



ARTIGOS – ARTICLES

Conceito e lógica em Frege¹

António Zilhão²
Universidade de Lisboa
antoniozilhao@letras.ulisboa.pt

Como citar este artigo: ZILHÃO, A. “Conceito e lógica em Frege”, *Intelligere, Revista de História Intelectual*, nº15, pp. 241-270. 2023. Disponível em <<http://revistas.usp.br/revistaintelligere>>. Acesso em dd/mm/aaaa.

Resumo: Um dos feitos mais notáveis alcançados por Frege no âmbito do seu trabalho lógico-filosófico foi o de ter proposto uma visão inteiramente nova do conceito. Como aqui se mostrará, é esta visão do conceito, em que o mesmo é tomado como uma função de um tipo específico, que, por sua vez, se encontra subjacente aos sucessos e insucessos da Lógica de Frege e do seu programa logicista.

Palavras-chave: Frege. Conceito. Função. Proposição. Lógica.

Abstract: One of the most remarkable achievements made by Frege in the context of his logical-philosophical work was to have proposed an entirely new view of the concept. As will be shown here, it is this view of the concept, in which it is taken as a function of a specific kind, that in turn underlies the successes and failures of Frege's Logic and his logicist programme.

Keywords: Frege. Concept. Function. Proposition. Logic.

Gottlob Frege (1848-1925) é conhecido nos meios lógico-filosóficos sobretudo por ter protagonizado três feitos, todos eles notáveis: ter introduzido na Lógica moderna uma teoria formal da quantificação; ter concebido um sofisticado programa logicista no âmbito da Filosofia da Matemática; e ter desenvolvido um género de investigação com um forte conteúdo semântico que inspirou (de um modo algo equívoco, há que dizê-lo)

¹ Versões preliminares deste ensaio foram lidas em palestras proferidas na Universidade do Porto (31.05.022) e no Colóquio de Lógica no Instituto Superior Técnico, em Lisboa (27.10.022).

² Professor Associado na Universidade de Lisboa com Agregação em Lógica e Filosofia da Ciência.

o advento do chamado *linguistic turn*, operado pela Filosofia Analítica na segunda metade do século XX.

Há, todavia, um outro feito igualmente notável protagonizado por Frege, mas que costuma ser bastante menos mencionado do que os anteriores: ter proposto uma visão inteiramente nova do conceito. Na realidade, este último feito não só não é menos relevante do que os anteriores como se encontra, para o bem e para o mal, subjacente aos mesmos. Nesta comunicação irei tentar justificar esta tese, salientando tanto a novidade e a originalidade do tratamento fregeano do conceito como o seu alcance lógico-filosófico.

I. Novidade e Originalidade

Para se poder apreciar devidamente tanto a novidade como a originalidade do tratamento fregeano do conceito, convém começar por recordar “o estado da arte” neste domínio no tempo em que Frege escreveu os seus ensaios fundamentais acerca deste tema. No último quartel do século XIX, o pensamento filosófico alemão, sobretudo no âmbito da Teoria do Juízo e da Lógica, era ainda, em grande medida, tributário do pensamento de Kant. Nestas circunstâncias, as definições e caracterizações por este introduzidas e desenvolvidas permaneciam largamente em uso. É também o caso da definição kantiana de ‘conceito’.

Segundo o filósofo de Königsberg, o que este termo referiria seria, antes do mais, uma *representação geral*. Atente-se, por exemplo, no que Kant escreveu a este respeito na abertura do Capítulo I (Dos Conceitos) da *Doutrina Geral dos Elementos*, a primeira parte das suas lições sobre Lógica:

Todos os modos de conhecimento, isto é, todas as representações conscientes relacionadas a um objecto, são ou *intuições* ou *conceitos*. A intuição é uma representação singular (*repraesentatio singularis*), o conceito uma representação geral (*repraesentatio per notas communes*), ou reflectida (*repraesentatio discursiva*).³

Em associação com esta visão kantiana da *natureza* do conceito como representação geral consciente relacionada a objectos, predominava, ao tempo

³ Kant 1800 (*Ak.*, IX, 91)

de Frege, uma teoria acerca do modo de *aquisição* dos conceitos pela consciência a que poderemos chamar, à falta de melhor termo, *teoria abstraccionista*. De acordo com esta teoria, a epistemologia e a ontologia dos conceitos apoiar-se-iam e justificar-se-iam mutuamente. Com efeito, para os defensores do abstraccionismo, os conceitos formar-se-iam na consciência a partir dos dados primários a ela fornecidos, aos quais, como vimos, Kant chamava ‘intuições’; as intuições, por sua vez, constituiriam as formas de representação mais nítidas e completas que uma consciência poderia obter. Um processo de eliminação progressiva das características “peculiares” de cada uma de um dado conjunto de intuições – a abstracção – permitiria então à consciência gerar uma forma menos particular e mais enfraquecida, mas, por outro lado, mais geral, de representação – i.e., o conceito, entendido como a *repraesentatio per notas communes*, de que Kant nos fala na passagem acima.

Edmund Husserl foi, provavelmente, o mais célebre de entre os filósofos alemães contemporâneos de Frege. Ele foi também um defensor desta visão do conceito. Com efeito, em 1887, três anos depois da publicação por Frege da sua obra de referência *Die Grundlagen der Arithmetik*, Husserl escreveu, em *Über den Begriff der Zahl*, a sua tese de agregação, dedicada à elucidação do conceito de número, o seguinte:

(...) os conceitos originam-se através de uma comparação das representações particulares que caem sob eles. Pondo de lado as características que diferem, agarramo-nos firmemente àquelas que são comuns; e estas últimas são aquelas que então constituem o conceito geral.⁴

Isto é, de acordo com o ponto de vista abstraccionista acima expresso por Husserl, cada conceito resultaria do envolvimento de uma multidão de representações singulares de objectos (intuições) na história particular que teria subjazido à sua formação.

Conjugadas, a concepção representacionista e a teoria abstraccionista constituem uma perspectiva que permite igualmente dar conta do papel *semântico* desempenhado pelos termos gerais no âmbito da expressão do juízo. Com efeito, de acordo com ela, um tal papel deveria ser percebido simultaneamente por contraste e por analogia com o papel habitualmente

⁴ Husserl 1887, p. 299.

designado como de *referência singular*, o qual se encontra tipicamente associado ao trabalho desempenhado pelos nomes próprios no âmbito da expressão judicativa. Este último consiste em proporcionar um rótulo linguístico às representações singulares e, por via destas, representar objectos. Neste sentido, os nomes próprios (e, por conseguinte, as representações singulares a eles associadas) visariam objectos, tomados individualmente. Os termos gerais (e, por conseguinte, os conceitos a eles associados), por sua vez, visariam também objectos, mas fá-lo-iam tomando-os como alvo colectivamente e já não individualmente. Num outro passo da obra já mencionada acima, Kant exprime precisamente esta ideia fazendo apelo à terminologia aristotélica da matéria e da forma; segundo ele, a *matéria* dos conceitos seria ainda os objectos, tomados, agora, sob a *forma* da generalidade, a qual lhes seria conferida pelo entendimento⁵. Sendo este o caso, faz sentido dar conta deste papel semântico específico reservado aos termos gerais classificando-o como um papel de *referência múltipla*.

