ANÁLISE DE MODELOS DE DIFUSÃO DE BENS DE CONSUMO

Jairo Simon da Fonseca

Professor Adjunto da FEA-USP. Professor de disciplinas de Métodos Quantitativos no Pós-Graduação em Administração na FEA-USP.

1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas básicos com que se defronta uma empresa reside na obtenção de estimativas confiáveis de venda, participação de mercado e lucro, dentre outros indicadores, para um dado item ou linha de produtos, como resultado dos esforços da empresa e da indústria e das mudanças ambientais verificadas ou esperadas no horizonte de tempo coberto pelo estudo de previsão.

A importância de se calcular uma boa estimativa de vendas se reflete em várias áreas da empresa: na determinação das necessidades de matérias primas e na programação da produção, na delimitação dos recursos financeiros necessários, na definição e qualificação dos recursos humanos, etc.

Desse modo, o objetivo deste trabalho é o de apresentar alguns aspectos metodológicos relacionados com a seleção de um particular modelo de difusão de bens de consumo que melhor se ajuste a uma série histórica das vendas do produto, permitindo assim ao administrador de marketing conhecer de forma mais fidedigna o comportamento passado das vendas e prever melhor o seu comportamento futuro.

Para tanto, procuraremos analisar a partir de alguns conceitos básicos do processo de difusão de um produto em condições de crescimento sem limitação e de crescimento com

Rev. Adm. IA USP São Paulo Vol. 15 (2) pág. 56 - 65 Abr/Jun 1980

restrições, os principais modelos de difusão aplicáveis a séries de venda: o modelo de difusão côncava e o de difusão em S, sendo neste último analisado o modelo logístico e o modelo de Gompertz.

2. O Processo de Difusão e Adoção de um Produto

Através de uma analogia com o mundo humano e animal, poderemos verificar que um produto ou uma marca também tem "uma vida" (isto é, uma história), desde a sua concepção e lançamento até a sua retirada do mercado, caracterizando o que se denomina de ciclo de vida de um produto.

Diversos estudos foram realizados nessa área, citando-se, dentre outros, Rogers (1964), Kotler (1974), Boyd e Massy (1978). Aplicações a situações de realidade brasileira são encontradas em Takaoka e outros (1978) e Fonseca e Mazzon (1978).

Como resultado de estudos já efetuados, pode-se também encarar o processo de difusão como um fenômeno de desequilíbrio, isto é, a introdução de um povo produto modificando a amplitude de escolha dos consumidores e fazendo com que as vendas de um particular item de produto sejam afetadas ao longo do tempo por novos lançamentos e retiradas de um item de uma mesma classe de produto. Desse modo, evolui-se de uma situação de um velho para um novo equilíbrio, onde o ajustamento para o novo nível será alcançado de forma gradual.

A análise desses diversos níveis pode ser feita através do estabelecimento de relações matemáticas que ligam as taxas de crescimento das vendas do produto ao valor desta em um determinado período de tempo. Conforme o tipo de relação matemática ligando estas variáveis, poderemos fazer inferências sobre o tipo de curva que caracteriza o ciclo de vida do produto e, conseqüentemente, sobre o modelo de difusão.

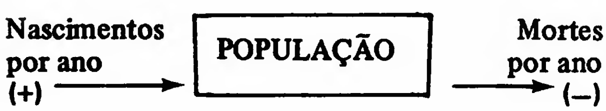
Uma situação retratando o valor das vendas e as suas respectivas taxas de crescimento pode ser analisada em duas circunstâncias distintas: aquela em que não existem quaisquer limitações para o crescimento das vendas e uma outra em que existem restrições para o valor e taxas de crescimento das vendas.

3. O Processo de Difusão e Adoção sem Restrições

A teoria dos Sistemas Dinâmicos desenvolvida no M.I.T., afirma que qualquer variável sem limitação tem tendência para um crescimento exponencial, de tal forma que esta variável está sempre comprometida com um ciclo positivo ou vicioso de realimentação.

Em um ciclo positivo de realimentação, uma série de relações de causa e efeito se processa em si mesmo, de modo que o crescimento de qualquer elemento no ciclo iniciará uma sequência de mudanças que resultarão em um acréscimo ainda maior do elemento originalmente aumentado.

A título exemplificativo, apresentamos abaixo o diagrama da estrutura do ciclo de realimentação que representa o comportamento dinâmico do crescimento de uma população.

