

**Jairo Simon da Fonseca**  
**José Afonso Mazzon**

Professor Adjunto do  
Departamento de Administração  
da FEA-USP

Professor Assistente do  
Departamento de Administração  
da FEA-USP

# ANÁLISE TEMPORAL DAS VENDAS DE TELEVISORES PRETO E BRANCO AO MERCADO BRASILEIRO

---

## INTRODUÇÃO

---

O objetivo básico deste trabalho é o de apresentar um quadro de referência para a análise de séries temporais de um produto, fazendo-se ainda uma aplicação para o mercado brasileiro de televisores preto e branco.

A importância deste trabalho deriva do fato de ser a previsão de vendas um dos pontos fundamentais para a formulação da estratégia de marketing de uma empresa e, desse modo, uma previsão segura das vendas a curto prazo é um dado relevante para a elaboração de um plano de

marketing, assim como previsões a médio e longo prazo são relevantes para a elaboração de um plano de expansão da empresa.

Neste trabalho, não fixaremos nossa atenção sobre as vendas de qualquer firma em particular, mas sim sobre as vendas totais da indústria de televisores preto e branco, dado que a previsão de vendas de uma determinada firma poderá ser obtida, com maior segurança, se calculada a partir das vendas da indústria, isto é, como uma parcela do mercado total (Fonseca e Mazzon, 1976).

Em síntese, o nosso objetivo será o de estudar o comportamento das vendas de televisores preto e branco, a partir de um quadro teórico

de referência, tendo o tempo como a variável chave dos modelos descritivos propostos.

---

## O COMPORTAMENTO DA DEMANDA E A ADMINISTRAÇÃO DE MARKETING

---

A essência da administração de marketing está em ajustar o marketing-mix da empresa às mutações ambientais, de modo a manter em equilíbrio a satisfação dos desejos e necessidades dos segmentos de mercado com o atingimento das metas organizacionais.

22

Esse processo de adequação das variáveis instrumentais de marketing, a despeito de ter se orientado fundamentalmente por aspectos de natureza qualitativa, exige, no mínimo para reduzir riscos inerentes à atividade, que alguns resultados do processo de planejamento tenham a sua compreensão qualitativa transformada em estimativas quantitativas, seja ao nível de produto ou linha de produto, território de vendas ou outro critério relevante.

Kotler (1973) propõe 8 estados alternativos da demanda, aos quais se pode associar estratégias de marketing distintas. Contudo, ao se falar em demanda, torna-se necessário não somente qualificá-la, como e principalmente quantificá-la, de forma a possibilitar tomadas de decisão adequadas quanto ao nível do

esforço de marketing a ser alocado aos diversos segmentos do mercado.

Assim sendo, um dos conhecimentos quantitativos relevantes para a formulação da estratégia de marketing de uma empresa é, sem dúvida, uma adequada previsão de vendas. As várias formas de mensuração da demanda podem ser empregadas para executar basicamente três funções administrativas:

a) A análise das **Oportunidades de Mercado**, onde a empresa tem de escolher entre os diversos mercados que se lhe apresentam para serem explorados. Essa escolha é grandemente facilitada se o administrador dispuser de estimativas quantitativas da demanda dos diversos segmentos de mercado;

b) O planejamento cuidadoso do **Esforço de Marketing**, após a seleção do mercado-alvo, tendo em vista que a empresa necessita tomar decisões, a curto prazo, sobre o nível e a alocação de recursos limitados e, a longo prazo, sobre planos de expansão;

c) O controle do **Desempenho de Marketing**, que se justifica na medida em que o desempenho da empresa no mercado é comparado com as medidas de desempenho potencial específicas de cada território, distribuidor ou outros indicadores relevantes.

Assim sendo, existem diversos tipos de modelos utilizáveis para a men-

suração da demanda, dependendo dos objetivos que o administrador pretende atingir. No caso específico deste trabalho, apresentaremos dois modelos alternativos aplicáveis ao estudo do comportamento das vendas de um bem durável, utilizando o tempo como variável independente. As razões para isso se fundamentam naquilo que se denomina de processo de difusão e adoção de um produto, objeto de análise do tópico subsequente.

---

### O PROCESSO DE DIFUSÃO E ADOÇÃO DE UM PRODUTO

---

O processo de adoção de um produto pode ser definido como sendo as mudanças mentais que são experimentadas por um indivíduo, desde a primeira vez em que ouve falar de um novo produto até o instante em que o adote (Boyd e Massy, 1978). Desse modo, um indivíduo recebe e acumula um conjunto de estímulos relativos a um produto, provenientes da empresa ou do ambiente, e responde a eles em termos da aceitação ou rejeição do produto. Considerando que nem todos os indivíduos são igualmente atingidos e, portanto, que não reagem na mesma intensidade e natureza, é lógico esperar-se que a adoção do produto ocorra em instantes de tempo diferentes. Verifica-se assim que o mercado para um novo produto tende a segmentar-se através do tempo e que esta dimensão tempo é uma

função da taxa em que as pessoas se deslocam ao longo dos cinco seguintes estágios desse processo: percepção, interesse, avaliação, experimentação e adoção do produto (Rogers, 1964).

Desse modo, a taxa de adoção é afetada pelas diversas formas com que os consumidores potenciais percebem o novo produto e sua vantagem relativa sobre os produtos concorrentes.

Como resultado da consideração da variável tempo como base para a segmentação do mercado, tem-se classificado os indivíduos, em termos de uma distribuição normal em pelo menos cinco grupos principais de adotantes do produto: os inovadores, os adotantes iniciais ou imitadores, a maioria inicial ou predecessora, a maioria tardia ou conservadora e os retardatários (Kotler, 1974).

Deduz-se, portanto, que no esforço de difusão de um produto, a empresa pode formular estratégias de marketing distintas à medida em que transcorre o tempo, em função do produto estar atingindo diferentes segmentos de mercado.

---

### O COMPORTAMENTO DAS VENDAS DE UM BEM DURÁVEL

---

A análise dos mercados de bens duráveis tem demonstrado que tais

produtos são caracterizados por uma grande sensibilidade às mutações ambientais, notadamente no que se refere à conjuntura sócio-econômica e ao comportamento da demanda de reposição do produto.

