Cadernos Espinosanos

ESTUDOS SOBRE O SÉCULO XVII

n. 42 jan-jun 2020 ISSN 1413-6651

IMAGEM Detalhe de *A arte da pintura,* 1666, óleo sobre tela de Johannes Vermeer.

O ESTATUTO DA ÁLGEBRA E DA GEOMETRIA NOS TEXTOS METODOLÓGICOS DE DESCARTES

Monique Vivian Guedes
Doutoranda, Universidade Federal do Rio de Janeiro,
Rio de Janeiro, Brasil
monique.guedes@ymail.com

RESUMO: Alguns autores identificam na persistência do recurso às intuições espaciais, nos textos metodológicos de Descartes (*Regras* e *Ensaios*), o signo de que o filósofo jamais se desvencilhou completamente da convicção de que a geometria é a ciência mais fundamental e protocolar para a configuração de sua teoria geral do conhecimento. Nosso propósito consiste, aqui, em justificar a persistência de tais recursos como uma estratégia, adotada por Descartes, para assegurar a interlocução com a geometria clássica e a persuasão de seus pares, filiados a ela. Para isso, retornaremos à primeira demonstração do *Livro I* da *Geometria* a fim de mostrar: primeiro, que a construção de figuras e comprimentos visa aí à superação do obstáculo à recepção da álgebra no seio da geometria constituído pelo princípio clássico da homogeneidade das grandezas; segundo, que tal construção só se torna possível graças à perspectiva algébrica subjacente, que inclui uma noção de dimensão inteiramente intelectual e abstrata. Esperamos, com isso, tornar patente o caráter primitivo da álgebra se comparada à geometria.

PALAVRAS-CHAVE: Álgebra, Geometria, Imaginação, Intelecto, Dimensão.

I. INTRODUÇÃO

Sobre o "*more geometrico*" com que Descartes é, nas *Segundas Objeções*, instado por seus interlocutores a dispor suas razões, o filósofo responde com a alegação de já tê-lo feito[1]. Naturalmente, o modo como Descartes compreende então o emprego do procedimento geométrico no desenvolvimento de sua metafísica não coincide com a compreensão de seus pares, o que explica o fato de não o terem reconhecido em ato nas *Meditações*. São múltiplas as razões dessa incompreensão, todas elas fundadas sobre as diferenças profundas que separam duas concepções de geometria em tudo diversas, a geometria clássica dos antigos e a geometria analítica de Descartes[2]. Gostaríamos de nos deter aqui em uma dessas razões: a estreita – e ainda pouco explorada pela literatura especializada no Brasil[3] – relação estabelecida pelo filósofo entre a *pers-*

1 "Quanto ao conselho que me dais, de dispor minhas razões ao modo dos geômetras [*more geometrico*], a fim de que de uma só vez os leitores possam compreendê-las, dir-vos-eis aqui como *já tentei segui-lo anteriormente*, e como ainda procurarei fazê-lo posteriormente" Grifo e acréscimo nossos. (DESCARTES, 1962, p. 230).

2 Os estudos comparativos têm se concentrado em ressaltar a distância que separa o procedimento analítico, reverenciado por Descartes graças ao seu poder heurístico (ou seja, capaz de possibilitar a descoberta de novas verdades), da feição axiomatizada assumida pela geometria euclidiana, aparentada à silogística e alvo de críticas semelhantes por ser um procedimento meramente expositivo e não heurístico.

3 Sobre a escassez de trabalhos explorando as relações entre álgebra e geometria na filosofia cartesiana da ciência, sugerimos o excelente quadro traçado por César Augusto Battisti, em *O Método de Análise em Descartes*, publicado em 2002, no qual o autor insiste na ausência de um comércio intelectual relevante entre a exegese cartesiana, normalmente concentrada em aspectos teóricos e metafísicos concernentes ao método, e os estudos mais gerais acerca da filosofia das ciências formais, habitualmente interessados nas relações entre os domínios matemáticos, mas que têm em Descartes somente um capítulo da história das matemáticas e não o cerne de suas pesquisas. Embora a pesquisa de Battisti retrate o quadro tal como se apresentava até 2002 – é importante registrar que o próprio autor já identificava então algumas notáveis

pectiva algébrica e a geometria[4].

exceções, como Hintikka, Gaukroger, Loparic e Chiappin – ao menos no Brasil o interesse pelo tema ainda permanece escasso e a produção mais robusta continua sendo a do próprio autor. Fora do Brasil, no entanto, pode-se dizer que a bibliografia se ampliou. Além dos que constam na bibliografia, alguns trabalhos mais recentes nos foram sugeridos por ocasião da leitura deste texto por colegas. Eles não puderam ser contemplados aqui, mas cabe registrá-los a fim de que o leitor tenha recursos para dar sequência e aprofundamento às pesquisas. De Vincent Julien, *Les Quatre Mathématique de Descartes* (2009); de David Rabouin, *Mathesis Universalis et Algèbre Générale dans les* Regulae ad Directionem Ingenii *de Descartes* (2010); e de Henk Bos, *Redefining Geometrical Exactness: Descartes' transformation of the Early Modern Concept of Construction* (2001).

