

A Estrutura a Termo da Taxa de Juros e seu Impacto no Teste de Adequação de Passivo para Seguradoras no Brasil

The Term Structure of Interest Rates and its Impact on the Liability Adequacy Test for Insurance Companies in Brazil

Antonio Aurelio Duarte

Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado, Programa de Mestrado em Ciências Contábeis, São Paulo, SP, Brasil

Aldy Fernandes da Silva

Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado, Programa de Mestrado em Ciências Contábeis, São Paulo, SP, Brasil

Luciano Vereda Oliveira

Universidade Federal Fluminense, Departamento de Economia, Niterói, RJ, Brasil

Elionor Farah Jreige Weffort

Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado, Programa de Mestrado em Ciências Contábeis, São Paulo, SP, Brasil

Betty Lillian Chan

Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado, Departamento de Ciências Contábeis, São Paulo, SP, Brasil

Recebido em 09.04.2014 – *Desk* aceite em 13.04.2014 – 3ª versão aceita em 09.01.2015.

RESUMO

A regulamentação brasileira para aplicação do Teste de Adequação de Passivo (TAP) às provisões técnicas em seguradoras exige que a *estimativa corrente* seja descontada por uma *estrutura a termo da taxa de juros* (ETTJ). Este artigo tem por objetivo analisar os resultados do TAP, decorrentes da utilização de diferentes modelos de construção da ETTJ: técnica de interpolação por *spline* cúbico, o modelo de Svensson (adotado pelo regulador) e o modelo de Vasicek. Para alcançar o objetivo proposto, as taxas negociadas nos pregões da BM&FBOVESPA foram utilizadas para modelar a ETTJ que descontou os fluxos de caixa de uma seguradora. Os resultados indicam que: (i) o TAP é sensível à escolha do modelo utilizado na construção da ETTJ; (ii) essa sensibilidade aumenta com a longevidade do fluxo de caixa; (iii) a adoção de uma taxa a termo de longo prazo (*ultimate forward rate* – UFR) para o mercado segurador brasileiro deveria ser avaliada pelo regulador, com o propósito de estabilizar a trajetória da curva de juros nos vencimentos mais longos. A provisão técnica é um dos principais itens de solvência das seguradoras e o resultado do TAP é um importante indicador da qualidade dessa provisão, à medida que avalia sua suficiência ou insuficiência. Nesse sentido, este artigo preenche um espaço ainda pouco explorado na literatura atuarial nacional, apresentando as principais metodologias disponíveis para modelagem da curva de juros e uma aplicação prática para analisar o impacto de sua escolha no TAP.

Palavras-chave: estrutura a termo da taxa de juros, International Financial Reporting Standards, provisões técnicas, teste de adequação do passivo.

ABSTRACT

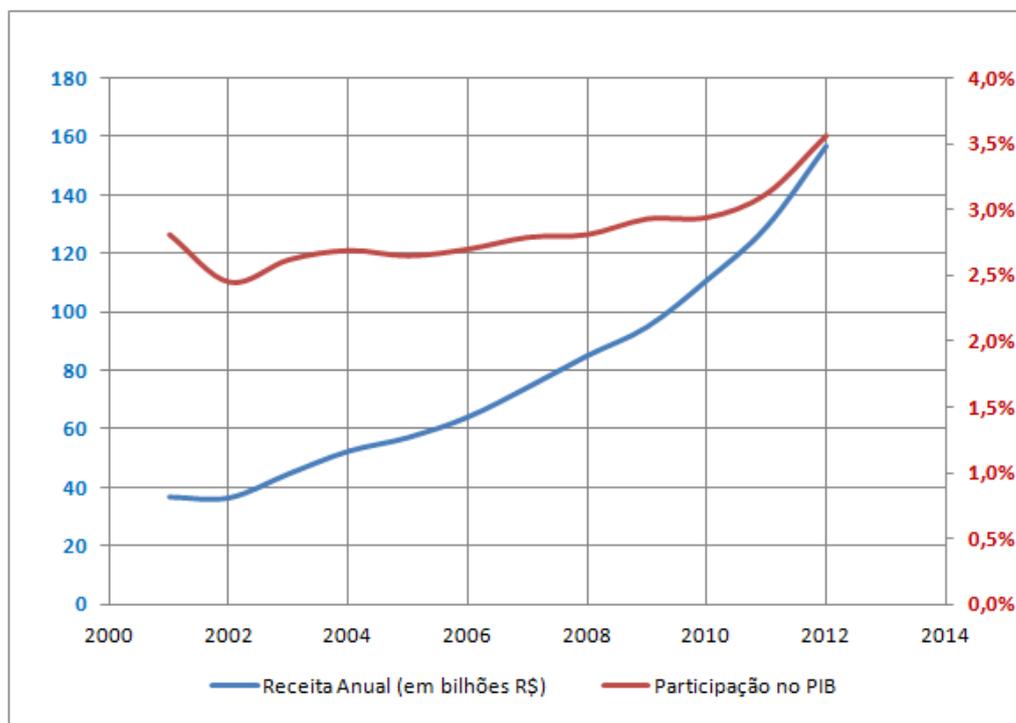
The Brazilian regulation for applying the Liability Adequacy Test (LAT) to technical provisions in insurance companies requires that the current estimate is discounted by a term structure of interest rates (hereafter TSIR). This article aims to analyze the LAT results, derived from the use of various models to build the TSIR: the cubic spline interpolation technique, Svensson's model (adopted by the regulator) and Vasicek's model. In order to achieve the objective proposed, the exchange rates of BM&FBOVESPA trading days were used to model the ETTJ and, consequently, to discount the cash flow of the insurance company. The results indicate that: (i) LAT is sensitive to the choice of the model used to build the TSIR; (ii) this sensitivity increases with cash flow longevity; (iii) the adoption of an ultimate forward rate (UFR) for the Brazilian insurance market should be evaluated by the regulator, in order to stabilize the trajectory of the yield curve at longer maturities. The technical provision is among the main solvency items of insurance companies and the LAT result is a significant indicator of the quality of this provision, as this evaluates its sufficiency or insufficiency. Thus, this article bridges a gap in the Brazilian actuarial literature, introducing the main methodologies available for modeling the yield curve and a practical application to analyze the impact of its choice on LAT.

Keywords: term structure of interest rates, International Financial Reporting Standards, technical provisions, liability adequacy test.

1 INTRODUÇÃO

Em 2012, a despeito da retração no produto interno bruto (PIB) nacional, os indicadores de expansão do mercado segurador superaram todas as expectativas. As companhias seguradoras demonstraram forte capacidade de geração de poupança interna, atingindo R\$ 543,7 bilhões em investimentos, o que

corresponde a 12,35% do PIB, e alcançaram uma receita anual (seguros, previdência e capitalização) de R\$ 156,9 bilhões (Superintendência de Seguros Privados, 2013). A forte expansão do mercado, em termos de receitas anuais e representatividade em relação ao PIB pode ser visualizada na Figura 1.



Fonte: Superintendência de Seguros Privados (2013).

Figura 1 Participação do setor de seguros em relação ao PIB.

Em decorrência de sua representatividade econômica e das implicações sociais e políticas da atividade, no Brasil, as companhias seguradoras estão sujeitas à regulamentação e fiscalização específica da Superintendência de Seguros Privados (SUSEP).

A Lei n. 11.638, de 28 de dezembro de 2007, dispõe que órgãos e agências reguladoras podem adotar os pronunciamentos emitidos por entidades que tenham por objeto o estudo e a divulgação de princípios, normas e padrões de contabilidade. Nesse sentido, a SUSEP emitiu a Circular n. 408, em agosto de 2010, determinando que as seguradoras observem as Normas Internacionais de Contabilidade (International Financial Reporting Standards – IFRS) na elaboração e apresentação de suas demonstrações financeiras consolidadas, adotando o padrão contábil internacional, na forma homologada pelo Comitê de Pronunciamentos Contábeis (CPC).

Um aspecto relevante para o ramo de atividade em análise neste artigo é o Pronunciamento Técnico CPC n. 11 – Contratos de Seguro – e o pronunciamento derivado da IFRS n. 4 – *Insurance Contracts* –, que tem por objetivo especificar o

reconhecimento contábil para contratos de seguro. Segundo Bostan (2011, p. 132, tradução nossa), “a introdução da IFRS 4 gera, portanto, um forte impacto não só na contabilidade, mas, também, na gestão dos ativos que constam no balanço das empresas de seguros”. Ao se referir à adoção das IFRS na União Europeia (1º de janeiro de 2005), Agliata, Maglio, Ferron e Tuccillo (2011, p. 6, tradução nossa) observam que, ao adotar a IFRS n. 4, o regulador mostra a intenção de “regular em uníssono a avaliação dos ‘passivos das empresas de seguros’, de modo consistente com os pressupostos conceituais de um modelo contábil inspirado pela visão ‘Asset and Liability’”.

O Pronunciamento Técnico CPC n. 11 institui, ainda, o TAP, ou *Liability Adequacy Test* (LAT). Com o objetivo de regular esse teste, a SUSEP publicou a Circular n. 410/2010 (posteriormente revogada pela Circular n. 457/2012), que institui o TAP para fins de elaboração das demonstrações financeiras e define regras e procedimentos para sua realização.