Deste ponto de vista, as distintas relações semânticas que termos singulares e termos gerais instituiriam com os seus *relata* não constituiriam senão duas variantes de um mesmo género semântico natural, o qual espelharia, por sua vez, a relação que ligaria formas distintas de representação aos objectos por elas representados. Um vestígio eloquente desta visão representacionista que a tradição filosófica nos legou reside nas designações gramaticais que ainda hoje associamos aos termos gerais – “nomes”, ou “substantivos”, “comuns” –, por analogia e contraste com os “nomes”, ou “substantivos”, “próprios”, que associamos aos termos singulares, designações estas que todos aprendemos na escola.

Em traços largos, podemos então dizer que foi esta a visão dos conceitos e da sua inserção na economia cognitiva que Frege herdou da tradição filosófica alemã. Esta foi também a visão que ele se propôs substituir. Para o fazer, Frege começou por sujeitá-la a uma crítica demolidora. Começamos então por considerar a demolição do abstraccionismo.

Em 1894, na sua recensão crítica ao primeiro volume da obra de Husserl dedicada à Filosofia da Aritmética, Frege alega que a teoria abstraccionista não possui sequer os recursos que nos permitiriam distinguir

⁵ Kant 1800 (*Ak.*, IX, 92).

entre um caso, como o sugerido por Husserl na citação acima, no qual a consciência decide pôr activamente de lado aspectos peculiares de uma representação singular porque eles diferem dos de outras, e um caso no qual simplesmente nos esquecemos dos detalhes dessas representações, ou nos distraímos deles e, por via desse esquecimento, ou distração, os deixamos involuntariamente de lado. Para ilustrar esta crítica, vale a pena recordar aqui algumas linhas mordazes saídas da pena do próprio Frege:

(...) desligar a nossa atenção é particularmente eficaz. Reparámos com menos intensidade numa propriedade e ela desaparece. Ao fazer com que uma característica após outra desapareçam, obtemos conceitos cada vez mais abstractos ... A falta de atenção é uma faculdade lógica sumamente eficaz; presumivelmente é por isso que os nossos professores são tão distraídos. Suponha-se que à nossa frente estão sentados, lado a lado, um gato preto e um gato branco. Deixamos de prestar atenção à sua cor, e eles ficam incolores, mas continuam sentados lado a lado. Deixamos de prestar atenção à sua postura, e eles já não estão sentados (apesar de não terem adoptado outra postura), mas cada um continua no seu lugar. Deixamos de prestar atenção à posição; eles deixam de estar num lugar, mas continuam diferentes. Desta forma, supõe-se que obtemos de cada um deles um conceito geral de Gato. Mas, por meio de uma aplicação continuada deste procedimento, o que de facto obtemos de cada objecto é um fantasma cada vez mais exangue.⁶

Para tornar curta uma história longa, o diagnóstico de Frege acerca do abstraccionismo é, então, o de que, não deixando o poder aglutinador do conceito de ser uma força real, o modo abstraccionista de dar conta dele seria, basicamente, inconsequente.

Este diagnóstico, associado à sua crítica ao caso geral, expressa em citações como a transcrita acima, é reforçado com a análise de dois casos especialmente problemáticos para a teoria abstraccionista. O primeiro é o caso dos conceitos singulares. Tomemos, como exemplo de tais conceitos, o conceito Idêntico a Zelensky. Ser idêntico a Zelensky é algo que, num pensamento, pode ser predicado com sentido de um objecto: nestas circunstâncias, Idêntico a Zelensky é, sem dúvida, um conceito. E, todavia, para dar origem a uma proposição verdadeira, este conceito não pode capturar sob si senão um, e um só, objecto, nomeadamente, o próprio Zelensky. O segundo é o caso dos conceitos vazios. Tomemos, como exemplo de um tal

⁶ Frege 1894, p. 318.

conceito, o conceito Desigual a si próprio. Obviamente, nenhum objecto pode cair sob um tal conceito, uma vez que ele é contraditório. Mas, de modo igualmente óbvio, podemos legitimamente captar pensamentos nos quais ele ocorre.

A consideração de casos como os expostos acima mostra-nos, então, que, pelo menos no âmbito da compreensão deste tipo de conceitos, não parece haver qualquer lugar para a ideia de que os mesmos poderiam resultar de quaisquer processos prévios de abstracção dirigidos para uma multiplicidade de intuições. Com efeito, se, sob um dado conceito, apenas cai um objecto, ou mesmo nenhum, qual poderia ser, nesses casos, a base de sustentação do suposto processo de abstracção? A conclusão é inescapável: nestes casos, uma tal base tem que ser inexistente; isto é, não faz de todo sentido procurar um qualquer suporte objectual para o hipotético processo de abstracção que daria origem a tais conceitos. Mas não deixamos por isso de estar perante conceitos genuínos.⁷

O carácter fantasmático dos conceitos em geral, se quisermos de facto vê-los como tendo sido gerados de acordo com a história abstraccionista, por um lado, e a óbvia incapacidade dessa mesma história em dar conta do modo como conceitos vazios e conceitos singulares poderiam ser gerados de acordo com ela, por outro lado, parecem, portanto, tornar mais do que pertinente a demolição do abstraccionismo empreendida por Frege. Todavia, se aceitarmos que não faz sentido pensar que o poder aglutinador do conceito poderia ter a sua origem num processo de generalização a partir de instâncias singulares, o qual poderia resultar indistintamente tanto da abstracção como da distracção ou do esquecimento, de imediato somos confrontados com duas questões. A primeira é: como obtemos então nós os conceitos? E a segunda é: poderá o representacionismo sobreviver sem o abstraccionismo?