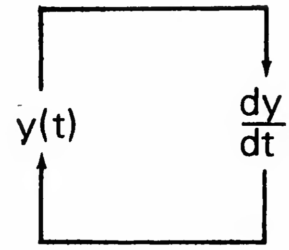


Verificamos à esquerda o ciclo positivo de realimentação, responsável pelo crescimento exponencial, enquanto que à direita temos o ciclo negativo de realimentação, que tende a regular o sistema em uma condição estável.

Para certos bens de consumo duráveis, o ciclo de vida do produto, até a sua segunda fase (introdução e crescimento), segue um crescimento exponencial; à medida em que se aproxima do mercado potencial, a tendência transforma-se em um crescimento a taxas decrescentes.

Suponhamos uma variável y (por ex. vendas) tal que a sua taxa de crescimento instatânea $\frac{dy}{dt}$ é proporcional ao valor observado da variável a cada instante:

$$\frac{dy}{dt} = \beta y$$



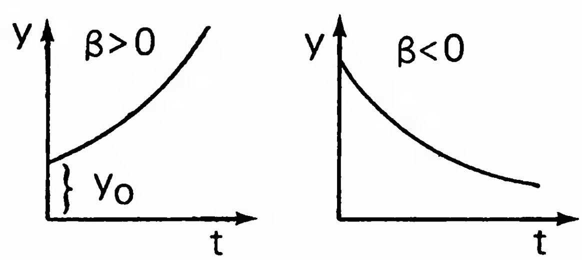
Da relação acima, temos:

$\frac{dy}{y} = \beta dt$, onde a expressão à esquerda representa a taxa de crescimento da variável dependente. Fazendo-se a integração da expressão, chegamos a:

$\ell n y = \beta t + \bar{c}$ e, portanto, à expressão final:

$$y = \alpha e^{\beta t} = y_0 e^{\beta t}$$

A expressão geométrica da curva pode ser observada nos gráficos abaixo:



Para uma melhor compreensão do problema de difusão de um produto, podemos imaginar o processo anteriormente mencionado de nascimento e morte de uma população.

A variação do tamenho da população em um intervalo de tempo Δt é igual à variação do número de nascimento menos a variação do número de mortes, ou seja, $\Delta y = \Delta N - \Delta M$.

Dividindo-se essa expressão por Δt e calculando-se o seu limite para $\Delta t \longrightarrow 0$, temos:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dN}{dt} - \frac{dM}{dt}$$

Pela hipótese já formulada, a relação que expressa o crescimento populacional será dada por:

$$\frac{dy}{dt} = \lambda y - \mu y = (\lambda - \mu)y, \text{ onde}$$

λ e μ são as taxas de nascimento e mortalidade respectivamente.

Finalmente, por integração, obtemos a função de crescimento da população, dada por:

$$y(t) = y_0 \, e^{(\lambda - \mu)t}$$

Através de um processo analógico, podemos verificar que, no caso de bens de consumo duráveis, a taxa de nascimento será determinada pela influência sobre a venda do produto do ambiente econômico e cultural onde ele é vendido, bem como pelo esforço de marketing dispendido para a sua comercialização nos diversos mercados e respectivos segmentos. Por outro lado, a taxa de mortalidade seria representada pela influência da vida útil do produto, bem como da sua obsolescência tecnológica.

4. O Processo de Difusão e Adoção com Restrições

Analisaremos a seguir o processo de difusão e adoção em condições de crescimento da variável dependente com restrições provenientes do ambiente que circunscreve o produto. Desse modo, uma variável crescendo em um ambiente limitado pode aproximar-se de várias maneiras possíveis da capacidade máxima de manutenção desse meio ambiente. No caso das vendas de bens de consumo duráveis, esse limite máximo é dado pelo potencial de mercado. Pode-se facilmente observar que a variável dependente pode ajustar-se a um equilíbrio abaixo do limite ambiental, por meio de uma redução gradativa da sua taxa de crescimento, dando origem a um modelo de difusão côncava, ou ainda através de um aumento da sua taxa de crescimento, seguido de uma etapa de decrescimento da mesma, originando os modelos de difusão em S.

Observado o processo de difusão sob as mais diferentes óticas, quais sejam: como um fenômeno de desequilíbrio, fenômeno de interação ou ainda como processo de aprendizagem, vê-se que todos eles conduzem, como vários autores já demonstraram, a um modelo de difusão em S (Sahal, 1976).

