
MODELAGEM DA VOLATILIDADE EM PERÍODOS DE CRISE: ANÁLISE DAS DISTRIBUIÇÕES ALTERNATIVAS NO BRIC E NOS EUA

DOI: 10.5700/rege 442

ARTIGO – FINANÇAS

Fernanda Galvão de Barba

Mestre em Administração pelo Programa de Pós-graduação em Administração da Universidade Federal de Santa Maria – Santa Maria, Rio Grande do Sul-RS, Brasil
E-mail: fernandadebarba@yahoo.com.br

Recebido em: 1/9/2010

Aprovado em: 14/12/2010

Paulo Sérgio Ceretta

Professor do Programa de Pós-graduação em Administração da UFSM – Santa Maria, Rio Grande do Sul-RS, Brasil
Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de São Carlos
E-mail: ceretta@smail.ufsm.br

Kelmara Mendes Vieira

Professora do Programa de Pós-graduação em Administração da UFSM – Santa Maria, Rio Grande do Sul-RS, Brasil
Doutora em Administração pela UFRGS
E-mail: kelmara@terra.com.br

RESUMO

A crise no mercado imobiliário norte-americano, em 2007, atingiu fortemente os mercados de capitais dos EUA e dos países europeus. Crises financeiras com a magnitude da crise de 2007/2008 trazem à tona importantes questões relativas aos mercados financeiros. Este trabalho visa investigar como a especificação da distribuição influenciou a modelagem da volatilidade no período que abrangeu a crise financeira de 2007/2008. Foram utilizados, para a análise, por meio do modelo APARCH, dados semanais dos índices das principais bolsas do BRIC (Brasil, Rússia, Índia e China) e dos Estados Unidos. A modelagem foi realizada em três subdivisões da amostra, supondo-se seis distribuições distintas: normal, normal assimétrica, *t-student*, *t-student* assimétrica, generalizada e generalizada assimétrica. Como resultado do estudo, constatou-se que há variação na distribuição melhor ajustada durante o período de crise para quase todos os países. A variação tanto das distribuições quanto das significâncias e magnitudes dos coeficientes pode levar a crer que períodos de oscilação e instabilidade financeira podem influenciar na modelagem de séries financeiras, alterando a magnitude e significância de coeficientes, e ser decorrentes de efeito contágio.

Palavras-chave: Efeitos da Crise Financeira de 2008, Séries Temporais, Diferentes Distribuições.

VOLATILITY MODELING IN PERIODS OF CRISIS: ANALYSES OF ALTERNATIVE DISTRIBUTIONS IN BRIC AND THE US

ABSTRACT

The real estate market crisis in North America in 2007 has strongly affected the capital markets in the US and Europe. Financial crises of the magnitude of that of 2007/2008 bring up important issues about financial markets. This paper investigates how distribution specification influences volatility modeling in the period including the financial crisis of 2007/2008. Analysis was carried out by using weekly index data from the main stock exchanges of BRIC (Brazil, Russia, India and China) and the United States, using the APARCH model. The modeling is done in three subdivisions of the sample considering six different distributions, normal, skewed normal, t-student, skewed t-student, generalized and skewed generalized.

Results of this research showed a variation in the distribution better adjusted during the crisis period, for almost all countries. Variation in the distributions as well as in the significances and magnitudes of the coefficients can lead to the conclusion that periods of financial oscillation and instability can influence the modeling of financial series, changing the magnitude and significance of coefficients, and be due to the contagion effect.

Key Words: Effects of financial crisis of 2008, Time Series, Different Distributions

MODELADO DE LA VOLATILIDAD EN PERIODOS DE CRISIS: ANÁLISIS DE LAS DISTRIBUCIONES ALTERNATIVAS EN LOS BRIC Y EEUU

RESUMEN

La crisis en el mercado inmobiliario norte-americano, en 2007, alcanzó estrechamente los mercados de capitales de los EEUU y de los países europeos. Crisis financieras con la magnitud de la crisis de 2007/2008 traen a tono importantes cuestiones relativas a los mercados financieros. Este trabajo desea investigar como la especificación de la distribución influyó el modelado de la volatilidad en el periodo que alcanzó la crisis financiera de 2007/2008. Para el análisis fueron utilizados datos semanales de los índices de las principales bolsas del BRIC (Brasil, Rusia, India y China) y de los Estados Unidos, usándose el modelo APARCH. El modelado se realiza en tres subdivisiones de la muestra, suponiéndose seis distribuciones distintas: normal, normal asimétrica, t-student, t-student asimétrica, generalizada y generalizada asimétrica. Como resultado del estudio, se constató que hay variación en la distribución mejor ajustada durante el periodo de crisis para casi todos los países. A variación tanto de las distribuciones cuanto de los significados y magnitudes de los coeficientes puede llevar a creer que periodos de oscilación e inestabilidad financiera pueden influenciar en el modelado de series financieras, alterando la magnitud y significado de coeficientes, y ser decurrentes del efecto contagio.

Palabras-clave: Efectos de la crisis financiera de 2008, Series Temporales, Diferentes Distribuciones.

1. INTRODUÇÃO

A crise no mercado imobiliário norte-americano, iniciada em 2007, atingiu fortemente, em agosto desse mesmo ano, os mercados financeiros e de capitais dos EUA e dos países europeus que tinham bancos expostos diretamente à securitização e titularização das hipotecas de alto risco. Em setembro de 2008, com a quebra do banco Lehman Brothers, a crise se tornou global, afetando grande parte das economias mundiais.

Crises financeiras com a magnitude da crise de 2007/2008 trazem à tona importantes questões relativas aos mercados financeiros. Bartram e Bodnar (2009) afirmam que eventos como esse levantam novas questões a serem consideradas a respeito do comportamento econômico dos países, assim como reacendem questionamentos sobre algumas certezas a respeito do mercado que precisam ser rediscutidas. Os autores consideram que essa crise permite aos pesquisadores entender melhor a natureza da transmissão dos choques de informação entre os mercados globais, o grau de integração ou segmentação do mercado global em resposta à crise e até mesmo as diferenças na *performance* dos mercados financeiros entre os países, que determinam as origens econômicas dessas diferenças.

Bartram e Bodnar (2009) apresentam em seu estudo evidências de que essa crise foi a segunda maior em valor de queda nos EUA, perdendo somente para a Grande Depressão de 1929. A Grande Depressão demorou 34 meses para alcançar seu pico, e mais de 15 anos se passaram até que os valores anteriores à crise fossem retomados.

A volatilidade dos mercados de capitais tem sido um assunto de grande interesse no meio acadêmico, face à incessante busca de antecipar seu comportamento. Sua previsão é importante na elaboração de estratégias de investimento, análise de risco e apuração de ativos. Nesse sentido, a modelagem econométrica de ativos financeiros em períodos que abrangem momentos de crise pode estar capturando comportamentos específicos de alta volatilidade do período e incorporando-os às suas previsões.

Os quatro maiores países emergentes (Brasil, Rússia, Índia e China, chamados de BRIC) representam cerca de 22% do PIB mundial e

apresentaram um crescimento de 54% na participação do PIB mundial nos últimos quinze anos. Esse crescimento contrasta com a contração dos países do G7 no mesmo período.