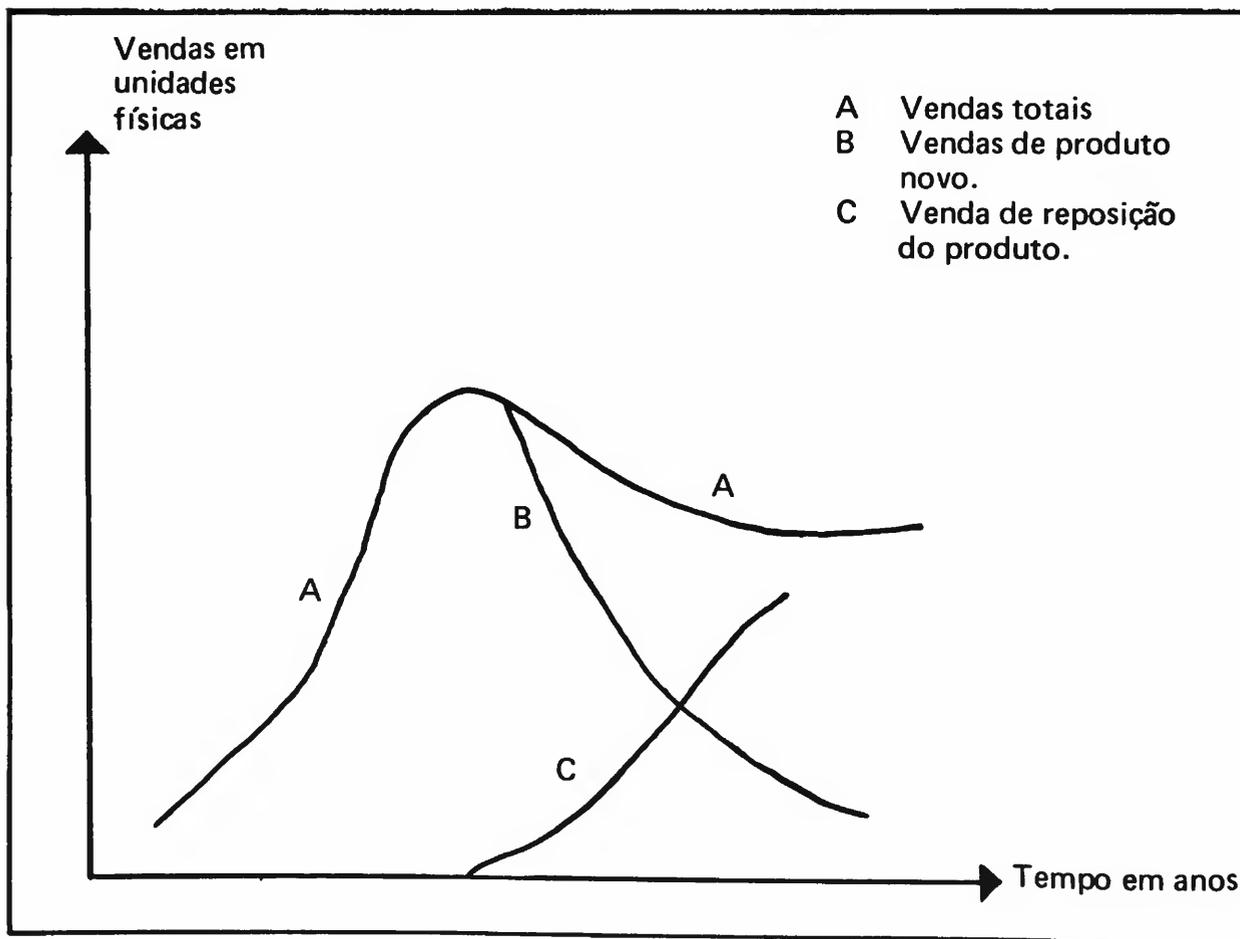
É conveniente, para efeito de análise, que as séries temporais de venda desse tipo de produto sejam decompostas em duas sub-séries: vendas de produtos novos e vendas de reposição, sendo basicamente a primeira afetada pela conjuntura sócio-econômica e, conseqüentemente, pela

variação do potencial de mercado e, a segunda, pela vida útil média e obsolescência tecnológica do produto.

Se admitirmos o lançamento de um novo bem durável, poderemos verificar que, durante um certo período de tempo, as suas vendas deverão coincidir apenas com as vendas de produtos considerados novos para, a partir de uma determinada época, surgir também vendas de reposição do produto junto ao mercado consumidor. Estas, tendem a

Figura 1 — Comportamento das Vendas de Produtos Novos e de Reposição

24



crescer e ganhar em importância relativamente ao volume de vendas de produtos novos, que, por sua vez, tendem a diminuir progressivamente. Desse modo, pode-se admitir que à medida em que as vendas totais se aproximam do mercado potencial, as vendas de reposição sobrepujam as vendas de produtos novos.

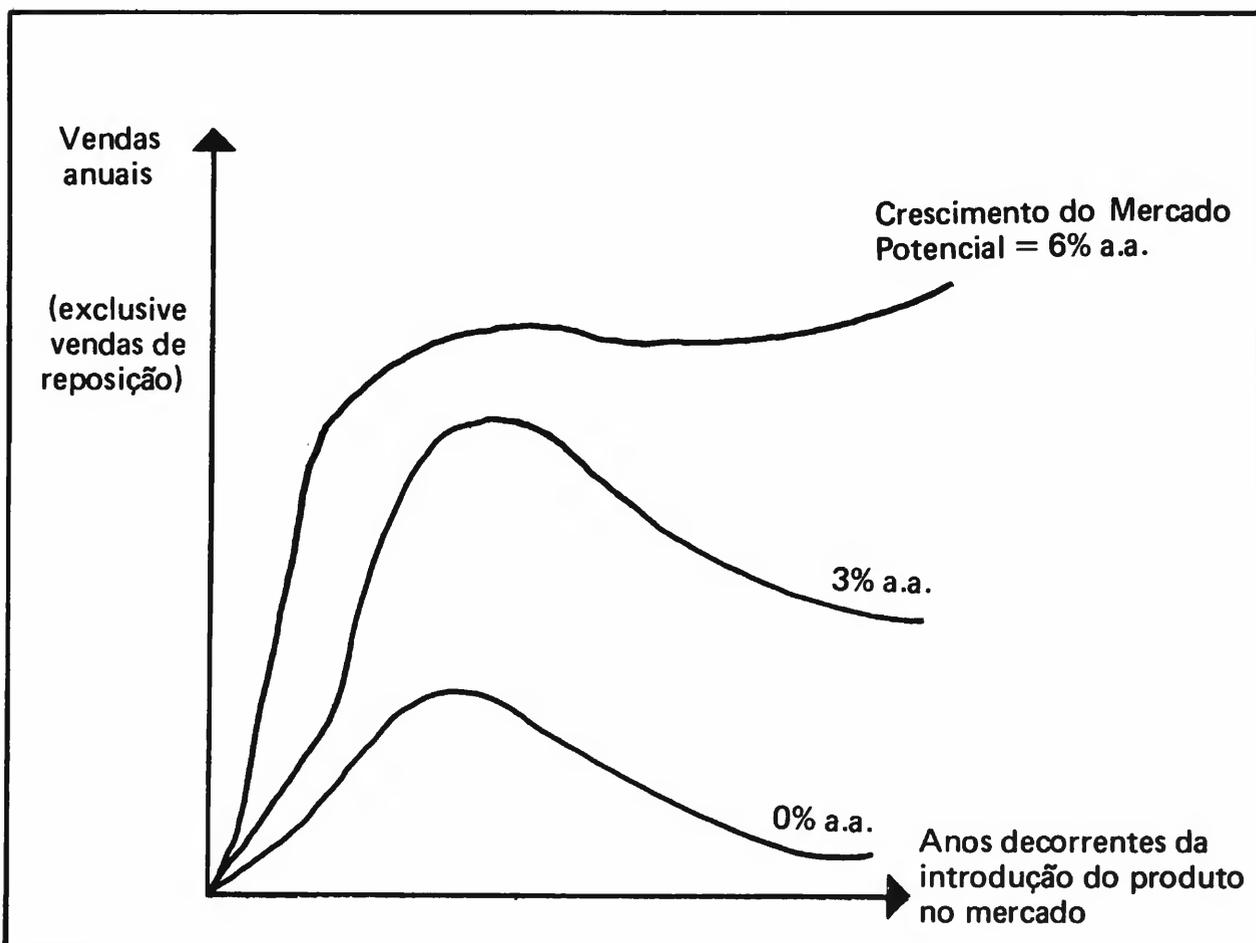
Essa noção de saturação de mercado, contudo, é relativa no tempo e espaço, uma vez que o mercado potencial pode se ampliar com o aparecimento de novos domicílios ou,

ainda, com o surgimento de um novo mercado, como por exemplo, o de exportação.