4 Há uma razão para nos referirmos à álgebra como uma perspectiva ou um domínio, evitando empregar para designá-la o termo 'disciplina', termo que reservamos para a aritmética e para a própria geometria. Se aritmética e geometria são disciplinas que incidem sobre tipos particulares de objetos, quantidades discretas e contínuas respectivamente, a álgebra – e é precisamente este ponto que nossos esforços, se forem exitosos, pretendem alcançar – consiste numa perspectiva muito mais abstrata e abrangente justamente por não estar comprometida com um tipo particular de entidade. Naturalmente, caberia explicar por que razão Descartes se refere à álgebra na *Regra IV* como um "*gênero de aritmética*" (DESCARTES, 2002. p. 25). Não teremos aqui uma ocasião propícia para um desenvolvimento satisfatório deste tema, mas algumas considerações devem ser feitas a este respeito. Primeiro, embora Descartes mesmo, nas *Regras*, manifeste uma inclinação em ver na análise dos antigos uma antecipação da álgebra, ou seja, uma espécie de álgebra inadvertida (IBIDEM, p. 27), autores como S. Gaukroger e J. Klein recusam a tese de que haveria uma álgebra na antiguidade. A razão invocada por estes autores reside na estreita vinculação entre a evolução do número e o desenvolvimento da álgebra. Para eles, a álgebra só se torna possível num contexto em que a noção de número já não é mais compreendida como medida. Ora, a modernidade oferece essa noção de número compatível com a álgebra, razão pela qual seu desenvolvimento pleno está intimamente atrelado a este período. É legítimo inferir, então, que a expressão empregada por Descartes contempla o quadro histórico encontrado por ele, ou seja, uma circunstância em que a álgebra já pode ser assim nomeada e em que se exerce ainda apenas no domínio propício a ela, aquele da aritmética (GAUKROGER, 2009, *apud* KLEIN, 1992, pp. 124-125.). Em segundo lugar, é preciso registrar que a manobra pela qual a álgebra se libera finalmente do aparente compromisso com a aritmética, convertendo-se numa perspectiva autônoma, tem

Nosso propósito consiste aqui em *nuançar* a tese segundo a qual a geometria exerceria um papel fundamental na configuração da epistemologia cartesiana. Não se trata de negar o caráter protocolar[5] desta disciplina matemática na determinação dos lineamentos de uma teoria cartesiana do conhecimento, mas de insistir que se a geometria pode ser tomada como modelo de aplicação do intelecto ao conhecimento das coisas, isto se deve menos à natureza de seu objeto e mais ao caráter cada vez mais intelectual e menos dependente de intuições espaciais que

na segunda parte da *Regra IV* seu mais claro emblema. Nela, Descartes propõe uma mudança de nomenclatura a partir da constatação de que o modo como a álgebra opera na aritmética pode ser estendido a todas as coisas na qual se pode encontrar (ou engendrar) ordem e medida. Ele propõe que se passe a designá-la por *Mathesis Universalis* (DESCARTES, 2002, p. 28). Um estudo mais detido das relações de continuidade e ruptura entre as noções de análise, álgebra e *Mathesis* a partir da *Regra IV* é uma tarefa da maior importância a ser desenvolvida em outra oportunidade. No momento, nos limitamos a sugerir a leitura particularmente esclarecedora de D. Rabouin a este respeito (RABOUIN, 2009, pp. 250-346).

5 O caráter protocolar da geometria é invocado por Descartes reiteradas vezes: trata-se, para o filósofo, de buscar reconhecer qual aspecto desta disciplina faz dela um modelo para o conhecimento científico em geral. É o que ocorre, por exemplo, nesta passagem da *Regra IV*: "Seguidamente, interroguei-me sobre a razão que outrora levou os criadores da filosofia a não quererem admitir no estudo da sabedoria ninguém que fosse ignorante em Matemática, como se, de todas, esta disciplina lhes parecesse a mais fácil e necessária para ensinar e preparar os espíritos para outras ciências mais importantes". No entanto, como bem notou César A. Battisti, é importante discernir em que sentido esta disciplina constitui um modelo para as ciências em geral, pois não é sempre pela mesma razão que ela é invocada como modelo. Quando se trata de preconizar a apoditicidade do conhecimento científico, a geometria aparece, ao lado da aritmética, como capaz de satisfazer a este critério graças à simplicidade e facilidade dos objetos com os quais lida; quando se trata, contudo, de preconizar o poder heurístico, a geometria é novamente invocada, mas não mais pela natureza de seus objetos e sim pelo modo como opera sobre eles, ou seja, em razão dos procedimentos que adota. A distinção entre os dois modos como a geometria se constitui num protocolo para as ciências em geral não é sem importância. Recomendamos, a este respeito, CF. BATTISTI, C. p. 23-34.

esta disciplina adquire *por meio da álgebra*. Procedendo assim, nos inserimos no debate que identifica nos textos metodológicos de Descartes, notadamente *Regras* e *Discurso* (incluídos os *Ensaios*), uma espécie de hesitação e disputa entre álgebra e geometria no que diz respeito ao estatuto primitivo e fundacional delas[6].

Algumas vias podem ser adotadas para esse propósito. Por exemplo, promover uma reinterpretação da perseverança de critérios instrumentais para a classificação das curvas em Descartes ou ainda uma revisão da associação feita pelo filósofo, nas *Regras*, entre a imaginação e os critérios de clareza e distinção nas matemáticas.[7] Optamos, aqui, por justificar, mediante a reconstituição do contexto histórico-matemático no qual a *Geometria* de Descartes intervém, a persistência com que, nesta obra, o filósofo se apoia sobre a construção de comprimentos e figuras geométricas a fim de representar relações de quantidade. Trata-se de mostrar que a incursão no domínio imaginativo das figurações obedece, ao menos no *Livro I*, a uma necessidade determinada: dirimir a resistência à introdução da perspectiva algébrica na geometria através da

6 Um exemplo das várias feições assumidas por este debate encontra-se em *L'Imagination et Les Mathématiques*, de Richard Cobb-Stevens: "No presente estudo, me interesso pela tensão, na *Geometria* e nas *Regras*, entre, de um lado, a insistência de Descartes no caráter primário e no poder explicativo do novo pensamento que é a álgebra e, de outro, seu constante recurso à construção de figuras geométricas" (COBB-STEVENS, 2006, p. 80).