Os modelos tradicionais de séries temporais geralmente assumem que os dados possuem uma distribuição normal. Entretanto, a literatura financeira frequentemente enfatiza que as distribuições não são normais, mas sim leptocúrticas e de caudas grossas. Recentes trabalhos sobre a previsão da volatilidade têm testado a *performance* de modelos ARCH/GARCH assimétricos, obtendo bons resultados (BROOKS *et al.*, 2000; AWARTANI; CORRADI, 2005; BALI, 2007; OTUKI *et al.*, 2008). Poucos desses trabalhos, entretanto, buscaram verificar o efeito do tipo de distribuição dos erros nos modelos usados nessa previsão.

Este trabalho visa investigar como a especificação da distribuição influencia a modelagem da volatilidade no período que abrange a crise financeira de 2007/2008. A análise é realizada em dados semanais dos índices das principais bolsas do BRIC (Brasil, Rússia, Índia e China) e dos Estados Unidos, por meio do modelo APARCH. A modelagem é realizada em três subdivisões da amostra, supondo-se seis distribuições distintas: normal, normal assimétrica, *t-student*, *t-student* assimétrica, generalizada e generalizada assimétrica.

O estudo está estruturado da seguinte forma: após esta breve introdução, a sessão seguinte contextualiza a crise financeira de 2007/2008; a sessão 3 aborda as modelagens utilizadas para estimar a volatilidade; na sessão 4 são conceituadas e caracterizadas as distribuições objeto de estudo; a sessão 5 trata dos trabalhos empíricos sobre o assunto realizados anteriormente; na sessão 6 são apresentados os aspectos metodológicos e os dados; os resultados são apresentados e analisados na sessão 7 e a sessão 8 sumariza o estudo e relata as conclusões.

2. A CRISE FINANCEIRA DE 2007-2008

De tempos em tempos o mundo vivencia crises financeiras severas que atingem às vezes um único país, outras vezes, a grupos de países e, por fim, quando as crises são globais, a inúmeros países, repercutindo nas economias de praticamente todo o mundo. A crise do *subprime*,

ocorrida recentemente nos Estados Unidos, expressou um colapso no sistema de empréstimos imobiliários americano. De acordo com Demyanyk e Hasan (2010), o termo *subprime* geralmente se refere a um empréstimo (hipoteca, financiamento de automóveis, etc.) visto como mais arriscado do que um empréstimo regular (*prime*) do ponto de vista do emprestador. Um empréstimo *subprime* pode ser dos seguintes tipos: a) para tomadores com um baixo *credit score*, histórico de delinquência, falência ou maus empregos; b) para tomadores especializados em empréstimos de alto custo e que vendam poucos empréstimos a empresas garantidas pelo governo; ou c) para certas hipotecas não disponíveis no mercado *prime*.

Didier, Love e Peria (2010) relatam que o mercado de hipotecas securitizadas *subprime* mostrou sinais de estar com problemas na primeira metade de 2007. O mercado *subprime* representava, aproximadamente, 16% do total do mercado securitizado nos EUA. Antes da crise, acreditava-se que um mercado tão pequeno não poderia causar problemas fora da esfera *subprime*, mesmo que houvesse uma quebra total. No entanto, após o colapso do Lehman Brothers em setembro de 2008, a crise se espalhou rapidamente pelas instituições, mercados e fronteiras.

O grande efeito gerado pelo colapso do *subprime* deveu-se principalmente à complexidade do mercado de *securities*, criado com base nas hipotecas *subprime*. Esses produtos eram também bastante comercializados internacionalmente, e, como consequência desse fato, os efeitos da crise do *subprime* ultrapassaram as barreiras americanas (DEMYANYK; HASAN, 2010).

A crise do *subprime* deu início a uma contração do crédito bancário americano, à virtual paralisação de vários segmentos do mercado financeiro e à desaceleração das atividades nos Estados Unidos e nas principais economias mundiais. Em março de 2008, após um período de relativa calma, surgiram rumores sobre a insolvência do Bear Stearns, o quinto maior banco de investimentos americano. No primeiro trimestre de 2008 importantes instituições financeiras americanas e europeias voltaram a registrar perdas. Segundo Freitas (2008), os bancos europeus acumulavam, até junho de 2008,

perdas maiores (US\$200 bilhões) que as dos bancos americanos (US\$ 166 bilhões).

Em setembro de 2008, após a estatização das duas principais instituições de crédito hipotecário, a Fannie Mae e a Freddie Mac, desapareceram os dois principais bancos de investimentos dos Estados Unidos: o Lehman Brothers, que pediu concordata, e o Merrill Lynch, adquirido pelo Bank of America. Essas quebras foram seguidas da quase falência da maior seguradora do mundo, a AIG, que foi socorrida pelo Federal Reserve, banco central americano (FREITAS, 2008).

A quebra do Lehman Brothers, em 15 de setembro de 2008, marcou uma nova fase da crise, que se tornou uma crise global sistêmica. As sucessivas injeções de liquidez realizadas pelos bancos centrais de todo o mundo não foram suficientes para conter os efeitos da crise. Esta atingiu patamares ainda maiores em decorrência da sensação de pânico disseminada por todo o mercado. Os efeitos dessa crise foram maiores nos países por ela afetados do que no próprio país em que se iniciou.

3. MODELAGENS DA VOLATILIDADE

Desde 1952, quando Markowitz utilizou a volatilidade dos retornos das ações como medida de risco, formas de modelá-la têm sido buscadas por estudiosos de Finanças. Os modelos da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedastic*), inicialmente propostos por Engle (1982), apresentam um grupo de características que os torna atrativos para aplicações econométricas. Uma dessas características, a variância da previsão, segundo o modelo ARCH, pode mudar ao longo do tempo, é prevista pelos erros de previsão passados e captura um importante fato estilizado: os agrupamentos de volatilidade.

Em 1986, Bollerslev apresentou uma extensão do modelo ARCH, o GARCH (*Generalized ARCH*), que permite uma estrutura de *lag* mais flexível. A modelagem ARCH geralmente necessita de um *lag* relativamente longo na equação da variância condicional, e, para evitar problemas com parâmetros negativos de variância, uma estrutura de *lag* fixa é tipicamente imposta. Esses problemas levam ao interesse prático na extensão dos modelos ARCH, para permitir tanto uma memória mais longa quanto uma estrutura de

lag mais flexível. A modelagem GARCH oferece um ajuste levemente melhor do que o modelo ARCH, assim como uma estrutura de lag mais razoável.

Atualmente, variações dos modelos ARCH/GARCH, que presumem as especificidades dos dados financeiros, têm sido testadas. Essas variações levam em conta por exemplo, a assimetria, diferentes distribuições e mudança de regimes. Dentre essas especificidades, a assimetria tem sido a mais enfatizada. Os modelos ARCH/GARCH assimétricos, como o EGARCH de Nelson (1991), o GJR-GARCH de Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e o TARARCH, desenvolvido por Zakoian (1994), levam em consideração o fato de que choques positivos e negativos impactam de modo distinto na volatilidade. As diferentes distribuições do erro têm sido pouco abordadas nos estudos empíricos.

Estudos sobre a volatilidade de ativos financeiros em mercados de diversos países têm indicado que as variações dos modelos ARCH/GARCH apresentam bom desempenho na previsibilidade do mercado. Os estudos voltam-se, principalmente, para o comportamento de mercados maduros. Nos últimos anos, entretanto, a proeminência econômica dos países emergentes (principalmente as quatro maiores economias desse grupo: Brasil, Rússia, Índia e China – BRIC) tem gradativamente atraído a atenção de estudiosos. A volatilidade nos mercados emergentes tem revelado um comportamento distinto da volatilidade nos mercados maduros, principalmente por apresentar valor mais elevado.