Lindberg e Seifert (2010, p. 235, tradução nossa) explicam que

[...] em cada data de divulgação do balanço, a seguradora deve avaliar se seus passivos reconhecidos são adequados, utilizando estimativas correntes dos fluxos de caixa futuros decorrentes do cumprimento dos contratos de seguro em vigor. Isso é conhecido como “teste de adequação de passivos”. O teste deve considerar as estimativas correntes de todos os fluxos de caixa contratuais, incluindo os custos oriundos do exercício de direitos por parte dos clientes e os custos associados a quaisquer opções e garantias embutidas.

O TAP tem por objetivo verificar se as provisões técnicas constituídas pelas seguradoras, deduzidas das despesas de comercialização diferidas e dos ativos intangíveis relacionados (*net carrying amount*), são suficientes para suportar o valor presente líquido dos fluxos de caixa futuros de seus contratos de seguro, descontados pela *estrutura a termo da taxa de juros* (ETTJ) – estimativa corrente. Assim, o TAP consiste no cálculo da diferença entre a estimativa corrente e o *net carrying amount*. Se a diferença for positiva, está caracterizada uma insuficiência no provisionamento da seguradora, que deverá ser imediatamente reconhecida.

O TAP nasceu no âmbito das IFRS, cuja principal característica é basear-se em princípios. O livre-arbítrio intrínseco a essa contabilidade exige, em contrapartida, a responsabilidade de justificar adequadamente os critérios adotados para sustentar as próprias escolhas. Dessa forma, padronizar as curvas de juros, ou qualquer outro parâmetro, e disponibilizá-las para todos os agentes contraria uma contabilidade baseada em princípios.

Os países que aderiram às IFRS deram liberdade aos seus reguladores para manter as regras locais nas publicações individuais. Assim, uma mesma empresa deve seguir as normas internacionais para publicação consolidada nos padrões das IFRS e, também, as regras locais para publicação individual nos padrões de seu regulador. Em relação à ETTJ, a maioria dos países manteve sua discricionariedade.

Segundo Post, Gründl, Schmidl e Dorfman (2007, p. 251),

[...] se a volatilidade da situação patrimonial de uma seguradora também irá aumentar depende do regime contábil adotado até a migração para o IFRS. Se a seguradora passou de um regime de contabilidade muito conservador (p. ex., o GAAP francês ou alemão) para o IFRS, então, a volatilidade do capital próprio certamente aumentará. Em contraste com a contabilidade pré-IFRS, tanto os ativos como os passivos se tornam sensíveis a flutuações dos preços vigentes no mercado de capitais e a variações estocásticas dos custos associados ao exercício de direitos por parte dos clientes.

No Brasil, a SUSEP define a curva de juros a ser utilizada no TAP. De qualquer forma, apesar das seguradoras brasileiras utilizarem a ETTJ da SUSEP para publicação individual, elas deverão escolher e justificar essa escolha, bem como o modelo para geração da curva de juros que será utilizado na publicação de suas demonstrações financeiras consolidada nos padrões das IFRS.

Nesse contexto regulatório, a ETTJ passa a desempenhar papel central na discussão do TAP, pois é um dos componentes mais sensíveis da metodologia do teste. Segundo Franklin Jr., Duarte, Neves e Melo (2011, p. 2): “Um dos elementos mais relevantes para o cálculo do teste de adequação de passivos é a estimação da estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ) livre de riscos, obtida a partir de instrumentos financeiros considerados isentos de risco de crédito disponíveis no mercado brasileiro”. Além da elasticidade do teste em relação à taxa de juros, depara-se com um dilema de escolha, devido ao fato da literatura especializada oferecer um leque de metodologias possíveis para a extrapolação e interpolação das taxas de juros, todas fundamentadas tecnicamente e amplamente adotadas pelo mercado financeiro.

A ETTJ representa a taxa de desconto utilizada para mensurar o valor do dinheiro no tempo. Está sujeita a oscilações, em razão das forças de oferta e demanda de ativos, ou seja, o mercado é um dos componentes envolvidos na formação da curva de juros. A Teoria do Mercado Segmentado, ou *Market Segmentation Theory*, inicialmente proposta por Culbertson (1957), fundamenta esse fato demonstrando que os agentes têm preferências bastante definidas acerca dos prazos nos quais desejam investir ou captar recursos, e são as forças de oferta e demanda pelos títulos com vencimento nessa região que definirão as taxas de juros que, por sua vez, formarão a ETTJ.

As provisões técnicas, por sua vez, não têm essa característica (Mano & Ferreira, 2009). Ainda que a metodologia de cálculo das provisões esteja alinhada ao conceito de estimativa corrente, ao avaliar o passivo, por meio da projeção do fluxo de caixa futuro dos contratos de seguro, seu fluxo é descontado por taxas de juros contratuais ou taxas que atendam a uma visão prudencial que pressupõe o emprego de certo grau de precaução na fixação de parâmetros, com o objetivo de preservar a capacidade de solvência, que não oscilam com o mercado de títulos. É preciso observar, ainda, que as taxas de juros utilizadas na “precificação” de um contrato de seguro não são compatíveis com as taxas de juros utilizadas na precificação dos títulos de renda fixa, entre outros motivos, pois enquanto o primeiro contrato não é negociável (dificultando sua avaliação em termos de valor de mercado), o segundo goza de um mercado líquido e regulamentado.

Dessa forma, ao submeter essas provisões ao TAP, ficamos diante de uma situação conflitante, onde o déficit de um período pode se seguir ao superávit do período seguinte, sem que o risco de seguro com o qual essas provisões foram dimensionadas para suportar tenha se alterado. Nesse caso hipotético, a inversão dos resultados do TAP seria explicada unicamente pela oscilação natural da ETTJ. O regulador europeu, European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA), deixa claro seu entendimento sobre esse assunto: “A avaliação das provisões técnicas e a posição de solvência de um segurador ou ressegurador não deve ser excessivamente distorcida pelas fortes flutuações da taxa de juros de curto prazo” (Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors, 2010, p. 4).

Essa situação constitui um desafio para as seguradoras, que, além dos riscos inerentes ao seu negócio, também precisam saber avaliar a natureza e o comportamento da ETTJ. Assim,

neste estudo, busca-se responder a seguinte questão: “A escolha da metodologia de ETTJ pode influenciar a conclusão de suficiência ou insuficiência de provisão para fins do TAP?”

Este artigo tem por objetivo geral analisar os resultados do TAP decorrentes da utilização da técnica de interpolação por *spline* cúbico, do modelo paramétrico de Svensson (que foi adotado pelo órgão regulador) e do modelo de equilíbrio unifatorial de Vasicek na construção da ETTJ, que será utilizada para descontar o fluxo de caixa projetado (estimativa corrente) das obrigações decorrentes dos contratos de seguros com uma cobertura por sobrevivência.

Esta pesquisa se justifica porque o *gap* existente entre a visão prudencial do cálculo das provisões e a visão *fair value* do teste de adequação é ampliado, devido ao fato da ETTJ ser um dos componentes mais sensíveis do teste. Isso faz com que a metodologia adotada na construção da curva de juros adquira grande importância nos resultados do TAP, pois o grau de insuficiência ou suficiência de provisão estará condicionado à escolha do modelo para construção da ETTJ. Entretanto, outro modelo de ETTJ, igualmente legítimo, poderia ter sido escolhido e, por consequência, chegar-se-ia a outro resultado para o TAP. As reversões de provisões, no caso de superávit do teste, e as constituições de provisões, quando ocorre o déficit,

impactam o resultado da empresa e interferem na distribuição de dividendos e no recolhimento de tributos. Também são mencionadas em notas explicativas e comprometem a análise de solvência da seguradora.

A provisão técnica é um dos principais itens de solvência das seguradoras e o resultado do TAP constitui um importante indicador da qualidade dessa provisão, à medida que avalia a suficiência ou insuficiência do provisionamento. Por esse motivo, as seguradoras precisam apresentar boa *performance* nos testes de adequação. Como a metodologia do TAP é sensível à ETTJ escolhida, as seguradoras têm especial interesse em conhecer os modelos disponíveis para sua construção e o impacto que essas escolhas produzem em seus testes de adequação. Nesse sentido, este artigo preenche um espaço ainda pouco explorado na literatura atuarial nacional, apresentando aos leitores as principais metodologias disponíveis para modelagem da curva de juros.

Este artigo é organizado como segue: apresentação do referencial teórico dos principais elementos que compõem o TAP (seção 2); descrição dos procedimentos metodológicos, incluindo a base de dados e os parâmetros ajustados para os modelos (seção 3); discussão dos principais resultados dos testes e das análises (seção 4); e considerações finais (seção 5).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção, apresentamos o referencial teórico dos principais elementos que compõem o TAP: as provisões técnicas e a ETTJ.

2.1 Provisões técnicas.

Uma seguradora tem por finalidade oferecer garantias aos riscos futuros, incertos e possíveis, que venham causar prejuízos financeiros a seus segurados e participantes. Em contrapartida, recebem, destes últimos, os prêmios ou as contribuições ajustadas às respectivas garantias. Ao aceitar esses riscos, as seguradoras assumem compromissos financeiros futuros que, em determinadas situações, podem ultrapassar, em várias vezes, seu exercício fiscal. Para manutenção da solvência, as seguradoras constituem provisões técnicas, que são reservas financeiras dimensionadas para fazer fren-

te aos compromissos financeiros futuros oriundos dos riscos assumidos. No Brasil, as provisões técnicas, constituídas pelas seguradoras, são delimitadas pelo Conselho Nacional de Seguros Privados (CNSP) e regulamentadas pela SUSEP, por meio de suas circulares. De acordo com o Decreto n. 66.408/1970, o atuário é o profissional responsável pelo cálculo das provisões técnicas.

