $\underline{P}(\theta)$ .
- A distribuição de  $\underline{P}(\hat{\theta})$  é assintoticamente normal, com média  $\underline{P}(\theta)$  e matriz de covariância dada por  $\Gamma$ , acima, fazendo  $g(\hat{\theta}) = \underline{P}(\hat{\theta})$ . Essa distribuição é singular e  $\Gamma$  é positiva

semidefinida, com um autovalor nulo.

E5: Seja  $\underline{P}(r(\theta))$  o vetor cujos  $J!$  elementos são as preferências de ordem associadas aos  $J$  duráveis (ou um subconjunto) do conjunto de oferta do consumidor e seja  $\hat{\underline{P}}(r) = \underline{P}(r(\hat{\theta}))$  o estimador de  $\underline{P}(r(\theta))$ . Então:

- $\hat{\underline{P}}(r)$  é um estimador consistente de  $\underline{P}(r)$
- A distribuição de  $\hat{\underline{P}}(r)$  é assintoticamente normal, com média  $\underline{P}(r(\theta))$  e matriz de covariância  $\Gamma$ , onde  $g(\theta) = \underline{P}(r(\theta))$ . A distribuição é singular e a matriz  $\Gamma$  é positiva semidefinida com um autovalor nulo.

E6: Seja  $\underline{P}I_i(\theta)$  o vetor cujos elementos são as probabilidades de preferência associadas a cada uma das  $J$  possíveis posições do durável  $i$  na ordem de acumulação ( $1 < J \leq M$ , onde  $M$  é o número de distintos duráveis no mercado) e seja  $\underline{P}I_i(\hat{\theta})$  o estimador correspondente. Então:

- $\underline{P}I_i(\hat{\theta})$  é um estimador consistente de  $\underline{P}I_i(\theta)$
- A distribuição de  $\underline{P}I_i(\hat{\theta})$  é assintoticamente normal, com média  $\underline{P}I_i(\theta)$  e matriz de covariância fazendo  $g(\theta) = \underline{P}I_i(\theta)$ . A distribuição é singular e a matriz  $\Gamma$  é positiva semidefinida com um autovalor nulo.

E7: Seja  $\underline{E}I(\theta)$  o vetor cujos elementos são os valores esperados da posição de cada durável na ordem de acumulação e seja  $\underline{E}I(\hat{\theta})$  o seu estimador. Então:

- $\underline{E}I(\hat{\theta})$  é um estimador consistente de  $\underline{E}I(\theta)$
- A distribuição de  $\underline{E}I(\hat{\theta})$  é assintoticamente normal, singular, com média  $\underline{E}I(\theta)$  e matriz de covariâncias  $\Gamma$  com  $g(\theta) = \underline{E}I(\theta)$ , que é positiva semidefinida, com um autovalor nulo.

Com estas propriedades é, pois, possível utilizar o estimador derivado por Mc Fadden (1974) para obter estimadores das probabilidades relevantes a este estudo e testar hipóteses que possam conduzir à rejeição do modelo teórico proposto.

(11) Vide Mc FADDEN (1974, p.120)

(12) O autor pode enviá-las ao leitor interessado.

### 3. Uma Aplicação Empírica

O modelo discutido na primeira seção é testado na sua forma mais simples (HL), que pode ser vista como uma aproximação linear à função de utilidade geral. Usando a notação da seção 2, mas omitindo o índice que designa o consumidor ( $n$ ) por não trazer ambigüidade à exposição, seja a probabilidade de preferir o durável  $i$  dada por:

$$P_i = \exp(\theta' \underline{z}_i) / \sum_{j=1}^J \exp(\theta' \underline{z}_j)$$

$$= \exp(\alpha_i a_{geh} + \beta_i n_{ch} + \gamma_i \lg(y/p) + \delta cv_i) / D \quad i=1, \dots, J > 1$$

onde as variáveis que caracterizam o consumidor, afora a sua renda ( $y$ ), indicam a sua posição no ciclo de vida (dada pela idade do chefe da família,  $a_{geh}$ , e pelo número de filhos menores de 18 anos,  $n_{ch}$ ) e entram no modelo sob a forma mais simples de interação com os duráveis do conjunto de oferta (seus coeficientes são específicos aos duráveis). Por outro lado, a informação de preço dos duráveis no mercado é dada por dois parâmetros da distribuição do preço de cada durável (média  $p_i$ , e coeficiente de variação, ou seja, desvio-padrão em unidades de média,  $cv_i$ ). Recorde-se que o consumidor vai ao mercado com limitada informação sobre os duráveis, inclusive quanto aos seus preços, em virtude da baixa frequência com que realiza aquisições ao longo do seu ciclo de vida. Ele enfrenta, pois, uma situação de busca por informações e sabe, *a priori*, que a distribuição de preços de cada durável não é degenerada (um único preço). A restrição de que  $\sum_i P_i = 1$  fornece a expressão de  $D$ , acima.

Há alguns aspectos sobre o papel das variáveis independentes na determinação de  $P_i$  e sobre a estimabilidade dos parâmetros do modelo econométrico que devem ser notadas. Assim, qualquer termo da combinação linear  $\theta' \underline{z}_i$  que seja invariante com relação aos duráveis não é relevante para a determinação de  $P_i$ . Isso decorre da forma simples do modelo (HL) e é fácil verificar

usando a expressão de  $P_i$  acima, onde qualquer constante no expoente do numerador cancela-se com a correspondente em cada termo do somatório do denominador. A taxa de juros, por exemplo, não é relevante na determinação da probabilidade de escolha entre duráveis, embora sem dúvida o seja para a decisão de *quando* adquirir um durável no mercado, como se viu na Introdução. Isso decorre do fato da taxa de juros não ser específica a cada durável, mesmo que varie entre consumidores. Outro ponto a observar é que nem todos os  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  são estimáveis. Para isso, basta notar que a substituição do subconjunto de coeficientes  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_J, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_J\}$  pelo conjunto  $\{0, \alpha_2 - \alpha_1, \dots, \alpha_J - \alpha_1, 0, \beta_2 - \beta_1, \dots, \beta_J - \beta_1\}$  não altera  $P_i$ . Isso decorre do fato de  $\sum_i P_i = 1$  e implica que somente os coeficientes  $\alpha_i, \beta_i$  de  $J-1$  duráveis são estimáveis. Em conseqüência, a estimação exige a adoção de um "durável de referência" e a exclusão da amostra de consumidores de todos aqueles que não tenham o "durável de referência" em seu conjunto de oferta. Como teoricamente é indiferente qual seja o durável adotado como "referência" para a estimação, resta um critério estatístico: como os estimadores têm propriedades estatísticas assintoticamente desejáveis, a decisão por um durável que maximize o tamanho da amostra de consumidores é sempre superior a qualquer outra.

A aplicação empírica considera um subconjunto dos duráveis disponíveis no mercado. Como discutido na seção 2, o Axioma de Luce implica que não há qualquer perda de informação sobre as preferências do consumidor quanto a esses duráveis se a análise se restringir ao subconjunto de interesse.