7 Os dois aspectos repertoriados, classificação instrumental das curvas e inclusão de critérios imaginativos no padrão de clareza e distinção das matemáticas, poderiam ser invocados para dar suporte à tese contrária àquela que buscamos sustentar aqui. Ambos sugerem que Descartes se mantém preso a uma geometria fortemente dependente de intuições espaciais e que as construções de retas e figuras seriam, neste sentido, parte incontornável e constitutiva das demonstrações nestas obras. No entanto, julgamos que tais aspectos podem ser revistos à luz da convicção de que Descartes é levado a eles pela necessidade de interlocução [CF. nota 8].

reconciliação dessa perspectiva com o que parecia constituir uma espécie de tabu entre os representantes da geometria clássica, o princípio da homogeneidade das grandezas. Orientamo-nos por uma estratégia de leitura segundo a qual o recurso à imaginação e suas construções tem por objetivo conquistar a adesão do leitor ao tornar patente que princípios caros à geometria clássica não são infringidos e não podem, portanto, ser invocados de antemão para colocar sob suspeita a geometria algebrizada que a obra inaugura.[8]

Não teremos aqui a ocasião ideal para extrair ou desenvolver a contento o que consideramos algumas consequências importantes do estabelecimento da tese segundo a qual a álgebra exerce um papel mais primitivo e fundamental que a geometria na configuração da teoria cartesiana do conhecimento. Gostaríamos, no entanto, de assinalar ao

8 Descartes não é um filósofo iconoclasta. Frequentemente, a atitude crítica se acha, em sua obra, subordinada à necessidade de interlocução. É bastante conhecido o modo como o filósofo procura interpelar e engajar seus leitores em seus desenvolvimentos de modo a persuadi-los sutilmente de suas próprias razões antes que percebam que são incompatíveis com as que vinham mantendo até então (cf. Carta a Mersenne de 28 de Janeiro de 1641 – AT III: 298). Porque a necessidade de comunicação é constitutiva de seus textos, Descartes pode, eventualmente, assumir, em caráter provisório, teses que não são exatamente suas ou se inserir em debates que ele próprio não promoveu com o propósito de assegurar a principal condição da persuasão: que a interlocução simplesmente aconteça. O cuidado na identificação da voz que opera a cada vez nos textos cartesianos é, portanto, uma das tarefas centrais da exegese. Um exemplo emblemático deste procedimento é adotado por E. Scribano, em *Guia para a Leitura das Meditações*, onde a autora procura deslindar quais teses devem ser atribuídas ao "velho eu" de Descartes, ainda comprometido com teses aristotélicas, e quais constituem já as aquisições do "novo eu", um Descartes efetivamente cartesiano. Embora todas sejam enunciadas por Descartes, trata-se de fazer ver que há ali um diálogo em que teses da tradição são provisoriamente assumidas para serem em seguida ultrapassadas. O ganho de tal procedimento consistindo em tornar manifesta a via pela qual as teses tradicionais são superadas e então oportunamente postas de lado.

menos uma delas: a centralidade da álgebra coloca sob suspeita a afirmação sumária de que a filosofia cartesiana assumiria uma feição antiformalista tributária da crítica de Descartes à lógica e da assunção de uma perspectiva intuicionista (BELAVAL, 1960).[9] Ora, sendo a álgebra um domínio que abrange estruturas matemáticas definidas em termos puramente operacionais e relacionais, sem conteúdo próprio e, portanto, sem qualquer restrição imposta pela natureza das entidades postas em relação (GAUKROGER, 2009), deve-se considerar ao menos problemática a afirmação de que Descartes rejeita todo e qualquer tipo de formalismo. Seria talvez mais adequado afirmar que o formalismo cartesiano assume uma natureza algébrica em lugar de uma natureza silogística como a que se encontra em Aristóteles. Este tema abre uma frente de pesquisa que envolve, por exemplo, a investigação das diferenças que separam a noção de dedução silogística e a de dedução matemática[10], ou ainda

9 O primeiro capítulo de *Leibniz: Critiques de Descartes*, de Belaval, intitulado *Intuicionisme et Formalisme*, é um bom exemplo desse tipo de interpretação. Nele, Belaval procurar insistir que o caráter de exortação moral do método cartesiano – "*faça uso da tua liberdade*" – e o fato de consistir numa espécie de *higiene mentis*, incidindo sobre a vontade mais que sobre o intelecto, impede que se veja no método cartesiano um sucedâneo da lógica (BELAVAL, 1960).

10 Como dissemos acima, não poderemos desenvolver aqui as possíveis consequências do estabelecimento da centralidade da álgebra. No entanto, julgamos importante fazer algumas elucidações sobre o que estamos pressupondo neste trabalho, ao menos no que concerne à dedução. Estamos assumindo aqui que não há separação entre o registro epistemológico e o registro metodológico em Descartes. Portanto, o caráter heurístico do método – ou, de modo mais explícito, o fato de ser ele voltado para a descoberta de novas verdades – pode ser tomado como fio condutor para a compreensão do papel desempenhado pelas operações do entendimento. Neste sentido, estamos retomando o antigo debate que pode ser resumido na oposição entre O. Hamelin e A. Hannequin: para o primeiro, Descartes não foi capaz de introduzir uma noção de dedução compatível com a exigência de que o método capacitasse à aquisição de novas verdades, mantendo-se assim inadvertidamente fiel à noção aristotélica de

um retorno à noção de intuição em suas relações com a dedução etc. Ele constitui um dos aspectos envolvidos em nossa pesquisa de tese de doutorado, cujo objetivo consiste numa revisão da teoria cartesiana do conhecimento a fim de melhor ajustá-la à constatação de que a noção cartesiana de ciência não contempla apenas a exigência de apoditicidade do conhecimento, mas envolve ainda a necessidade de que as operações intelectuais sejam capazes de promover um ganho epistêmico, ou seja, uma ampliação do conhecimento mediante a descoberta de novas verdades (exigência heurística).