4. DISTRIBUIÇÕES DOS ERROS

Balakrishnan e Nevzorov (2003) destacam que a função densidade da probabilidade (fdp) normal é a distribuição mais comumente utilizada como parâmetro de comparação em procedimentos estatísticos (análise de regressão, séries temporais, experimentações, etc.). A forma padronizada dessa distribuição é dada por [1].

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]. \quad [1]$$

A função densidade será chamada de padronizada quando x for uma variável aleatória normal com média zero e desvio-padrão unitário, $N(\mu = 0, \sigma = 1)$, simétrica e coeficiente de curtose

igual a 3. A forma de função densidade empírica da normal padronizada é ilustrada na parte superior da Figura 1.

Na parte superior da Figura 1 são plotadas três funções de densidade empírica normais. A linha cheia (–) representa a normal simétrica e mesocúrtica, a linha tracejada (---) representa a normal assimétrica positiva mesocúrtica e a linha pontilhada (···) representa a normal assimétrica negativa mesocúrtica.

Diretamente associadas a procedimentos de séries temporais, algumas distribuições alternativas têm sido implementadas em alguns softwares (*Stata*, *pcGive*, *Eviews*, *Splus*, etc.). A ideia básica das distribuições alternativas é permitir que o termo de erro possa ter um componente distinto do previsto por uma distribuição normal.

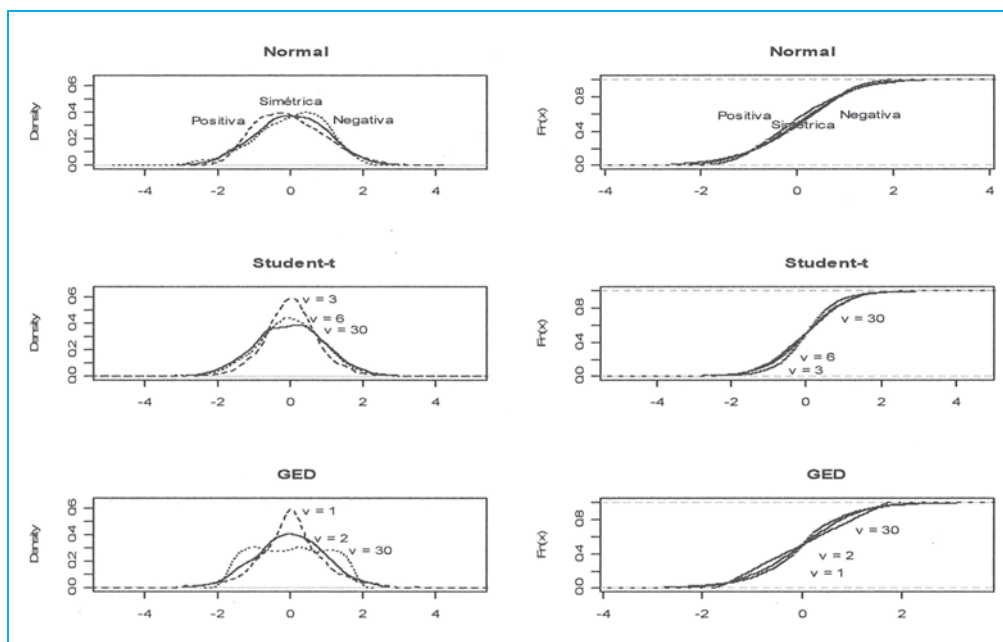
Autores como Hsieh (1989) e Baillie e Bollerslev (1989) têm enfatizado que a distribuição *t-student* pode capturar melhor características dos log-retornos em séries temporais associados à curtose. Krishnamoorthy (2006) examina em detalhes a distribuição *t-student*. A função densidade da probabilidade da função *t-student* padronizada é definida por [2].

$$f(x|v) = \frac{1}{\sqrt{v-2} B\left(\frac{1}{2}, \frac{v}{2}\right)} \frac{1}{\left(1 + \frac{x^2}{v-2}\right)^{\frac{v+1}{2}}}. \quad [2]$$

Onde v = graus de liberdade e $B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$, sendo Γ a função gama.

Krishnamoorthy (2006) demonstrou que, para grandes valores de v , a distribuição *t-student* tende a uma normal. O gráfico na parte central da Figura 1 ilustra a função densidade de uma distribuição *t-student* em três situações diferentes. A linha cheia no gráfico central da Figura 1 ilustra a função densidade *t-student* com $v = 30$. É possível verificar visualmente grande semelhança da função densidade *t-student* ($v = 30$) com uma densidade normal (gráfico superior da Figura 1). À medida que v diminui, a distribuição *t-student* torna-se mais leptocúrtica.

Figura 1: Função densidade da probabilidade e função densidade cumulativa empírica



Fonte: Elaborada pelos autores.

A distribuição generalizada do erro (GED) é outra possibilidade para um melhor ajuste dos procedimentos estatísticos aos dados. Conforme destaca Theodossiou (2000), essa distribuição, introduzida por Subbotin em 1923, mas inicialmente utilizada por Box e Tiao (1973) e, posteriormente, por Nelson (1991), inclui, como casos especiais, as distribuições de Laplace, Normal e Uniforme. A escolha da densidade GED ocorre em razão da inabilidade dos processos GARCH Gaussianos de levar em conta a leptocurtose da maioria das séries de retorno, questão ainda mais relevante quando são usados dados de mercados emergentes (LEE; CHEN; RUI, 2001). A função densidade da probabilidade GED é dada por [3], onde ν são os graus de liberdade e Γ é a função gama. Essa função densidade é ilustrada no gráfico inferior da Figura 1.

$$f(x|\nu) = \sqrt{\left(\frac{2^{-2/\nu} \Gamma(\frac{1}{\nu})}{\Gamma(\frac{3}{\nu})}\right)} \quad [3]$$

Na parte inferior da Figura 1 tem-se a representação gráfica de três possibilidades da fdp de uma distribuição GED. Assumindo que $\nu = 1$, a

distribuição GED tem a propriedade de capturar a leptocurtose, reduzindo-se a uma função Laplace. Quando $\nu = 2$, a GED assemelha-se a uma distribuição Normal. À medida que ν aumenta, a GED tende a uma distribuição Uniforme. Para uma descrição mais detalhada das distribuições Laplace, Normal, *t-student* e Uniforme, ver Krishnamoorthy (2006).

5. VOLATILIDADE EM PERÍODOS DE CRISE

Um número limitado de estudos busca verificar empiricamente se pressuposições de diferentes distribuições (com e sem assimetria) melhoram a previsão da volatilidade fora da amostra. Os trabalhos seminais de Mandelbrot (1963) e Fama (1965) evidenciaram que os retornos financeiros têm características de excesso de curtose positiva e caudas grossas. A partir disso, distribuições distintas da Normal têm sido propostas para que o excesso de curtose seja considerado. Nelson (1991), Taylor (1994), Lopez (2001), Lee, Chen e Rui (2001) e Marcucci (2005), por exemplo, propuseram o uso da distribuição generalizada do erro. Do mesmo modo, Politis (2004) propôs a distribuição de caudas grossas para minimizar o problema.