Os duráveis de interesse são: refrigerador, liquidificador, máquina de costura e televisão. Como o "consumidor" nesta análise é a "unidade familiar", um dos critérios para escolhê-los foi o de serem de uso "coletivo" da família e não de uso individual de algum membro da família (como seria o caso, por exemplo, do relógio-de-pulso). Outro critério,

embora evidente, merece comentário: para esses duráveis há dados para as variáveis necessárias à análise (razão pela qual a aquisição de autos não pôde ser incluída). O ponto é que a amostra de consumidores provém de uma amostra aleatória de domicílios familiares, a maior parte dos quais pode não ter adquirido qualquer durável no período de observação. A alternativa seria dispor de uma amostra das famílias que adquiriram qualquer dos duráveis de interesse no período e, portanto, estes são definidos *a priori*. Para este último tipo de amostra é possível mostrar que os estimadores de máxima verossimilhança também têm as propriedades estatísticas assintóticas da seção anterior.

A amostra de domicílios familiares é a amostra ENDEF para o Estado de São Paulo, obtida pelo IBGE em meados dos anos setenta (13).

A primeira questão empírica a abordar refere-se ao grau de concordância dos consumidores da amostra com os postulados da seção 2 que restringem o seu comportamento no mercado, basicamente P4 e I1(14). Dentre as 2620 famílias da amostra que ampliaram o seu estoque com um ou mais dos quatro duráveis de interesse, cerca de 40% tinha em seu estoque, ao final do período de doze meses de observação, um (ou mais) dos duráveis obtido(s) por doação (isto é, como presente) e foram portanto inabilitados pelos seus doadores a revelarem no mercado as suas preferências. Das 1591 famílias remanescentes, 83,5% comportam-se conforme P4 e I1 (e não há presentes), correspondendo a 1328 famílias. Destas foram excluídas 191 famílias para as quais não havia informação suficiente para ordenar os dois

ou mais duráveis que adquiriram em doze meses(15), e também outras 45 famílias que, embora satisfazendo os postulados, obtiveram por troca um durável do conjunto. Com estas duas exclusões, a amostra relevante para este estudo compreende 1092 famílias do Estado de São Paulo. Para a estimação, entretanto, foram utilizadas 591 famílias, pois 344 daquelas adquiriram no período o quarto dos duráveis que lhes faltava – logo, não pertencem à amostra informativa para efeito de estimação – e as 157 famílias restantes já possuíam em seu estoque o “durável de referência” adotado para permitir identificar os coeficientes (refrigerador)(16).

O modelo econométrico especificado no início desta seção foi, pois, estimado com uma amostra de 591 famílias do Estado de São Paulo. Conforme se discutiu acima, os coeficientes  $\alpha_1, \beta_1$  são referenciados a zero ( $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ ) e estimados  $\{\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \delta\}$  onde os índices 1,2,3,4 referem-se, respectivamente, aos duráveis refrigerador, liquidificador, máquina de costura e televisão. Foi estimada, também, uma versão restrita do modelo, impondo  $\alpha_4 = \beta_2 = 0$  (coeficientes do modelo completo para os quais não foi possível rejeitar, individualmente, a hipótese nula (de ser zero)). Por se tratar de estimação não-linear, o estimador dos coeficientes é obtido iterativamente, usando o método de Newton-Raphson. Como as probabilidades, calculadas em cada iteração, são funções de funções exponenciais, foi necessário mudar a escala “natural” das variáveis do modelo para evitar problemas computacionais (*over/underflow*). Assim,  $ageh$  é, na verdade,  $ageh/50$  (logo, as estimativas dos seus coeficientes estão multiplicadas por 50),  $nch$  é, na verdade,  $nch/10$ ,  $lg(y/p_i)$  é,

(13) Para uma exposição detalhada do ENDEF e seu banco de dados, consultar ANDRÉ (1980).

(14) O postulado P2 exigiria, para se verificar o seu falseamento, que tanto o estoque de duráveis no início do período quanto no fim deste fosse observado, o que não é o caso para a amostra disponível.

(15) Note que estes casos não indicam violação de P3. Para isso é necessário mostrar que a ordenação é impossível.

(16) Esta amostra de 591 famílias é superada pela de 618 famílias associadas à escolha de outro durável (liquidificador) como “referência”. Por limitação de memória na unidade central de processamento, esta não pôde ser usada.



na verdade,  $\lg(y/p_i) / 10$  ( $cv_i$  não teve a sua escala modificada). Essa mudança de escala não tem, como é fácil ver, qualquer efeito sobre os resultados estatísticos e praticamente não interfere na interpretação dos resultados.

Nas tabelas 1 e 2 estão apresentados os resultados da estimação do modelo somente em sua versão restrita, pois esta é estatisticamente indistinta da versão completa (17). Três outros modelos restritos são testados, usando a propriedade E3 na qual a hipótese alternativa é o modelo completo: o primeiro restringe a zero os coeficientes das variáveis do ciclo de vida do consumidor; o segundo restringe a zero os coeficientes da idade do chefe da família; o terceiro restringe a zero os coeficientes do número de crianças na família. Em todos os casos a hipótese nula foi rejeitada<sup>(18)</sup>. Ou seja, as variáveis do ciclo de vida são relevantes na determinação das preferências probabilísticas do consumidor no mercado de duráveis.

O modelo proposto não pôde ser rejeitado no teste empírico. A estatística relevante é  $-2 \log$  da razão de verossimilhança (propriedade E3) que assume o valor 302.2, enquanto o valor crítico do qui-quadrado a que assintoticamente converge é 21.7 (9 graus de liberdade e nível de significância de 99%)<sup>(19)</sup>. O resultado deste teste claramente indica uma excelente aderência do

(17) Usando a propriedade E3 da seção anterior, a estatística de teste tem o valor de 1.0, ao passo que com 2 (= 11-9) graus de liberdade e para 90% de nível de significância, o qui-quadrado tem o valor de 4.6, não sendo, portanto, possível rejeitar a hipótese nula de que o modelo restrito é verdadeiro.

(18) As estatísticas de teste assumem os valores de 39.4, 19.6 e 18.2, respectivamente, para os três modelos. O nível crítico do qui-quadrado é, respectivamente, 16.8 (6 graus de liberdade), 11.3 (3 graus) e 11.3 (3 graus) para o nível de significância de 99%. Os resultados não se modificariam se a hipótese alternativa em cada teste fosse o modelo restrito apresentado na tabela 1.

modelo ao comportamento observado no mercado de duráveis.

Duas outras medidas do desempenho do modelo são fornecidas na tabela 1. Uma é a porcentagem das escolhas corretamente preditas, onde a escolha predita é aquela associada à máxima probabilidade (recorde-se que a ordenação dos  $f_i$  implica a mesma ordenação dos  $P_i$ ) para cada consumidor da amostra. O modelo previu corretamente 62,6% das escolhas observadas, que deve ser confrontada com a medida equivalente onde a escolha predita é, entretanto, dada por uma loteria (isto é,  $\theta = 0$ ), que é de 33,1%. Ou seja, o modelo é 90% melhor nas suas previsões que aquelas indicadas pela sorte. A outra medida é dada pela média das probabilidades, observadas e preditas, com que cada durável é escolhido pelo consumidor da amostra. Sob esse conceito, e à vista dos correspondentes desvios-padrão, o desempenho do modelo é também muito bom.

Há, ainda, a possibilidade de determinar o comportamento preditivo do modelo. As medidas anteriores indicam o "grau de acerto" (ou, complementarmente, o nível de desvios) do modelo estimado *vis-à-vis* o comportamento observado na amostra utilizada na estimação dos coeficientes. Trata-se agora de determinar quais as previsões do modelo com dados novos de comportamento, isto é, que não tenham informado a estimação dos coeficientes do modelo, e compará-las com as decisões efetivamente observadas desses consumidores. Como se recordará, os consumidores da amostra informativa para o Estado de São Paulo que possuíam em seu estoque o durável de referência (refrigerador) não foram incluídos na estimação por razões de estimabilidade dos coeficientes. Estes consumidores são, pois, uma amostra adequada à avaliação do desempenho preditivo do modelo. Os resulta-

(19) Para o modelo completo,  $-2 \log$  da razão de verossimilhança é 303.1 e o qui-quadrado crítico é 24.73 (11 graus de liberdade e nível de significância de 99%), e a conclusão é a mesma.