Esses conceitos podem ser visualizados, admitindo-se condições ambientais e mercado potencial constantes, na figura 1

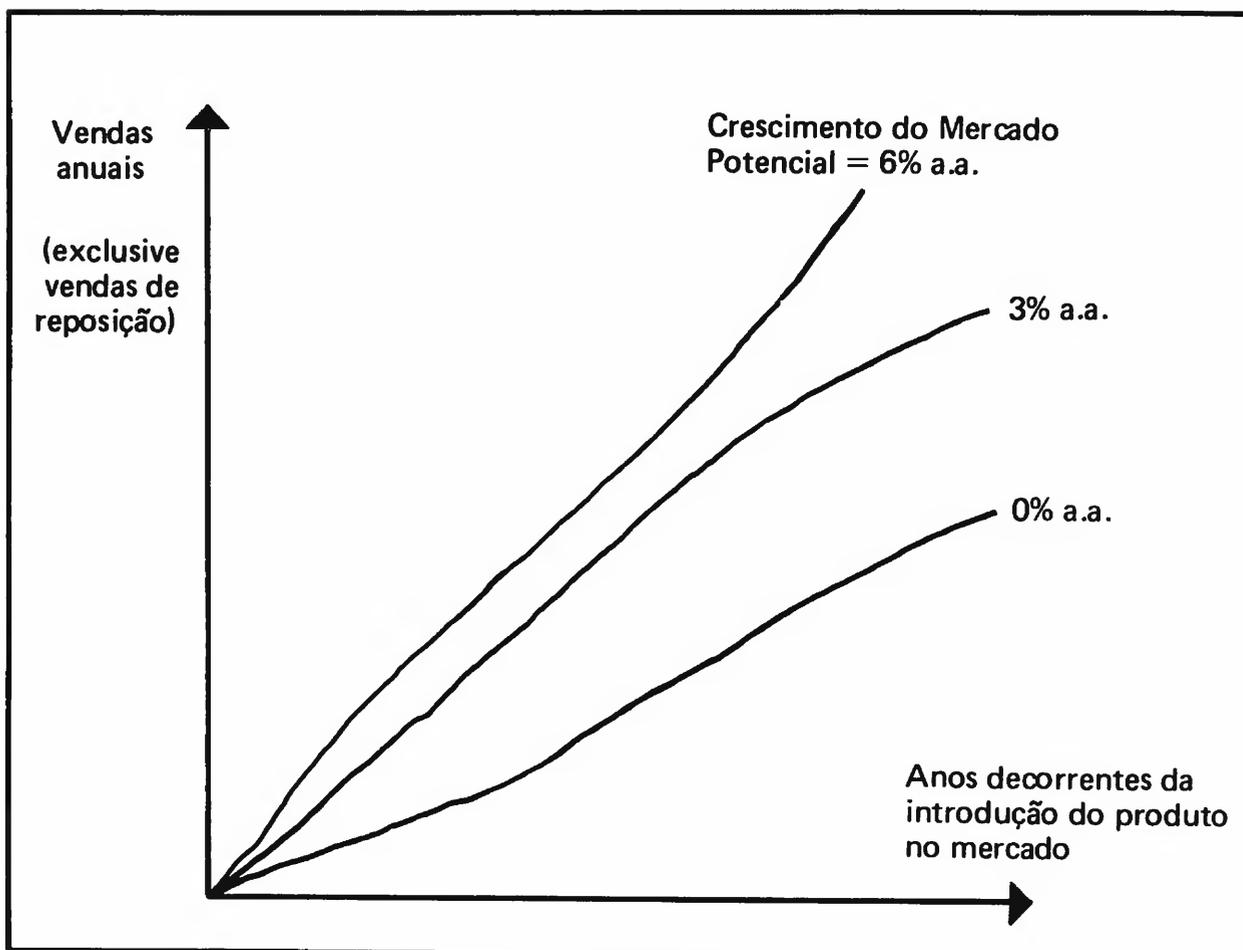
Contudo, sendo o comportamento de mercado essencialmente dinâmico, uma suposição realista é admitir que o mercado potencial varie no tempo. Neste caso, o comportamento das vendas pode ser representado como na figura a seguir:

**Figura 2 – Vendas de Produtos Novos com Diferentes Taxas de Crescimento do Mercado Potencial**



Se tomarmos, por outro lado, os valores das vendas anuais em termos acumulados, deveremos ter um comportamento como o da figura 3:

**Figura 3 – Vendas Acumuladas de Produtos Novos com Diferentes Taxas de Crescimento do Mercado Potencial**



26

Em síntese, podemos concluir que, ao se analisar o comportamento das vendas de um bem durável, deveremos considerar duas séries distintas: a de produtos novos e a referente a vendas de reposição, dado que as variáveis que incidem sobre as mesmas tendem a ser diferentes em sua magnitude ou natureza, levando-se inclusive em consideração valores relativos ao crescimento do mercado potencial.

---

## O MERCADO BRASILEIRO DE TELEVISORES

---

Com o objetivo de demonstrar o procedimento de aplicação do quadro teórico de referência proposto neste trabalho, utilizaremos os dados relativos ao mercado brasileiro de televisores preto e branco, abran-

gendo o período de 1951 a 1977, conforme o apresentado no Quadro 1. De maneira a facilitar a visualização dos dados, são apresentadas as figuras 4 e 5, respectivamente para as vendas de televisores preto e branco e a cores e os montantes das vendas anuais totais e líquidas de televisores preto e branco.