Em 2007, Bali realizou um estudo que propôs modelos paramétricos generalizados para a taxa de juros de curto prazo nos Estados Unidos. O autor utilizou diversos modelos da família GARCH, que pressupõem as distribuições normal, normal assimétrica, generalizada, generalizada assimétrica, *t-student* e *t-student* assimétrica, para tentar prever a taxa de juros. Os resultados obtidos nesse estudo levaram à conclusão de que os modelos temporais discretos que incorporam o nível e os efeitos GARCH (caudas grossas) têm melhor *performance* na previsão da volatilidade condicional da taxa de juros.

Mais recentemente, buscando analisar como a especificação da distribuição influencia a *performance* da previsão da volatilidade, Liu, Lee e Lee (2009) utilizaram dois modelos GARCH (GARCH-N, que assume a distribuição normal, e GARCH-SGED, com distribuição generalizada assimétrica) em dados diários das bolsas de Shanghai e Shenzhen durante o período de 4 de janeiro de 2000 a 29 de dezembro de 2006. Os resultados empíricos indicam que o modelo GARCH-SGED é superior ao modelo GARCH-N quando se trata de prever a volatilidade dos mercados financeiros da China. Esse resultado revela que tanto a assimetria quanto a característica de caudas grossas da distribuição condicional dos retornos são significativas, especialmente para mercados financeiros emergentes.

No Brasil, os estudos de volatilidade direcionaram-se à comparação entre modelos, para verificar qual apresenta o melhor ajuste, ou à análise do papel da assimetria na modelagem das séries financeiras. Carvalho *et al.* (2005), usando modelos GARCH e EWMA (*exponentially weighted moving average*), investigaram se os fatos estilizados verificados no mercado americano também ocorriam no mercado brasileiro. Para esse estudo, os autores analisaram as cinco ações com maior liquidez na Bolsa de Valores de São Paulo com dados intradiários. Os resultados evidenciaram, em primeiro lugar, que os log-retornos de dados intradiários apresentam uma distribuição muito próxima da Gaussiana. Em segundo lugar, que não houve evidência de memória longa no log da variância realizada (contrariamente ao que ocorreu no mercado americano), e, por fim, que, em média, o modelo

EWMA apresentou previsões menos precisas que as efetuadas pelo modelo linear.

Otuki *et al.* (2008) buscaram evidência do efeito assimétrico na volatilidade das séries de retornos dos índices de ações na Argentina, Brasil e México durante o período de janeiro de 2000 a dezembro de 2005. Nesse estudo, foram utilizados os modelos GARCH, EGARCH e TARCH, e os melhores ajustes foram o modelo EGARCH (1, 1) para o índice Imex e o modelo TARCH(1, 1) para os índices Ibovespa e Merval. Os resultados mostraram que os eventos negativos exercem maior influência do que os positivos. O mesmo resultado foi confirmado pelo estudo de Jubert *et al.* (2008).

A respeito de variações no comportamento dos mercados financeiros em períodos de crise, o tipo de estudo mais encontrado na literatura é o que trata do contágio financeiro. Conforme Rigobon (2002), o contágio financeiro é definido pela maioria dos economistas como a propagação de choques entre mercados que excede a transmissão explicada pelos fundamentos macroeconômicos. Os estudos sobre contágio utilizam metodologias como a análise de correlação (BOSCHI, 2005), a regressão linear (DIDIER; LOVE; PERÍA, 2010) e as séries temporais multivariadas (PAULA; HOTTA; ZEVALLOS, 2006; SUN; ZHANG, 2009). Nesses estudos, os autores subdividem a amostra, comparando a relação entre os mercados antes, durante e depois dos períodos de crise. Caso haja diferença nas relações, considera-se que há evidência de contágio financeiro.

6. METODOLOGIA E DADOS

A base de dados utilizada foi composta de observações semanais dos índices Dow Jones (*proxy* para o mercado norte-americano), da Bolsa de Shanghai (*proxy* para o mercado chinês), da Bovespa (*proxy* para o mercado brasileiro), da Bolsa da Rússia (*proxy* do mercado russo) e da Bolsa da Índia (*proxy* do mercado indiano), de 1 de janeiro de 2004 a 31 de dezembro de 2009, totalizando 314 observações para cada bolsa. Os dados foram obtidos do *site Yahoo Finance*.

A amostra foi dividida em três períodos: antes do período de crise, durante a crise, e depois da quebra do banco Lehman Brothers (momento em que a crise atinge seu ponto mais crítico, tornando-se uma crise global sistêmica). O

primeiro período inicia na primeira semana de janeiro de 2004 e vai até 6 de agosto de 2007 (189 observações para cada país). O segundo período, que é o período de crise, abrange as semanas a partir de 13 de agosto de 2007 a 20 de outubro de 2008 (63 observações para cada país), conforme divisão utilizada por Baba e Packer (2009) para o início do período de crise e por Bartram e Bodnar (2009) para o fim do período. O terceiro período foi composto com as observações a partir de 27 de outubro de 2008 até 10 de maio de 2010 (82 observações para cada país).

Da base de dados inicial foram calculados os log-retornos pela expressão $r_s = \ln P_s - \ln P_{s-1}$, onde r_s é o log-retorno da s -ésima semana e P_s é o preço de fechamento do índice na s -ésima segunda-feira de cada semana, sendo $s = 1, 2, 3, \dots, 314$. As observações faltantes (bolsas que não tiveram pregão durante uma semana completa) foram completadas com a observação da semana anterior, para que as cinco amostras apresentassem o mesmo número de observações. A observação semanal das bolsas em que não houve pregão em determinada segunda-feira foi substituída pelo preço do índice do dia mais próximo da mesma semana. Todas as amostras totalizaram 314 observações (313 retornos).

Para a série de retornos, a estacionaridade foi verificada a partir dos testes ADF (Dickey-Fuller Aumentado), PP (Phillips-Perron) e KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin). A normalidade das duas amostras foi conferida com os testes de Shapiro-Wilk, Anderson-Darling, Lilliefors e Jarque-Bera. O teste de Ljung-Box foi utilizado para checar a existência de autocorrelação na série de ajuste do modelo. A dependência serial dos retornos foi filtrada com um modelo ARMA (p, q).

A *proxy* de volatilidade utilizada neste estudo foi o erro ao quadrado gerado na filtragem da dependência serial por meio do modelo ARMA mais adequado em cada caso (volatilidade estatística).

Para cada uma das bolsas modelou-se a volatilidade utilizando-se o modelo APARCH, que abrange as seis distribuições (normal, normal assimétrica, *t-student*, *t-student* assimétrica, generalizada, generalizada assimétrica). Os modelos foram ajustados para o primeiro, o

segundo e o terceiro períodos e para a amostra completa. A ordem dos modelos foi definida a partir dos gráficos ACF (função de autocorrelação) e PACF (função de autocorrelação parcial). O modelo APARCH (p, q), proposto por Ding, Granger e Engle (1993), pode ser definido da seguinte forma:

$$y_t = x'_{1,t} \mu + \varepsilon_t, \quad [4]$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad [5]$$

$$\sigma_t^\delta = x'_{2,t} \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i k(\varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j \alpha_{t-j}^\delta, \quad [6]$$

$$k(\varepsilon_{t-i}) = |\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i}. \quad [7]$$

onde y_t é o retorno, $x_{1,t}$ e $x_{2,t}$ são dois vetores de, respectivamente, n_1 e n_2 variáveis fracamente exógenas (incluindo o intercepto), μ , ω , α_i 's, γ_i 's, β_j 's e δ são parâmetros (ou vetores de parâmetros) a serem estimados. δ ($\delta > 0$) assume o papel de uma transformação Box-Cox do desvio-padrão condicional σ_t , enquanto os γ_i 's refletem o assim chamado efeito alavancagem. Um valor positivo (negativo) de γ_i 's significa que choques negativos (positivos) passados têm um impacto mais forte na volatilidade condicional corrente do que choques positivos (negativos) passados.