TABELA 1

## RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO DO MODELO RESTRITO(\*)

Coefic. da variável	Estimativa do coefic.	Desvio padrão	t assintótico
<i>ageh2</i>	1.320	.6271	-2.105
<i>ageh3</i>	1.594	.5056	3.152
<i>nch3</i>	2.788	.6836	4.078
<i>nch4</i>	1.206	.5871	2.053
<i>1g (y/p<sub>1</sub>)</i>	14.870	3.8980	3.815
<i>1g (y/p<sub>2</sub>)</i>	7.218	2.0630	3.500
<i>1g (y/p<sub>3</sub>)</i>	3.104	1.8890	1.643(a)
<i>1g (y/p<sub>4</sub>)</i>	14.180	3.4240	4.143
<i>cv</i>	7.490	3.0080	-2.490

Notas: tamanho da amostra: 591 famílias

-2 log da razão de verossimilhança:  $302.2 \gg 21.67 = \chi^2(9, 1\%)$

número de iterações: 6

média quadrática do gradiente:  $.11 \cdot 10^{-7}$

níveis críticos da estatística t para teste:

para  $\alpha = 5\%$ : unicaudal: 1.645, bicaudal: 1.960

(a): coeficiente estatisticamente diferente de zero para  $\alpha = 10\%$ . Os demais são estatisticamente diferentes de zero para  $\alpha = 5\%$ , para o teste assintótico individual.

(\*): ver texto sobre mudança de escala dos coeficientes.

## Indicadores adicionais de desempenho do modelo

1. percentagem de escolhas corretamente previstas:  
sob o modelo: 62.61%  
sob a hipótese nula ( $\theta = 0$ ): 33.07%
2. média das probabilidades de preferência por cada durável:

Durável	Observada	Estimada	Desvio-padrão da estimativa
1 (refrig.)	.2640	.2639	.01820
2 (liquid.)	.0981	.1036	.01254
3 (m. cost.)	.1861	.1815	.01589
4 (tv)	.4518	.4510	.02054
	1.0000	1.0000	

dos detalhados são apresentados na tabela 2 e, como indicado, referem-se aos consumidores das 157 famílias cujos estoques iniciais de duráveis eram {1}, {1,2}, {1,3}, {1,4}. Para estes, as percentagens de escolhas corretamente previstas foram, respectivamente aos estoques iniciais, de 81,3%,

92,9%, 75,7% e 34,8%. Em termos agregados, o modelo previu corretamente 69,4% das escolhas, enquanto que uma loteria teria previsto 46,6%. Logo, o modelo teve um comportamento preditivo cerca de 50% melhor do que aquele dado pelo critério de ignorância de Laplace.

TABELA 2

PROBABILIDADES DE ESCOLHA  
(observada, estimada ou predita, e desvio-padrão)

Tem		Adquire				%cp	hh
		1	2	3	4		
0	observ.	.05578	.03982	.33070	.57370	64.14	251
	estim. (dp)	.14000 (.01431)	.09000 (.01183)	.23900 (.02243)	.53100 (.02592)		
1	observ. predito (dp)		.03125 .08060 (.01566)	.09375 .24060 (.06964)	.87500 .67880 (.06530)	81.25	32
	2	observ. estim. (dp)	.25000 .17570 (.01965)		.12500 .19830 (.02800)	.62500 .62600 (.02965)	62.50
3	observ. estim. (dp)	.19510 .17570 (.01823)	.08130 .08600 (.01279)		.72360 .73830 (.02338)	72.36	123
	4	observ. estim. (dp)	.49350 .40270 (.03323)	.25970 .18840 (.02509)	.24680 .40890 (.03676)		39.96
12	observ. predito (dp)			.04762 .16550 (.03290)	.95238 .83450 (.03290)	92.86	42
13	observ. predito (dp)		.24320 .08889 (.01780)		.75680 .91111 (.01780)	75.68	37
14	observ. predito (dp)		.76090 .35130 (.07064)	.23910 .64870 (.07064)		34.78	46
23	observ. estim. (dp)	.44120 .20550 (.02196)			.55880 .79450 (.02196)	55.88	34
	24	observ. estim. (dp)	.83333 .62260 (.05060)		.16667 .37740 (.05060)	73.33	30
34	observ. estim. (dp)	.65380 .73820 (.03476)	.34620 .26180 (.03476)			65.38	52

Notas: número de famílias (hh) na amostra informativa : 748  
% global de escolhas corretamente calculadas (%cp) :  
na estimação: para o modelo: 62.61%  
(591 hh) sob  $H_0: \theta = 0$ : 33.07%  
na predição: para o modelo: 69.43%  
(157 hh) sob  $H_0: \theta = 0$ : 46.60 %  
aderência do ajustamento:  $\text{Prob}(\chi^2 > 302.2) \ll 5\%$

Finalmente, a inspeção ao sinal e a estatística  $t$  assintótica de cada coeficiente do modelo, apresentados na tabela 1, indica que todos são individualmente significativos a 5%, com exceção de  $\gamma_3$  que é significativo a 10%. Para aqueles coeficientes cujo sinal é indicado pela teoria (seção 1), os resultados estão corretos. Estas conclusões derivam de notar o seguinte. Para aquele coeficiente cujo sinal é indicado pela teoria, o teste estatístico relevante é unicaudal. É o caso dos coeficientes  $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \delta)$ <sup>(20)</sup>. O sinal dos demais depende, como se discutiu acima, de qual durável foi tomado como referência na estimação, logo, tanto pode ser positivo como negativo. Assim, para cada um destes o teste estatístico relevante é bicaudal.

## Conclusões

As contribuições deste estudo à análise da escolha de duráveis são de duas espécies.

Uma é a proposição de um modelo teórico de maximização da utilidade probabilística no mercado de duráveis, formulado a partir de princípios básicos e utilizando as contribuições de Luce e Marschak. A principal contribuição deste trabalho é um modelo comportamental de escolha que é capaz de explicar as preferências do consumidor observadas no mercado de duráveis. Um aspecto deste estudo é o de fornecer uma estrutura comportamental com a qual se pode reavaliar as contribuições de outros autores quanto aos padrões de acumulação do consumidor, notadamente aquelas de Pyatt (1964) e Paroush (1965). O modelo não deriva dos postulados determinísticos da microeconomia convencional mas apoia-se, ao invés, numa teoria de preferências probabilísticas ou estocásticas. Algumas de suas

propriedades, entretanto, são análogas às daquelas do modelo convencional, se se reconhece que o conceito de probabilidade de preferência por durável é um equivalente probabilístico da noção de demanda do consumidor no modelo determinístico. Nessa equivalência, uma curva de Engel probabilística é imediatamente derivada e os conceitos de duráveis probabilisticamente inferior, normal e superior podem ser apropriadamente definidos. O mesmo se aplica aos conceitos de elasticidade-renda e preço da probabilidade de preferência por durável, que inclusive retém a propriedade usual de que a soma das elasticidades-preço e a elasticidade-renda é nula, como é fácil ver usando G3-G5. Outros conceitos, entretanto, não têm similares na teoria convencional. Um exemplo importante é a dependência da elasticidade-renda associada às preferências por um durável do valor esperado da utilidade marginal da renda definida pela distribuição discreta das probabilidades de preferência, gerada pelo modelo a cada nível de renda.