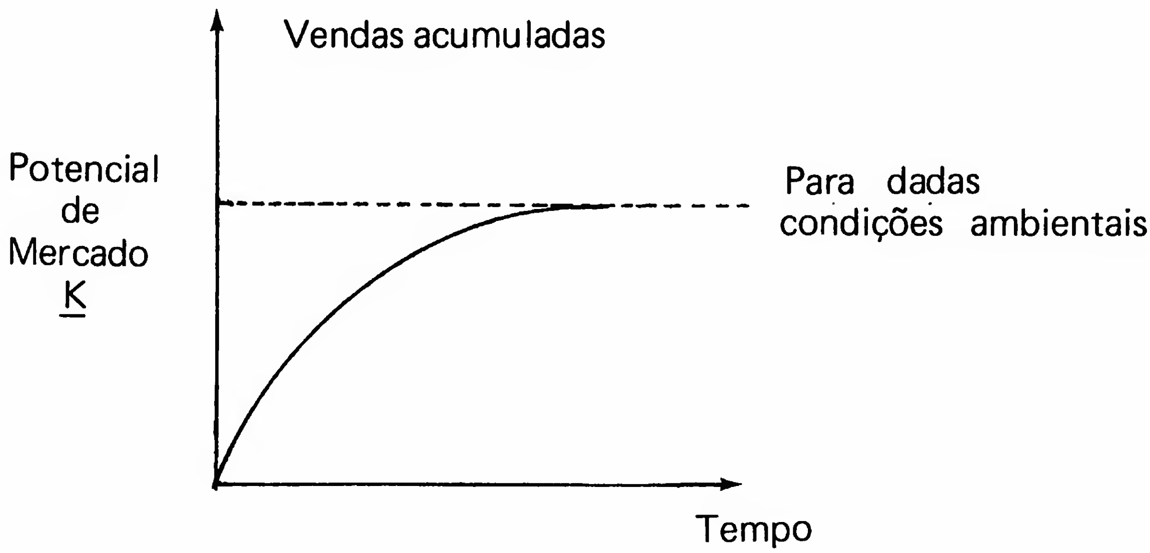
5. Análise dos Modelos de Difusão

Em função da observação anterior,

procuraremos apresentar uma análise dos principais aspectos relacionados com os diferentes tipos de modelos de difusão, de modo a permitir a potenciais usuários selecionar o modelo que melhor se ajuste aos dados históricos do produto ou serviço analisado.

5.1. Modelo de Difusão Côncava

Dentro de uma tipologia de bens de consumo, podemos encontrar produtos suscetíveis de serem **comprados apenas uma única vez.** Neste caso as vendas cessariam quando todos os compradores potenciais tivessem adquirido o produto. Desse modo, a evolução das vendas de um produto de compra não rentável, para um mercado de dimensão constante e sob dadas condições ambientais (Fonseca & Mazzon, 1977) pode ser visualizada pelo gráfico abaixo:



Este modelo também tende a apresentar um bom ajuste para produtos cuja venda de reposição apresenta uma cadência fraca, isto é, a taxa de reposição do produto é baixa e a longo prazo, apresentando, pois, taxa de crescimento gradativamente declinante.

O modelo de penetração de mercado proposto em 1960 por Fourt e Woodlock foi um dos primeiros modelos a afirmar que a curva acumulativa das vendas tende em direção a um nível limite de penetração inferior a 100% do total dos domicílios e que a evolução marginal desta penetração é decrescente no tempo.

Uma aproximação satisfatória do fenômeno observado é dada por uma curva na qual o crescimento da penetração no tempo é proporcional à distância restante a percorrer para atingir o patamar K, isto é, quanto menor for o fator de contenção (K–y), que expressa o potencial de mercado ainda não atingido, onde

$$\frac{dy}{dt} \longrightarrow 0,$$

mais y(t) se aproxima assintoticamente do limite superior K.

Matematicamente, temos a relação:

$\frac{dy}{dt} = k(K-y)$, onde $k > 0$ determina a velocidade com que $\frac{dy}{dt}$ decresce e tende a zero.

Da relação acima, obtém-se:

$$\frac{dy}{dt} = -k(y-K) \text{ ou}$$

$$\frac{dy}{y-K} = -kdt,$$

$$\text{logo } \ln (y-K) = -kt + C,$$

ou $y = C\,e^{-kt} + K$, devendo-se notar que a constante C tem que ser negativa, uma vez que $y < K$.

Uma solução particular do modelo pode ser obtida supondo que, para "t" = 0, y também é igual a zero, ou seja,

$$y = K(1 - e^{-kt}).$$

5.2. Modelo de Difusão em S

Quando um produto tem um comportamento tal que a curva das vendas líquidas acumuladas (excluídas as vendas de reposição) tende a apresentar-se em forma de S, dizemos que temos um modelo de difusão em S. Tal fenômeno ocorre quando podemos observar inicialmente taxas de crescimento crescentes que atingem um máximo no ponto de inflexão da curva, passando a partir deste ponto a decrescer progressivamente.