Charles (2010) afirma que o modelo APARCH foi considerado particularmente relevante em muitas aplicações recentes. Segundo Laurent (2004), esse modelo é um dos mais promissores da família ARCH. Essa afirmação fundamenta-se na noção de que a modelagem APARCH compreende ao menos sete modelos ARCH:

- ARCH, quando $\delta = 2$, $\gamma_i = 0$ ($i=1, \dots, p$) e $\beta_j = 0$ ($j=1, \dots, q$),

- GARCH, quando $\delta = 2$ e $\gamma_i = 0$ ($i=1, \dots, p$),

- GARCH de Taylor (1986) e Schwert (1990), quando $\delta = 1$ e $\gamma_i = 0$ ($i=1, \dots, p$),

-GJR-GARCH, introduzido por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), quando $\delta = 2$,

- TARCH de Zakoian (1994), quando $\delta = 1$,

- ARCH não-linear de Higgins e Bera (1992), quando $\gamma_i = 0$ ($i=1, \dots, p$) e $\beta_j = 0$ ($j=1, \dots, q$),

-Log-ARCH de Geweke (1986) e Pentula (1986), quando $\delta \rightarrow 0$.

O ajuste dos modelos foi confirmado pela análise dos resíduos e pelos critérios informacionais. Os resíduos foram testados para a normalidade e para a presença de dependência serial.

Observaram-se quais distribuições melhor se adequavam a cada um dos três períodos, para cada uma das bolsas. Os critérios informacionais utilizados para a escolha da distribuição mais adequada foram *Log Likelihood* e *Log Likelihood* normalizado.

Após a escolha da melhor distribuição para cada período, foi realizada a comparação entre as quatro estimativas realizadas para cada país, a saber: i) período completo, ii) antes da crise, iii) durante a crise, e iv) depois da crise. Os coeficientes foram analisados para verificar se havia variação ou não no sinal do coeficiente, significância e magnitude.

7. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Tabela 1 resume as características estatísticas básicas das séries de retornos dos índices das bolsas do Brasil, China, Índia, Rússia e EUA para todos os subperíodos da amostra. Analisando-se o período completo, percebe-se que

todos os países apresentaram assimetria negativa. O comportamento da assimetria, entretanto, varia a cada período nas subdivisões da amostra. A China apresenta uma situação interessante: enquanto mostra assimetria negativa no período completo, em todas as subdivisões, possui assimetria positiva. A assimetria dos EUA é positiva somente durante a crise. Todos os outros países apresentaram assimetria negativa em todos os subperíodos.

Ao se comparar o período completo com as subdivisões da amostra, percebe-se que os retornos médios parecem reduzir bastante durante o período de crise, em relação ao período que a antecede, continuando a diminuir no período pós-crise (com exceção da Rússia e da Índia, onde ocorre um aumento da média no período pós-crise). O desvio-padrão também parece ser menor nas subdivisões da amostra, em relação ao período completo.

Comparando-se o período anterior à crise com o período de crise, pode-se perceber que a volatilidade é mantida, porém ocorre queda do retorno médio; o mesmo acontece quando se compara o período pré-crise com o período pós-crise. De modo geral, as estatísticas descritivas evidenciam uma diminuição do retorno médio no período de crise, associada a um desvio-padrão menor.

Tabela 1: Estatísticas descritivas dos retornos dos índices

	Período Completo					Antes da Crise				
	Média	σ	S	K	R	Média	σ	S	K	R
China	0,0017	0,0404	-0,0502	1,3261	0,2884	0,0059	0,0330	0,4019	1,1734	0,2078
Brasil	0,0031	0,0415	-0,5780	3,7187	0,3917	0,0041	0,0340	-0,4789	0,0609	0,1769
Rússia	0,0028	0,0624	-0,5383	7,1188	0,6865	0,0065	0,0464	-1,1361	4,0204	0,3535
Índia	0,0031	0,0376	-0,6001	2,3413	0,3055	0,0045	0,0278	-0,9575	2,3859	0,1843
EUA	0,0001	0,0258	-1,1874	11,7411	0,3073	0,0012	0,0149	-0,3989	0,1747	0,0785

	Durante a Crise					Depois da Crise				
	Média	σ	S	K	R	Média	σ	S	K	R
China	-0,0034	0,0269	0,8630	1,7165	0,1617	-0,0041	0,0286	0,9101	1,5511	0,1617
Brasil	0,0033	0,0384	-0,0771	-0,4173	0,1769	0,0018	0,0378	-0,1214	-0,5301	0,1769
Rússia	0,0033	0,0459	-0,0333	-0,0730	0,2293	0,0039	0,0422	-0,0945	0,2260	0,2293
Índia	0,0017	0,0275	-1,0781	2,7747	0,1584	0,0029	0,0265	-1,0681	2,5892	0,1584
EUA	0,0003	0,0143	0,0726	0,0138	0,0694	0,0003	0,0148	-0,1238	0,0838	0,0717

σ : desvio-padrão, S: assimetria, K: curtose, R: amplitude.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Por meio da aplicação dos testes ADF, PP e KPSS, verificou-se a estacionariedade das séries de retornos, a qual confirmou que todas as séries de preços são $I(1)$. A Figura 2 apresenta as séries de preços e de retornos dos índices de cada um dos países. Mediante a análise da Figura 1, pode-se evidenciar a queda dos preços no período de crise em todos os países. Aparentemente, a queda mais brusca ocorreu na Rússia. É possível visualizar também um aumento na variação dos retornos no Brasil, EUA e Rússia no final do período de crise.

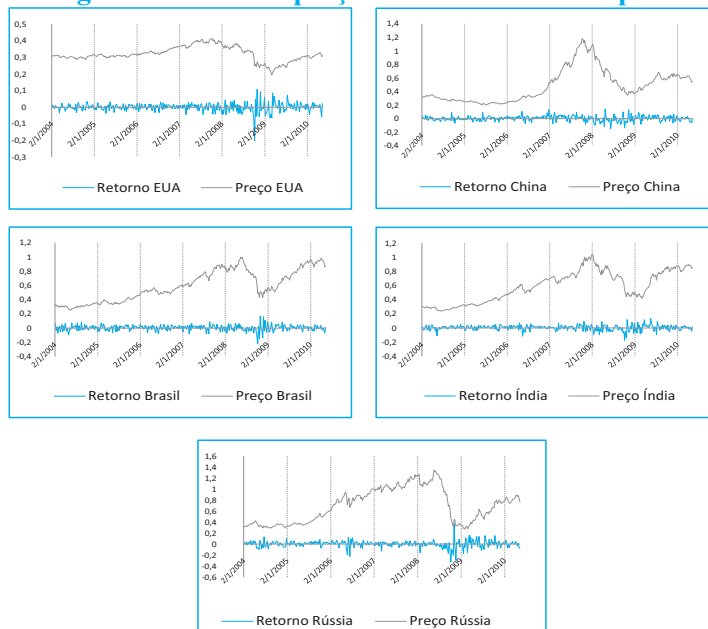
O melhor ajuste dos modelos ARMA (p, q) para o período completo foi de ordem (1, 1) para os retornos dos índices do Brasil, Índia e China, e de ordem (2, 2) para EUA e Rússia. Para o período antes da crise, os ajustes foram de ordem (1, 1) para China e EUA, e (2, 2) para o Brasil e Índia. Durante a crise, os modelos ARMA foram de ordem (2, 2) para China, Brasil, Índia e EUA. No último subperíodo, depois da crise, o modelo ARMA de ordem (2, 2) foi o mais adequado para China, Brasil, Índia e EUA. A Rússia não

apresentou dependência em nenhum dos subperíodos da amostra.