II. A SUPERAÇÃO DO PRINCÍPIO CLÁSSICO DA HOMOGENEIDADE DAS GRANDEZAS

Para que o conhecimento seja reputado científico, ele deve obedecer a certas exigências. O conceito cartesiano de ciência não andaria par e passo com um século marcado por uma revolução científica se seu traço distintivo fosse a exigência apodítica. Sem dúvida, ela é parte da noção cartesiana de ciência e pode-se flagrar sua presença ao longo de todo o trajeto intelectual de Descartes; é com ela, por exemplo, que Descartes abre um texto de juventude: "*Toda ciência é um conhecimento certo e evidente*" (DESCARTES, 2002 p. 14). É também graças a

dedução; para o segundo, a dedução cartesiana é melhor descrita na *Regra VI,* a partir da noção de série, e retomada na *Regra VII* com a noção de indução. Hannequin julga se tratar de uma noção matemática de dedução segundo a qual o consequente pode ser engendrado a partir dos antecedentes e de suas relações, de forma necessária e sem que se possa dizer que já estivesse contido nelas. Haveria, portanto, acréscimo de informação quando da passagem dos antecedentes ao consequente. Naturalmente, a questão é controvertida, mas nos inclinamos a concordar com a perspectiva assumida por Hannequin, ainda que sem poder justificá-la aqui satisfatoriamente.

ela que a filosofia cartesiana da ciência se encaminha, na maturidade, para um projeto que culmina na fundação sistemática do conhecimento mediante princípios metafísicos. No entanto, que o conhecimento científico seja orientado pela exigência de certeza e evidência, é algo que se constata já desde a noção aristotélica de ciência: "*Chamo de demonstração o silogismo científico; chamo, por outro lado, científico aquele em virtude do qual conhecemos cientificamente*" (ARISTÓTELES, 2001, I, 2, 71⍰ 16-9). Dirá O. Porchat sobre esta passagem dos *Segundos Analíticos*: "*Que nos revela esse texto e que consequências implica? (...) Logo veremos que o conhecimento apodítico, o que se obtém mediante o silogismo científico, não é apenas uma entre outras formas de ciência; em verdade, o decurso do texto aristotélico mostrar-nos-á que nenhuma outra forma há de ciência que não a demonstrativa*".[11] É preciso buscar, então, numa outra exigência inerente ao conceito cartesiano de ciência a inovação introduzida por ele num quadro histórico ainda fortemente marcado pelo aristotelismo.

Na Europa, diversos estudos, desde a década de 60, estabeleceram que a exigência heurística responde por esse caráter inovador[12]: Julles

11 A especificação "científico" aplicada ao termo silogismo se deve ao fato de que, em Aristóteles, nem todo silogismo é científico. No entanto, o que O. Porchat pretende deixar claro é que os silogismos *não* científicos não exercem uma função demonstrativa e não proporcionam, portanto, conhecimento científico. Silogismos não demonstrativos integram a dialética e não a ciência. Existe uma vasta bibliografia cujo propósito consiste em determinar a função exercida pelos silogismos não demonstrativos. Recomendamos especialmente os trabalhos de Lucas Angioni a este respeito.

12 Existe uma tendência interpretativa que costuma estabelecer diferentes níveis de análise n sistema cartesiano. Assim, costuma-se dizer que a exigência heurística concerne às reflexões metodológicas e incide sobre o método em particular. Ora, um dos pontos a defender em nossa pesquisa de tese consiste em recusar a artificialidade dessas setorizações e, em especial, daquela que afasta a exigência heurística da definição cartesiana de conhecimento científico. Para este propósito, julgamos que a ênfase na

Vuillemin e Jacob Hintikka são apenas dois dos nomes mais importantes ligados a esse movimento.[13] No Brasil, o registro desse aspecto da ciência cartesiana é mais recente e coube prioritariamente aos estudos de Z. Loparic e C. A. Battisti.[14] Mais recentemente, é preciso destacar o investimento em traduções de estudos que buscam justamente compreender as relações entre a exigência de ampliação do conhecimento (mediante o emprego estrito das operações intelectuais, ou seja, sem recurso aos sentidos) e o caráter protocolar das matemáticas. Nessa esteira, podemos apontar dois importantes estudos, um deles recém-traduzido, desenvolvidos por Steven Gaukroger: *Lógica Cartesiana* e *A Natureza do Raciocínio Abstrato* em Descartes.[15] Gaukroger insiste, em ambos, que o interesse de Descartes pela álgebra moderna se explica precisamente pela aptidão da perspectiva algébrica em proporcionar a descoberta de novas verdades, ou seja, em possibilitar a obtenção de informações que excedem os dados com os quais se opera no interior do problema a resolver[16].

definição de ciência no contexto de um sistema idealista se torna incontornável.

13 Temos em mente aqui duas obras de J. Vuillemin, *La Philosophie de L'algèbre* e *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, e uma obra de J. Hintikka escrita em parceria com U. Remes, *The Method of Analysis*.

14 *Descartes Heurístico* (1997) e *O Método de Análise em Descartes* (2002), respectivamente.

15 O primeiro estudo é um desenvolvimento mais completo da crítica de Descartes à silogística e de sua adesão à perspectiva algébrica como sucedâneo da lógica. O segundo estudo é um artigo no qual Gaukroger explora mais detalhadamente o modo como Descartes compreende a função da álgebra.