Do ponto de vista de Frege, para podermos responder cabalmente a estas perguntas, temos, primeiro, que ultrapassar uma outra dificuldade associada à compreensão da natureza do conceito. Esta dificuldade consistiria no facto de que o nosso entendimento se encontraria dominado por uma outra ideia legada pela tradição e que, à época, parecia óbvia e indiscutível. Trata-se da ideia de que a própria possibilidade da formulação de juízos suporia a

⁷ cf. Frege 1884 §§ 49-51 (Trad. Port.: pp. 76-77).

presença de, e a concomitante acessibilidade a, um *stock* já completo e pré-existente dos seus elementos, os quais seriam, por um lado, as representações singulares e, por outro lado, os conceitos, ou representações gerais, obtidos por abstracção (ou por distracção...), a partir dessas mesmas representações singulares, originadas, por sua vez, na experiência. De acordo com esta ideia, digamos, construtivista, cujas origens remontam, pelo menos, a Aristóteles, a formação dos conceitos seria, então, necessariamente prévia à enunciação judicativa. E esta última resultaria, por sua vez, de um trabalho mental de composição desenvolvido sobre os elementos constituintes do juízo, os quais se encontrariam previamente disponíveis à consideração da consciência. A força desta ideia não deve ser subestimada: de facto, parece ser quase uma trivialidade defender que a possibilidade de erguer uma construção depende da disponibilidade prévia dos tijolos e barrotes que servem para erguê-la. Para Frege, porém, uma ideia parecer quase trivial não é, certamente, o mesmo que as proposições que a exprimem serem verdadeiras.

Na realidade, ele começa a desenvolver uma perspectiva própria, “anti-construtivista”, chamemos-lhe assim, acerca do juízo e dos seus constituintes, desde bastante cedo. Num ensaio redigido no início da sua carreira lógico-filosófica, mas que permaneceu inédito durante todo o tempo da sua vida – *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* –, encontramos já Frege a formular a seguinte observação:

“eu parto dos juízos e do seu conteúdo, não dos conceitos ... eu só concebo a formação de conceitos como ocorrendo a partir de juízos.”⁸

Para que não ficassem quaisquer dúvidas a respeito das suas convicções, ele acrescenta ainda um pouco mais à frente:

“as representações de propriedades e relações aparecem simultaneamente com o primeiro juízo, no qual elas são atribuídas às coisas.”⁹

⁸ Frege 1880, p. 17

⁹ Frege 1880, p. 19

Este par de citações mostra-nos, portanto, que a estratégia de Frege para dar conta do modo como poderemos entender a natureza dos conceitos passa por fazer-nos ver que o nosso acesso aos mesmos depende do contacto que estabelecemos com o conteúdo de juízos. Isto é, segundo ele, os conceitos *emergem* com os juízos; como tal, eles só podem ser acedidos por meio de um processo de *extracção* (e não de abstracção), originado numa *decomposição* dos conteúdos destes últimos.

Na sua abordagem à Teoria do Conteúdo Judicativo Frege propõe, então, de uma forma *prima facie* contra-intuitiva, que o que tendemos a ver como as construções – os conteúdos dos juízos – é-nos dado em primeiro lugar, juntamente com parte dos seus constituintes – os objectos sobre os quais estes incidem – e que, apenas num segundo momento, é então possível extrair deles os restantes constituintes, a saber, os conceitos. Estes seriam assim obtidos a partir da expressão de tais conteúdos, previamente dados, pela exclusão das mesmas dos termos singulares que nelas ocorreriam, mas não dos lugares lógicos por eles ocupados. É costume chamar ‘holista’ a uma abordagem de um tópico assente na ideia de que a compreensão do todo tem precedência sobre a compreensão das partes. Neste sentido, o método de abordagem de Frege ao conteúdo judicativo é, sem dúvida, um método holista de abordagem do mesmo.

Este passo do conteúdo do juízo para o conceito é elucidado por Frege através do estabelecimento de uma analogia com o passo que, no âmbito de uma análise ao pensamento matemático, nos permite extrair uma função a partir da consideração de uma sequência de expressões que designam valores dessa mesma função. É importante ver com mais detalhe como funciona esta analogia.

Para o efeito, atente-se no que Frege escreveu a este respeito naquele ensaio em que explicitamente se debruça sobre funções e conceitos, isto é, o ensaio *Funktion und Begriff*.

Aí, ele começa por reconhecer que, quando consideramos uma expressão funcional particular, tendemos a relacionar-nos com ela tomando-a como um veículo que nos permite determinar o modo particular como se deixam apresentar, por seu intermédio, um conjunto de valores numéricos.

Assim, se tomarmos como exemplo a expressão funcional ‘ $y = 2x^3 + x$ ’, a nossa inclinação natural consiste em encará-la simplesmente como o veículo que nos permite determinar, sob a forma ‘ $2.1^3 + 1$ ’, ‘ $2.2^3 + 2$ ’, ‘ $2.3^3 + 3$ ’, etc., os valores 3, 18, 57, etc., que a função que ela exprime atribui aos argumentos 1, 2, 3, etc.¹⁰

Não obstante, Frege pede-nos que façamos um esforço para nos relacionarmos com o exercício funcional, não do modo habitual, mas de trás para a frente. Isto é, ele pede-nos que, em vez de nos movermos dos argumentos para os valores, nos movamos antes dos valores (ou melhor, das designações que deles obtemos por meio da aplicação da função a alguns dos seus argumentos) para a expressão funcional.

Se o fizermos, diz-nos Frege, somos levados a discernir que:

“a verdadeira essência da função reside no que aquelas expressões têm em comum, isto é, naquilo que em ‘ $2x^3 + x$ ’ está exposto quando se exclui o “x” e que poderíamos escrever do seguinte modo: $2(\)^3 + (\)$.”¹¹

Esta afirmação de Frege não é, todavia, completamente clara. De facto, o que quer ele que nós compreendamos quando obtemos o resultado que ele nos apresenta como constituindo o passo terminal do processo que ele nos convida a empreender? Isto é, em que é que consiste discernir que “a verdadeira essência da função reside no que aquelas expressões têm em comum”?

Creio que o que ele quer fazer-nos ver é que, quando extraímos a expressão funcional do modo particular por meio do qual os diferentes valores da função se deixam apresentar por seu intermédio, conseguimos abrir uma janela que nos deixa entrever a estrutura da entidade funcional ela própria; essa janela não se abre, porém, ou só dificilmente o faz, quando manipulamos as expressões funcionais apenas como instrumentos de cálculo de alguns dos seus valores para alguns dos seus argumentos.

¹⁰ Frege 1891 (Trad. Port.: p. 20).

¹¹ Frege 1891 (Trad. Port.: p. 21).