Os testes de normalidade dos resíduos dos modelos ARMA evidenciaram que a distribuição dos retornos dentro das amostras não é normal (todos os p-valores dos testes aplicados foram significativos com 99% de confiança). O teste de *Ljung-Box* com 7 defasagens confirma que não há autocorrelação nos resíduos de nenhuma das séries.

Após a filtragem dos retornos, realizou-se o ajuste do modelo APARCH (p, q). Para cada uma das bolsas em estudo realizaram seis estimativas, utilizando-se o modelo APARCH (1, 1) nos quatro períodos (período completo, antes, durante e depois da crise de 2007/2008). Cada uma das estimativas considerou uma das diferentes distribuições: normal, normal assimétrica, *t-student*, *t-student* assimétrica, generalizada e generalizada assimétrica. A comparação entre o ajuste das estimativas e diferentes distribuições foi realizada utilizando-se os critérios *Log Likelihood* e *Log Likelihood* Normalizado.

Figura 2: Séries de preços e retornos de cada país



Fonte: Elaborada pelos autores.

A Tabela 2 apresenta as distribuições que melhor se adequaram aos dados em cada um dos períodos estudados. A escolha da melhor distribuição foi feita por meio dos critérios mencionados anteriormente. Os testes *Ljung-Box*

com defasagens de 10, 15 e 20 realizados nos resíduos dos modelos não identificaram autocorrelação, confirmando o bom ajuste dos modelos.

Tabela 2: Distribuições mais adequadas no ajuste da volatilidade para cada um dos períodos

Período Analisado	China	Brasil	Índia	EUA	Rússia
Período completo	<i>t-student</i> Assimétrica	GED Assimétrica	<i>t-student</i> Assimétrica	<i>t-student</i>	GED Assimétrica
Antes da Crise (01/01/2004 a 06/08/2007)	GED Assimétrica	Normal Assimétrica	Normal Assimétrica	Normal Assimétrica	GED Assimétrica
Durante a Crise (13/08/2007 a 09/09/2008)	Normal Assimétrica	GED Assimétrica	GED Assimétrica	GED	GED Assimétrica
Após a Crise (15/09/2008 a 31/12/2009)	GED	Normal Assimétrica	Normal Assimétrica	<i>t-student</i>	GED Assimétrica

Fonte: Elaborada pelos autores.

A análise da Tabela 2 evidencia que, no período completo, a distribuição mais adequada para as volatilidades do Brasil e da Rússia foi a generalizada assimétrica. Para a dos EUA foi a distribuição *t-student*, para a da China e Índia foi a *t-student* assimétrica. Antes da crise, o único país que obteve o melhor ajuste para a volatilidade, considerando-se a mesma distribuição selecionada para o período completo, foi a Rússia. Os EUA, o Brasil e a Índia obtiveram o melhor ajuste com a distribuição normal assimétrica. A China e a Rússia foram melhor ajustadas com a distribuição generalizada assimétrica.

Durante a crise, Brasil, Índia e Rússia foram melhor ajustados com a distribuição generalizada assimétrica. Os dados do mercado americano foram mais bem ajustados pela distribuição generalizada e os do mercado da China, pela normal assimétrica. Depois da crise, com exceção da Rússia, todas as séries dos países restantes

foram mais bem modeladas com a utilização de distribuições distintas das mais adequadas ao período de crise. Para Brasil e Índia, foi a distribuição normal assimétrica, para os dados dos EUA, foi a *t-student*, e, para a China, foi a generalizada. O único país que manteve a mesma distribuição nos três períodos foi a Rússia, com a distribuição generalizada assimétrica.

Identificadas as distribuições mais adequadas à modelagem de cada período, os coeficientes estimados para as Bolsas dos países em análise foram comparados. Verificou-se o comportamento dos sinais dos coeficientes estimados antes, durante e depois da crise, e fez-se sua comparação com o período como um todo. Observou-se também se houve alteração relevante nos valores dos coeficientes. Os coeficientes obtidos pelo modelo APARCH (1, 1) para a China com o uso das distribuições mais bem ajustadas para cada período são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Coeficientes estimados pelo modelo APARCH (1, 1) para a China

	Período Completo		Antes Crise		Durante Crise		Depois Crise	
	<i>t-student</i> assimétrica		GED assimétrica		Normal assimétrica		GED	
mu (μ)	-0,0004		0,0005		0,0000		-0,0004	
ômega (ω)	0,0000		0,0001		0,0002		0,1030	
alpha (α)	0,0482		0,0235		0,0000		0,0622	
gama (γ)	0,1302		-1,0000		0,0753		1,0000	***
beta (β)	0,9442	***	0,8471	***	0,6316		0,0000	

delta (δ)	2,0000		2,0000		2,0000		0,6099	
<i>skew</i>	0,9577	***	1,0818	***	1,3650	***		
<i>shape</i>	4,9610	***	1,3792	***			1,2460	***

Códigos de significância: 0 '****' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.'

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os coeficientes apresentados na Tabela 3 referem-se ao modelo APARCH (1, 1) para os três subperíodos em estudo e para o período completo da China. Para o período completo, somente o coeficiente β foi estatisticamente significativo, além dos indicadores de distribuição (*skew* e *shape*). O coeficiente beta permaneceu significativo no período antes da crise, porém perdeu sua significância durante e após a crise. O indicador de assimetria foi significativo antes e durante o período de crise, porém não apresentou significância no período após a crise. O coeficiente gama foi significativo somente no período posterior à crise. Os sinais dos coeficientes significativos permaneceram iguais em todos os períodos.

A Tabela 4 apresenta os coeficientes estimados para o Brasil. Na análise da significância dos coeficientes, verifica-se que o coeficiente beta é significativo no período completo e nos períodos antes e durante a crise, perdendo sua significância

após a crise. Os coeficientes ômega e delta são significativos somente no período completo. A assimetria foi significativa em todos os períodos, apresentando um aumento no valor durante a crise em relação ao período anterior a ela e aumentando novamente após a crise. Nota-se que o valor obtido no período completo foi menor do que o obtido durante a crise. Os sinais permaneceram os mesmos nos três ajustes para os coeficientes significativos.

Na Tabela 5 são apresentados os coeficientes estimados para a Índia. Os coeficientes estimados para o período completo, excetuando-se μ , foram todos significativos, até mesmo os indicadores de distribuição (*skew* e *shape*). A maioria deles permaneceu significativa na estimativa do período antes da crise. No período de crise, somente os indicadores de distribuição (*skew* e *shape*) mantiveram-se significativos. No período posterior à crise, o coeficiente gama e a assimetria foram significativos.