**Figura 4 – Vendas Anuais de Televisores**

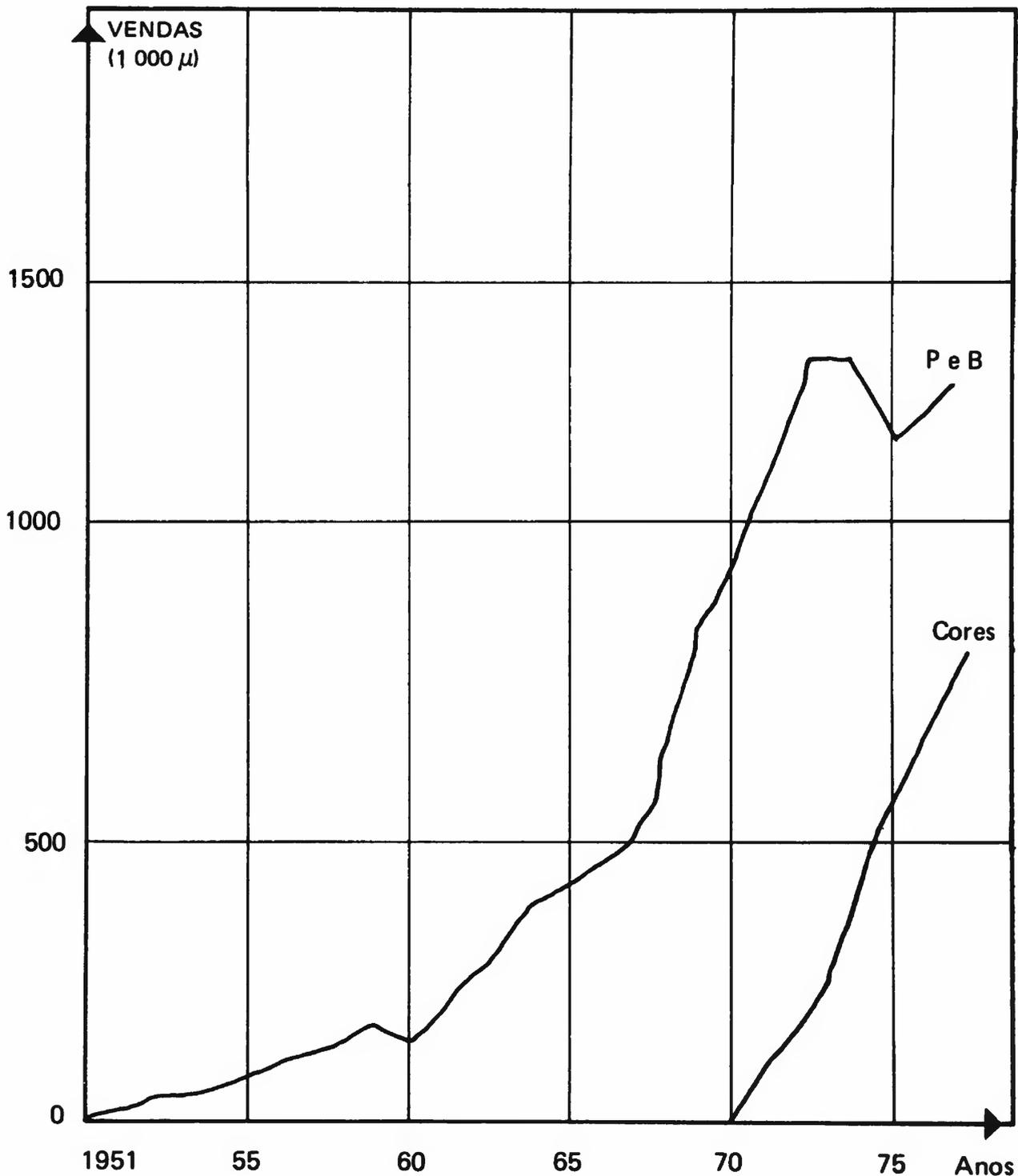
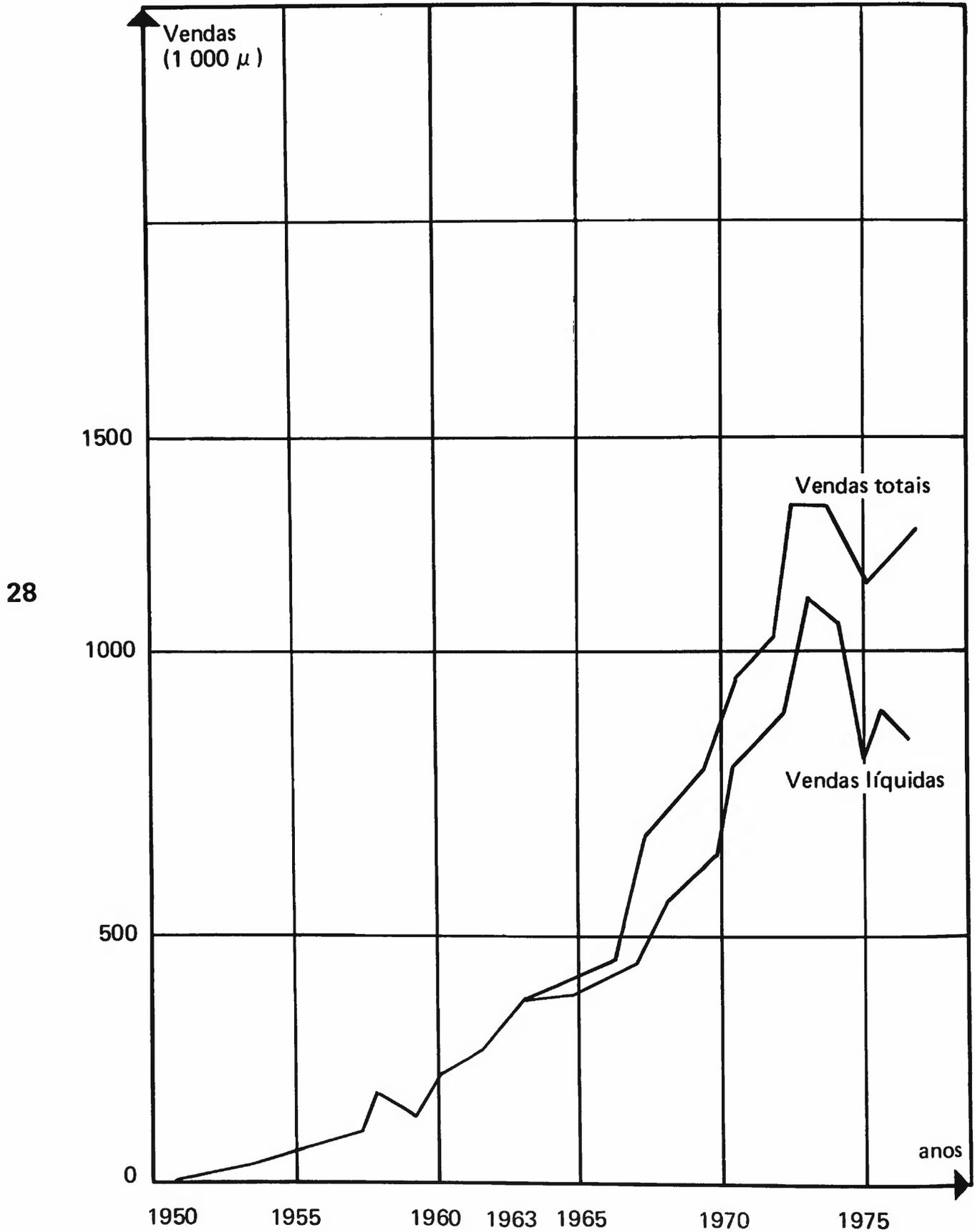


Figura 5 – Vendas Totais e Líquidas de Televisores Preto e Branco



Quadro 1 – Vendas de Televisores (Em 1000 unidades)

	(1)	(2)	(3) = (1) + (2)	(4)	(5) = (1) - (4)	(6)
Ano	Preto x Branco	Cores	Vendas Totais	Vendas de Reposição P x B	Vendas Líquidas de P x B	Vendas Líquidas Acumuladas P x B
1951	3,5	—	3,5	—	3,5	3,5
1952	7,5	—	7,5	—	7,5	11
1953	10	—	10	—	10	21
1954	13	—	13	—	13	34
1955	40	—	40	—	40	74
1956	67	—	67	—	67	141
1957	81	—	81	—	81	222
1958	122	—	122	—	122	344
1959	90	—	90	—	90	434
1960	164	—	164	—	164	598
1961	200	—	200	—	200	798
1962	269	—	269	—	269	1067
1963	294	—	294	3,5	290,5	1357,5
1964	336	—	336	7,5	328,5	1686
1965	370	—	370	10	360	2046
1966	408	—	408	13	395	2441
1967	467	—	467	40	427	2868
1968	678	—	678	67	611	3479
1969	746	—	746	81	665	4144
1970	816	—	816	122	694	4838
1971	958	—	958	90	868	5706
1972	1109	68	1177	164	945	6651
1973	1345	152	1497	200	1145	7796
1974	1341	323	1664	269	1072	8868
1975	1184	532	1716	294	890	9758
1976	1238	646	1884	336	952	10710
1977	1294	766	2060	370	924	11634
1978 *	1294	—	—	408	886	12520
1979 *	1294	—	—	467	827	13346
1980 *	1294	—	—	678	616	13962

29

FONTES de (1) e (2) : 1951/1966 MERCADO GLOBAL  
1967/1977 ABINEE

\*) Valores de venda estimados para os anos de 1978/1980.

Uma simples análise dos dados do Quadro 1 permite verificar que as taxas geométricas médias de crescimento das vendas de televisores pb, calculadas para alguns períodos selecionados, tem apresentado um comportamento compatível com o que seria esperado em termos do ciclo de vida de um produto dessa natureza. Nota-se que os últimos períodos apresentaram taxas decrescentes, fato esse explicável pela perspectiva de saturação do merca-

do, dadas as condições ambientais vigentes, e também pela teoria de adoção de um produto, que leva a presumir que os grupos potenciais de adotantes desse bem durável sejam ainda mais difíceis de serem atingidos, ou seja, exigindo das empresas um nível mais elevado de esforço de marketing. O quadro abaixo permite verificar os incrementos médios verificados nos diversos períodos de tempo.

**Quadro 2 – Taxas Médias de Crescimento das Vendas de Televisores Preto e Branco**

Períodos	Taxas
1951/1973	31,1% a.a.
1951/1967	35,8% a.a.
1967/1973	19,3% a.a.
1972/1977	3,2% a.a.

30

Para efeito de divisão dos períodos estabelecidos no Quadro 2, foi adotado como base o ano de 1967, considerando ter sido neste ano implantado o sistema de crédito direto ao consumidor, fator estimulante das vendas do produto (Fonseca et al., 1978).