Com efeito, de acordo com Frege, no decurso do processo acima descrito de extracção de uma expressão funcional a partir de uma dada sequência de designações dos valores da função que ela representa, essa expressão revela-se-nos como decorrendo naturalmente das designações que os seus valores tomam por seu intermédio quando removemos os nomes de um ou mais objectos (i.e., de argumentos) dos lugares que estes ocupam nelas. E o que obtemos quando concluimos uma tal remoção é uma expressão da qual só conseguimos fazer sentido se a tomarmos como sendo uma expressão que designa uma entidade que exhibe uma característica peculiar: a de necessitar de ser complementada por outras entidades para poder dar origem a um todo coerente; neste caso, a um pensamento matemático. Para usar a terminologia que o próprio Frege introduziu, uma entidade dotada de uma tal característica seria uma entidade essencialmente “insaturada”. Funções numéricas seriam, assim, exemplos prototípicos de entidades insaturadas.¹² Em consequência, e por comparação com objectos matemáticos, como os números, os quais seriam essencialmente “saturados”, as funções teriam um estatuto ontológico próprio, irreduzível ao daqueles.

Mas como passamos daqui para a determinação da natureza dos conceitos? O argumento de Frege a este respeito é analógico. De acordo com ele, obtemos um conceito quando, partindo de um dado conteúdo judicativo, seguimos uma sequência de passos essencialmente análoga à que foi acabada de descrever para o caso da obtenção de funções numéricas a partir de sequências do modo como as designações dos seus valores se apresentam por seu intermédio. Esta sequência de passos, uma espécie de “leitura às arrecuas”, por assim dizer, para além de poder ser aplicada com sucesso a expressões complexas que designam valores numéricos para delas se extrair a função ela própria, pode (e deve) ser também aplicada a expressões proposicionais com sentido, tomadas como potenciais conteúdos judicativos, para delas se extrair o conceito ou os conceitos que as estruturam.

Para vermos com mais algum detalhe como funcionaria, de acordo com a perspectiva de Frege, este processo de “leitura às arrecuas” associado com a obtenção dos conceitos a partir de conteúdos judicativos possíveis, considere-se o seguinte exemplo.

¹² cf. Frege 1904 (Trad. Port.: p. 185 e p. 187).

Suponha-se que nos é dado um conjunto de conteúdos judicativos associados aos juízos singulares afirmativos: ‘José é um carpinteiro’, ‘Manuel é um carpinteiro’, ‘Pedro é um carpinteiro’, etc. Partindo destes, podemos remover os nomes próprios ‘José’, ‘Manuel’, ‘Pedro’, que designam indivíduos, e colocar nos seus lugares uma variável. Ficamos então com a expressão ‘x é um carpinteiro’. Partindo agora desta última expressão, podemos também operar nela a segunda remoção à qual Frege se refere na citação acima, isto é, a remoção na qual eliminamos, por um lado, como redundantes, o verbo e o artigo indefinido e, por outro, representamos o termo geral por uma letra nominal (neste caso, pela letra C, por exemplo), eliminamos a variável individual, e substituímo-la pelo sinal ‘()’. Ora, a expressão ‘C ()’ constituiria, de acordo com Frege, o modo mais transparente de apresentar simbolicamente o conceito Carpinteiro, no sentido em que seria o modo por meio do qual o papel desempenhado pelo conceito na economia do processo judicativo seria mais correctamente posto em evidência no simbolismo.

A inferência fregeana é então a seguinte: quando queremos fazer jus ao papel que tanto funções como conceitos desempenham na economia geral dos tipos de pensamento em que participam, constatamos que o modo mais adequado de formular tanto as expressões funcionais como as expressões conceptuais é através de estruturas simbólicas análogas entre si; somos então levados a concluir que não é plausível que uma tal semelhança possa resultar de uma mera coincidência; sendo este o caso, esta semelhança deve ser o reflexo de uma analogia ínsita na realidade subjacente.

Deste modo, Frege conclui que a semelhança que ele descobriu existir entre as formas simbólicas por meio das quais expressões conceptuais e expressões funcionais podem ser adequadamente formuladas para se conseguir dar conta do papel que conceitos e funções desempenham na estruturação do pensamento, bem assim como a dissemelhança comum que ele descobriu existir entre estas mesmas formas simbólicas e aquelas por meio das quais diferentes tipos de termos singulares podem ser apresentados quando se pretende dar conta do papel que os objectos desempenham na estruturação do pensamento, poria a descoberto uma realidade ontológica genuína. Citando novamente *Funktion und Begriff*, uma tal semelhança:

“... não é criada arbitrariamente, mas fundamenta-se profundamente na própria natureza das coisas.”¹³

O que a “própria natureza das coisas” indicaria seria, então, segundo Frege, que a função, tal como o conceito, teria uma natureza essencialmente predicativa; ou, revertendo os termos da relação, que os conceitos, tal como as funções, seriam essencialmente insaturados. Já os objectos, que preencheriam o conteúdo das representações singulares mencionadas por Kant no trecho citado acima, seriam, por contraposição com funções e conceitos, e por analogia com os números, entidades essencialmente saturadas.

Do que ficou dito acima decorre então a nova proposta de Frege: a proposta de que expressões insaturadas do género de ‘x é um carpinteiro’, tal como expressões insaturadas do género de ‘ $2x^3 + x$ ’, também *designariam funções*.¹⁴

Porém, por contraste com a função designada por uma expressão como ‘ $2x^3 + x$ ’, uma expressão como ‘x é um carpinteiro’ designaria uma função de um tipo mais geral do que o da variedade matemática, já que não tomaria números, nem como argumentos, nem como valores. No caso da expressão ‘x é um carpinteiro’, os argumentos tomados pela função por ela expressa seriam objectos (no modo linguístico: os argumentos tomados pela expressão funcional seriam os representantes linguísticos dos objectos, i.e., os nomes próprios) e os valores que ela tomaria seriam valores de verdade, isto é, o Verdadeiro ou o Falso (no modo linguístico: os nomes próprios desses valores), os quais constituiriam, também eles, um tipo peculiar de objectos. Como vimos, obteríamos uma tal função após extrairmos de conteúdos judicativos como ‘José é um carpinteiro’, ‘Manuel é um carpinteiro’, ‘Pedro é um carpinteiro’, etc., os nomes próprios que, nesses conteúdos, refeririam os objectos, isto é, os nomes ‘José’, ‘Manuel’, ‘Pedro’, etc., deixando todavia indicado, por meio da sua substituição por uma variável ou por um par de parênteses rodeando um espaço vazio, o lugar lógico que lhes caberia preencher. Ora, ser uma tal função, não matemática, mas de um tipo que faria corresponder objectos com valores de verdade, seria, precisamente, aquilo em

¹³ Frege 1891 (Trad. Port.: p. 53).