Este artigo delimita o estudo à estimativa corrente do fluxo de caixa futuro das operações relativas às garantias de sobrevivência (planos previdenciários) oferecidas pelas seguradoras. Esse segmento de negócio foi escolhido por abranger contratos de longo prazo, onde os efeitos da ETTJ são mais percebidos. A Tabela 1 apresenta a participação majoritária, superior a 80%, dessas reservas no provisionamento total das seguradoras para o mês de dezembro de 2013.

Tabela 1 Provisionamento técnico feito pelo mercado segurador em dezembro de 2013

Provisão técnica	Saldo (R\$ milhões)	Participação (%)
Provisão matemática de benefícios a conceder ⁽¹⁾	348,566	78,80
Provisão matemática de benefícios concedidos	11,093	2,50
Provisão de excedentes financeiros	1,539	0,30
Demais provisões técnicas	81,324	18,40
Total das provisões técnicas	442,522	100,00

Fonte: SUSEP (2012).

⁽¹⁾ Inclui cobertura de risco em regime de capitalização.

2.2 Estrutura a termo da taxa de juros.

A ETTJ é a relação entre as taxas *spot* de títulos zero cupom e suas respectivas maturidades, incluindo as maturidades nas quais inexistem títulos vencendo. Essa condição faz da ETTJ um objeto não observável, à medida que não é possível construí-la pela simples observação dos títulos negociados, sendo necessário o desenvolvimento de um modelo que estime as taxas para qualquer maturidade. As duas principais linhas de pesquisa nessa área podem ser classificadas como modelos de equilíbrio, ou não arbitragem, e modelos estatísticos.

Os modelos de equilíbrio, ou não arbitragem, tratam da evolução de variáveis macroeconômicas, consideradas fundamentais para a explicação das taxas de juros. Quando envolvem apenas uma variável, são denominados unifatoriais e quando envolvem mais de uma variável são multifatoriais. A estrutura do modelo impõe restrições de consistência interna, que asseguram a inexistência de oportunidade de arbitragem no mercado, especificando um processo gerador das taxas de juros de curto prazo, normalmente na forma de um processo de difusão envolvendo equação diferencial estocástica para variáveis de estado da economia, cujos parâmetros devem ser estimados. Como resultado, o modelo produz um funcional onde encontramos a relação entre a taxa de juros e suas maturidades para qualquer dia. Vasicek (1977) foi um dos pioneiros a desenvolver modelos de equilíbrio.

A família de modelos estatísticos não faz uma interpretação estrutural do problema, ao invés disso, define uma expressão matemática que tenha a capacidade de descrever toda a estrutura a termo da taxa de juros para determinada data (*cross-section*). Os modelos estatísticos podem ser classificados como paramétricos e não paramétricos (*spline*), segundo o Bank for International Settlements (2005, p. 6, tradução nossa), “tais modelos podem ser classificados, em geral, como paramétricos ou baseados em *splines*, sendo que cada abordagem se situa de modo diferente no *trade-off* entre a flexibilidade para representar as formas geralmente associadas à curva de juros (*goodness-of-fit*) e a suavidade caracteriza as diversas representações”. A classe de modelos não paramétricos busca um ajuste exato da curva de juros estimada com a curva de juros observada, ou seja, a curva estimada passa exatamente pelos pontos observados. Utiliza-se a técnica de *spline*, que concatena um conjunto de funções, para a interpolação, por partes, dos pontos observados, sendo o *spline* cúbico (polinômio de terceiro grau) o mais indicado, por produzir uma curva flexível e suave. Os modelos paramétricos não impõem o ajuste exato da curva de juros estimada com a curva de juros observada, ou seja, a curva de juros estimada é aquela que melhor descreve as taxas observadas, sem necessariamente passar por elas. Para isso, é definida uma função matemática parcimoniosa em seus parâmetros, de fácil implementação, e que reproduza os formatos das curvas de juros previstas pela teoria econômica. Os parâmetros dessa função são ajustados tendo por base os dados

observados, com o objetivo de sempre minimizar as diferenças entre as taxas interpoladas e as taxas efetivamente observadas. Os principais representantes dessa classe de modelos são Nelson e Siegel (1987) e Svensson (1994).

Nesta seção, apresentamos um representante de cada uma das principais técnicas que a literatura especializada oferece para modelagem da taxa de juros: o modelo paramétrico de Svensson, a técnica de interpolação por *spline* cúbico e o modelo de equilíbrio unifatorial de Vasicek.

2.2.1 Modelo paramétrico de Svensson.

Os modelos de Nelson e Siegel (1987) e de Svensson (1994), uma extensão de Nelson-Siegel, são paramétricos, em que uma função matemática, parcimoniosa em seus parâmetros e de fácil implementação, reproduz os formatos das curvas de juros previstas pela teoria econômica das expectativas e da segmentação de mercado. Segundo o Bank for International Settlements (2005, p. 9, tradução nossa), esse é o modelo preferido pelos bancos centrais, que informam sua ETTJ a ele, “para estimar a estrutura a termo das taxas de juros, a maioria dos bancos centrais pesquisados adotaram o modelo de Nelson e Siegel ou a versão estendida sugerida por Svensson”. Em outro artigo, publicado pelo Fundo Monetário Internacional (FMI), Gasha, He, Medeiros, Rodriguez, Salvati e Yi (2010, p. 6, tradução nossa) enfatizam que os modelos de Nelson-Siegel (NSMs) estão entre os modelos preferidos: “NSMs e ATSMs figuram entre as classes de modelos de fatores mais populares utilizadas por acadêmicos, analistas de mercado e profissionais dos bancos centrais”. Além disso, o modelo adotado pela SUSEP para construir a ETTJ do mercado segurador brasileiro foi o Svensson. Este também é o modelo adotado pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (2010). A SUSEP optou por não utilizar diretamente as curvas de mercado, divulgadas pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (Anbima), para não criar dependência de seu processo interno, mas adotar a mesma metodologia e fazer o *fitting* próprio dos parâmetros do modelo de Svensson (1994).

Mesmo sendo bastante flexível, o modelo de Nelson-Siegel não captura todas as formas que a curva de juros pode assumir, principalmente aquelas que apresentam mais de uma mudança na inclinação ou na curvatura. Também se verifica a tendência de produzir ajustes muito estáveis no longo prazo, dificultando sua aderência a curvas mais instáveis nessa região. Svensson (1994) propôs uma extensão ao modelo que aumentou sua flexibilidade, ao adicionar um segundo componente de médio prazo, permitindo que se forme uma segunda corcova na forma da curva de juros, porém, com fator de decaimento próprio. Esse refinamento na flexibilidade da curva veio com o custo de estimar mais dois parâmetros: β_4 e λ_2 . A formulação estendida, já considerando a dinâmica temporal, é determinada por:

$$f_t(\tau) = \beta_{1,t} + \beta_{2,t} e^{-\lambda_{1,t}\tau} + \beta_{3,t} \lambda_{1,t} \tau e^{-\lambda_{1,t}\tau} + \beta_{4,t} \lambda_{2,t} \tau e^{-\lambda_{2,t}\tau}$$

$$s_t(\tau) = \beta_{1,t} + \beta_{2,t} \left[\frac{1 - e^{-\lambda_{1,t}\tau}}{\lambda_{1,t}\tau} \right] + \beta_{3,t} \left[\frac{1 - e^{-\lambda_{1,t}\tau}}{\lambda_{1,t}\tau} - e^{-\lambda_{1,t}\tau} \right] + \beta_{4,t} \left[\frac{1 - e^{-\lambda_{2,t}\tau}}{\lambda_{2,t}\tau} - e^{-\lambda_{2,t}\tau} \right]$$

Nesse caso, β_1 é a componente de longo prazo que governa o movimento de nível da curva de juros; β_2 , de curto prazo, governa o movimento de inclinação da curva de juros e β_3 e β_4 , de médio prazo, governam o movimento de curvatura da curva de juros. Por fim, λ_1 e λ_2 indicam a velocidade do decaimento das componentes de médio prazo β_3 e β_4 e em que maturidade suas respectivas cargas atingem os valores máximos.

2.2.2 Técnica de interpolação por spline cúbico.

Segundo Varga (2009), a abordagem puramente matemática para estimação das taxas de juros das maturidades não observadas consiste em fazer a “ligação” entre as taxas de juros das maturidades, observadas por intermédio de polinômios algébricos do tipo: $P_n(x) = a_0 + a_1x + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_nx^n$.

É possível chegar a um ajuste tão bom quanto se almeje pela adição de mais graus à função interpolante, pois sempre é possível obter um polinômio que passe por todos os pontos de uma função definida em um intervalo (teorema da aproximação de Weierstrass). Entretanto, polinômios de alto grau são muito instáveis, característica indesejada para geração de uma curva de juros, o que restringe sua aplicação. Uma forma de contornar esse problema é fazer a interpolação das taxas observadas por intervalos de vencimento (vértices), a fim de obter grupos com poucos pontos e, por consequência, polinômios de menor grau. Essa técnica de segmentação polinomial (*piecewise*) é conhecida como *spline*, que, ao fazer a interpolação com vários polinômios de menor grau, diminui a instabilidade da curva de juros.