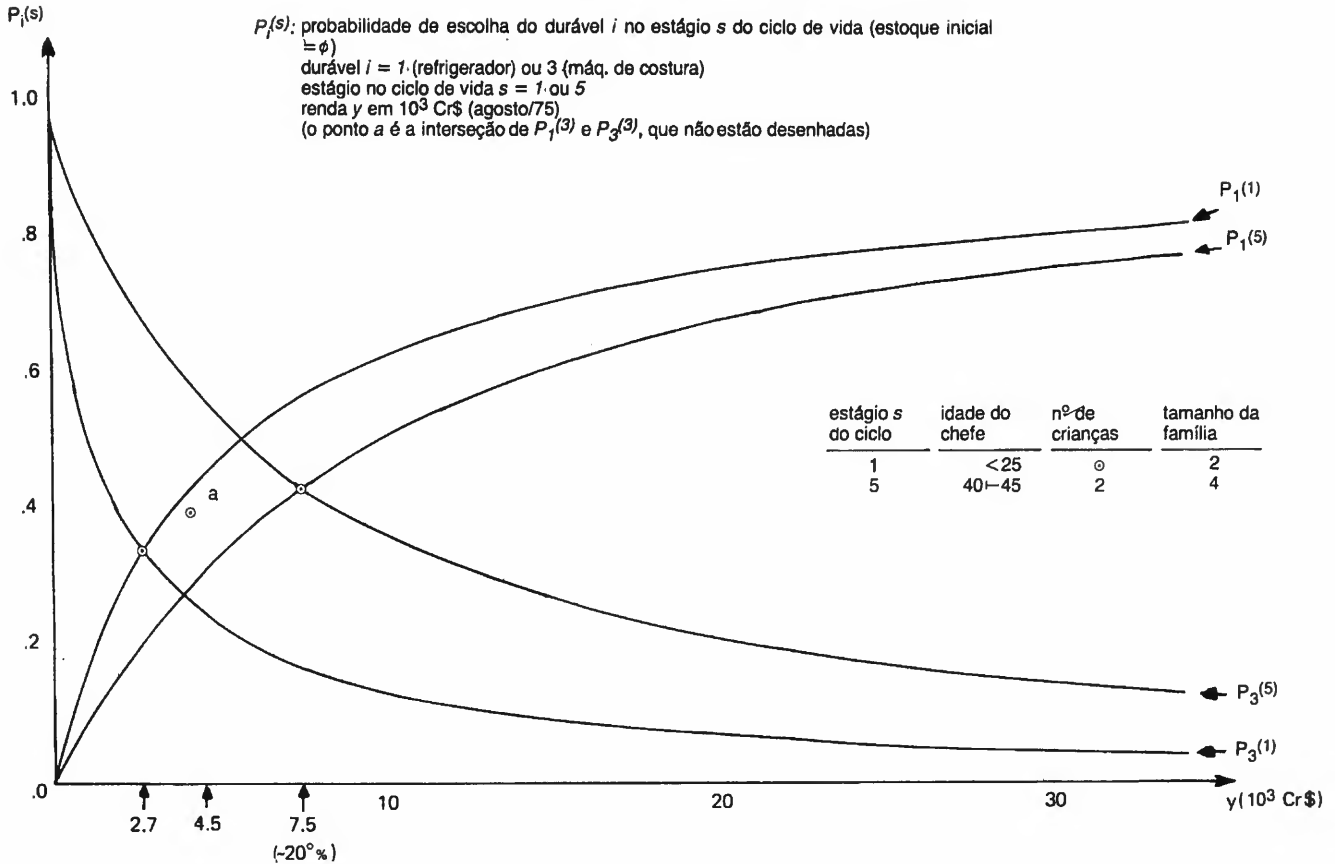
A outra contribuição é a formulação do modelo econométrico associado que permite, de um lado, obter estimadores dos conceitos comportamentais derivados do modelo que têm propriedades estatisticamente desejáveis e, de outro, adotar uma estratégia de estimação conjunta aplicada às famílias em distintos estágios de acumulação de duráveis, que é teoricamente justificada e estatisticamente recomendada.

O teste empírico do modelo para famílias do Estado de São Paulo em meados dos anos setenta indica não ser possível rejeitar o modelo. As estimativas obtidas estão teoricamente corretas e o desempenho preditivo do modelo fortalece a indicação do teste empírico. As implicações fornecidas pelo modelo sobre o comportamento do consumidor de São Paulo no mercado de duráveis são brevemente discutidas a seguir.

O primeiro resultado a apontar, à vista da tabela 1, é que o durável 3 (máquina de costura) é, para os consumidores de São

(20) O sinal de  $\delta$ , coeficiente de  $cv_p$ , está correto (é negativo) pois o coeficiente de variação é uma medida do risco que o consumidor corre no mercado de duráveis de pagar um preço acima ou abaixo da média, e o consumidor é avesso ao risco.

GRÁFICO 1



Paulo, um durável inferior, no sentido de suas preferências probabilísticas (L2), no conjunto de duráveis {refrigerador, liquidificador, máquina de costura, televisão}, enquanto que o durável 1 (refrigerador) é superior aos demais duráveis desse conjunto. Isso decorre de  $\gamma_3 < \gamma_2 < \gamma_4 < \gamma_1$ , conforme L2. Os duráveis 1 e 3 são, pois, os casos polares. O gráfico 1 ilustra para São Paulo como as preferências probabilísticas do consumidor se comportam para variações na renda e no estágio do ciclo de vida, para um consumidor que não possua inicialmente qualquer dos quatro duráveis. Assim, para o consumidor de renda mais alta, qualquer que seja a sua posição no ciclo de vida quando adquire o primeiro durável dentre os do conjunto, a sua preferência probabilisticamente maior é pelo refrigerador. Para os consumidores na cauda inferior da distribuição de renda, quanto mais tarde no seu ciclo de vida adquire o primeiro durável dentre os do conjunto, tanto maior é a probabilidade de que escolha uma máquina de costura.

Os perfis de prioridade (propriedade G2) para o consumidor de São Paulo nos diversos estágios de acumulação de duráveis, para distintos níveis de renda e ao longo do ciclo de vida<sup>(21)</sup>, são apresentados em anexo (tabelas A) utilizando os estimadores da tabela 1. Usando as estimativas das probabilidades de preferência por duráveis desses perfis é possível, graças à implicação I4, analisar as preferências de acumulação de duráveis do consumidor ao longo do seu ciclo de vida.

Como o conjunto de duráveis sob análise contém quatro duráveis, há portanto  $4! = 24$  ordenações admissíveis desses duráveis sujeitas à escolha do consumidor. As mais preferidas pelo consumidor, dentre essas ordens de acumulação, estão estimadas na tabela 3. Para cada posição indicada do ciclo de vida do consumidor (defini-

(21) Os níveis de renda são indicados pelo percentil  $a$  que pertencem na distribuição da renda. Os estágios adotados são os do ciclo de vida modal da população de São Paulo.