16 "Descartes assume que o avanço epistêmico é o único critério a ser valorizado [em detrimento da exibição das relações sistemáticas entre as verdades] e isto o leva a rejeitar qualquer coisa que ele acredita não ser um meio de descoberta. Ele enxerga a *álgebra* como o meio de descoberta *por excelência*." (GAUKROGER, 2009). [Acréscimo nosso.] Não é de menor importância registrar, aqui, que sendo a álgebra uma perspectiva de alto grau de abstração – abrangendo, como dissemos acima, estruturas matemáticas que se definem em termos puramente operacionais e *não* uma disciplina cuja definição e modo de proceder poderiam ser determinados a partir da natureza dos objetos de

Não pretendemos, aqui, estabelecer, por um retorno aos textos de Descartes, a função heurística da perspectiva algébrica, que faz dela um modelo para a noção cartesiana de ciência. Apesar de alguns distanciamentos pontuais[17], julgamos que os esforços empreendidos por Gaukroger são bastante exitosos e inequívocos a este respeito. Quanto a isso, nos limitamos então a recomendar o autor e a registrar nossa filiação a ele. Nosso propósito, como dissemos acima, consiste em justificar a aparente hesitação de Descartes em se liberar das intuições espaciais, características da geometria euclidiana, apesar de já dispor do recurso epistêmico que o permitia fazê-lo, precisamente a álgebra. As palavras de Richard Cobb-Stevens expressam de forma sucinta o debate que se forma em torno da persistência de aspectos imaginativos na geometria cartesiana:

que se ocupa – ela não dispõe de uma definição unívoca e sumária capaz de esgotar a multiplicidade de seus aspectos. De muitos modos poderíamos caracterizá-la. Por exemplo, **[1]** pela simbolização que permite fazer abstração da natureza das entidades com a qual se opera; **[2]** novamente pela simbolização que possibilita operar com grandezas conhecidas e desconhecidas ao mesmo tempo, sem que o desconhecimento de certas magnitudes constitua um obstáculo – e, neste sentido, a álgebra forneceria à análise os instrumentos para sua realização; finalmente, **[3]** pelo que alguns autores consideram o cerne do procedimento algébrico: a transformação de proporções em equações.

17 Embora nossas discordâncias em relação a Gaukroger sejam numericamente poucas, elas não são irrelevantes. Elas incidem sobretudo no modo como o autor compreende as operações intelectuais em Descartes, em particular a dedução. Gaukroger identifica no filósofo uma recusa em reconhecer o valor epistêmico da dedução na medida em que esta operação seria incapaz de proporcionar avanços epistêmicos. Estamos convencidos, ao contrário, de que Descartes atribui à dedução a capacidade de promover a ampliação do conhecimento. Este é um dos temas que são desenvolvidos em nossa pesquisa de tese.

> A prática matemática de Descartes sugere que ele jamais abandonou completamente a ideia clássica de que a geometria é a ciência mais fundamental. Ele continuou a se apoiar sobre a construção de segmentos e de figuras geométricas para representar as relações entre quantidades com a clareza e distinção exigidas pelas demonstrações matemáticas (COBB-STEVENS, 2006, p. 80).

A razão invocada acima para tal apego às intuições espaciais consiste, segundo o autor, no reconhecimento por Descartes de que as demonstrações matemáticas demandam tais construções a fim de salvaguardar a clareza e distinção própria a essas disciplinas. E Descartes parece de fato associar, no caput *Regra XII* e alhures, o alcance de um padrão pleno de clareza e distinção mediante recursos que incluem a imaginação (figuração e memória) e os sentido.[18] No entanto, na *Segunda Parte* do *Discurso*, ao passar em revista a formação de seus primeiros anos, o filósofo lembra que a geometria dos antigos "*permanece sempre tão restrita à consideração das figuras que não pode exercitar o entendimento sem fatigar muito a imaginação*" (DESCARTES, 2018, p. 80). De modo que a ambivalência com que as construções imaginativas são caracterizadas – recurso que auxilia o entendimento nas *Regras*, fonte de fadiga no *Discurso* – nos leva a buscar em outro registro a posição cartesiana a esse respeito.

O ponto em discussão aqui é se Descartes, ao vincular clareza e distinção à imaginação e sentidos, expressa de fato uma convicção teórica própria ou se, ao contrário, 'consente com' e incentiva o

18 "Há que utilizar todos os recursos do entendimento, da imaginação, dos sentidos e da memória, quer para termos uma intuição distinta das proposições simples, quer para estabelecermos, entre as coisas que se procuram e as conhecidas, uma ligação adequada que as permita reconhecer, quer ainda para encontrar as coisas que entre si se devem comparar, a fim de não omitir nenhum recurso da indústria humana" (DESCARTES, 2002, p. 65).

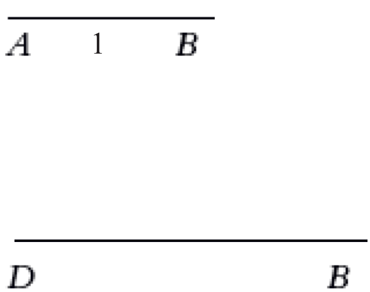
emprego desses recursos auxiliares não apenas para contemplar seus interlocutores – formados num quadro epistêmico em que o ponto de partida incontornável da geometria são as intuições espaciais e, portanto, incapazes de renunciar inteiramente a elas[19] – como também para se instalar no terreno deles de modo a assegurar a interlocução. Veremos adiante que a primeira demonstração empreendida na *Geometria* sugere fortemente que Descartes busca vencer uma espécie de resistência epistêmica do leitor quando insiste no direito de cidadania das operações algébricas no seio da geometria; e, para levar a termo seu propósito, ele se instala no terreno da geometria clássica através do recurso à construção de segmentos. Trata-se de demonstrar, então, que tais operações não infringem uma espécie de tabu entre os geômetras antigos concernente à homogeneidade das grandezas.