Assim, a técnica de *spline* cúbico encaixa diferentes polinômios de terceiro grau para cada segmento da curva de juros, respeitando condições de contorno que garantam a continuidade e a suavidade da aproximação: nos vértices, onde ocorrem as ligações entre os polinômios, a primeira derivada, a segunda derivada e o resultado do polinômio anterior devem ser iguais à primeira derivada, à segunda derivada e ao resultado do polinômio posterior, respectivamente. Uma função polinomial por partes pode ser representada da seguinte forma:

$$P(x) = \begin{cases} P_1(x) & \text{para } x_1 \leq x \leq x_2 \\ P_2(x) & \text{para } x_2 \leq x \leq x_3 \\ P_3(x) & \text{para } x_3 \leq x \leq x_4 \\ \vdots & \\ P_{n-1}(x) & \text{para } x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases},$$

onde x indica as maturidades que estão sendo segmentadas e $P(x)$ é o polinômio seccionado cúbico natural que representa a taxa *spot* para qualquer maturidade:

$$\begin{aligned} P_j(x) &= a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3 \\ P'_j(x) &= b_j + 2c_j(x - x_j) + 3d_j(x - x_j)^2 \\ P''_j(x) &= 2c_j + 6d_j(x - x_j) \end{aligned}$$

Segundo Diebold e Li (2006, p. 340, tradução nossa), “portanto, tais modelos fornecem um ajuste pobre para curvas de juros que são planas ou têm caudas longas, o que requer uma função de desconto exponencialmente decrescente”. A fim de contornar o inconveniente de extrapolar taxas indefinida-

mente crescentes ou decrescentes, sugere-se a fixação da taxa *forward* nesse período. A técnica de manter a taxa *forward* constante entre os vértices é conhecida como *flat forward*, bastante conhecida e utilizada, inclusive, pelos técnicos do Banco Central do Brasil (2014). Algebricamente, funciona como uma progressão geométrica onde a razão é a própria taxa *forward*. Segundo Varga (2009, p. 372), a técnica de ajustar a curva de juros por *flat forward* “fixa vértices em taxas conhecidas e busca um ajuste exato por meio da decomposição das taxas entre os vértices por dia útil, tomando taxas a termo constantes entre quaisquer dois vértices”. Assim, a parte interpolada da curva é ajustada por *spline* cúbico e a parte extrapolada perpetua a taxa *forward* observada no último período interpolado, ou seja, mantemos constante a última inclinação observada na curva de juros.

2.2.3 Modelo de equilíbrio unifatorial de Vasicek.

Partindo da equação de precificação de um título zero cupom em um mundo neutro ao risco e com o conhecimento da lei de movimento da taxa instantânea de juros de curto prazo r , Vasicek (1977) desenvolveu uma solução analítica (fechada) para o preço de um título zero cupom $P(t,T)$ e para geração da ETTJ $R(t,T)$, que é uma função afim da variável de estado r :

$$P(t, T) = e^{A(t,T) - B(t,T)r(t)}$$

$$R(t, T) = -\frac{A(t, T)}{T - t} + \frac{B(t, T)}{T - t}r(t)$$

onde

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}$$

e

$$A(t, T) = (B(t, T) - T + t) \left(b - \frac{\lambda\sigma}{a} - \frac{\sigma^2}{2a^2} \right) - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4a}$$

De acordo com essa formulação, a ETTJ $R(t,T)$ depende de uma única variável de estado, a taxa de juros instantânea de curto prazo r , dos parâmetros a (taxa de reversão média), b (taxa média no longo prazo) e σ (volatilidade da taxa de curto prazo) que governam o comportamento da variável de estado r , e do parâmetro λ , que controla o preço de mercado do risco. Assim, uma vez estimados os valores dos parâmetros (a , b , σ e λ), o modelo faz a conexão entre as taxas de curto prazo e as taxas de longo prazo, o que possibilita determinar toda a ETTJ. Backus, Foresi e Telmer (1998) discretizaram a fórmula da geração da ETTJ $R(t,T)$, onde $A(t,T)$ e $B(t,T)$ se apresentam na forma de um processo recursivo que se inicia com $A_0 = B_0 = 0$ e segue:

$$B_t = 1 + aB_{t-1}$$

$$A_t = A_{t-1} + B_{t-1}(1 - a)b + \frac{\lambda^2 - (\lambda + \sigma B_{t-1})^2}{2}$$

A média e a variância da taxa de juros $R(t, T)$ são dadas por:

$$E[R(t, T)] = \frac{A(t, T)}{T - t} + \frac{B(t, T)}{T - t} b$$

$$V[R(t, T)] = \left(\frac{B(t, T)}{T - t} \right)^2 \frac{\sigma^2}{1 - a^2}$$

O modelo de equilíbrio unifatorial de Vasicek possui qualidades analíticas e econômicas interessantes, tais como a solu-

ção fechada para geração da ETTJ e a precificação livre de arbitragem de um título. Por outro lado, depende de um único fator para ajustar a curva de juros e permite a geração de taxa de juros negativa. Nesse aspecto, a curva de juros estimada é apenas uma aproximação da curva de juros observada e existe uma dependência linear entre as taxas estimadas (Bolder, 2001). Em seu conjunto, as propriedades que caracterizam o modelo de equilíbrio unifatorial de Vasicek fazem dele uma importante ferramenta para gestão de ativos de renda fixa e seus derivativos.

3 METODOLOGIA

Inicialmente, foi discutida a questão do TAP, no âmbito de IFRS e da abordagem local. Na sequência, foi apresentada a técnica de interpolação por *spline* cúbico, o modelo paramétrico de Svensson e o modelo de equilíbrio unifatorial de Vasicek. Por fim, foi realizada uma pesquisa quantitativa, utilizando as taxas negociadas nos pregões da BM&FBOVESPA, mercados *swap* DI-IPCA e *swap* DI-IGPM, para estimação dos parâmetros e construção da ETTJ para cada um dos modelos apresentados. Com base nessas ETTJs, foi calculada a estimativa corrente para fluxos de caixa teóricos, com diferentes perfis de pagamento, a fim de analisar o efeito combinado da modelagem da taxa de juros com o perfil de pagamento no valor presente, descontado do fluxo de caixa. Dessa forma, foi viabilizada a apresentação de um caso prático, mostrando o impacto dos modelos de ETTJ no cálculo do TAP para uma carteira real de seguros com cobertura por sobrevivência.

Para a execução dos testes, foram construídas 18 curvas de juros e foram utilizados 6 fluxos de caixa. Testamos um total de 6 fluxos para que o estudo tivesse uma base de comparação adequada, sem se tornar exaustivo. As curvas de juros foram construídas de acordo com a seguinte metodologia: cada um dos 3 modelos (*spline* cúbico, Svensson e Vasicek) foi posicionado em 3 datas distintas (29/06/2012, 29/12/2011 e 30/06/2011) e ajustado para 2 indexadores (taxas de cupom IPCA e IGPM). Os fluxos de caixa foram divididos em 2 grupos, que realizaram 2 testes distintos: 1) Fluxo de caixa teórico, onde o teste realizado teve por objetivo avaliar a sensibilidade da estimativa corrente à modelagem da ETTJ de cupom IPCA; 2) Fluxo de caixa observado, onde o teste realizado teve por objetivo avaliar a sensibilidade do TAP à modelagem da ETTJ de cupom IGPM.

Para a modelagem estática (*cross-section*) da curva de juros foram utilizadas as cotações dos contratos DI-IPCA e DI-IGPM dos dias 29/06/2012, 29/12/2011 e 30/06/2011, que correspondem às datas de fechamento semestral das seguradoras, ocasião em que se publicam os resultados do TAP. Os vencimentos dos títulos negociados nesses mercados são padronizados e, para este estudo, utilizamos as maturidades de 1 a 39, 40, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180 e 186 meses. Para a modelagem dinâmica, que incorpora a dinâmica intertemporal das curvas de juros, foram utilizadas as cotações semanais (quarta-feira) dos contratos DI-IPCA e DI-IGPM, no período compreendido entre 21/09/2005 e 27/06/2012, para as maturidades selecionadas de 1, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 60, 72, 84,

96, 108 e 120 meses, totalizando 4.602 pontos observados (13 maturidades \times 354 dias).

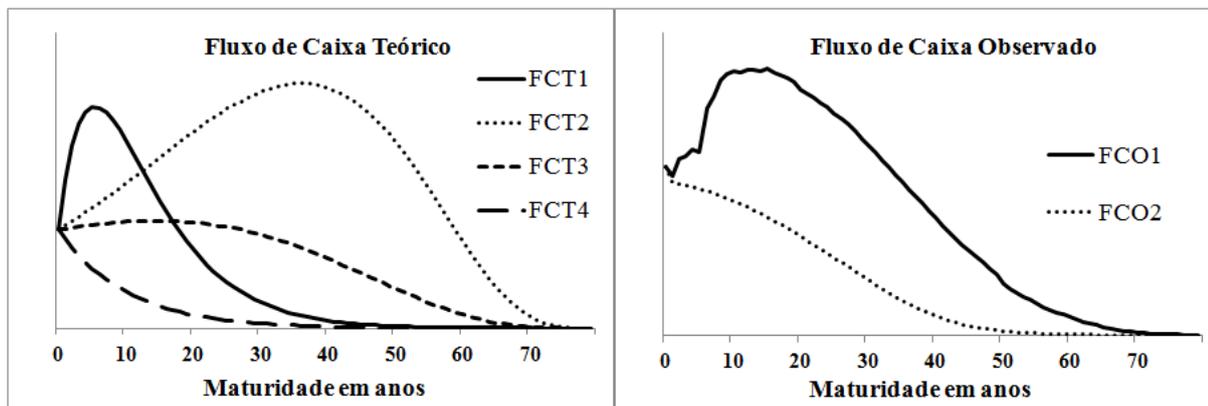
Os fluxos de caixa teóricos são “típicos” do negócio, ou seja, eles representam os principais perfis que os compromissos das seguradoras desenham ao longo do tempo. Admitiu-se que a carteira segurada tenha um histórico e uma massa de participantes que possibilite a busca de um padrão a ser projetado nas entradas e saídas de seu fluxo de caixa. Assim, foram simulados quatro fluxos com diferentes perfis, a saber:

- ♦ **FCT1)** Participantes em fase de acumulação que utilizam apenas parte do fundo acumulado para conversão em benefício de aposentadoria. A parte do fundo não utilizada é resgatada integralmente no momento da conversão. Nesse fluxo, existe uma concentração de conversão em torno do sexto ano e, conseqüentemente, um esforço de caixa deverá ser feito pela seguradora para responder aos resgates da parte não convertida, fazendo com que a curva de pagamento tenha um pico nessa região do gráfico;
- ♦ **FCT2)** Participantes em fase de acumulação que utilizam apenas parte do fundo acumulado para conversão em benefício de aposentadoria. A parte do fundo não utilizada é resgatada periodicamente, de forma não programada, ao longo do período de concessão. O fato dos resgates da parte não convertida serem distribuídos ao longo do tempo provoca um achatamento na curva de pagamentos, alongando o perfil da dívida da seguradora;
- ♦ **FCT3)** Participantes em fase de acumulação que utilizam integralmente o fundo acumulado para conversão em benefício de aposentadoria. Esse fluxo possibilita maior uniformização do perfil de pagamentos, pois faz uma transição suave entre o período de acumulação e o de concessão de benefícios, no momento em que transforma todo o fundo acumulado em pequenos pagamentos que se darão no longo prazo;
- ♦ **FCT4)** Participantes em fase de concessão de benefícios. A curva de pagamentos para esse fluxo é monotonicamente decrescente e representa o esgotamento da PMBC com os pagamentos dos benefícios contratados.

O estudo para um caso real se apoia em um fluxo de caixa observado, projetado para as obrigações decorrentes

dos contratos de seguros com cobertura por sobrevivência. A fim de preservar a identidade dos negócios da empresa colaboradora, a geração do fluxo foi realizada pela própria empresa a partir de uma amostra de sua carteira e utilizando premissas próprias. Foram selecionados dois fluxos de caixa para o estudo de caso: FCO1) amostragem de participantes ativos, em fase de acumulação, de uma carteira com garantia de rentabilidade de juros de 6% ao ano, mais variação do IGPM e tábua contratual AT49; e FCO2) amostragem de

participantes assistidos, em fase de concessão, de uma carteira com garantia de rentabilidade de juros de 6% ao ano, mais variação do IGPM e tábua contratual AT55. Atualmente, os planos com essas bases técnicas não são comercializados, porém, as seguradoras ainda possuem um passivo relevante das vendas realizadas no passado. São justamente esses passivos que provocam os maiores déficits no TAP e nos quais as seguradoras têm maior interesse. A Figura 2 traz o perfil de pagamento dos fluxos de caixa.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 2 Perfil de pagamento dos fluxos de caixa.

3.1 Ajuste dos parâmetros do modelo Svensson.

Como a relação funcional proposta por Svensson é não linear, a técnica de regressão não linear foi utilizada para estimar os parâmetros por mínimos quadrados não lineares. Esse método utiliza a derivada da soma do quadrado dos erros (SQE), em relação aos parâmetros, para direcionar a busca por parâmetros que minimizem a SQE. Não existe uma solução fechada para estimativa dos parâmetros e o processo é iterativo. A cada iteração, a direção da pesquisa será orientada pelo algoritmo de Marquardt. Esse algoritmo foi escolhido devido ao seu desempenho na presença de alta correlação entre os parâmetros estimados; segundo Marquardt (1963, p. 439, tradução nossa): “Embora não seja sempre possível prever altas correlações entre as estimativas dos parâmetros ao utilizar dados gerados por um modelo não linear, muitas vezes, um melhor planejamento experimental pode reduzir substancialmente as correlações extremas quando elas ocorrerem”. A escolha da condição inicial dos parâmetros é de extrema importância para o resultado final dessa busca, pois, sendo uma otimização não linear, pode-se

encontrar um mínimo local, quando o desejado é o mínimo global. Nesse contexto, a escolha adequada dos valores de partida já posiciona o algoritmo de busca na vizinhança do ponto mínimo, o que satisfaz as condições econométricas do modelo.

Para definição dos valores de partida, replicou-se a solução adotada por Diebold e Li (2006) para estimação dos parâmetros do modelo de Nelson-Siegel, que “linearizou” a função taxa $spot\ s(\tau)$ pela fixação do parâmetro não linear λ , e estimou os parâmetros lineares β_1, β_2 e β_3 por mínimos quadrados ordinários. Nesta pesquisa, foram arbitrados os parâmetros não lineares λ_1 e λ_2 da função taxa $spot\ s(\tau)$ de Svensson e estimados os parâmetros lineares $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ e β_4 por mínimos quadrados ordinários. O conjunto de valores de partida escolhido será aquele que conduzir a um coeficiente de determinação ajustado (r^2) maior ou igual a 95%. A modelagem proposta é classificada como *cross-section*, pois utiliza a cotação da taxa de juros observada em apenas um dia para estimar os parâmetros do modelo. A Tabela 2 apresenta os parâmetros estimados para o modelo de Svensson.

Tabela 2 Parâmetros estimados para o modelo de Svensson

Parâmetros	Data Ref: 29/06/2012		Data Ref: 29/12/2011		Data Ref: 30/06/2011	
	IPCA	IGPM	IPCA	IGPM	IPCA	IGPM
β_1	0,04590	0,04140	0,05370	0,05150	0,06150	0,05780
β_2	-56,02270	0,16750	0,01510	0,08270	0,06760	-0,09770
β_3	56,40380	-0,14310	-0,08820	-0,06420	-0,04310	0,31110
β_4	-0,06560	-0,06710	-0,01890	-0,00592	-0,00763	-0,00398
λ_1	7,51610	1,60850	0,82970	0,30900	0,27150	1,63120
λ_2	0,13180	0,15280	0,14810	0,30900	0,27150	0,08180
SQE _{final}	9,48E-05	5,580E-05	8,848E-05	6,070E-05	1,732E-04	4,248E-05
$1 - \frac{SQE_{final}}{SQE_{inicial}}$	10%	61%	1%	11%	13%	10%

Fonte: Elaborada pelos autores.

3.2 Ajuste dos parâmetros do modelo *spline* cúbico.

A solução do sistema de equações, que leva ao conjunto de polinômios interpolantes *spline* cúbico, pode ser obtida por meio de algoritmos construídos para esse fim, facilmente encontrados na literatura técnica sobre interpolação. Varga (2000) apresentou um algoritmo de fácil implementação em *Visual Basic* e que pode ser transformado em uma função residente em planilha *Excel*.

Como descrito na Seção 2.2.2, a parte interpolada da curva é ajustada por *spline* cúbico, e a parte extrapolada perpetua a taxa *forward*, observada no último período in-

terpolado, ou seja, é mantida constante a última inclinação observada na curva de juros. A taxa *forward* é deter-

minada por: $1 + F_{t,t+1} = \frac{(1+S_{t+1})^{t+1}}{(1+S_t)^t}$, onde: $F_{t,t+1}$ = taxa *forward* de hoje para o período no futuro entre t e $t+1$ e S_t = taxa *spot* de hoje para um título com vencimento em t . A modelagem proposta é classificada como *cross-section*, pois utiliza a cotação da taxa de juros observada em apenas um dia para estimar os parâmetros do modelo. A Tabela 3 apresenta as taxas *forward* que foram fixadas para extrapolação de cada uma das seis curvas ajustadas por essa metodologia.

Tabela 3 Taxas para as últimas maturidades da curva de juros observada

Data de Referência	Taxa de Juros	Últimas maturidades observadas			Flat Forward
		14 anos	15 anos	15,5 anos	
29/06/2012	Cupom IPCA	4,35%	4,35%	4,35%	4,35%
	Cupom IGPM	3,83%	3,83%	3,83%	3,83%
29/12/2011	Cupom IPCA	5,33%	5,33%	5,33%	5,33%
	Cupom IGPM	5,22%	5,22%	5,22%	5,22%
30/06/2011	Cupom IPCA	6,13%	6,13%	6,13%	6,13%
	Cupom IGPM	5,98%	5,98%	5,98%	5,98%

Fonte: Elaborada pelos autores.

3.3 Ajuste dos parâmetros do modelo Vasicek.

Por sua simplicidade e pelos bons resultados apresentados para grandes amostras, utilizou-se o Método dos Momentos para estimação dos parâmetros do modelo. Essa técnica está fundamentada no fato de que os momentos simples da amostra são estimadores centrados dos momentos simples da população e consistem, basicamente, em igualar os resultados dos momentos da amostra com as respectivas equações dos momentos da população. Assim, a solução do sistema fornece os valores dos parâmetros. Ajustamos os parâmetros das equações geradoras da média e da variância (primeiro e segundo momento da população, respectivamente) das taxas da estrutura a termo, de modo a minimizar as diferenças quadráticas encontradas no confronto com a média e a variância calculadas a partir das taxas observadas (amostra). Esse confronto se dá para cada uma das 13 maturidades selecionadas de 1, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108 e 120 meses, sendo que cada maturidade é composta por uma série temporal de 354 observações semanais (quartas-feiras) compreendidas entre 21/09/2005 e 27/06/2012, totalizando 4.602 pontos observados. A técnica proposta possibilita a modelagem dinâmica da curva de juros ao capturar a dependência intertemporal que possa existir na série observada.