Tabela 4: Coeficientes estimados pelo modelo APARCH (1, 1) para Brasil

	Período Completo		Antes Crise		Durante Crise		Depois Crise	
	GED assimétrica		Normal assimétrica		GED assimétrica		Normal assimétrica	
mu (μ)	-0,0001		-0,0001		0,0007		0,0005	
ômega (ω)	0,0001	*	0,0000		0,0000		0,0000	
alpha (α)	0,0310		0,0049	.	0,0000		0,0000	
gama (γ)	0,9879	.	0,9234		-0,0042		-0,4364	
beta (β)	0,8757	***	0,9851	***	0,9968	***	0,9986	
delta (δ)	2,0000	*	2,0000		2,0000		2,0000	
<i>skew</i>	0,7180	***	0,6894	***	0,8070	***	0,9176	***
<i>shape</i>	1,7780	***			3,5380	***		

Códigos de significância: 0 '****' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.'

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 5: Coeficientes estimados pelo modelo APARCH (1, 1) para Índia

	Período Completo		Antes Crise		Durante Crise		Depois Crise	
	<i>t-student</i> assimétrica		Normal assimétrica		GED assimétrica		Normal assimétrica	
mu (μ)	0,0002		0,0001		-0,0001		0,0000	
ômega (ω)	0,0026	*	0,0135	***	0,0006		0,0071	
alpha (α)	0,2153	***	0,2459	***	0,0000		0,0446	
gama (γ)	0,6240	**	1,0000	***	0,8873		1,0000	***
beta (β)	0,7151	***	0,4555	***	0,0000		0,6042	
delta (δ)	1,1560	*	0,9174	*	2,0000		1,0810	
skew	0,7055	***	0,5828	***	0,6964	***	0,5682	***
shape	5,795 0	***			1,3130	***		

Códigos de significância: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.'

Fonte: Elaborada pelos autores.

A Tabela 6 elenca os coeficientes estimados para os EUA. Analisando-se a primeira coluna da Tabela 6, no ajuste do período completo, verifica-se que foram estatisticamente significativos os coeficientes ω , α , γ , β e δ , além do indicador *shape*. Nas estimativas para o período antes da crise, permaneceram significativos os coeficientes gama e beta, além do indicador de assimetria. Durante a crise, somente o indicador *shape* foi

significativo. No período pós-crise, voltaram a ser significativos todos os coeficientes que apresentaram significância na modelagem do período completo, com exceção do indicador *shape*. Observa-se que o beta perde toda sua significância no período de crise. Não houve alteração dos sinais dos coeficientes nos quatro ajustes.

Tabela 6: Coeficientes estimados pelo modelo APARCH (1, 1) para EUA

	Período Completo		Antes Crise		Durante Crise		Depois Crise	
	<i>t-student</i>		Normal assimétrica		GED		<i>t-student</i>	
mu (μ)	0,0000		-0,0001		-0,0001		0,0001	
ômega (ω)	0,0043	*	0,0065		0,1063		0,0239	***
alpha (α)	0,1021	***	0,0497		0,0472		0,0065	***
gama (γ)	1,0000	***	1,0000	***	-0,6811		1,0000	***
beta (β)	0,8747	***	0,7639	***	0,0000		0,9681	***
delta (δ)	0,6971	*	0,8211		0,5021		0,0266	*
skew			0,6269	***				
shape	8,0820	*			1,4540	***	7,2000	

Códigos de significância: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.'

Fonte: Elaborada pelos autores.

Por último, a Tabela 7 relaciona os coeficientes para a Rússia. Os coeficientes que permaneceram significativos em todos os períodos foram o beta e os indicadores de distribuição (*skew* e *shape*). Na subdivisão em três períodos, a assimetria parece ser mais alta no período de crise. O indicador

shape apresentou crescimento entre o período anterior à crise e o período de crise; e entre este e o período pós-crise. Os coeficiente ômega e delta somente foram significativos no período anterior à crise, o alpha, no período completo e anterior à crise; e o gama, somente no período completo.

Tabela 7: Coeficientes estimados pelo modelo APARCH (1, 1) para Rússia

	Período Completo		Antes Crise		Durante Crise		Depois Crise	
	GED assimétrica		GED assimétrica		GED assimétrica		GED assimétrica	
μ (μ)	0,0002		0,0000		0,0021		0,0015	
ω (ω)	0,0057		0,0006	**	0,0004		0,0004	
α (α)	0,1396	**	0,0746	*	0,1129		0,0941	
γ (γ)	0,4412	*	1,0000		1,0000		1,0000	
β (β)	0,7997	***	0,4843	***	0,5484	*	0,5757	**
δ (δ)	0,9685	.	2,0000	*	2,0000		2,0000	
<i>skew</i>	0,8690	***	0,7714	***	1,1580	***	1,1236	***
<i>shape</i>	1,2333	***	1,2260	***	2,3179	*	2,4649	*

Códigos de significância: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.'

Fonte: Elaborada pelos autores.

8. SUMÁRIO E CONCLUSÕES

O presente estudo teve como objetivo testar as diferentes distribuições na estimação da volatilidade dos principais países emergentes (o grupo BRIC) e dos EUA, com um modelo APARCH (p , q), num período que abrangeu a crise financeira de 2007/2008. As modelagens foram realizadas com dados semanais das principais bolsas de cada um dos países e consideraram diferentes distribuições (normal, normal assimétrica, generalizada, generalizada assimétrica, *t-student* e *t-student* assimétrica), dentre as quais buscou-se encontrar a mais adequada para cada um dos períodos.

A análise das distribuições mais adequadas para cada subperíodo da amostra evidencia que há variação na distribuição mais bem ajustada durante o período de crise para quase todos os países, com exceção da Rússia. O Brasil e a Índia mantiveram a mesma distribuição antes e depois da crise, porém essa distribuição alterou-se durante o período de crise. Percebe-se que, no caso da China, a modelagem do período completo pressupõe uma distribuição diversa das mais bem adaptadas a cada um dos períodos. Por outro lado, os EUA apresentaram a mesma distribuição para o período completo e para o período após a crise, com distribuições diferentes para os períodos antes e durante a crise. A Rússia, por sua vez, não apresentou qualquer alteração na distribuição em nenhum dos períodos. A análise dos coeficientes estimados também evidenciou alterações nas

magnitudes e significância dos coeficientes nos diversos períodos. O comportamento do coeficiente beta, que evidencia a característica da persistência, apresentou alteração em sua significância durante os períodos, perdendo-a completamente no período de crise nos casos da China, Índia e EUA, e, após a crise, na China e na Índia. No caso do Brasil, o beta perdeu sua significância no período após a crise. Na Rússia, o beta manteve sua significância em todos os períodos.

A variação tanto das distribuições quanto das significâncias e magnitudes dos coeficientes faz crer que períodos de oscilação e instabilidade financeira podem influenciar na modelagem de séries financeiras, alterando a magnitude e significância dos coeficientes. Uma possível explicação para a diferença entre as distribuições mais adequadas para cada período pode ser a existência do efeito contágio durante as crises financeiras. Sugere-se que seja feito estudo semelhante considerando outros períodos de crise, para verificar se os resultados desta pesquisa se mantêm.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AWARTANI, B.; CORRADI, V. Predicting the volatility of the S&P-500 stock index via GARCH models: the role of asymmetries. *International Journal of Forecasting*, v. 21, n. 1, p. 167-183, 2005.