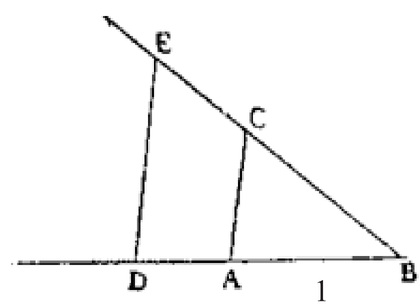
Antes, contudo, de passarmos à demonstração, é preciso registrar que longe de renunciar à perspectiva inerente à nova geometria que antevê, Descartes só pode conceber a demonstração que empreende nas primeiras linhas do *Livro I* porque assume uma perspectiva inteiramente independente da imaginação e dos sentidos – uma perspectiva, como veremos adiante, cuja tônica recai sobre um novo modo de conceber a *dimensão*, inteiramente intelectual, e sobre a teoria das proporções que a nova noção de dimensão possibilita (cf. item III).

19 Para se ter um exemplo do grau de comprometimento da geometria euclidiana com intuições espaciais, podemos mencionar ao menos dois postulados fundamentais do *Livro I* do *Elementos*, de Euclides: o de que uma linha reta pode ser traçada entre dois pontos quaisquer e o de que um círculo pode ser traçado tendo como centro um ponto qualquer dado para passar por qualquer outro ponto diferente do centro. (Postulados I e III respectivamente).

Após afirmar, logo nas primeiras linhas que abrem o *Livro I* da *Geometria*, que o conhecimento de linhas desconhecidas requer o emprego das operações que compõem a aritmética (adição, subtração, multiplicação, divisão e radiciação), Descartes adverte seus leitores: "*E não temerei introduzir aqui esses termos da aritmética na geometria a fim de me fazer compreender melhor*" (DESCARTES, 1962). A questão que naturalmente emerge a partir desta advertência é por que razão se poderia temer a introdução de tais operações no âmbito geométrico. A resposta se encontra na reconstituição de um aspecto da história da geometria amplamente registrado na literatura especializada. Temos em mente, aqui, o princípio clássico da homogeneidade das grandezas segundo o qual, ao operar com comprimentos no interior de um problema geométrico (operações internas), deve-se cuidar para que as grandezas em questão sejam todas homogêneas, ou seja, para que não haja passagem de grandezas com uma dada dimensão a outras de dimensão distinta. Dito de uma maneira mais simples e geral, pode-se operar (relacionar) segmentos com segmentos, áreas com áreas, volumes com volumes, mas não segmentos com áreas, segmentos com volumes ou áreas com volumes. Este princípio traz um problema para a perspectiva algébrica de Descartes precisamente porque duas das operações algébricas, multiplicação e divisão (aí incluída a radiciação), envolveriam, segundo a geometria clássica, o salto de uma dimensão a outra. Para nos atermos à primeira demonstração oferecida por Descartes, sobre a multiplicação, os geômetras da antiguidade consideravam que o produto de dois segmentos resultava num paralelogramo, numa área portanto e não num terceiro segmento.

Passemos à demonstração cartesiana tal como estabelecida no *Livro I* da *Geometria*. Já o dissemos, de um modo geral Descartes pretende tornar patente que as operações algébricas podem ser recebidas no âmbito geométrico. Para isso, busca-se, então, tornar patente que o produto de dois segmentos não envolve a passagem a uma dimensão heterogênea àquelas com as quais se opera, mas resulta num terceiro segmento de reta. Postula-se o seguimento AB como unidade de medida e pede-se então que se multiplique dois outros segmentos, BD por BC. Para tanto, nas palavras de Descartes, "*tenho apenas que unir os pontos A e C, e depois traçar DE paralela a CA, e BE é o produto dessa multiplicação.*" Temos então uma representação como a segue abaixo. Por meio dela, torna-se patente que não há impedimento para que o segmento BE, resultante do produto de dois outros segmentos, BD e BC, seja uma reta e não uma área e que, portanto, o princípio norteador da perspectiva clássica não foi infringido: vê-se através dela que não há heterogeneidade entre as dimensões com as quais se opera.





III. A NOÇÃO INTELECTUAL DE DIMENSÃO

A questão que se deve formular a partir da demonstração apresentada acima é por que Descartes pode realizar o que para a geometria clássica não seria possível. Em outras palavras, como é possível que o produto de segmentos não resulte numa área, grandeza heterogênea aos dados. Estamos convencidos de que a resposta a essa questão se encontra numa investigação acerca do ponto de partida assumido pelo filósofo na construção da demonstração. Se Descartes tomasse por ponto de partida a natureza geométrica das entidades cujo produto se trata de obter, ou seja, os segmentos propriamente ditos, o produto resultante deles seria, num tal quadro teórico, uma área. No entanto, Descartes parece, de saída, *desconsiderar a natureza das entidades* em questão. Apesar de se referir explicitamente às linhas, ele não as toma como tais, mas sim como magnitudes quaisquer que podem se relacionar a partir da postulação de uma unidade comum de medida.[20]

Algumas considerações devem ser feitas, aqui, acerca da linha unidade. Antes mesmo de dar início à demonstração, Descartes no adverte que, embora ela funcione como medida a partir da qual as demais linhas serão relacionadas, "*ela pode ser tomada à discrição*" (DESCARTES, 2018, p. 357). O que contém de fato essa advertência? Ela nos indica que a unidade *não é tomada como comprimento* de uma quantidade contí-

20 "Não é sem interesse registrar que uma demonstração análoga é construída na *Regra XVIII*, mas a perspectiva algébrica não é nela claramente assumida, de modo que nenhuma unidade comum de medida é postulada. O produto que se obtém de dois segmentos dados nesta demonstração é efetivamente uma superfície retangular (DESCARTES, 2002, p. 117-18). Pode-se assumir, então, que na *Geometria* a perspectiva algébrica já se acha consolidada, enquanto nas *Regras* ela se encontra ainda, ao menos no que concerne à apresentação, em estado de hesitação.