Além disso, foi necessário escolher uma *proxy* para a taxa instantânea de juros de curto prazo r , pois não se oferecem títulos com vencimento tão curto para que se possa conhecer sua taxa. De acordo com a metodologia da pesquisa, a base de dados utilizada para ajustar os parâmetros dos modelos são as taxas de juros cotadas no mercado de contratos *swap* DI-IPCA e DI-IGPM negociados na BM&FBOVESPA. Esse mercado

oferece contratos com vencimentos padronizados e o mais curto deles é negociado para um mês, que será usado como *proxy* para taxa instantânea de juros de curto prazo r .

A minimização dos erros quadráticos é realizada a partir de uma condição inicial, para o conjunto de parâmetros, e será submetida a um processo iterativo até que se encontre o ponto mínimo da função erro. A cada iteração, a direção da busca será orientada por um algoritmo quasi-Newton. A escolha da condição inicial dos parâmetros é de extrema importância para o resultado final dessa busca, pois, sendo uma otimização não linear, pode-se encontrar um mínimo local quando o desejado é o mínimo global.

De acordo com Backus et al. (1998), foram adotadas as seguintes premissas para geração dos parâmetros iniciais do modelo: o parâmetro b , a taxa média de curto prazo no longo prazo (taxa de equilíbrio), será inicialmente fixado pela taxa média da série temporal das taxas de curto prazo para maturidade de um mês (nossa *proxy* para taxa de curto prazo r). O parâmetro σ , a velocidade de reversão à média, será inicialmente fixado como sendo a autocorrelação de ordem 1 da série temporal das taxas de curto prazo para maturidade de um mês. O parâmetro s , a volatilidade, sairá da fórmula incondicional da variância $\sigma^2 / (1 - a^2)$ quando igualada à variância da série temporal das taxas de curto prazo para maturidade de um mês. O parâmetro λ , o preço do risco de mercado, por controlar o prêmio de risco para investir em títulos de longo prazo (governa a inclinação média da curva de juros), terá seu valor fixado quando fizer a média estimada pelo modelo se igualar à média observada para as maturidades mais longas. A Tabela 4 mostra os parâmetros estimados para o modelo de Vasicek.

Tabela 4 Parâmetros estimados para o modelo unifatorial de Vasicek

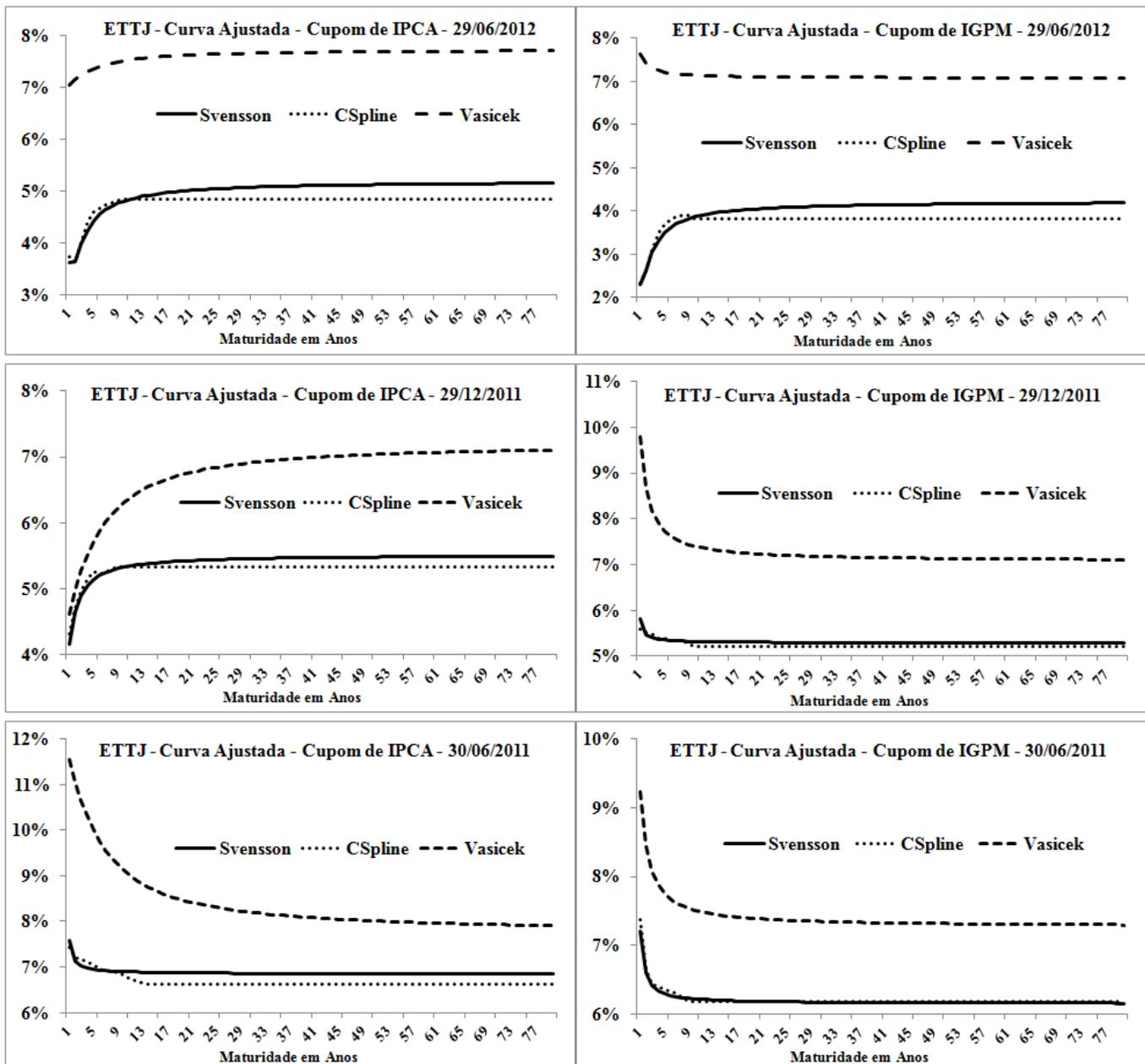
Taxa de Juros	a	b	σ	λ
Cupom IPCA	0,97458	0,00553	0,00055	-0,02384
Cupom IGPM	0,87099	0,00456	0,00280	-0,06290

Fonte: Elaborada pelos autores.

4 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os principais resultados deste estudo. Pela análise do bloco de seis gráficos, apresentados na Figura 3, foram comparadas as curvas de juros estimadas pelos modelos (Svensson, *spline* cúbico e Vasicek), que serão utilizadas no cálculo das estimativas correntes, para as maturidades de 1 a 80 anos. Após sua inspeção, observou-se que: (i) as diferenças no traçado das curvas da parte interpolada (maturidades entre 1 e 15 anos) da estrutura a termo se propagam e são amplificadas na parte extrapolada (maturidades

entre 16 e 80 anos). Esse descolamento na trajetória das curvas ao longo das maturidades produz estimativas de taxas de juros persistentemente diferentes por um longo período; (ii) as taxas estimadas pelos modelos apresentam diferenças que, dependendo do perfil de pagamento a ser descontado, têm o poder de interferir nos resultados da estimativa corrente; (iii) os modelos produzem curvas de juros com trajetórias próprias que dependem, exclusivamente, da arquitetura empregada em sua construção.



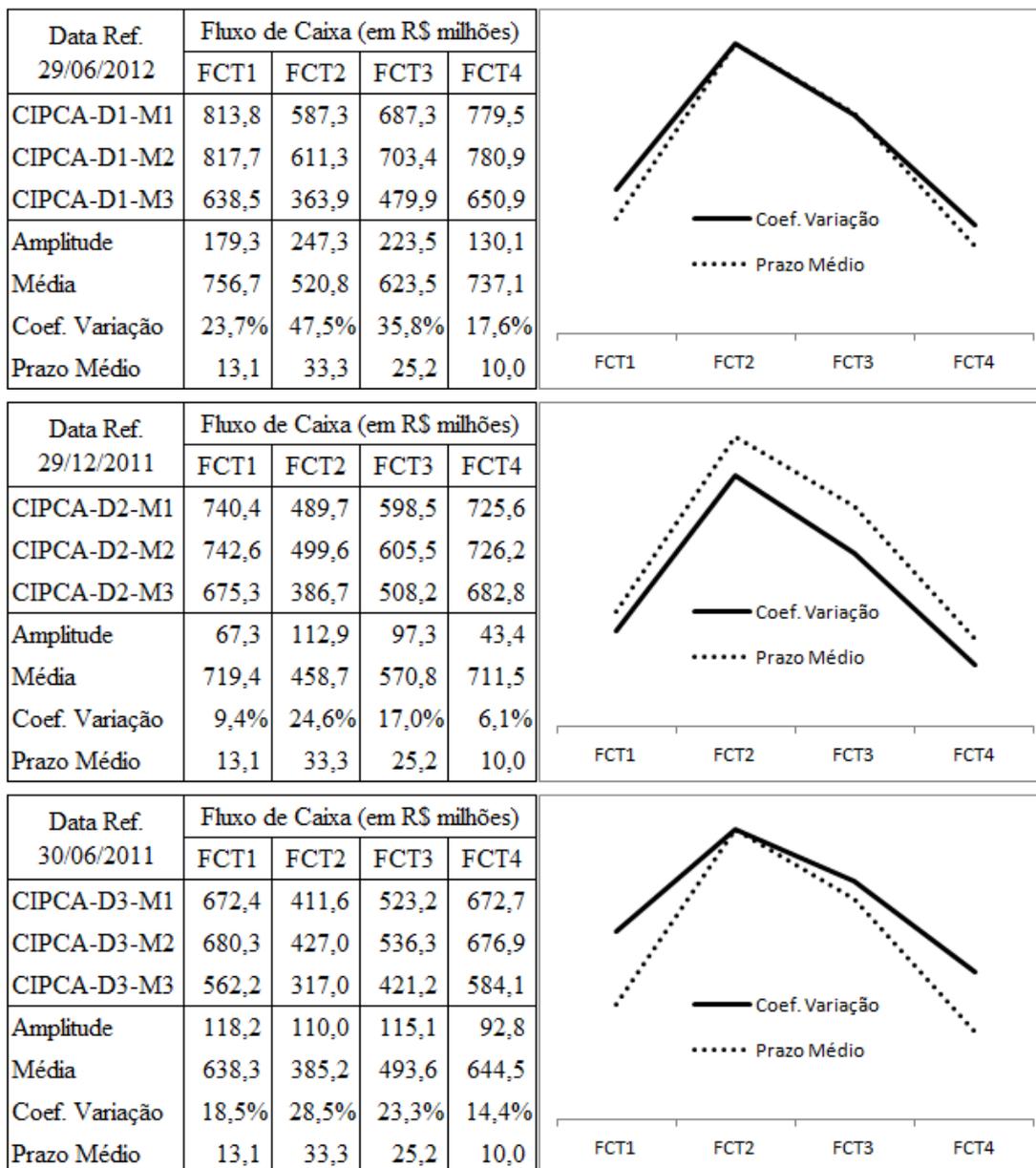
Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 3 Conjunto de curvas de juros ajustadas.