**TABELA 3**  
**ORDENS DOMINANTES DE PREFERÊNCIA POR DURÁVEIS**  
**PARA CONSUMIDORES DO ESTADO DE SÃO PAULO**

Percentil da renda	Ordem de duráveis	Estágio no ciclo de vida					= ageh = nch
		1	3	5	7	9	
		22.5 0	32.5 1	42.5 2	52.5 1	62.5 0	
1%	3214	.354 * (.045)	.427 * (.070)	.448 * (.102)	.407 (.124)	.361 (.146)	
	3124	.167 (.061)	.262 (.088)	.356 (.114)	.418 (.136)	.480 * (.154)	
	2314	.238 (.064)					
	soma	.759 (.054)	.689 (.079)	.804 (.073)	.825 (.074)	.841 (.075)	
5%	1234	.194 * (.051)	.100 (.044)				
	1324	.189 (.027)	.225 (.038)	.202 (.060)	.209 (.077)	.213 (.095)	
	2134	.165 (.044)					
	3124	.159 (.034)	.269 * (.055)	.393 * (.075)	.438 * (.088)	.476 * (.100)	
	2314	.120 (.011)					
	3214		.157 (.030)	.179 (.045)			
	soma	.827 (.070)	.751 (.060)	.774 (.077)	.647 (.102)	.689 (.109)	

Notas: duráveis: 1 = refrigerador; 2 = liquidificador; 3 = máquina de costura; 4 = televisão  
 chave: Prob (3214) = .354 indica ser 35.4% a estimativa da probabilidade de que o consumidor prefira os 4 duráveis na ordem '3214', onde o mais preferido é '3' e o menos preferido é '4'.  
 (.045) é a estimativa do desvio-padrão assintótico da probabilidade da ordem de preferência estimada

\* = indica a mais preferida dentre as ordens dominantes de preferência por duráveis.

**TABELA 3 (Cont.)**  
**ORDENS DOMINANTES DE PREFERÊNCIA POR DURÁVEIS**  
**PARA CONSUMIDORES DO ESTADO DE SÃO PAULO**

Percentil da renda	Ordem de duráveis	Estágio no ciclo de vida					= ageh = nch
		1	3	5	7	9	
		22.5 0	32.5 1	42.5 2	52.5 1	62.5 0	
95%	1234	.315 (.135)	.283 * (.123)	.206 (.097)	.178 (.089)	.150 (.084)	
	1243	.261 (.051)	.146 (.035)				
	1324	.137 (.028)	.221 (.047)	.295 * (.089)	.316 * (.103)	.331* (.117)	
	1342			.156 (.063)	.194 (.076)	.234 (.095)	
	1432			.090 (.039)			
	1423		.091 (.029)				
	soma		.713 (.150)	.741 (.150)	.747 (.090)	.688 (.119)	.715 (.114)
100%	1423	.515 * (.085)	.507 * (.044)	.422 * (.066)	.378 * (.081)	.329 (.098)	
	1243	.346 (.129)	.251 (.092)				
	1432			.237 (.079)	.288 (.080)	.340 * (.086)	
	soma	.861 (.067)	.758 (.095)	.659 (.046)	.666 (.044)	.669 (.055)	

Notas: duráveis: 1 = refrigerador; 2 = liquidificador; 3 = máquina de costura; 4 = televisão  
 chave: Prob (1234) = .315 indica ser 31.5% a estimativa da probabilidade de que o consumidor prefira os 4 duráveis na ordem '1234', onde o mais preferido é '1' e o menos preferido é '4'.  
 (.135) é a estimativa do desvio-padrão assintótico da probabilidade da ordem de preferência estimada  
 = indica a mais preferida dentre as ordens dominantes de preferência por duráveis.



da pela idade do chefe da família – *ageh*, e pelo número de crianças na família – *nch*) e para consumidores em distintas posições na distribuição da renda (indicada pelo percentil da renda em que se situam), a tabela 3 indica a (estimativa) da probabilidade de preferência pelas ordens de acumulação dominantes, em especial a ordem de preferência modal, isto é, aquela com a mais alta probabilidade de ser preferida pelo consumidor. A primeira conclusão a que se pode chegar é de que, como seria de se esperar, qualquer que seja a posição do consumidor no ciclo de vida, os consumidores da mesma faixa de renda pouco divergem sobre quais ordens de acumulação de duráveis são dominantes. Ou seja, a renda é um excelente indicador de preferências na escolha entre duráveis. A segunda conclusão é de que quanto mais tarde em seu ciclo de vida o consumidor adquire mais um durável, mas provável é que a aquisição de uma máquina de costura ocorra, se o consumidor já não a possuir.

A terceira evidência a apontar da tabela 3 é que a forte preferência do consumidor por adquirir, cedo no processo de acumulação, uma televisão é uma característica peculiar ao grupo de consumidores de renda muito

alta, enquanto que o consumidor de renda mais baixa nitidamente prefere adquirir mais cedo no processo de acumulação uma máquina de costura, que será adquirida em primeiro lugar pelo consumidor na cauda inferior da distribuição de renda, qualquer que seja a sua posição no ciclo de vida. Este resultado contradiz frontalmente a idéia difundida de que os consumidores, em especial os de baixa renda, reproduzem no mercado de duráveis o perfil de preferências do consumidor de alta renda.

Finalmente, na tabela 4 as estimativas da preferência posicional esperada de cada durável na ordem de acumulação<sup>(22)</sup> são determinadas, novamente, para cada posição no ciclo de vida e em cada um dos pontos da distribuição da renda. A ordem de acumulação implicada por essas preferências esperadas coincide, como se deve esperar, com a ordenação de preferência modal.

---

(22) Derivadas das probabilidades de preferência posicional de cada durável. Estas estimativas para consumidores nos estágios 1 e 3 do ciclo de vida são apresentadas em anexo (tabela B), acompanhadas de seus desvios-padrão assintóticos.

**TABELA 4**  
**PREFERÊNCIA POSICIONAL ESPERADA**

Ciclo de vida estágio	y%	Duráveis				ordem implicada
		1	2	3	4	
1	1%	2.495 (.114)	1.963 (.175)	1.588 (.110)	3.954 (.063)	3214
	5%	1.870 (.093)	2.099 (.126)	2.120 (.138)	3.912 (.099)	1234
	95%	1.119 (.081)	2.351 (.160)	3.201 (.113)	3.329 (.244)	1234
	100%	1.028 (.036)	2.686 (.180)	3.846 (.064)	2.439 (.157)	1423
3	1%	2.522 (.129)	2.199 (.184)	1.331 (.105)	3.948 (.071)	3214
	5%	1.958 (.126)	2.380 (.146)	1.755 (.164)	3.906 (.106)	3124
	95%	1.123 (.091)	2.619 (.194)	2.885 (.114)	3.373 (.248)	1234
	100%	1.029 (.038)	2.877 (.173)	3.711 (.097)	2.384 (.125)	1423
5	1%	2.516 (.149)	2.374 (.191)	1.172 (.078)	3.938 (.085)	3214
	5%	2.040 (.148)	2.607 (.159)	1.463 (.155)	3.891 (.123)	3124
	95%	1.145 (.116)	2.925 (.216)	2.544 (.144)	3.386 (.248)	1324
	100%	1.030 (.041)	3.122 (.170)	3.492 (.130)	2.356 (.100)	1423
7	1%	2.449 (.173)	2.466 (.216)	1.146 (.078)	3.938 (.085)	3124
	5%	1.992 (.168)	2.705 (.181)	1.417 (.167)	3.886 (.127)	3124
	95%	1.134 (.113)	3.037 (.232)	2.445 (.167)	3.384 (.242)	1324
	100%	1.027 (.037)	3.221 (.165)	3.398 (.148)	2.354 (.090)	1423
9	1%	2.383 (.195)	2.554 (.240)	1.126 (.078)	3.937 (.087)	3124
	5%	1.951 (.186)	2.790 (.201)	1.379 (.179)	3.880 (.134)	3124
	95%	1.127 (.113)	3.140 (.255)	2.355 (.192)	3.378 (.243)	1324
	100%	1.024 (.033)	3.320 (.176)	3.299 (.178)	2.357 (.094)	1432

Nota: O desvio-padrão assintótico da estimativa está entre parênteses.