¹⁴ cf. Frege 1891 (Trad. Port.: pp. 33-35).

que consistiria ser um conceito. Neste caso particular, aquilo em que consistiria algo ser o conceito Carpinteiro seria a correspondência específica que por seu intermédio se estabeleceria entre certos indivíduos e o valor de verdade Verdadeiro e entre os outros indivíduos e o valor de verdade Falso.

Esta é, então, a sugestão profundamente original que Frege nos apresenta: *conceitos são funções*.¹⁵ Mais em particular, conceitos seriam funções que tomariam objectos como argumentos e valores de verdade como valores. A mesma sugestão é igualmente válida para o caso das relações (isto é, e dito mais apropriadamente, para o caso dos conceitos relacionais).¹⁶ A respeito destas últimas, vale a pena citar novamente o próprio Frege:

Ao extrairmos *a* e *b* de um conteúdo judicativo que trate de um objecto *a* e de um objecto *b*, aquilo com que ficamos é um conceito relacional, o qual, em consequência, reclama uma dupla complementação. Se à proposição “A Terra tem mais massa do que a Lua” extrairmos “a Terra”, obteremos o conceito ‘detentor de mais massa do que a Lua’. Se, ao invés, dela extrairmos o objecto ‘a Lua’, adquiriremos o conceito ‘detentor de menos massa do que a Terra’. Se extrairmos ambos em simultâneo, então ficamos com um conceito relacional, o qual tem, por si só, tão pouco um sentido quanto um conceito simples: tal como este último, aquele exige sempre uma complementação para possibilitar a obtenção de um conteúdo judicativo. Mas esta complementação pode ocorrer de diferentes maneiras: em vez da Terra e da Lua eu posso colocar, por exemplo, o Sol e a Terra e, ao fazê-lo, estou precisamente a efectuar a separação entre o conceito e aquilo que o completa.¹⁷

Deste modo, para Frege, conceitos e relações, isto é, as “representações gerais” da tradição, desempenhariam, no âmbito da economia geral do pensamento, papéis essencialmente distintos dos das suas alegadas contrapartes singulares, isto é, as “intuições”. E esta distinção essencial estaria na origem da diferença nos modos como uns e outras nos seriam dados: enquanto que estas nos seriam dadas de um modo inteiramente independente da actividade judicativa, aqueles só emergiriam com o juízo.

Chegados aqui, não podemos deixar de nos confrontar com um aspecto crucial da visão fregeana. Se, do ponto de vista de Frege, os conceitos necessitam de ser extraídos dos conteúdos judicativos, em vez de serem estes a resultar de um trabalho mental de composição, realizado pela consciência, a

¹⁵ cf. Frege 1891 (Trad. Port.: p. 32).

¹⁶ cf. Frege 1891 (Trad. Port.: p. 49).

¹⁷ Frege 1884, §70 (Trad. Port.: p. 89).

partir daqueles e de outros elementos, e se, por sua vez, os conteúdos judicativos exprimem pensamentos, então isso não pode senão significar que os pensamentos teriam que ser entidades dotadas de uma realidade objectiva independente da nossa consciência. E esta é, de facto, a concepção de Frege acerca do pensamento¹⁸.

Ora, de acordo com uma tal concepção, é errado sequer pensar em conceitos como *representações* gerais. De facto, para Frege, conceitos *não são* de todo representações (particulares ou gerais). A consciência humana *captura* pensamentos e, com eles, também conceitos, mas não os cria, nem os abstrai, a partir de o que quer que seja. Daqui decorre que a ideia de que o poder semântico dos termos gerais seria um poder de “referência múltipla”, derivado do poder dos conceitos, entendidos como representações gerais abstraídas pela consciência da observação de uma multiplicidade de objectos, é, para ele, uma ideia despida de qualquer fundamento genuíno. Isto significa, por sua vez, que a crítica fregeana ao abstraccionismo co-existe com uma crítica igualmente vigorosa ao representacionismo. Respondendo à pergunta formulada acima: um não consegue sobreviver sem o outro.

Estas considerações permitiram-me então apresentar tanto duas ideias profundamente inovadoras introduzidas por Frege – isto é, a ideia de que conceitos seriam funções, por um lado, e a ideia de que ‘função’ e ‘objecto’ designariam categorias ontológicas radicalmente distintas e inconfundíveis, por outro lado –, como ainda uma outra ideia igualmente inovadora, e delas derivada, nomeadamente, a ideia de acordo com a qual, à revelia da nossa terminologia gramatical corrente, as expressões nominais e as expressões conceptuais constituiriam também categorias semânticas radicalmente distintas e inconfundíveis. O uso corrente do par de qualificativos ‘nome próprio’ vs. ‘nome comum’, no âmbito deste segundo caso, seria assim altamente enganador e propiciador de muita confusão conceptual.

II. Alcance

Falta-me ainda abordar o alcance deste tratamento original e profundamente inovador do conceito. E este alcance é formidável. Com efeito,

¹⁸ cf. Frege 1918, p. 360.

a consideração de que, no âmbito de um juízo singular afirmativo, um conceito é uma função que faz corresponder objectos com valores de verdade proporciona a Frege um dos dois fundamentos sobre os quais pode depois elevar-se toda uma nova teoria do juízo e uma nova Lógica. O outro destes fundamentos é a ideia de acordo com a qual todos os conteúdos judicativos potenciais de natureza declarativa, ou, se se quiser, todas as proposições, têm, não apenas um sentido, mas também uma denotação, e que esta é um valor de verdade.¹⁹

Mas, na realidade, e se pensarmos bem, este segundo fundamento não é independente. Também ele decorre da concepção de acordo com a qual conceitos seriam funções, isto é, do primeiro fundamento. Com efeito, a saturação de uma expressão funcional pelo seu argumento ou argumentos indica o valor da função para esse argumento, o qual constitui, assim, a denotação da expressão saturada. Ora, se conceitos são funções, então a saturação de um conceito por um dos seus argumentos indica, do mesmo modo, o valor do conceito para esse argumento. O valor em causa é um valor de verdade; este não pode, assim, deixar de constituir a denotação da expressão conceptual saturada. Mas uma expressão conceptual saturada é, precisamente, uma proposição.

Foi então, de facto, a partir do fundamento último de que conceitos são funções que Frege pôde montar uma maquinaria lógico-semântica poderosíssima, a qual deu origem a uma Teoria do Juízo (ou melhor, a uma Teoria do Conteúdo Judicativo) bastante mais sólida e completa do que as de Aristóteles e Kant. Vou sustentar o que acabei de afirmar acompanhando a minha exposição com alguns exemplos ilustrativos.