Nota-se facilmente, tanto pelo Quadro 1, quanto pela figura 5, que a partir de 1973 houve uma "quebra" no comportamento das vendas de

televisores preto e branco, evidenciada pelo fato de que o crescimento das vendas que até então vinha se manifestando em termos exponenciais, passa a estabilizar-se, e em seguida, a declinar levemente. Este fato reforça a suposição de que existe uma relativa saturação para o mercado de televisores preto e branco, provavelmente devido a mudanças nos desejos dos segmentos de mercado mais sensíveis a inovações e pelo surgimento do TV a cores

que levou a uma obsolescência tecnológica o modelo preto e branco. É plausível supor que o decréscimo nas vendas deste produto só não foi maior devido ao aumento do mercado potencial e ao alto preço do TV a cores relativamente ao preto e branco e à atual distribuição de

renda. Em síntese, os dados disponíveis relativamente ao TV preto e branco permitem concluir que o mercado encontra-se relativamente saturado, a despeito da atual proporção de domicílios portadores do referido bem, como mostra o quadro abaixo:

**Quadro 3 – Domicílios Portadores de TV Preto e Branco**

Região	Número de domicílios	% de domicílios com TV P e B
R <sub>1</sub> : Rio de Janeiro	2.470.814	61,9
R <sub>2</sub> : São Paulo	4.911.886	61,8
R <sub>3</sub> : Paraná - Santa Catarina - Rio Grande do Sul	4.134.984	37,8
R <sub>4</sub> : Minas Gerais - Espírito Santo	2.860.330	34,9
R <sub>5</sub> : Maranhão - Piauí - Ceará - Rio Grande do Norte - Paraíba - Pernambuco - Alagoas - Bahia	6.321.865	16,4
<b>TOTAL</b>	<b>20.699.879</b>	<b>39,5</b>

Fonte: PNAD 1976 – Fundação IBGE

Desse modo, pode-se concluir que, assim mantidas as condições ambientais vigentes em termos sócio-econômicos, tecnológicos, culturais e outras, o nível do esforço de marketing das empresas vendedoras desse produto deverá ser aumentado se se desejar pelo menos manter o atual comportamento das vendas.

Finalmente, devemos ressaltar que para o cálculo das vendas de reposi-

ção, adotou-se como critério uma vida média útil de 12 anos para o televisor preto e branco, cuja série temporal é apresentada no quadro 1

No tópico subsequente, apresentaremos dois modelos descritivos, cuja análise permite ao administrador extrair alguns subsídios importantes para a formulação de uma eficaz estratégia de marketing.

---

## MODELOS DESCRITIVOS DE PENETRAÇÃO DE MERCADO

---

Conforme apresentado nos itens precedentes, verificamos que a penetração de um produto no mercado pode ser explicada pelo denominado processo de difusão e adoção de um produto, que estabelece o procedimento de propagação de uma idéia nova, materializada em termos de um produto, desde o seu lançamento até o seu último adotante. (Rogers, 1964). Desse modo, um modelo de difusão tem como objetivo básico determinar uma curva definida do ciclo de vida de um produto.

Quando um produto tem um comportamento tal que a curva das vendas líquidas acumuladas (exclusivo portanto as vendas de reposição) tende a apresentar-se em forma de S, dá origem ao que se tem denominado de modelos de difusão em S.

Em vista dessas considerações, se plotarmos os dados das vendas líquidas acumuladas (coluna 5 do quadro 1), poderemos constatar a tendência desses valores assumirem a forma de uma curva em S, conforme apresentado na figura 3. Descreveremos a seguir as propriedades e o ajuste estatístico de dois dos principais tipos de modelos em S. o logístico e o de Gompertz.

32

---

### O Modelo Logístico

Um dos modelos em S que tem sido bastante utilizado no ajuste de dados de crescimento populacional e de adoção de novos produtos é o logístico, cuja função matemática é descrita por:

$$Y = \frac{K}{1 + e^{-(b + ct)}} \quad (1)$$

onde K, b e c são parâmetros tais que  $K, c > 0$

Essa função é monotonicamente crescente situando-se entre duas assíntotas horizontais, o que pode ser verificado pela derivação da função em relação à variável tempo (t):

$$\frac{d}{dt} f(t) = \frac{dY}{dt} = \frac{Kbe^{-(b + ct)}}{[1 + e^{-(b + ct)}]^2} = \frac{c}{K} f(t) [K - f(t)] \quad (2)$$

Os limites da função são dados por:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = K \quad \text{e} \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = 0 \quad (3)$$

Desse modo, podemos observar que a curva logística situa-se entre duas assíntotas horizontais, uma inferior dada pelo eixo das abcissas ( $Y = 0$ ) e outra superior dada pela reta de ordenada constante e igual a  $K$ .

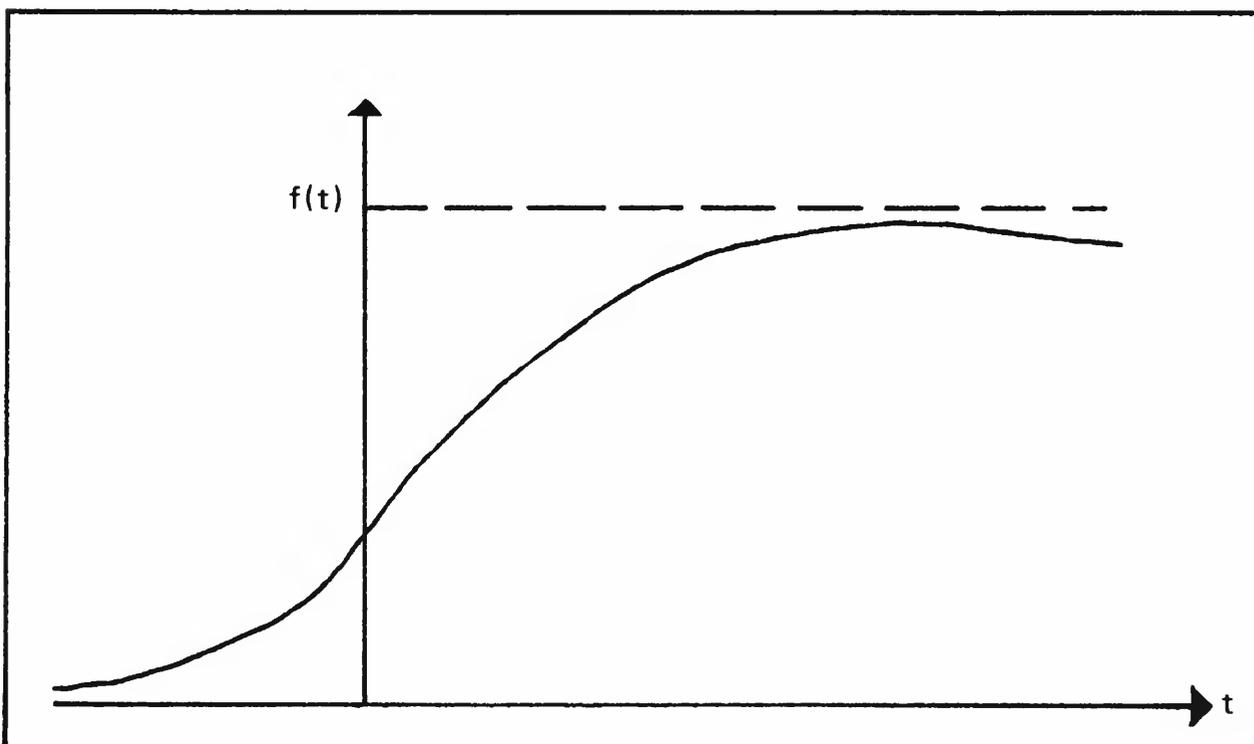
O parâmetro  $K$ , que mede a distância entre as duas assíntotas, é denominado nível de saturação e corresponde em nossa aplicação ao potencial de mercado de televisores preto e branco. Por outro lado, o parâme-

tro  $c$  está relacionado com a taxa de crescimento da variável  $Y$  e a constante  $b$  é um parâmetro de posição, a qual mostra que, fixados os valores dos outros dois parâmetros e variando somente o valor de  $b$ , a curva se deslocará apenas no sentido horizontal.

Deve-se notar ainda que a função logística possui um ponto de inflexão de abcissa  $-b/c$  e de ordenada  $K/2$ , sendo portanto simétrica em relação a este ponto.

33

Figura 6 - Representação da Curva Logística



O uso da logística para o estudo descritivo de crescimento das vendas de um dado produto é baseado na seguinte equação diferencial:

$$\frac{dY}{dt} = kY(K - Y) \quad (4)$$

Esta equação mostra que a taxa de crescimento da logística é proporcional ao produto do valor alcançado pela função ( $kY$ ), denominado de fator de momento, pela diferença entre esse valor e o nível de saturação ( $K - Y$ ), denominada de fator de contenção. Verifica-se, portanto, que a taxa de crescimento das vendas é afetada tanto pela parcela do mercado atendida quanto pela parcela do mercado potencial ainda não atendida.