- BABA, N.; PACKER, F. Interpreting deviations from covered interest parity during the financial market turmoil of 2007-08. *Journal of Banking and Finance*, v. 33, n. 11, p. 1953-1962, 2009.
- BAILLIE, R. T.; BOLLERSLEV, T. The message in daily exchange rates: a conditional variance tale. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 7, n. 3, p. 297-305, 1989.
- BALAKRISHNAN, N.; NEVZOROV, V. B. *A primer on statistical distributions*. New Jersey: Wiley, 2003. <<http://dx.doi.org/10.1002/0471722227>>.
- BALI, T. Modeling the dynamics of interest rate volatility with skewed fat-tailed distributions. *Annals of Operational Research*, v. 151, n. 1, p. 151-178, 2007.
- BARTRAM, S.; BODNAR, G. No place to hide: the global crisis in equity markets in 2008/2009. *Journal of International Money and Finance*, v. 28, n. 8, p. 1246-1292, 2009.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986.
- BOSCHI, M. International financial contagion: evidence from the argentine crisis of 2001-2002. *Applied Financial Economics*, v. 15, n. 3, p. 153-163, Feb. 2005. <<http://dx.doi.org/10.1080/0960310042000306943>>.
- BOX, G. E.; TIAO, P. E. *Bayesian inference in statistical analysis*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1973.
- BROOKS, R.; FAFF, R.; MCKENZIE, M.; MITCHELL, H. A multi-country study of power ARCH models and national stock market returns. *Journal of International Money and Finance*, v. 19, n. 3, p. 377-397, 2000.
- CARVALHO, M.; FREIRE, M.; MEDEIROS, M.; SOUZA, L. Modeling and forecasting the volatility of brazilian asset returns: a realized variance approach. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 4, n. 1, p. 321-343, 2005.
- CHARLES, A. The day-of-the-week effects on the volatility: the role of the asymmetry. *European Journal of Operational Research*, v. 202, n. 1, p. 143-152, 2010.
- DEMYANYK, Y.; HASAN, I. Financial crises and bank failures: a review of prediction methods. *Omega*, v. 38, n. 5, p. 315-324, 2010.
- DIDIER, T.; LOVE, I.; PERÍA, M. S. What explains stock market's vulnerability to the 2007-2008 crisis? *World Bank policy research working paper 5224*, Banque Mondiale, 2010.
- DING, Z.; GRANGER, C.W. J.; ENGLE, R.F. A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, v. 1, n. 1, p. 83-106, 1993.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of variance of UK inflation. *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987-1008, 1982.
- FAMA, E. The behavior of stock market prices. *Journal of Business*, v. 38, n. 1, p. 34-105, 1965.
- FREITAS, M. C. *Panorama e perspectivas das economias avançadas: sob o signo da crise*. São Paulo: Grupo de Conjuntura da FUNDAP, 2008.
- GEWEKE, J. Modeling the persistence of conditional variances: a comment. *Econometric Review*, v. 5, n. 1, p. 57-61, 1986.
- GLOSTEN, L.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between expected value and the volatility of the nominal excess returns on stocks. *Journal of Finance*, v. 48, n. 5, p. 1779-1801, 1993.
- HIGGINS, M.; BERA, A. A class of nonlinear ARCH models. *International Economic Review*, v. 33, n. 1, p. 137-158, 1992.
- HSIEH, D. Modeling heteroskedasticity in daily foreign exchange rates. *Journal of Business and Economics Statistics*, v. 7, n. 3, p. 307-317, 1989.
- JUBERT, R.; PAIXÃO, M.; MONTE, P.; LIMA, W. Um estudo do padrão de volatilidade dos principais índices financeiros do Bovespa: uma

- aplicação de modelos ARCH. *Revista UnB Contábil*, v. 11, n. 1-2, p. 221-239, 2008.
- KOROBENIKOV, A. Financial crisis: an attempt of mathematical modeling. *Applied Mathematics Letters*, v. 22, n. 12, p. 1882-1886, 2009.
- KRISHNAMOORTHY, K. *Handbook of statistical distributions with applications*. Boca Raton, NW: Chapman & Hall/CRC, 2006.
- LAURENT, S. Analytical Derivates of the APARCH Model. *Computational Economics*, v. 24, n. 1, p. 51-57, 2004.
- LEE, C. F.; CHEN, G. M.; RUI, O. M. Stock returns and volatility on China stock markets. *Journal of Financial Research*, v. 24, n. 4, p. 523-543, 2001.
- LIU, H.; LEE, Y.; LEE, M. Forecasting China stock markets volatility via GARCH models under skewed-GED distribution. *Journal of Money, Investment and Banking*, v. 7, n. 1, p. , 2009.
- LOPEZ, J. Evaluating the predictive accuracy of variance models. *Journal of Forecasting*, v. 20, n. 2, p. 87-109, 2001.
- MANDELROT, B. The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, v. 36, n. 4, p. 394-419, 1963.
- MARCUCCI, J. Forecasting stock market volatility with regime switching GARCH models. *Studies on Nonlinear Dynamics & Econometrics*, v. 9, n. 1, p. 1-53, 2005.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- NELSON, D. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, v. 59, n. 2, p. 347-370, 1991.
<<http://dx.doi.org/10.2307/2938260>>.
- OTUKI, T.; RADAVELLI, C.; SEABRA, F.; COSTA JR., N. Assimetria na volatilidade dos retornos revisitada: Ibovespa, Merval e Inmex. *REGE - Revista de Gestão da USP*, v. 15, n. 4, p. 71-84, 2008.
- PAULA, J.; HOTTA, L.; ZEVALLOS, M. Analysis of Contagions in Emerging Markets. 2006. Disponível em: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=969835>. Acesso em: 15 maio 2010.
- PENTULA, S. Modeling the persistence of conditional variances: a comment. *Econometric Review*, v. 5, n. 1, p. 71-74, 1986.
- POLITIS, D. N. A heavy-tailed distribution for ARCH residuals with application to volatility prediction. *Annals of Economics and Finance*, v. 5, n. 2, p. 283-298, 2004.
- RIGOBON, R. *International financial contagion: theory and evidence in evolution*. Virginia, EUA: The Research Foundation of AIMR, 2002.
- SCHWERT, W. Stock volatility and the crash of '87. *Review of Financial Studies*, v. 3, n. 1, p. 77-102, 1990.
- SUBBOTIN, M. T. On the Law of Frequency of Error. *Matematicheskii Sbornik*, v. 31, n. 1, p. 296-301, 1923.
- SUN, T.; ZHANG, X. Spillovers of the U.S. subprime financial turmoil to mainland China and Hong Kong SAR: evidence from stock markets. *IMF Working Paper, 09/166*, Aug. 2009. New York: International Monetary Fund,
- TAYLOR, S. *Modeling Financial Time Series*. New York: Wiley, 1986.
- TAYLOR, S. J. Modeling stochastic volatility: a review and comparative study. *Mathematical Finance*, v. 4, n. 2, p. 183-204, 1994.
- THEODOSSIOU, P. *Skewed generalized error distribution of financial assets and option pricing*. School of Business, Rutgers University, 2000. Working Paper. Disponível em: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=219679. Acesso em: 28/01/2010 jan. 2010.
- ZAKOIAN, J. M. Threshold heteroskedasticity models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 15, n. 5, p. 931-955, 1994.