Vamos, neste trabalho, estudar os dois principais tipos de modelos em S, o logístico e o de Gompertz, que tendem a se ajustar como já expusemos anteriormente, a uma grande maioria de bens de consumo, os quais apresentam um processo de difusão que pode ser descrito por uma curva em S.

5.2.1. Modelo Logístico

A relação básica deste modelo afirma que a taxa de crescimento da variável dependente é proporcional ao produto do valor alcançado pela função Ky, denominado fator de momento, e que mede o nível de mercado já atendido através da diferença entre esse valor e o nível de saturação (α - y), denominado fator de contenção; temos, assim, que

$$\frac{dy}{dt} = ky(\alpha - y).$$

Rearranjando essa expressão de maneira conveniente, temos:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{k\alpha}{\frac{1}{y} + \frac{1}{\alpha - y}} \quad \text{ou} \quad \frac{dy}{y} + \frac{dy}{\alpha - y} = k\alpha dt, \text{ ou}$$

ainda $d(\log y) - d(\log(\alpha - y)) = k\alpha dt.$

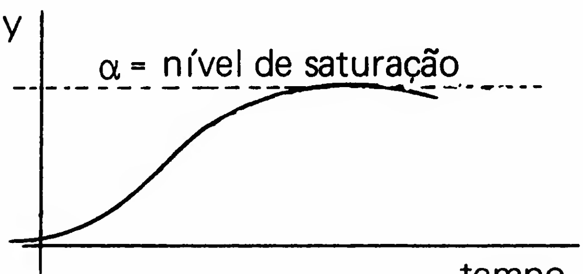
Integrando essa expressão temos

$$\log \frac{y}{\alpha - y} = k\alpha t + C, \text{ logo } \frac{y}{\alpha - y} = e^{\beta t} \text{ e } \gamma$$

chegando-se assim à clássica equação da logística:

$$Y = \frac{\alpha}{1 + e^{(\beta + \gamma t)}}, \quad \alpha \text{ e } \gamma > 0,$$

representada pelo gráfico abaixo:



Observe-se que a curva é monotonicamente crescente, situando-se entre as duas assíntotas horizontais, $y = 0$ e $y = \alpha$ 'O parâmetro y está relacionado com a taxa de crescimento da variável; β é um parâmetro de posição, de tal forma que, fixados os outros dois parâmetros e variando somente β, a curva se deslocará apenas no sentido horizontal.

Uma observação importante para a utilização ou não do modelo logístico é que a curva possue um ponto de inflexão para $\begin{cases} t = -\frac{\beta}{\gamma}; \\ y = \frac{\alpha}{2}, \end{cases}$

sendo radicalmente simétrica em torno do seu ponto de inflexão.

Verifica-se, portanto, que a taxa de crescimento das vendas é afetada tanto pela parcela de mercado atendida quanto pela parcela do mercado potencial ainda não atendida.

Da relação fundamental podemos extrair uma conclusão importante, a de que **o esforço de marketing da empresa não deve ser canalizado objetivando apenas conquistar a parcela de mercado não atendida,** mas também para aqueles segmentos atendidos cuja satisfação, derivada do uso do produto, será de fundamental importância para justificar a ocorrência de uma venda de reposição, defasada de algum período em função da grande importância do produto em sua escala de preferências relativamente a produtos similares.

O argumento inicialmente utilizado para o uso dessa função (Ross & Vonzseliski, 1939) foi o de que, em determinado período de tempo, o aumento da frota de automóveis é dado pelo número potencial de compradores multiplicado pela probabilidade que um indivíduo selecionado aleatoriamente neste segmento venha a adquirir um automóvel, sendo esta probabilidade proporcional ao número de automóveis já adquiridos, uma vez que este número está diretamente relacionado com o conhecimento do produto por parte dos compradores potenciais. Portanto,

$\Delta y = ky(\alpha - y)$;

y = frota de automóveis;

k, α são influenciados, basicamente, por fatores de ordem econômica.

Bain (1963) coloca as três seguintes restrições para o modelo logístico:

1 A utilização de modelo logístico resulta em um procedimento relativamente simplista para a explicação do processo de crescimento da demanda, tendo em vista que o modelo admite que o número de pessoas adquirindo o novo produto é proporcional ao número de pessoas que possam vir a ter o produto e que tal proporção se mantém constante. É de se admitir, em conseqüência disso, que tais proporções possam variar significativamente para diferentes segmentos de mercado.