Começemos por considerar juízos singulares afirmativos simples, do género do atrás exemplificado 'José é um carpinteiro'. O facto de as proposições que constituem o seu conteúdo denotarem valores de verdade permite que as mesmas possam ser encaradas como representantes (nomes) dos valores de verdade que denotam. Esta constatação, por sua vez, abriu para Frege toda uma nova avenida de pensamento que permanecia ainda por explorar. Esta foi a seguinte. Como é sabido, os juízos declarativos simples, ou melhor, as proposições que os mesmos exprimem, podem ser concatenados

¹⁹ cf. Frege 1891 (Trad. Port.: p. 33) e, sobretudo, Frege 1892a (Trad. Port.: p. 71 e seguintes).

uns com os outros por meio daqueles termos a que a tradição chamou ‘partículas sincategoremáticas’ (isto é, termos como ‘e’, ‘ou’, ‘se ...’, ‘então ...’, etc.), dando origem a juízos declarativos compostos que contêm proposições complexas como seu conteúdo, as quais contêm, por sua vez, as proposições simples como suas partes integrantes. Apesar da óbvia produtividade lógica e semântica de tais termos, ao tempo de Frege não existia um entendimento consolidado em torno da questão de saber qual poderia ser a denotação dos mesmos.

Retomando Husserl como exemplo do estado da arte a este respeito na época, este defendeu, nas suas *Logische Untersuchungen - Erster Teil: Prolegomena zur reinen Logik*, que o “preenchimento de significação” das “formas categoriais” em geral, entre as quais se encontrariam também as formas que corresponderiam às partículas sincategoremáticas, se efectuaría por meio de intuições categoriais, as quais ocorreriam, por sua vez, no âmbito de actos objectivantes da consciência, e que os objectos que constituiriam os correlatos de tais formas seriam objectos formais supra-sensíveis. Mas estas intuições categoriais, por meio das quais tais objectos formais supra-sensíveis seriam percebidos pela consciência, sendo actos complexos de natureza não sensível, não deixariam, porém, de ser fundadas em intuições sensíveis, tomadas como os actos simples fundantes daqueles actos complexos, e de ser extraídas destas por processos de abstracção semelhantes àquele por meio do qual os conceitos seriam extraídos dos objectos que sob eles cairiam, de acordo com a citação reproduzida acima.²⁰

Ora, de um ponto de vista lógico-semântico, nada de realmente produtivo se deixa derivar desta concepção. Estabelecer que, com uma tal correlação intencional, a consciência *preencheria* com certos objectos formais rarefeitos a significação das formas categoriais, em geral, e, portanto, também daquelas que correspondem ao uso das partículas sincategoremáticas, em particular, em nada nos ajuda a compreender o papel *efectivo* desempenhado na *articulação* do pensamento complexo por o que quer que seja que as mesmas representem.

Em nítido contraste com o projecto husserliano, uma simples extensão da perspectiva introduzida por Frege de acordo com a qual os conceitos devem

²⁰ Husserl 1900, p. 191.

ser entendidos como um tipo particular de funções permitiu-lhe propor uma solução imensamente produtiva para o problema do preenchimento da significação das partículas sincategoremáticas. Trata-se da solução de acordo com a qual estes termos devem, também eles, ser entendidos como termos que referem entidades insaturadas, nomeadamente, um tipo peculiar de funções, a saber, aquelas funções que tomam como argumentos valores de verdade, ou pares ordenados de valores de verdade, e que originam valores de verdade como os seus valores.²¹ A tais funções veio posteriormente a chamar-se ‘funções de verdade’. Enquanto funções, as funções de verdade, entendidas como as entidades que “preenchem a significação” das partículas sincategoremáticas, são totalmente distintas e independentes tanto dos objectos que podem constituir os seus argumentos e valores, como das intuições por meio das quais possa ser dado à consciência o que quer que seja.

Dito isto, regressemos, então, aos juízos singulares afirmativos simples. Consideremos, a título de exemplo, novamente o juízo ‘José é um carpinteiro’ e também o juízo ‘José é barbudo’. Como é óbvio, estes podem ser concatenados por meio da introdução da partícula sincategoremática ‘e’ no juízo singular afirmativo composto conjuntivo ‘José é um carpinteiro e José é barbudo’. Sendo a partícula ‘e’ encarada como referindo uma função de verdade, isto é, como uma função que faz corresponder pares ordenados de valores de verdade com valores de verdade, ela distingue-se das outras funções de verdade que igualmente fazem corresponder pares ordenados de valores de verdade com valores de verdade por ser aquela de entre elas que é tal que o valor de verdade que origina só será o Verdadeiro no caso em que os valores de verdade constantes do par ordenado de valores de verdade que constitui o seu argumento forem ambos o Verdadeiro; em todas as outras possibilidades, o valor de verdade que a conjunção origina será o Falso. Assim sendo, o juízo singular composto ‘José é um carpinteiro e José é barbudo’ só será verdadeiro naquele caso em que ambos os juízos ‘José é um carpinteiro’ e ‘José é barbudo’ forem verdadeiros.²²

É precisamente esta abordagem claramente funcional do significado das partículas sincategoremáticas que permite a Frege usar no seu sistema de

²¹ cf. Frege 1891 (Trad. Port.: pp. 38-50).

²² cf. Frege 1879, §5.

notação conceptual (a *Begriffsschrift*) sinais apenas para a negação e a implicação e definir a função de verdade a que agora chamamos ‘conjunção’ (e que agora representamos como $(\Phi \wedge \Psi)$) por intermédio daquelas (i.e., por intermédio da função que agora representaríamos como $\sim(\Phi \rightarrow \sim\Psi)$), ao mesmo tempo que afirma que esta sua escolha foi de mera conveniência, e que lhe teria sido igualmente possível ter introduzido um sinal primitivo para representar a conjunção e ter definido o idioma condicional (i.e., aquele que agora representaríamos como $(\Phi \rightarrow \Psi)$) à custa da conjunção e da negação (i.e., à custa da função que agora representaríamos como $\sim(\Phi \wedge \sim\Psi)$).²³

Mas regressemos ao conteúdo judicativo singular afirmativo composto (à proposição complexa) ‘José é um carpinteiro e José é barbudo’. Suponha-se agora que extraímos o nome próprio que nele ocorre e o substituímos por uma variável. Quando o fazemos, obtemos a expressão conceptual composta ‘x é um carpinteiro e x é barbudo’, ou, se se preferir, ‘x é um carpinteiro barbudo’ (ou ainda, para sermos fiéis à notação conceptual introduzida por Frege, ‘não é o caso que, se x for um carpinteiro, então x não seja barbudo’). O conceito composto, por ela expresso, constitui então uma função que é tal que faz corresponder com o valor de verdade Verdadeiro todos aqueles objectos que sejam simultaneamente carpinteiros e barbudos e só esses.