## Referências Bibliográficas

- ANDRÉ, P.T.A. The ENDEF survey. In: SCOTT, C; ANDRÉ, P.T.A. & CHANDER, R. *Conducting surveys in developing countries: practical problems and experience in Brazil, Malaysia and the Philippines*. Washington, Living Standards Measurement Study Working Paper Series, 5, Development Research Center, World Bank, 1980.
- BLOCK, H.D. & MARSCHAK, J. Random orderings and stochastic theories of response. In: OLKIN I. *et al.* (eds.). *Contributions to probability and statistics: essays in honor of Harold Hoteling*. Stanford, Stanford University Press, 1960, p. 97-132.
- FARREL, M.J. The demand for motorcars in the United States. *Journal of the Royal Statistical Society*, series A, 117: 171-201, 1954.
- HALLDIN, C. The choice axiom, revealed preference and the theory of demand. *Theory and Decision*, 5: 139-160, 1974.
- LUCE, R.D. *Individual choice behavior: a theoretical analysis*. New York, John Wiley, 1959.
- . The choice axiom after twenty years. *Journal of Mathematical Psychology*, 15: 215-233, 1977.
- *et al.* Preference, utility and subjective probability. In: R.D. Luce *et al.* (eds.). *Handbook of mathematical psychology*. New York, John Wiley, 1965, V. III, p. 249-410.
- MARSCHAK, J. Norms and habits of decision making under certainty. In: DUNLAP & ASSOCIATES, INC. *Mathematical models of human behavior: proceedings of a symposium*. Stamford, Conn., 1955, p. 45-53.
- . Binary choice constraints and random utility indicators. In: ARROW, K.J. *Mathematical methods in the social sciences*. Stanford, Stanford University Press, 1960, p. 312-329.
- *et al.* Stochastic models of choice behavior. *Behavioral Science*, 8(1): 41-55, 1963.
- McFADDEN, D. Conditional logit analysis of qualitative choice behavior. In: ZAREMBKA, P. *Frontiers in econometrics*. New York, Academic Press, 1974, p. 105-142.
- MUELLBAUER, J. Testing neoclassical models of the demand for consumer durables. In: DEATON, A. (ed.). *Essays in the theory and measurement of consumer behavior*. Cambridge, Cambridge University Press, 1981, Ch. 8, p. 213-236.
- PAROUSH, J. The order of acquisition of consumer durables. *Econometrica*, 33: 225-235, 1965.
- PAULY, R. The accumulation structure of consumer durables and its empirical analysis. *Empirical Economics*, 2: 253-277, 1977.
- PYATT, F.G. *Priority patterns and the demand for household durable goods*. Cambridge, Cambridge University Press, 1964.
- STONE, J.R.N. & ROWE, R.A. The market demand for durable goods. *Econometrica*, 25: 423-443, 1957.
- YELLOTT, J.I. Jr. The relationship between Luce's choice axiom, Thurstone's theory of comparative judgement and the double exponential distribution. *Journal of Mathematical Psychology*, 15: 109-144, 1977.

## ANEXO

Tabelas A: Perfil de Prioridade (propriedade G2 do texto)

Tabela B: Probabilidades de Preferência Posicional

## TABELA A

## PERFIL DE PRIORIDADE

estágio 1 do ciclo de vida (ageh &lt; 25, nch = 0)

y: 1%		adquire				y: 95%		adquire			
tem	1	2	3	4	tem	1	2	3	4		
0	-146 (-032)	-313 (-081)	-538 (-073)	-004 (-005)	0	-888 (-070)	-072 (-037)	-021 (-017)	-018 (-020)		
1		-366 (-097)	-630 (-096)	-005 (-006)	1		-648 (-123)	-192 (-054)	-159 (-089)		
2	-212 (-043)		-783 (-044)	-006 (-008)	2	-958 (-040)		-023 (-019)	-019 (-022)		
3	-315 (-085)	-676 (-089)		-008 (-012)	3	-908 (-057)	-074 (-039)		-018 (-020)		
4	-146 (-032)	-314 (-081)	-540 (-074)		4	-904 (-055)	-074 (-039)	-022 (-018)			
12			-993 (-010)	-007 (-010)	12			-547 (-116)	-453 (-116)		
13		-988 (-018)		-012 (-018)	13		-803 (-116)		-197 (-116)		
14		-367 (-097)	-633 (-097)		14		-771 (-078)	-229 (-078)			
23	-974 (-035)			-026 (-035)	23	-980 (-023)			-020 (-023)		
24	-213 (-043)		-787 (-043)		24	-976 (-020)		-024 (-020)			
34	-318 (-087)	-682 (-087)			34	-925 (-041)	-075 (-041)				
y: 5%		adquire				y: 100%		adquire			
tem	1	2	3	4	tem	1	2	3	4		
0	-402 (-037)	-298 (-042)	-290 (-059)	-010 (-011)	0	-972 (-035)	-011 (-012)	-001 (-002)	-016 (-023)		
1		-498 (-095)	-485 (-088)	-016 (-018)	1		-379 (-135)	-038 (-015)	-583 (-129)		
2	-572 (-073)		-414 (-063)	-014 (-016)	2	-983 (-025)		-001 (-002)	-016 (-023)		
3	-566 (-037)	-420 (-034)		-014 (-017)	3	-973 (-034)	-011 (-012)		-016 (-023)		
4	-405 (-034)	-301 (-042)	-293 (-061)		4	-988 (-014)	-011 (-012)	-001 (-002)			
12			-967 (-034)	-033 (-034)	12			-061 (-020)	-939 (-020)		
13		-968 (-037)		-032 (-037)	13		-394 (-138)		-606 (-138)		
14		-507 (-093)	-493 (-093)		14		-909 (-053)	-091 (-053)			
23	-976 (-029)			-024 (-029)	23	-984 (-023)			-016 (-023)		
24	-580 (-068)		-420 (-068)		24	-999 (-002)		-001 (-002)			
34	-574 (-035)	-426 (-035)			34	-989 (-012)	-011 (-012)				