34

Tal fato pode ser demonstrado mostrando que a equação diferencial (4) tem como solução a função logística (1), tal como apresentado a seguir:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{kK}{\frac{1}{Y} + \frac{1}{K - Y}}$$

logo,

$$\frac{dY}{Y} + \frac{dY}{K - Y} = kKdt$$

portanto,

$$d(\log Y) - d[\log(K - Y)] = kKdt$$

Integrando-se essa função temos:

$$\log Y - \log(K - Y) + c_1 = kKt + c_2$$

segundo-se que

$$\log [ Y/(K - Y) ] = kKt + c_2 - c_1$$

Verifica-se então que

$$\frac{Y}{K - Y} = e^{kKt + c_3}$$

$$\text{onde } c_3 = c_2 - c_1$$

resultando finalmente que

$$\frac{Y}{K - Y} = e^{ct} e^b \quad \text{ou}$$

$$Y = \frac{K}{1 + e^{-(b + ct)}} \quad (5)$$

Em síntese, o fato de a taxa de crescimento das vendas de um produto ser dependente de um fator de momento e de um fator de contenção, permite extrair uma importante conclusão. A de que o esforço de marketing da empresa não deve ser canalizado objetivando apenas conquistar a parcela de mercado não atendida, mas, também para aqueles segmentos atendidos cuja satisfação derivada do uso do produto, será de fundamental importância para justificar a ocorrência de uma venda de reposição defasada de algum período de tempo. Evidentemente, essa defasagem no tempo deverá levar o

consumidor a considerar na sua decisão de compra, não só a satisfação no uso do produto como também o grau de importância do produto em sua escala de preferência relativamente a produtos similares, ou seja, aqueles produtos em condições de satisfazer à necessidade genérica do consumidor.

Prosseguindo em nossa análise, se denominarmos:

$$R_t = \frac{1}{Y} \frac{dY}{dt}$$

como sendo a taxa de crescimento relativa das vendas, podemos verificar que

$$R_t = k (K - Y)$$

o que permite afirmar que essa taxa  $R_t$  decresce linearmente com  $Y$

A despeito das potencialidades de aplicação da função logística às situações de marketing, é necessário tomar certos cuidados, notadamente no que se refere ao seu ajuste estatístico. Historicamente, foram Roos e Von Szeliski, em 1939, os primeiros autores a ajustarem uma logística para o crescimento da demanda de automóveis nos Estados Unidos. O argumento utilizado para a utilização dessa função, foi o de que, em um determinado período de tempo, o aumento da frota de automóveis é dado pelo número potencial de compradores multiplicado pela probabilidade de que um

indivíduo, selecionado aleatoriamente nesse segmento, venha a adquirir um automóvel, sendo esta probabilidade proporcional ao número de automóveis já adquiridos, uma vez que este número está diretamente relacionado com o conhecimento do produto por parte dos compradores potenciais.

Desse modo, o incremento da demanda do produto em questão pode ser expresso pela seguinte relação:

$$\Delta Y = kY (K - Y)$$

onde  $Y$  é a frota de automóveis e  $K$  o número máximo de potenciais proprietários, sendo as constantes  $k$  e  $K$  influenciadas basicamente por fatores de ordem econômica. Assim, se essas condições se mantiverem constantes teremos um modelo logístico.

Ressaltando os cuidados que se deve tomar ao proceder à utilização do modelo logístico como instrumento de análise da demanda, Bain (1963) considera que:

a) a utilização do modelo logístico resulta em um procedimento relativamente simplista para a explicação do processo de crescimento da demanda, tendo em vista que o modelo admite que o número de pessoas adquirindo o novo produto é proporcional ao número de pessoas que já possuem o referido bem, multiplicado pelo número de pessoas que possam vir a ter o produto,

e que tal proporção se mantém constante. É de se admitir, conseqüentemente, que tais proporções possam variar significativamente para diferentes segmentos de mercado, o que leva à proposição da utilização do modelo logístico em termos de segmentos de mercado relativamente homogêneos para uma dada característica.

b) uma segunda limitação do modelo logístico é o de pressupor que a influência de qualquer possuidor do produto sobre um comprador potencial é a mesma durante todo o processo e igual entre todos os indivíduos.

36 c) uma terceira limitação que ainda pode ocorrer para a utilização do modelo logístico, é se o produto lançado no mercado é mais rapidamente adquirido pelas camadas da população de renda mais elevada, o que acarretaria uma assimetria na curva de crescimento, assimetria esta não incluída na logística, que é uma função radicalmente simétrica em torno do ponto de inflexão de ordenada  $K/2$ , apresentando as-

sim taxas de crescimento crescente até o ponto de inflexão e declinando após de maneira simétrica em relação ao ponto de abscissa  $-b/c$ .

Assim sendo, a utilização desse modelo, como qualquer outro, deve ser feita de uma forma criteriosa.

### O Modelo de Gompertz

Procuraremos evidenciar neste ítem, de forma semelhante ao apresentado com a função logística, as principais propriedades da função de Gompertz, ressaltando os aspectos relevantes para a aplicação desse modelo descritivo no estudo do comportamento das vendas de um dado produto.

A função de Gompertz é definida pela seguinte relação matemática:

$$Y = Ka^{bt}$$

onde  $K$ ,  $a$  e  $b$  são parâmetros tais que  $K > 0$  e  $0 < a, b < 1$ .

Verifica-se de imediato que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Y_t = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = K \quad \text{e} \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = 0,$$

ou seja, a curva de Gompertz é monotonicamente crescente, situando-se entre a assíntota horizontal superior dada pela reta de ordenada  $K/a$  e a inferior dada pelo eixo das abcissas. O seu ponto de inflexão tem abcissa igual a:

$$-\ln \left( -\ln a / \ln b \right)$$

e ordenada igual a:  $K/e$

A utilização da função de Gompertz para estudos de crescimento possui a seguinte relação básica:

$$\ln Y = \ln K + \ln a b^t, \text{ seguindo-se que}$$

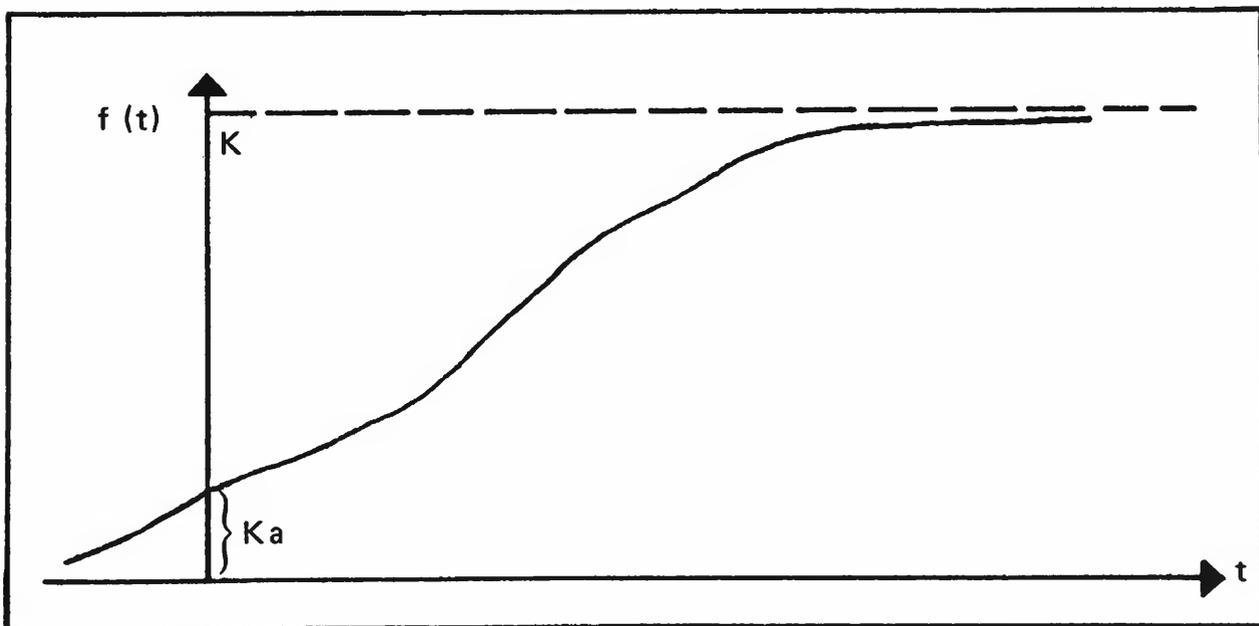
$$\frac{d(\ln Y)}{dt} = \frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = \ln a \ln b^t = -\ln b (\ln K - \ln Y) \tag{7}$$