Recorrendo agora a um exemplo célebre, suponha-se, em seguida, que tomamos como conteúdos judicativos singulares afirmativos simples as proposições ‘José é homem’ e ‘José é mortal’ e que, com elas, formamos o conteúdo judicativo composto de natureza condicional ‘Se José é homem, então José é mortal’. Como vimos já, do ponto de vista de Frege, a partícula ‘Se ..., então ...’ deve ser encarada de um modo funcional²⁴; vimos também que as funções designadas por tais partículas vieram a ser caracterizadas pelo próprio Frege como funções de verdade, ainda que o próprio não as tenha baptizado explicitamente assim.²⁵ Ora bem, de acordo com a correspondência estabelecida por esta função entre pares ordenados de valores de verdade e valores de verdade, este conteúdo judicativo será verdadeiro se, e somente se, o objecto José for feito corresponder com o valor de verdade Falso por meio do conceito Homem ou se o objecto José for feito corresponder com o valor de

²³ cf. Frege 1879, §7.

²⁴ cf. Frege 1879, §5.

²⁵ cf. Frege 1891 (Trad. Port.: p. 49).

verdade Verdadeiro por meio do conceito Mortal. Ora, se, tal como fizemos acima, extrairmos agora os nomes dos objectos da expressão que indica o conteúdo judicativo (a proposição) e os substituírmos por variáveis, obteremos então a expressão ‘se x é homem, então x é mortal’. Esta expressão denota, por sua vez, um *conceito* composto, sob o qual cairá (isto é, será, por seu intermédio, feito corresponder com o valor de verdade Verdadeiro) qualquer objecto que ou não caia sob o conceito simples Homem (isto é, seja, por seu intermédio, feito corresponder com o valor de verdade Falso) ou caia sob o conceito simples Mortal (isto é, seja, por seu intermédio, feito corresponder com o valor de verdade Verdadeiro).

Se, em seguida, reflectirmos sobre as condições de verdade determinadas pelas diferentes possibilidades de saturação do conceito composto expresso por ‘se x é homem, então x é mortal’, constataremos que este conceito é tal que todos os objectos do Universo caem sob ele. Isto é, seja qual for o objecto pertencente ao Universo que nós consideremos, ou é definitivamente o caso que ele não é homem ou é definitivamente o caso que ele é mortal. Nestas circunstâncias, podemos tomar o conceito composto expresso por ‘se x é homem, então x é mortal’ como alvo de uma predicação e predicar, *dele*, que é um conceito que é satisfeito por todos os objectos do Universo. Mas, ao fazê-lo, estamos a subsumir o conceito expresso por ‘se x é homem, então x é mortal’ sob um novo conceito, de ordem superior, o qual podemos designar como o conceito Universalidade. Este novo conceito é tal que faz corresponder as extensões daqueles conceitos aos quais Frege chama ‘conceitos de primeira ordem’ ou ‘conceitos de primeiro grau’ com valores de verdade. ‘Se x é homem, então x é mortal’ é, precisamente, uma expressão que designa um tal conceito de primeira ordem que toma objectos como argumentos e cuja extensão pode constituir um argumento para o conceito de segunda ordem, ou de segundo grau, Universalidade.²⁶ Tipicamente, esta predicação de segunda ordem deixa-se apresentar na linguagem corrente através do chamado juízo universal afirmativo da tradição aristotélica. Neste caso, então, esta predicação de segunda ordem deixa-se apresentar como o

²⁶ cf. Frege 1891 (Trad. Port.: pp. 42-47).

mais exemplificado de todos os juízos de tipo A, isto é, como ‘Todos os homens são mortais’.²⁷

Assim, do ponto de vista de Frege, e ao contrário do que é habitual pensar-se, um juízo universal afirmativo como ‘Todos os homens são mortais’ nada nos diz acerca da multidão dos homens, tomada como uma reunião de indivíduos humanos distintos, nem acerca de quaisquer homens em particular. A quantificação universal qualifica um *conceito* de primeira ordem em função da sua extensão. Neste caso, este conceito de primeira ordem é o conceito composto expresso por ‘se x é homem, então x é mortal’, e a predicação de segunda ordem diz, *dele*, que é tal que todos os objectos do Universo se encontram na sua extensão.

Imaginemos agora que, assim como, a partir dos conceitos simples Homem e Mortal, extraídos a partir de conteúdos judicativos singulares afirmativos simples como ‘José é homem’ e ‘José é mortal’, considerámos o conceito composto expresso através de ‘se x é homem, então x é mortal’, extraído a partir do conteúdo judicativo singular afirmativo composto ‘Se José é homem, então José é mortal’, considerávamos agora, a partir dos conteúdos judicativos singulares afirmativos ‘Calimero é um cisne adulto’ e ‘Calimero é branco,’ o conceito composto denotado pela expressão ‘se x é um cisne adulto, então x é branco’.

Neste caso, porém, informações vindas da Austrália, ou uma ida a um qualquer Jardim Zoológico relevante, indicar-nos-iam que há objectos no nosso Universo que caem sob o conceito Cisne Adulto e não caem sob o conceito Branco. Isto significaria, então, três coisas. A primeira seria que, na extensão do conceito expresso por ‘se x é um cisne adulto, então x é branco’, não se encontrariam todos os objectos do Universo e, por conseguinte, a predicação da universalidade ao mesmo faria corresponder a sua extensão com o valor de verdade Falso (ou seja, o juízo universal afirmativo ‘Todos os cisnes adultos são brancos’ seria falso). A segunda seria que, sendo o juízo anterior falso, seria então verdadeiro o juízo que o contradiria, isto é, o juízo: ‘Não é o caso que todos os cisnes adultos sejam brancos’. Finalmente, a terceira seria que haveria objectos que pertenceriam à extensão do conceito composto expresso por ‘x é um cisne adulto e x não é branco’; poderíamos então dizer,

²⁷ cf. Frege 1879, §12.