2. O modelo logístico pressupõe que a influência de qualquer possuidor do produto sobre um comprador potencial é a mesma durante todo o processo e igual para todos os indivíduos.

3. O produto lançado no mercado é mais rapidamente adquirido pelas camadas da população de renda mais elevada, o que acarretaria uma assimetria na curva de crescimento.

5.2.2. Modelo de Gompertz

A curva de Gompertz foi utilizada pela primeira vez por Prescott em 1922, para estudar leis de crescimento da demanda, apresentando como argumento que o crescimento da demanda da indústria de um determinado bem de consumo durável pode ser dividido em quatro períodos: o de experimentação, o de crescimento a taxas crescentes ou exponencial, o de crescimento a taxas decrescentes, seguindo-se um período de estabilização.

A forma analítica da curva de Gompertz é dada pela relação:

$$Y = Ka^{b^t} \quad K > 0 \text{ e } 0 < a,b < 1.$$

Analogamente à logística, temos uma curva em forma de S, monotonicamente crescente entre as duas assíntotas horizontais, y = 0 e y = K.

O ponto de inflexão da curva tem coordenadas $t = -\ln(\ln_a/\ln_b)$ e $Y = K/e$, apresentando-se como característica bastante atraente para as suas aplicações uma assimetria em torno desse ponto. Esta se justifica pelo fato de que as vendas de um bem de consumo durável são inicialmente absorvidas pelas camadas de renda mais alta, declinando a velocidade da absorção quando da passagem para as camadas de renda mais baixa.

A relação básica para o modelo de Gompertz é dada por·

$\frac{dy}{dt} = (-\ell nb)\, y\, (\ell n\, K - \ell ny)$, mostrando também a atuação sobre a variável, em um determinado momento, dos fatores de momento e de contenção.

Podemos chegar em termos lógicos a uma curva de Gompertz se relacionarmos em função de um fenômeno de desequilíbrio, admitindo, no processo de ajustamento, que a porcentagem de ajustamento em qualquer período é proporcional à porcentagem da diferença entre o nível atual de equilíbrio e o nível do novo equilíbrio, ou seja:

$$\ell ny_t - \ell ny_{t-1} = (-\ell nb)\,(\ell nK - \ell ny),$$

onde $-\ell nb$ é o coeficiente de ajustamento, podendo ser entendido como a taxa de penetração de mercado ou de adoção de um novo produto.

É importante observarmos que a relação acima é uma aproximação da relação básica citada anteriormente e dada por·

$$\frac{dy}{dty} = \frac{d\ell ny}{dt} = (-\ell nb)\,(\ell nK - \ell ny)$$

A título de ilustração, podemos citar que, em trabalho publicado (Fonseca & Mazzon, 1978), verificamos que o modelo de Gompertz se mostrou bem superior ao modelo logístico, em termos de ajuste estatístico para as vendas de televisores preto e branco ao mercado brasileiro.

6. CONCLUSÕES

Tivemos oportunidade de analisar neste trabalho um conjunto de características ligadas à estrutura dos modelos de difusão, objetivando com isso mostrar a possibilidade do seu uso para ajustar curvas de penetração de mercado para bens de consumo. Os três modelos analisados — o de difusão côncava, o logístico e o de Gompertz — têm-se mostrado extremamente úteis nesta tarefa, permitindo assim ao administrador ajustar dados históricos de um dado produto para efeito de dimensionar vendas futuras e taxas de penetração do produtô no mercado.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BAIN, A. D. — The growth of demand for new commodities. *Journal of Royal Statistical Society,* Série A, 126, 1963.

FONSECA, J. S. & MAZZON, J. A. — Análise temporal das vendas de televisores preto e branco no mercado brasileiro. *Rev. de Administração,* IA-USP, São Paulo, 13 (4): 21-45, out./dez., 1978.

FONSECA, J. A. & MAZZON, J. A. – Demanda de mercado e demanda da empresa. *Rev. de Estudos de Administração.* nº 5 – FAAP, 1976.

FONSECA, J. S. et alii. – Aplicação de um modelo de crescimento para novos produtos. *Rev. de Administração,* IA-USP, São Paulo, 13 (3): 19-46, jul./set., 1978.

KOTLER, P. – *Marketing Decision Making: a model building approach,* New Jersey, Holt Rinehart, Winston, 1971.

MEADOWS, D. H. et alii. – *Limites do crescimento.* São Paulo, Perspectiva, 1973.

LINSTONE, H. A. e SACHAL, D. (eds) – *Technological substitution, forecasting techniques and applications.* Elsevier Publishing Co., 1976.