nua (grandeza geométrica propriamente dita), mas como quantidade discreta (número) que permitirá, doravante, tratar as demais linhas como análogas a ela, ou seja, também não mais como comprimentos.[21] Além disso, a postulação da linha-unidade AB permite a formulação das relações entre as demais linhas à maneira de uma proporção, na qual AB está para BD assim como BC está para BE. O que se obtém, então, é uma demonstração como a que segue, em que a linha desconhecida BE, *abstração feita de sua natureza geométrica*, resulta do produto de duas outras linhas, BC e BD, também tratadas como grandezas gerais, abstração feita de suas naturezas geométricas.[22]

AB/BD = BC/BE [proporção: AB está para BD assim como BC está para BE]

AB . BE = BC . BD

BE = BC . BD/AB

BE = BC . BD/1

BE = BC . BD [conclusão: a linha BE é produto das linhas BC e BD]

21 "(...); tendo uma linha que chamarei de unidade para relacioná-la ainda melhor aos números e a qual pode ser comumente tomada à discrição, tendo a seguir ainda duas outras linhas, encontrar uma quarta, a qual esteja para uma dessas duas linhas assim como a outra está para a unidade, o que é o mesmo que a multiplicação" (DESCARTES, 2018 p. 357-8).

22 "É preciso notar que as comparações se dizem simples e manifestas apenas quando o que se procura e o que é dado participa igualmente de uma certa natureza. Quanto às outras todas, *necessitam de preparação*, e somente por este motivo: a natureza comum não se encontra nos dois objetos tal qual, mas segundo determinadas relações ou proporções em que está envolvida. E, na sua maior parte, a indústria humana não consiste noutra coisa senão em transformar estas proporções de maneira a ver claramente a igualdade que existe entre o que se procura e o que já se conhece" (DESCARTES, 2002, p. 92).

Este novo tratamento dado à medida – não mais comprimento, mas uma unidade que enseja a identificação de relações dadas ou tornadas possíveis – é índice de uma concepção intelectual de dimensão que já se acha esboçada nas *Regras*. A definição de dimensão proposta na *Regra XIV*, onde se desenvolve propriamente a teoria da medida nesta obra, já nos dá um aceno sobre a independência dessa noção em relação à nossa capacidade de imaginar as dimensões espaciais. Descartes afirma: "*Por dimensão nada mais entendemos do que o modo segundo o qual se considera um sujeito como mensurável.*" E passa em seguida à enumeração de certos exemplos que indicam claramente o ultrapassamento da noção tridimensional e espacial desse conceito: "(...) não somente o comprimento, a largura e a profundidade são dimensões do corpo, mas ainda o peso é a dimensão segundo a qual os sujeitos são pesados, a velocidade é a dimensão do movimento, e uma infinidade de outras coisas deste gênero" (DESCARTES, 2002, p. 98). Também a *Regra IV* parece ampliar o domínio da mensuração para além da espacialidade quando Descartes afirma que se pode reportar à *Mathesis* todas as coisas em que se examina a ordem e a medida, "*sem ter em conta se é em números, figuras, astros, sons ou em qualquer outro objeto*" (DESCARTES, 2002, p. 29).

No entanto, gostaríamos de ressaltar aqui o que consideramos ser os dois aspectos mais importantes do divórcio operado por Descartes entre o conceito de dimensão e o conceito de espacialidade. Primeiro, uma vez que a medida comum é tomada como ponto de partida para o estabelecimento de relações entre os dados, ela permite tratá-los todos como homogêneos, sejam eles conhecidos ou não; segundo, a medida comum permite deduzir o desconhecido do conhecido, realizando o que Descartes, na *Regra VI*, reputa como o principal segredo do método: "*que todas as coisas se podem dispor em certas séries, não evidentemente* *enquanto se referem a algum gênero de ser, tais como as dividiram os filósofos nas suas categorias, mas enquanto umas se podem conhecer a partir das outras*" (DESCARTES, 2002, p. 33).

IV. CONCLUSÃO

O engajamento do interlocutor em seus argumentos, demonstrações e teses é, em Descartes, parte constitutiva da obra. Neste sentido, a interpelação do leitor pelo filósofo é constante e se faz notar não apenas na profusão epistolar que constitui parte significativa de seu escopo intelectual, nem apenas na submissão explícita de suas teses a certos grupos particularmente relevantes (como nas *Objeções e Respostas* que acompanham as *Meditações*), mas também em textos que aparentemente não possuem um caráter dialógico muito explícito. A restituição de todas as nuances dos textos demanda então que a exegese promova a tarefa de identificar as vozes que operam nas obras para além da constatação apressada de que se surgem na pena de Descartes, devem ser a ele atribuídas. Esse princípio hermenêutico vem sendo cada vez mais reconhecido entre os exegetas. Apenas para registrar alguns exemplos, pode-se encontrar no nível de análise assumido por Descartes na *Dióptrica*, segundo alguns autores muito aquém de sua física propriamente dita, a presença dos fabricantes de lunetas a quem o filósofo se dirige nela; ou na hipótese artificial e industriosa do Deus Enganador, pouco conforme ao propósito de estabelecer a dúvida no solo da naturalidade e da razoabilidade, um expediente limite que possibilita ultrapassar a tese aristotélica de que o conhecimento matemático pressupõe a abstração a partir do sensível[23] (ROCHA, 2016, p. 103-120). Julgamos que algo de semelhante acontece na *Geometria*: nela, Descartes faz uma incursão no território teórico de seu interlocutor – neste caso, o geômetra antigo, clássico, euclidiano, comprometido com intuições espaciais e assumindo tais intuições como ponto de partida – a fim de persuadi-lo a não rejeitar de antemão a perspectiva algébrica no seio da geometria.