Essa relação evidencia que a taxa de crescimento da função de Gompertz é proporcional ao valor alcançado pela função, multiplicado pela diferença entre o logaritmo deste valor e o logaritmo da ordenada de

assíntota superior. O fator de momento desta função, representada na figura abaixo, é dado por  $Y$  e o fator de contenção é igual a

$$(\ln K - \ln Y).$$

Figura 7 – Representação da Curva de Gompertz



De uma forma semelhante à logística, na função de Gompertz também temos uma importante relação ligando a taxa de crescimento relativa  $R_t$  e a variável  $Y$  em estudo, como mostrado a seguir:

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = R_t = K (\ln K - \ln Y) \quad (8)$$

o que permite verificar que a taxa de crescimento decresce linearmente com o logaritmo de  $Y$

Historicamente, a função de Gompertz foi utilizada pela primeira vez por Prescott, em 1922, para estudar "leis" de crescimento da demanda, argumentado para isso que o crescimento de uma dada indústria pode ser dividido em quatro períodos: o de experimentação, o de crescimento a taxas crescentes, o de crescimento a taxas decrescentes e o período de estabilização. Se admitido este pressuposto, o que parece razoável em função do conceito de ciclo de vida de um produto e das considerações expostas sobre o processo de difusão e adoção de um produto, a previsão da demanda futura de uma indústria pode ser feita utilizando a função de Gompertz.

---

### ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DAS CURVAS EM S

---

Não utilizaremos neste trabalho métodos sofisticados iterativos de estimação via regressão assintótica,

uma vez que o objetivo do artigo não é o refinamento da qualidade de estimação, mas sim o de descrever o comportamento das vendas de televisores preto e branco, decorrendo de tal objetivo a escolha do ajustamento através de relações envolvendo as taxas de crescimento relativas.

### O Processo de Ajuste da Função Logística

A partir da relação:

$$R_t = \frac{1}{Y_t} \frac{dY_t}{dt} = c - \frac{c}{K} Y_t$$

e fazendo-se  $c = p$  e  $-c/K = q$ , obtemos a relação  $R_t = p + qY_t$ , expressão que nos permite a estimação dos parâmetros  $p$  e  $q$  pelo método dos mínimos quadrados, desde que os valores de  $Y$  sejam transformados na maneira explicitada pelo primeiro membro da equação.

Dada a série de dados originais  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , devemos obter uma nova série  $R_1, R_2, \dots, R_{n-1}$ , de dados fornecidos através da relação:

$$R_t = \frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t}$$

Obtidas as estimativas  $\hat{p}$  e  $\hat{q}$  dos parâmetros  $p$  e  $q$  respectivamente, obtemos as estimativas de  $c$  e  $K$ ,  $\hat{c}$  e  $\hat{K}$ , tal que:

$$\hat{c} = \hat{p} \text{ e } \hat{K} = -\frac{\hat{p}}{\hat{q}}$$

Resta portanto, obtermos uma estimativa de  $b$ .

Verificamos anteriormente que: 
$$e^{-b-\hat{c}t} = \frac{\hat{K}}{Y_t} - 1$$

portanto, 
$$\log_e \left( \frac{\hat{K}}{Y_t} - 1 \right) = \ln \left( \frac{\hat{K}}{Y_t} - 1 \right) = -b - \hat{c}t$$

então 
$$b = \ln \left( \frac{\hat{K}}{Y_t} - 1 \right) + \hat{c}t$$

Aplicando-se somatório nas relações acima, temos:

39

$$nb = \sum_{t=1}^n \ln \left( \frac{\hat{K}}{Y_t} - 1 \right) + \hat{c} \sum_{t=1}^n t$$

ou, 
$$\hat{b} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \ln \left( \frac{\hat{K}}{Y_t} - 1 \right) + \hat{c} \left( \frac{n+1}{2} \right) \quad (9)$$

Essa é uma das formas de estimarmos os parâmetros da função logística, a qual, embora não sendo das mais precisas, prescinde de técnicas sofisticadas e até mesmo do uso de computadores.

Um cuidado a ser levado em consideração é que, caso alguns valores de  $Y$  venham a ultrapassar o valor da assíntota, o que pode ocorrer, eles devem ser excluídos da série para o cálculo de  $b$ .

Assim, utilizando os dados do quadro 4, temos:

**Quadro 4 – Taxa de Crescimento Relativa das Vendas de Televisores Preto e Branco**

Ano	t	$Y_t$	$R_t$
1951	1	3,5	
1952	2	11	2,14286 *
1953	3	21	0,90909 *
1954	4	34	0,61905 *
1955	5	74	1,17647 *
1956	6	141	0,90541
1957	7	222	0,57447
1958	8	344	0,54955
1959	9	434	0,26163
1960	10	598	0,37788
1961	11	898	0,33445
1962	12	1.067	0,33709
1963	13	1.357,5	0,27226
1964	14	1.686	0,24199
1965	15	2.046	0,21352
1966	16	2.441	0,19306
1967	17	2.868	0,17493
1968	18	3.479	0,21304
1969	19	4.144	0,19115
1970	20	4.838	0,16747
1971	21	5.706	0,17941
1972	22	6.651	0,16562
1973	23	7.796	0,17215
1974	24	8.868	0,13751
1975	25	9.758	0,10036
1976	26	10.710	0,09756
1977	27	11.634	0,08627
1978	28	12.520 **	0,07616
1979	29	13.346 **	0,06597
1980	30	13.962 **	0,04616

\* valores de pequena representatividade que foram excluídos por serem bastante discrepantes na série de dados.

\*\* previsão de vendas admitida a hipótese de mercado potencial constante.

Para efeito dos cálculos de regressão tomamos a seguinte série de valores:

$$R_t : R_1 = 0,90541 \text{ até } R_{26} = 0,0416$$

$$Y_t : Y_0 = 74 \quad \text{até } Y_{25} = 13.346$$

Desse modo, através de uma regressão linear de  $R_t = p + q Y_t$  aos dados da tabela, obtemos:

$$R_t = 0,38361 - 0,000024 Y_t \quad \text{com} \quad r^2 = 0,479$$

Assim:  $p = 0,38361$  e  $q = 0,000024$ , acarretando os seguintes valores para  $c$  e  $K$ :

$$\hat{c} = 0,38361 \text{ e } \hat{K} = \frac{-0,38361}{-0,000024} = 15.983.750 \text{ unidades}$$

Podemos observar, portanto, que o potencial de mercado estimado (assíntota superior da logística), é da ordem de 16 milhões de unidades de televisores preto e branco, dadas as condições ambientais vigentes.