## TABELA A

## PERFIL DE PRIORIDADE

estágio 3 do ciclo de vida ( $30 \leq \text{ageh} < 35$ ,  $\text{nch} = 1$ )

y: 1%		adquire				y: 95%		adquire			
tem	1	2	3	4	tem	1	2	3	4		
0	.106 (.030)	.175 (.069)	.715 (.079)	-.003 (.004)	0	-.886 (.078)	-.055 (.027)	-.039 (.031)	-.020 (.022)		
1		-.196 (.087)	.800 (.087)	-.004 (.005)	1		-.485 (.122)	-.340 (.076)	-.175 (.083)		
2	-.129 (.040)		.867 (.041)	-.004 (.005)	2	-.938 (.057)		-.041 (.034)	-.021 (.024)		
3	-.373 (.104)	-.615 (.108)		-.011 (.016)	3	-.922 (.052)	-.058 (.030)		-.021 (.023)		
4	-.107 (.031)	-.176 (.069)	-.717 (.080)		4	-.904 (.061)	-.057 (.029)	-.040 (.033)			
12			.995 (.006)	-.005 (.006)	12			-.660 (.098)	-.340 (.098)		
13		-.982 (.026)		-.018 (.026)	13		-.735 (.135)		-.265 (.135)		
14		-.197 (.087)	-.803 (.087)		14		-.588 (.107)	-.412 (.107)			
23	-.971 (.039)			-.029 (.039)	23	-.978 (.025)			-.022 (.025)		
24	-.130 (.040)		.870 (.040)		24	-.958 (.036)		-.042 (.036)			
34	-.378 (.107)	-.622 (.107)			34	-.941 (.032)	-.059 (.032)				
y: 5%		adquire				y: 100%		adquire			
tem	1	2	3	4	tem	1	2	3	4		
0	-.343 (.061)	-.196 (.046)	-.451 (.088)	-.009 (.011)	0	-.972 (.037)	-.008 (.009)	-.002 (.003)	-.018 (.025)		
1		-.298 (.099)	-.687 (.097)	-.014 (.016)	1		-.286 (.098)	-.068 (.024)	-.646 (.091)		
2	-.427 (.090)		-.561 (.084)	-.012 (.013)	2	-.980 (.029)		-.002 (.003)	-.018 (.026)		
3	-.626 (.053)	-.357 (.049)		-.017 (.021)	3	-.974 (.034)	-.008 (.009)		-.018 (.026)		
4	-.347 (.059)	-.198 (.046)	-.456 (.091)		4	-.990 (.012)	-.008 (.009)	-.002 (.003)			
12			.979 (.022)	-.021 (.022)	12			-.095 (.024)	-.905 (.024)		
13		-.954 (.053)		-.046 (.053)	13		-.307 (.102)		-.693 (.102)		
14		-.303 (.100)	-.697 (.100)		14		-.808 (.089)	-.192 (.089)			
23	-.973 (.032)			-.027 (.032)	23	-.981 (.026)			-.019 (.026)		
24	-.432 (.088)		-.568 (.088)		24	-.998 (.003)		-.002 (.003)			
34	-.637 (.050)	-.363 (.050)			34	-.992 (.009)	-.008 (.009)				

## TABELA A

## PERFIL DE PRIORIDADE

estágio 5 do ciclo de vida ( $40 \leq \text{ageh} < 45$ ,  $nch = 2$ )

y: 1%		adquire				y: 95%		adquire			
tem	1	2	3	4	tem	1	2	3	4		
0	-069 (-028)	-087 (-049)	.841 (-066)	-002 (-003)	0	-867 (-098)	-042 (-020)	-069 (-056)	-022 (-024)		
1		-094 (-059)	-904 (-060)	-003 (-004)	1		-313 (-108)	-520 (-099)	-166 (-074)		
2	-076 (-033)		-922 (-033)	-003 (-004)	2	-905 (-084)		-072 (-060)	-023 (-025)		
3	-435 (-127)	.550 (-132)		-015 (-021)	3	-931 (-050)	-045 (-024)		-024 (-027)		
4	-069 (-028)	-087 (-049)	-843 (-066)		4	-887 (-080)	-043 (-022)	-071 (-059)			
12			-997 (-004)	-003 (-004)	12			-758 (-082)	-242 (-082)		
13		.974 (-038)		-026 (-038)	13		-653 (-153)		-347 (-153)		
14		-094 (-060)	.906 (-060)		14		-376 (-118)	-624 (-118)			
23	-967 (-044)			-033 (-044)	23	-975 (-029)			-025 (-029)		
24	-076 (-033)		.924 (-033)		24	-926 (-063)		-074 (-063)			
34	-441 (-131)	.559 (-131)			34	-954 (-026)	-046 (-026)				
y: 5%		adquire				y: 100%		adquire			
tem	1	2	3	4	tem	1	2	3	4		
0	-259 (-077)	-114 (-043)	-619 (-105)	-008 (-009)	0	-970 (-040)	-006 (-007)	-003 (-005)	-021 (-028)		
1		-153 (-079)	-836 (-079)	-011 (-012)	1		-205 (-067)	-115 (-040)	-680 (-064)		
2	-292 (-096)		-699 (-093)	-009 (-010)	2	-976 (-034)		-004 (-005)	-021 (-029)		
3	-681 (-072)	-298 (-067)		-021 (-025)	3	-973 (-035)	-006 (-007)		-021 (-029)		
4	-261 (-077)	-114 (-043)	-624 (-107)		4	-990 (-012)	-006 (-007)	-004 (-005)			
12			-987 (-014)	-013 (-014)	12			-145 (-034)	-855 (-034)		
13		.934 (-075)		-066 (-075)	13		-232 (-072)		-768 (-072)		
14		-155 (-079)	.845 (-079)		14		-640 (-128)	-360 (-128)			
23	-970 (-036)			-030 (-036)	23	-979 (-029)			-021 (-029)		
24	-295 (-096)		.705 (-096)		24	-996 (-005)		-004 (-005)			
34	-695 (-069)	.305 (-069)			34	-994 (-007)	-006 (-007)				

## TABELA A

## PERFIL DE PRIORIDADE

estágio 7 do ciclo de vida ( $50 \leq \text{ageh} < 55$ ,  $nch = 1$ )

y: 1% tem	adquire				y: 95% tem	adquire			
	1	2	3	4		1	2	3	4
0	-068 (-033)	-066 (-045)	-864 (-067)	-002 (-003)	0	-875 (-098)	-032 (-017)	-073 (-063)	-020 (-021)
1		-071 (-055)	-927 (-056)	-002 (-003)	1		-259 (-110)	-583 (-121)	-159 (-073)
2	-073 (-037)		-925 (-037)	-002 (-003)	2	-904 (-087)		-075 (-066)	-020 (-022)
3	-499 (-152)	-485 (-156)		-015 (-021)	3	-944 (-044)	-035 (-021)		-021 (-024)
4	-068 (-033)	-066 (-045)	-866 (-067)		4	-893 (-082)	-033 (-018)	-074 (-065)	
12			-998 (-003)	-002 (-003)	12			-786 (-076)	-214 (-076)
13		-970 (-044)		-030 (-044)	13		-620 (-159)		-380 (-159)
14		-071 (-055)	-929 (-055)		14		-308 (-129)	-692 (-129)	
23	-971 (-039)			-029 (-039)	23	-978 (-025)			-022 (-025)
24	-073 (-037)		-927 (-037)		24	-923 (-069)		-077 (-069)	
34	-507 (-156)	-493 (-156)			34	-964 (-022)	-036 (-022)		
y: 5% tem	adquire				y: 100% tem	adquire			
1	2	3	4	1	2	3	4		
0	-260 (-094)	-087 (-043)	-646 (-120)	-007 (-008)	0	-973 (-036)	-005 (-005)	-004 (-005)	-018 (-025)
1		-118 (-077)	-872 (-079)	-010 (-011)	1		-179 (-056)	-136 (-056)	-685 (-063)
2	-285 (-111)		-708 (-109)	-008 (-009)	2	-978 (-031)		-004 (-005)	-018 (-026)
3	-733 (-086)	-247 (-081)		-020 (-024)	3	-977 (-031)	-005 (-005)		-018 (-026)
4	-262 (-095)	-088 (-043)	-650 (-122)		4	-991 (-011)	-005 (-006)	-004 (-006)	
12			-989 (-012)	-011 (-012)	12			-166 (-040)	-834 (-040)
13		-924 (-086)		-076 (-086)	13		-207 (-062)		-793 (-062)
14		-119 (-078)	-881 (-078)		14		-567 (-147)	-433 (-147)	
23	-973 (-032)			-027 (-032)	23	-981 (-026)			-019 (-026)
24	-287 (-111)		-713 (-111)		24	-996 (-006)		-004 (-006)	
34	-748 (-084)	-252 (-084)			34	-995 (-006)	-005 (-006)		