Desenvolvemos aqui uma espécie de estudo de caso que confirma nosso princípio hermenêutico: a primeira demonstração com que Descartes abre o *Livro I* da *Geometria* não pode ser integralmente compreendida sem que se identifique nela o interlocutor ao qual Descartes se dirige. Nela, o filósofo buscar torna patente, contra as inclinações do geômetra antigo, que o produto de dois segmentos de reta é, ele também, um segmento de reta e não envolve, portanto, a passagem a uma grandeza heterogênea às grandezas dadas. No entanto, nosso propósito geral era menos a confirmação de uma hipótese sobre como abordar os textos de Descartes que a necessidade de estabelecer duas teses: a primeira consiste numa tomada de posição em relação a um debate sobre a persistência dos recursos imaginativos na geometria cartesiana; a segunda, na afirmação de que a álgebra exerce um papel mais primitivo que a geometria.

23 Destacamos, aqui, a interpretação desenvolvida por Ethel Rocha, em *Indiferança de Deus*, sobre o papel desempenhado pela hipótese do Deus Enganador na *Primeira Meditação*. Segundo a autora, que contraria uma longa tradição interpretativa acerca deste tema, o expediente do Deus Enganador não coloca sob suspeita a estrutura matemática da razão em geral, mas um tipo particular de matemática: a matemática aristotélica, cuja premissa consiste na tese de que o objeto da matemática, a matéria inteligível, resulta de um processo de abstração que tem nos sentidos seu ponto de partida.

Quanto à primeira tese, buscamos justificar a persistência das intuições espaciais como o meio de que se serve Descartes para se instalar no terreno da geometria clássica. Tentamos mostrar que o desafio enfrentado por Descartes consiste em mostrar, através do recurso às construções figurativas, assumidas como ponto de partida da geometria clássica, que é possível ultrapassar o tabu concernente à homogeneidade das grandezas (item II). Com isso, rejeitamos a tese – que, como dissemos acima, tem em R. Cobb-Stevens um de seus representantes – de que Descartes jamais chega a se desembaraçar completamente da necessidade das intuições espaciais e insistimos que sua perspectiva prescinde delas e as utiliza apenas para assegurar a interlocução. Quanto à segunda, buscamos mostrar que o recurso à intuições espaciais, na primeira demonstração do *Livro I* da *Geometria*, não seria possível sem um ponto de partida algébrico mais primitivo, mais fundamental, no qual a postulação de uma unidade comum de medida – signo de uma concepção puramente intelectual da noção de dimensão – opera de modo a permitir a formulação das relações entre os elementos do problema nos termos de uma teoria da proporção (item III). Reiteramos, assim, que a perspectiva algébrica antecede e torna possível a geometria.

THE STATUTE OF ALGEBRA AND GEOMETRY IN THE METHODOLOGICAL TEXTS OF DESCARTES

ABSTRACT: This article aims to show that algebra plays a more fundamental role than geometry in the cartesian theory of knowledge. For this purpose, we have tried to show that resources for imaginative constructions are used, in *Geometry*, for only to promote the engagement of the classic geometer and to persuade him that algebric operations can be employed in geometry.

KEYWORDS: Algebra, Geometry, Imagination, Intellect, Dimension.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAM, C. E TANNERY, P. (Ed). (1964-1976). *Oeuvres de Descartes*. Tomos VI e X. Paris: Vrin/CNRS.

ARISTÓTELES (2001). *Posterior Analytics*. In: ROSS, W.D. *Aristotle's Prior and Posterios Analytics: A Revised Text with Introductio and Commentary*. Oxford: Oxford University Press.

BATTISTI, C.A. (2002). *O Método de Análise em Descartes*. Cascavel: Edunioeste.

BELAVAL, Y. (1960). *Leibniz: Critique de Descartes*. Paris: Gallimard.

COBB-STEVENS, R. (2006). *L'Imagination et Les Mathématiques*. In: FICHANT, M. e MARION, J-L. (Orgs.) *Descartes en Kant*. Paris: PUF. pp. 79-95.

DESCARTES, R. (2018). *Discurso do Método e Ensaios*. SP: Unesp.

______________. (1962). *Obra Escolhida*. Tradução: J. Guinsburg e Bento Prado Junior. SP: Difel.

______________. (2002). *Regras Para a Direção do Espírito*. Lisboa: Edições 70.

GAUKROGER, S. (2009). *A Natureza do Raciocínio Abstrato: Aspectos Filosófi-*

cos do Trabalho de Descartes em Álgebra. In: COTTINGHAM, J. (org.) *Descartes*. São Paulo: Ideias e Letras. p. 115-142.

HAMELIN, O. (1921). *Le Système de Descartes*. Paris: Alcan.

HANNEQUIN, A. (1908). *La Méthode e Descartes*. In: *Études d'histoire des sciences et d'histoire de la philosophie*. pp. 209-232.

JULLIEN, V. (1996). *Descartes: La Géométrie de 1637*. Paris: PUF.

KLEIN, J. (1992). *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. NY: Dover Publications.

MANCOSU, P. (2011). *Descartes e a Matemática*. In: BROUGHTON e CARRIER (orgs). *Descartes.* Tradução: Lia Levy e Ethel Rocha. Porto Alegre: Penso Editora. pp. 113-130.

PORCHAT, O. (2001). *Ciência e Dialética em Aristóteles*. SP: Unesp.

RABOUIN, D. (2009). *Mathesis Universalis. L'idée de "Mathématique Universelle" d'Aristote à Descartes*. Paris: PUF.

ROCHA, E. (2016). *Indiferença de Deus e o Mundo dos Humanos segundo Descartes*. Curitiba: Kotter Editorial.

ROQUE, T. (2002). *História da Matemática: Uma Visão Crítica. Desfazendo Mitos e Lendas*. RJ: Zahar.