4.1 Estimativa corrente dos fluxos de caixa teóricos.

Nesta seção são mostrados os fluxos de caixa teóricos descontados pelas taxas da ETTJ construída de acordo com os três modelos discutidos na Seção 2.2 (essas curvas de ju-

ros podem ser visualizadas na Figura 3), o que permite observar o impacto que a modelagem da taxa de juros produz na estimativa corrente dos compromissos financeiros futuros (cobertura por sobrevivência). Os resultados são apresentados na Figura 4.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 4 Estimativa corrente (cupom IPCA) dos fluxos de caixa teóricos.

Os resultados apresentados na Figura 4 foram segmentados em 3 tabelas, tendo por base as datas de referência usadas para modelagem das curvas de juros: 29/06/2012 (D1), 29/12/2011 (D2) e 30/06/2011 (D3). As tabelas foram arranjadas em 3 linhas e 4 colunas, com as linhas indicando o modelo de ETTJ utilizado para descontar o fluxo (Svensson (M1), *spline* cúbico (M2) e Vasicek (M3)) e as colunas indicando o perfil de fluxo de caixa teórico que foi descontado (FCT1, FCT2, FCT3 e FCT4). Assim, cada tabela oferece um conjunto de 12 estimativas correntes para cada uma das datas utilizadas na geração

das curvas de juros. Como os fluxos de caixa são teóricos, eles podem se ajustar a qualquer data de referência.

Foram realizadas 2 análises: uma vertical, no sentido dos fluxos de caixa, verificando a sensibilidade da estimativa corrente à escolha do modelo da curva de juros, e outra horizontal, no sentido dos modelos, verificando a sensibilidade da estimativa corrente à escolha de um perfil de pagamento.

A análise vertical dos resultados para o dia 29/06/2012 indica que a estimativa corrente é sensível à escolha do modelo. Observamos que a amplitude variou entre 130,1 milhões (coe-

ficiente de variação 17,6%) e 247,3 milhões (coeficiente de variação 47,5%). Uma dispersão dessa magnitude indica que, por um lado, a estimativa corrente calculada com as taxas do modelo posicionado na ponta inferior da amplitude poderia ser acomodada dentro de um passivo constituído pela seguradora (NCA) sem gerar insuficiência de provisões (TAP). Por outro, a estimativa corrente calculada com as taxas do modelo posicionado na ponta superior da amplitude, poderia extrapolar o passivo constituído, indicando a insuficiência das provisões. Ou seja, poderíamos ter uma inversão no resultado do TAP, dependendo do modelo escolhido para construção da ETTJ.

A principal conclusão da análise horizontal (em relação à sensibilidade dos resultados a escolha dos modelos) para o dia 29/06/2012 pode ser visualizada no gráfico anexado à tabela da Figura 4: a correlação existente entre o perfil do fluxo de caixa, na medida de seu prazo médio, e a dispersão da estimativa corrente provocada pelos modelos, na medida do coeficiente de variação. Essa relação direta entre as medidas indica que o impacto da escolha do modelo na estimativa corrente será maior

quando o perfil do fluxo de caixa for mais longo. Assim, pode-se concluir que fluxos de caixa com concentração de pagamentos nas maturidades mais longas (perfil longo) sofrem, de forma mais intensa, o efeito das taxas de juros modeladas por técnicas diferentes. Esse efeito é agravado pelo descolamento que pode ocorrer entre as trajetórias das curvas de juros nas maturidades extrapoladas (mais longas).

As análises para as datas de referência 29/12/2011 e 30/06/2011 procedem de modo análogo e, pela simetria dos resultados apresentados na Figura 4, foram obtidas conclusões semelhantes à análise da data de referência 29/06/2012: a estimativa corrente é sensível à escolha do modelo utilizado na construção da ETTJ e essa sensibilidade aumenta com a longevidade do fluxo de caixa que está sendo descontado.

Em seguida, foi analisado o efeito que a mudança na data de referência tem na estimativa corrente. A Tabela 5 apresenta os resultados da estimativa corrente por data de referência e perfil de pagamentos. A partir da Figura 4, extraiu-se a estimativa corrente da linha “média”.

Tabela 5 Estimativa corrente (cupom IPCA) dos fluxos de caixa teóricos

Estimativa Corrente (R\$ milhões)	FCT1	FCT2	FCT3	FCT4
Data Referência 1 - 29/06/2012	756,7	520,8	623,5	737,1
Data Referência 2 - 29/12/2011	719,4	458,7	570,8	711,5
Data Referência 3 - 30/06/2011	638,3	385,2	493,6	644,5
Amplitude	118,4	135,6	129,9	92,6

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os resultados da Tabela 5 indicam que a estimativa corrente é sensível à escolha da data em que a ETTJ foi construída. De fato, como os fluxos de caixa não se alteraram e foi utilizada uma curva de juros típica, construída com base nas taxas cotadas em cada uma das três datas de referência, as diferenças se devem à oscilação que o mercado de renda fixa e seus derivativos apresentaram ao longo do tempo. Pode-se dizer que mesmo que os compromissos futuros projetados (fluxos de caixa) de uma seguradora não se alterem de uma data para outra (hipótese simplificadora), a estimativa corrente será um valor incerto, pois depende dos fatores macroeconômicos (expectativa de inflação, nível de atividade econômica e outros) vigentes na data em que a ETTJ, utilizada para descontar o fluxo de caixa, for construída.

Por fim, a análise dos resultados indica que: (i) a estimativa corrente é sensível à escolha do modelo utilizado na construção da ETTJ; (ii) essa sensibilidade aumenta com a longevidade do fluxo de caixa que está sendo descontado; (iii) a estima-

tiva corrente é um valor incerto no tempo, dado que a ETTJ depende dos fatores macroeconômicos vigentes na data de sua construção.

4.2 Teste de adequação de passivo dos fluxos de caixa observados.

Com o intuito de analisar o impacto que a modelagem da taxa de juros produz na estimativa corrente dos compromissos financeiros futuros decorrentes das garantias oferecidas nos seguros com cobertura por sobrevivência, aplicou-se o TAP. Assim, foram descontados os fluxos de caixa observados (descritos na seção 3) pelas taxas da ETTJ construída de acordo com os três modelos discutidos na seção 2.2, comparados com as respectivas provisões técnicas constituídas (dado que se trata de uma carteira de seguros real).

A Tabela 6 mostra os resultados da estimativa corrente do fluxo de caixa projetado.

Tabela 6 Estimativa corrente (cupom IGPM) dos fluxos de caixa observados em 29/12/2011

Estimativa Corrente (R\$ mil)	FCO1	FCO2
CIGPM-Svenson	1.636.254	95.972
CIGPM-Spline Cúbico	1.653.525	96.649
CIGPM-Vasicek	1.254.362	78.385
Amplitude	399.163	18.264
Média	1.514.714	90.335
Coef. Variação	26,4%	20,2%
Prazo Médio	23,5	16,5

Fonte: Elaborada pelos autores.

Como pode ser observado na Tabela 6, a estimativa corrente descontada pela taxa modelada por *spline* cúbico se encontra na ponta superior da amplitude para os dois fluxos, enquanto a estimativa corrente descontada pela taxa modelada por Vasicek se encontra na ponta inferior da amplitude, para os dois fluxos também. Isso sugere que o modelo *spline* cúbico seja mais conservador que os demais modelos testados. Como os testes não foram exaustivos e/ou não foram provados algebricamente, não se pode afirmar que o modelo *spline* cúbico seja sempre mais conservador, mas apenas que há indícios. Também foi verificado que a carteira de participantes ativos (FCO1), que tem perfil de pagamentos mais

longo (prazo médio de 23,5 anos), apresentou dispersão maior (coeficiente de variação 26,4%) do que a carteira de participantes assistidos, que tem perfil de pagamentos mais curtos (prazo médio de 16,5 anos) com coeficiente de variação de 20,2%. Da mesma forma, os resultados sugerem que fluxos de caixa com concentração de pagamentos nas maturidades mais longas (perfil longo) sofrem, de forma mais intensa, o efeito da escolha do modelo de taxa de juros. Esse efeito é agravado pelo descolamento que pode ocorrer entre modelos, relativo à trajetória das curvas de juros nas maturidades extrapoladas (mais longas).