## TABELA A

## PERFIL DE PRIORIDADE

estágio 9 do ciclo de vida ( $60 \leq \text{ageh} < 65$ ,  $\text{nch} = 0$ )

y: 1%		adquire				y: 95%		adquire			
tem	1	2	3	4	tem	1	2	3	4		
0	.067 (.038)	.050 (.041)	.882 (.068)	.002 (.002)	0	.881 (.100)	.025 (.015)	.076 (.070)	.018 (.019)		
1		.053 (.050)	.945 (.051)	.002 (.003)	1		.210 (.113)	.641 (.141)	.149 (.075)		
2	.070 (.042)		.928 (.042)	.002 (.003)	2	.904 (.091)		.078 (.073)	.018 (.020)		
3	.564 (.173)	.421 (.177)		.015 (.021)	3	.954 (.038)	.027 (.018)		.019 (.022)		
4	.067 (.038)	.050 (.041)	.883 (.068)		4	.897 (.086)	.025 (.016)	.078 (.072)			
12			.998 (.003)	.002 (.003)	12			.812 (.076)	.188 (.076)		
13		.965 (.052)		.035 (.052)	13		.586 (.172)		.414 (.172)		
14		.053 (.050)	.947 (.050)		14		.247 (.136)	.753 (.136)			
23	.974 (.035)			.026 (.035)	23	.980 (.023)			.020 (.023)		
24	.070 (.042)		.930 (.042)		24	.920 (.075)		.080 (.075)			
34	.573 (.178)	.427 (.178)			34	.972 (.019)	.028 (.019)				
y: 5%		adquire				y: 100%		adquire			
tem	1	2	3	4	tem	1	2	3	4		
0	.258 (.113)	.067 (.041)	.669 (.137)	.006 (.007)	0	.976 (.033)	.004 (.004)	.004 (.006)	.016 (.023)		
1		.090 (.073)	.901 (.075)	.009 (.010)	1		.155 (.053)	.160 (.077)	.685 (.076)		
2	.277 (.127)		.716 (.127)	.007 (.007)	2	.980 (.029)		.004 (.006)	.016 (.023)		
3	.779 (.094)	.201 (.090)		.019 (.023)	3	.980 (.027)	.004 (.004)		.016 (.023)		
4	.260 (.114)	.067 (.041)	.673 (.138)		4	.992 (.010)	.004 (.004)	.004 (.006)			
12			.991 (.010)	.009 (.010)	12			.189 (.056)	.811 (.056)		
13		.914 (.099)		.086 (.099)	13		.184 (.059)		.816 (.059)		
14		.091 (.073)	.909 (.073)		14		.492 (.172)	.508 (.172)			
23	.976 (.029)			.024 (.029)	23	.984 (.023)			.016 (.023)		
24	.279 (.128)		.721 (.128)		24	.996 (.006)		.004 (.006)			
34	.795 (.092)	.205 (.092)			34	.996 (.004)	.004 (.004)				

## TABELA B

## PROBABILIDADES DE PREFERÊNCIA POSICIONAL

estágio 1 no ciclo de vida (ageh &lt; 25, nch = 0)

y: 1%		posição				y: 95%		posição			
		1ª	2ª	3ª	4ª			1ª	2ª	3ª	4ª
d	1	.146	.236	.595	.023	d	1	.888	-.105	-.007	2e-4
		(.032)	(.050)	(.083)	(.031)			(.070)	(.061)	(.009)	(4e-4)
u	2	.313	.418	.263	-.006	u	2	-.072	-.579	-.274	-.074
		(.081)	(.031)	(.086)	(.010)			(.037)	(.142)	(.059)	(.059)
v	3	.538	.338	-.122	-.002	v	3	.021	.173	-.388	-.417
		(.073)	(.040)	(.037)	(.003)			(.017)	(.038)	(.105)	(.096)
e	4	-.004	-.007	-.020	-.969	e	4	-.018	-.143	-.330	-.508
		(.005)	(.010)	(.027)	(.042)			(.020)	(.073)	(.059)	(.138)
y: 5%		posição				y: 100%		posição			
		1ª	2ª	3ª	4ª			1ª	2ª	3ª	4ª
d	1	.402	.339	.248	-.012	d	1	-.972	-.027	4e-4	1e-6
		(.037)	(.006)	(.031)	(.015)			(.035)	(.034)	(.001)	(4e-6)
u	2	.298	.325	.356	-.021	u	2	-.011	-.369	-.544	-.076
		(.042)	(.027)	(.057)	(.025)			(.012)	(.138)	(.091)	(.052)
v	3	.290	.321	.367	-.022	v	3	-.001	-.037	-.076	-.886
		(.059)	(.024)	(.087)	(.021)			(.002)	(.013)	(.036)	(.049)
e	4	-.010	-.015	-.029	-.946	e	4	-.016	-.567	-.379	-.038
		(.011)	(.017)	(.032)	(.060)			(.023)	(.117)	(.117)	(.017)
y: 1%		estágio 3 no ciclo de vida (30 = ageh 35, nch = 1)				y: 95%		posição			
		1ª	2ª	3ª	4ª			1ª	2ª	3ª	4ª
d	1	.106	.290	.579	-.025	d	1	.886	-.106	-.008	3e-4
		(.032)	(.050)	(.083)	(.031)			(.070)	(.061)	(.009)	(4e-4)
u	2	.175	.461	.352	-.010	u	2	-.055	-.433	-.350	-.162
		(.081)	(.031)	(.086)	(.010)			(.037)	(.142)	(.059)	(.059)
v	3	.715	.240	-.045	5e-4	v	3	-.039	-.304	-.389	-.268
		(.073)	(.040)	(.037)	(.003)			(.017)	(.038)	(.105)	(.096)
e	4	-.003	-.009	-.024	-.964	e	4	-.020	-.157	-.253	-.570
		(.005)	(.010)	(.027)	(.042)			(.020)	(.073)	(.059)	(.138)
y: 5%		posição				y: 100%		posição			
		1ª	2ª	3ª	4ª			1ª	2ª	3ª	4ª
d	1	.343	.369	.273	-.014	d	1	-.971	-.028	4e-4	2e-6
		(.037)	(.006)	(.031)	(.015)			(.035)	(.034)	(.001)	(4e-6)
u	2	.196	.265	.501	-.307	u	2	-.008	-.278	-.543	-.171
		(.042)	(.027)	(.057)	(.025)			(.012)	(.138)	(.091)	(.052)
v	3	.451	.350	-.190	-.008	v	3	-.002	-.066	-.151	-.781
		(.059)	(.024)	(.087)	(.021)			(.002)	(.013)	(.036)	(.049)
e	4	-.009	-.015	-.035	-.940	e	4	-.018	-.628	-.306	-.048
		(.011)	(.017)	(.032)	(.060)			(.023)	(.117)	(.117)	(.017)

Nota: A soma na linha (coluna) pode não ser 1 devido ao arredondamento. 2e-4 = .0002 etc.