41

Por outro lado, o valor estimado de  $b$  é dado por:

$$\hat{b} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \ln \left( \frac{\hat{K}}{Y_t} - 1 \right) + \hat{c} \left( \frac{n+1}{2} \right)$$

$$\hat{b} = \frac{25,14}{25} + 0,38361 \frac{26}{2} = 5,99953$$

Dessa forma, a equação da logística será

$$Y = \frac{15.983}{1 + e^{-(5,99953 + 0,38361) t}}$$

### O Processo de Ajuste da Curva de Gompertz

Para ajustar uma curva de Gompertz aos dados da tabela usamos o mesmo método utilizado para o ajuste da logística, tomando a seguinte relação básica:

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = R_t = -\ell\eta b (\ell\eta K - \ell\eta Y)$$

fazendo-se:  $p = -\ell\eta b \ell\eta K$  e  $q = \ell\eta b$ , temos:

$$R_t = p + q \ell\eta Y_t$$

Aplicando-se mínimos quadrados nesta relação, obtemos:

$$p = -\ell\eta b \ell\eta K \quad \text{e} \quad q = \ell\eta b, \text{ portanto } \hat{b} = e^q \quad \text{e}$$

$$\ell\eta \hat{K} = \frac{p}{q}, \text{ logo } \hat{K} = e^{-p/q}$$

42

Sabendo-se que  $\ell\eta Y = \ell\eta K + \ell\eta ab^t$ , vem:

$$\ell\eta a = -\frac{\ell\eta K - \ell\eta Y}{b^t} \text{ de modo que obteremos}$$

a através da média aritmética dos valores obtidos na relação acima, para cada par de observações  $t$  e  $\log Y_t$ , tal que:

$$\ell\eta \hat{a} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n -\frac{\ell\eta \hat{K} - \ell\eta Y}{b^t}$$

Ajustando-se pelo método dos mínimos quadrados, os mesmos dados usados na estimação da logística, evidentemente com a transformação de dados de  $Y_t$  para  $\ell\eta Y_t$ , obteremos:

$$R_t = 1,1382210 - 0,1163264 Y_t, \text{ logo,}$$

$$p = 1,1382210; q = -0,1163264$$

$$\hat{K} = e^{9,7847178} = 17.760 \quad \text{e, portanto, o potencial}$$

de mercado estimado de televisores preto e branco é de  $17760.10^3 = 17.760.000$  unidades, mantidas constantes as condições ambientais.

O coeficiente de explicação é de  $r^2 = 0,84$

Por outro lado, estimaremos  $\hat{a}$  através da relação:

$$\ln \hat{a} = -\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{\ln K - \ln Y}{b^t} = \frac{1}{25} 177,5830242$$

$$\ln \hat{a} = -7,1033210, \text{ logo } \hat{a} = 0,0008224$$

Assim, a curva de Gompertz será descrita pela relação:

$$Y = 17.760 (0,0008224)^{0,8901846^t}$$

43

Desse modo, verificamos que, para os dados do mercado de televisores preto e branco, o ajuste obtido através da função de Gompertz foi relativamente significativo e bastante superior ao obtido via função logística.

### Análise dos Resultados Obtidos

Dentre os aspectos mais importantes para serem enfocados neste tópico, fixaremos nossa atenção sobre dois deles: a qualidade estatística do ajustamento e as dimensões quantitativas do mercado potencial.

Em relação ao primeiro item, podemos verificar que a estimação dos

parâmetros das curvas em S, apresentou um poder explicativo de  $r^2 = 0,48$  para a logística e de  $r^2 = 0,84$  para a função de Gompertz. Este coeficiente indica quanto das variações ocorridas na variável dependente — volume anual de vendas líquidas em unidades físicas — é explicado por variações na variável independente — tempo — expressa em uma série de anos. Verifica-se assim que, por esse critério, o ajuste proporcionado pela curva de Gompertz pode ser considerado muito bom. Por outro lado, o ajuste pouco significativo que foi obtido com a função logística, pode ser explicado fundamentalmente pelo aspecto de simetria dessa função

em torno da inflexão  $K/2$ . Se considerarmos contudo, que dado o perfil distributivo da renda, o televisor preto e branco tenha sido mais rapidamente adquirido no tempo pelos segmentos de renda mais elevada, o que pode ser considerado bastante provável, verificaremos que tal fato leva à uma assimetria na curva de crescimento das vendas líquidas desse produto, o que se evidencia pela figura 5. Esse fato, portanto, explica em grande parte a pouca significância obtida com o ajuste da função logística aos dados de vendas de televisores preto e branco ao mercado brasileiro.

44

Quanto ao segundo item de análise, verificamos que a estimação dos parâmetros das curvas em S permite que se obtenha estimativas do tamanho do mercado potencial. Essas estimativas, em termos aproximados, foram, respectivamente para as funções logística e de Gompertz, de 16,0 e 17,8 milhões de unidades de televisores preto e branco, compatível com o valor estimado por Fonseca et al. (1978), usando o modelo de Bass, que foi de 16,4 milhões de unidades.

Se atentarmos para o fato de que as vendas líquidas acumuladas desse produto atingiram o volume de 14 milhões de unidades, pode-se deduzir que a parcela do mercado potencial não atendida é relativamente pequena, o que permite afirmar que existe uma relativa saturação de mercado, o que, salvo mudanças ambientais significativas, tenderá

futuramente levar à morte ou estagnação das vendas desse produto.

Por outro lado, se confrontarmos os dados do Quadro 3, que apresenta a proporção de 39,5% de domicílios brasileiros que possuem televisor, com os do Reino Unido, da ordem de 89,7% (Nicholson, 1976), podemos verificar que tal disparidade pode ser devida, além de fatores sócio-econômicos, também a uma compatibilização tecnológica com a distribuição geográfica do mercado, muito mais concentrado e urbano no Reino Unido, o que, parece plausível supor, leva a uma taxa maior da adoção do produto.

---

## CONCLUSÕES

---

Pudemos verificar através deste trabalho, que uma das variáveis estratégicas para uma empresa é o conhecimento do mercado onde atua e, desse modo, ao se elaborar um adequado plano de marketing, é de fundamental importância ter uma estimativa suficientemente confiável da demanda de mercado.

Dos diversos modelos e métodos disponíveis para estudar o comportamento de mercado de um particular produto, um dos mais simples é aquele correspondente a modelos descritivos, baseados em séries históricas das vendas do produto, para o mercado como um todo ou ainda para segmentos específicos de mercado.

A utilização de modelos descritivos, como o logístico e o de Gompertz, deverá gerar informações úteis para o executivo de marketing tomar decisões, seja em termos de um planejamento ou de um controle eficaz e mais eficiente do esforço de marketing da empresa.

Desse modo, a utilização de resultados obtidos através de um instrumento quantitativo criteriosamente aplicado, aliado à experiência acumulada do executivo, deverá levar a decisões com uma menor componente de risco de não atingir objetivos previamente definidos em um Plano de Marketing.

---

## BIBLIOGRAFIA

BAIN, A.D., *The Growth of Demand for New Commodities*. Journal Royal Statistical Society, A, 126, 1963.

BOYD, H. W. & MASSY, W. F., *Administração de Marketing*. São Paulo, Atlas, 1974.

FONSECA, J. S. et al., *Um Modelo de Crescimento para Novos Produtos*. Revista de Administração, IA-USP, 13(3): Jul/Set., 1978.

FONSECA, J. S. & MAZZON, J. A., *Demanda de Mercado e Demanda da Empresa*. Revista de Estudos de Administração da FAAP, 2(3): jan/mar., 1976.

KOTLER, P., *The Major Tasks of Marketing Management*. Journal of Marketing, 37: 42-49, october, 1973.

KOTLER, P., *Administração de Marketing*. São Paulo, Atlas, 1974.

NICHOLSON, R. J., *Econometria Y Problemas Econômicos*. Ediciones Oikos Tau, 1976.

ROBERT, P., *La Prévision des Ventas D'un Bien Durable Dans aun Marché en Voie Saturation*. Rev. Française du Marketing, 55, Abr/Mai, 1975.

ROGERS, E.M., *Diffusion of Inovations*. New York, Free Press, 1964.

VIEIRA, S., *Estudo de Funções Assintótico Sigmóides*. (Tese de Livre Docência), Campinas, UNICAMP, 1976.

WENTZ, W.B. & EYRICH, G.I., *New Product Forecasting Without Historial, Survey of Experimental Data*. In: Conference Marketing and the New Science of Planning. Proceedings of American Marketing Association, Série 28.

## ABSTRACT

Adequate quantitative evaluation of demand can be used to analyze oportunities in the market, plan the market effort and control the enterprise performance in the markets in which it operate. So the authors formulate, from a theoretical fra-

mework, two descriptive models – the logistic and the Gompertz – to study the sales behavior of a product. From a historical serie of black and white TV saies the two models were applicated. Some important conclusions were obtained from the analysis of the results, which can be considered as a additional element for the decision-making process.