Finalmente, a Tabela 7 sintetiza os resultados do TAP.

Tabela 7 Teste de adequação de passivo dos fluxos de caixa observados em 29/12/2011

Teste de Adequação de Passivo (R\$ mil)		FCO1	FCO2
Provisões Técnicas	PBM + PEF	1.432.688	64.787
	PIC + PDA	93.058	31.746
	NCA	1.525.746	96.533
Estimativa Corrente	Svensson	1.636.254	95.972
	CSpline	1.653.525	96.649
	Vasicek	1.254.362	78.385
Teste de Adequação de Passivo: Provisões Técnicas - Estimativa Corrente	Svensson	-110.507	561
	CSpline	-127.779	-116
	Vasicek	271.384	18.148

Fonte: Elaborada pelos autores.

A análise da estimativa corrente já havia mostrado que o modelo *spline* cúbico foi o mais conservador e, por esse motivo, seria esperado que seu fluxo descontado exigisse mais recursos da empresa no TAP, o que realmente aconteceu. O mesmo raciocínio pode ser aplicado ao modelo de Vasicek, que, por ser menos conservador, deveria exigir menos recursos da empresa. A conclusão mais importante desse teste é que a escolha do modelo utilizado para estimar a ETTJ pode inverter o resultado do TAP. Para o fluxo de caixa dos participantes ativos (FCO1), os modelos de Svensson e *spline* cúbico

indicam uma insuficiência de provisão, enquanto o modelo de Vasicek aponta uma suficiência. Para o fluxo de caixa dos participantes assistidos (FCO2), o modelo *spline* cúbico indica uma insuficiência de provisão, enquanto os demais apontam uma suficiência.

A análise dos resultados indica que: (i) o resultado do TAP é sensível à escolha do modelo utilizado na construção da ETTJ; (ii) o TAP é um valor incerto no tempo, dado que a ETTJ depende dos fatores macroeconômicos vigentes na data de sua construção.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com a metodologia utilizada neste estudo, o efeito da escolha entre os modelos *spline* cúbico, de Svensson e de Vasicek foi analisado para ajustar a curva de juros (ETTJ), na estimativa corrente das obrigações atuariais e no TAP.

Os resultados sugerem que: (i) o TAP é sensível à escolha do modelo utilizado na construção da ETTJ; (ii) essa sensibilidade aumenta com a longevidade do fluxo de caixa, à medida que a estimativa corrente é sensível ao prazo médio dos pagamentos inerente ao fluxo; (iii) o TAP é um valor incerto no tempo, dado que a ETTJ depende dos fatores macroeconômicos vigentes na data de sua construção.

A adoção de uma taxa a termo de longuíssimo prazo (*ultimate forward rate* – UFR) para o mercado segurador brasileiro,

aos moldes do mercado europeu, deveria ser avaliada pelo regulador. Entende-se que a inclusão de um atrator de longo prazo nos modelos utilizados para construção da ETTJ, além de incorporar propriedades macroeconômicas importantes, estabiliza as trajetórias das curvas de juros quando entram na região das maturidades extrapoladas, diminuindo a discrepância dos valores descontados por modelos diferentes. As variáveis macroeconômicas mais importantes na formação da UFR são a inflação e os juros reais esperados no longo prazo, sendo que, do ponto de vista teórico, pode-se considerar pelo menos mais dois componentes: o prêmio a termo nominal de longo prazo (a rentabilidade adicional que um investidor exige para trocar uma posição de curto prazo por outra de longo prazo) e o efei-

to convexidade nominal esperados de longo prazo (um efeito puramente técnico que representa a relação não linear que existe entre a taxa de juros e o preço de um título). A avaliação de provisões técnicas, com valores projetados em um horizonte de tempo tão distante, justifica a adoção desse parâmetro que, apesar de controverso, é economicamente defensável e equaliza as premissas financeiras de longuíssimo prazo. Dada a abrangência desse assunto e o espaço excessivo que sua abordagem demanda, optou-se por esta breve discussão para que o leitor tenha ciência de sua importância nesse contexto.

Reforçam, portanto, os resultados obtidos, o alerta em re-

lação à escolha do modelo mais apropriado para obtenção da taxa a ser utilizada no teste de adequação do passivo, à medida que pode afetar severamente os indicadores de solvência e performance das seguradoras. Para propósitos de contabilização, tal escolha é crítica e confirma a necessidade de justificar adequadamente os critérios que guiaram o reconhecimento e a mensuração dos elementos, sobretudo em uma contabilidade baseada em princípios, como ocorre com as IFRS, nas quais a discricionariedade permitida ao preparador acarreta, em contrapartida, a responsabilidade de justificar adequadamente os critérios adotados para sustentar as escolhas.

Referências

- Agliata, F., Maglio, R., Ferrone, C., & Tuccillo, D. (2011). The evolution of the IASB insurance project and the possible reflections in the financial statements of insurance companies. Recuperado de <http://ssrn.com/abstract=1985246>
- Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. (2010). Estrutura a termo das taxas de juros estimada e inflação implícita metodologia. Recuperado de http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/precos/ettj/Documents/est-termo_metodologia.pdf
- Backus, D., Foresi, S., & Telmer, C. (1998). *Discrete time models of bond pricing* (Working Paper 6736). Cambridge: NBER. Recuperado de <http://www.nber.org/papers/w6736.pdf>
- Banco Central do Brasil. (2014, agosto). Decompondo a inflação implícita (Trabalhos para Discussão n. 359). Brasília, DF: BCB. Recuperado de <http://www.bcb.gov.br/pec/wps/port/TD359.pdf>
- Bank for International Settlements. (2005). *Zero-coupon yield curves: technical documentation* (Papers, 25). Basel: BIS.
- Bolder, D. J. (2001). Affine term-structure models: theory and implementation (Working Paper 2001-15). Ottawa: Bank of Canada. Recuperado de <http://www.bankofcanada.ca/wp-content/uploads/2010/02/wp01-15a.pdf>
- Bostan, I. (2011). Implications of European directives in the assessment of insurance companies. *Theoretical and Applied Economics*, 18(3), 131-140.
- Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors. (2010). Solvency II calibration paper. Frankfurt: CEIOPS.
- Culbertson, J. M. (1957, novembro). The term structure of interest rates. *The Quarterly Journal of Economics*, 71(4), 485-517.
- Diebold, F. X., & Li, C. (2006, fevereiro). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130(2), 337-364.
- Franklin Jr, S. L., Duarte, T. B., Neves, C. R., & Melo, E. F. (2011). Interpolação e extrapolação da estrutura a termo de taxas de juros para utilização pelo mercado segurador brasileiro. Recuperado de http://www.susep.gov.br/download/menumercado/artigo_ETTJ_CORIS_15032011.pdf
- Gasha, G., He, Y., Medeiros, C., Rodriguez, M., Salvati, J., & Yi, J. (2010). On the estimation of term structure models and an application to the United States. *International Monetary Fund, Working Paper WP/10/258*.
- Lindberg, D. L., & Seifert, D. L. (2010). A new paradigm of reporting on the horizon: International Financial Reporting Standards (IFRS) and implications for the insurance industry. *Journal of Insurance Regulation*, 29(2), 229-252.
- Mano, C. C. A., & Ferreira, P. P. (2009). *Aspectos atuariais e contábeis das provisões técnicas*. Rio de Janeiro: Funenseg.
- Marquardt, D. W. (1963, junho). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431-441.
- Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987, outubro). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business*, 60(4), 473-489.
- Post, T., Gründl, H., Schmid, L., & Dorfman, M. S. (2007). Implications of IFRS for the European insurance industry: insights from capital market theory. *Risk Management and Insurance Review*, 10(2), 247-265.
- Superintendência de Seguros Privados. (2012). Seguradoras: provisões detalhadas. Rio de Janeiro: SUSEP. Recuperado de <http://www2.susep.gov.br/menuestatistica/SES/principal.aspx>
- Superintendência de Seguros Privados. (2013). 1º Relatório de Análise e Acompanhamento dos Mercados Supervisionados. Rio de Janeiro: SUSEP. Recuperado de http://www.susep.gov.br/setores-susep/cgpro/relatorios-analise-acompanhamento/Relatorio_Mercados_Supervisionados_SUSEP.pdf
- Svensson, L. E. O. (1994). *Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994* (Working Paper 4871). Cambridge: NBER, 1994.
- Varga, G. (2000). Interpolação por *cubic spline* para a estrutura a termo brasileira (Resenha BM&F n. 140). São Paulo: BM&F.
- Varga, G. (2009). Teste de modelos estatísticos para a estrutura a termo no Brasil. *RBE*, 63(4), 361-394.
- Vasicek, O. A. (1977, novembro). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5(2), 177-188.

Endereço para correspondência:

Antonio Aurelio Duarte
Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado
Avenida Liberdade, 532 – CEP: 01502-001
Liberdade – São Paulo – SP
E-mail: aurelio1062@gmail.com