deste conceito, que a sua extensão seria povoada, ou, alternativamente, que ela não seria vazia. Ao fazê-lo, porém, estaríamos novamente a predicar algo acerca de um conceito, isto é, estaríamos a subsumir o conceito de primeira ordem expresso por ‘x é um cisne adulto e x não é branco’ sob um conceito de segunda ordem – o conceito Existência.²⁸ Tipicamente, esta predicação de segunda ordem sobre aquele conceito de primeira ordem deixa-se apresentar na linguagem corrente através do chamado juízo particular negativo da tradição aristotélica. Esta predicação de segunda ordem deixar-se-ia então apresentar aqui como o juízo de tipo O do quadrado da oposição: ‘Alguns cisnes adultos não são brancos’. Este tipo de juízo, como é sabido, ocupa numa das diagonais do quadrado o vértice oposto àquele no qual se encontra o juízo universal afirmativo, de tipo A. Um tal juízo seria, para este caso, o juízo: ‘Todos os cisnes adultos são brancos’.²⁹

Resumindo em poucas palavras o que veio sendo dito: a visão funcional do conceito permitiu a Frege não só reconstruir de uma forma mais elegante e consistente a Teoria do Juízo, introduzida por Aristóteles e desenvolvida por Kant, como também lhe providenciou o fundamento sobre o qual pôde unificar, com enorme sucesso e economia de meios, a Teoria do Juízo (ou melhor, a Teoria do Conteúdo Judicativo), e a Lógica de Predicados e das Relações a ela associada, com a Álgebra das Proposições e a Lógica Proposicional a ela ligada. Três décadas antes de Frege, o lógico e matemático inglês George Boole tinha já tentado alcançar uma tal unificação apoiando-a sobre fundamentos que hoje designaríamos como “conjuntistas”. Mas fê-lo sem sucesso.³⁰

Mas isto não é ainda tudo. Como foi já mencionado acima, outra característica particularmente produtiva da visão fregeana do conceito é que ela permite também unificar debaixo de um mesmo tratamento lógico-semântico tanto os conteúdos dos juízos predicativos simples como os conteúdos dos juízos relacionais, sem desfigurar estes últimos, algo impossível de fazer no âmbito da Teoria do Juízo de Aristóteles ou de Kant. Para o ilustrar, considere-se o seguinte exemplo.

²⁸ cf. Frege 1879, §12, nota h; e, também, Frege 1891 (Trad. Port.: pp. 43-47); e, ainda, Frege 1892b (Trad. Port.: p. 116).

²⁹ cf. Frege 1879, §12.

³⁰ cf. Boole 1847, pp. 48-49.

Suponha-se que começávamos por considerar os seguintes dois conteúdos judicativos singulares afirmativos ‘O Sol é uma estrela’ e ‘A Terra é um planeta’ e o conteúdo judicativo relacional, mas igualmente singular afirmativo, ‘O Sol tem mais massa que a Terra’. Suponha-se, em seguida, que, a partir destes conteúdos judicativos, formávamos, recorrendo a duas das partículas sincategoremáticas, o conteúdo judicativo composto ‘Se o Sol é uma estrela e a Terra é um planeta, então o Sol tem mais massa que a Terra’. Se aplicássemos aos conteúdos judicativos singulares afirmativos acima indicados o processo descrito atrás, extrairíamos então destes três conteúdos judicativos os conceitos simples Estrela, Planeta e o conceito relacional expresso por ‘x tem mais massa que y’. E se aplicássemos ao conteúdo judicativo composto o mesmo processo, extrairíamos então, por sua vez, dele, o conceito composto expresso por ‘Se x é uma estrela e y é um planeta, então x tem mais massa que y’. Sob este conceito cairia então (isto é, seria, por seu intermédio, feito corresponder com o valor de verdade Verdadeiro) ou qualquer par ordenado de objectos cuja primeira coordenada não caísse sob o conceito simples Estrela (isto é, que fosse, por seu intermédio, feito corresponder com o valor de verdade Falso), ou qualquer par ordenado de objectos cuja segunda coordenada não caísse sob o conceito simples Planeta (isto é, que fosse, por seu intermédio, feito corresponder com o valor de verdade Falso), ou qualquer par ordenado de objectos que caísse sob o conceito relacional expresso por ‘x tem mais massa que y’ (isto é, que fosse, por seu intermédio, feito corresponder com o valor de verdade Verdadeiro).

Se, em seguida, reflectíssemos sobre as condições de verdade determinadas pelas possibilidades de saturação do conceito composto expresso por ‘Se x é uma estrela e y é um planeta, então x tem mais massa que y’, constataríamos que, também ele, seria tal que todos os pares ordenados de objectos do Universo cairiam sob ele. Isto é, fosse qual fosse o par ordenado de objectos pertencente ao Universo que nós considerássemos, ou seria definitivamente o caso que a sua primeira coordenada não seria uma estrela, ou seria definitivamente o caso que a sua segunda coordenada não seria um planeta, ou seria definitivamente o caso que a primeira coordenada seria um objecto que teria mais massa que o objecto que ocuparia o lugar da segunda coordenada. Mais uma vez, poderíamos então tomar este conceito composto

de primeira ordem expresso por ‘Se x é uma estrela e y é um planeta, então x tem mais massa que y ’ como alvo da predicação que sustenta esta constatação e predicar, dele, que seria um conceito que seria satisfeito por todos os pares ordenados de objectos do Universo.

Como já deve ter sido compreendido, ao fazê-lo, estaríamos a subsumir o conceito expresso por ‘Se x é uma estrela e y é um planeta, então x tem mais massa que y ’ sob um novo conceito, de ordem superior, o qual, mais uma vez, poderíamos designar como o conceito Universalidade. Tal como ficou já dito acima, este é um conceito que faz corresponder com valores de verdade as extensões daqueles conceitos que, eles sim, tomam objectos, ou pares ordenados de objectos, como argumentos. O conceito expresso por ‘Se x é uma estrela e y é um planeta, então x tem mais massa que y ’ é, precisamente, um destes conceitos. Dizer dele que cai sob o conceito de segunda ordem Universalidade é dizer dele que ele é tal que à sua extensão pertencem todos os pares ordenados de objectos do Universo. Tipicamente, esta predicação de segunda ordem deixa-se apresentar na linguagem corrente através de um juízo relacional universal afirmativo. Neste caso, esta predicação de segunda ordem deixar-se-ia apresentar na linguagem corrente como o juízo relacional ‘As estrelas têm mais massa que os planetas’.

Não gostaria de concluir este breve tratamento do alcance da visão fregeana do conceito sem mencionar ainda outros dois outros aspectos essenciais da mesma.

O primeiro destes aspectos é o seguinte. Quando Frege diz que um conceito de primeira ordem, como o conceito que é expresso por ‘Se x é homem, então x é mortal’, cai sob um conceito de segunda ordem, como a Universalidade ou a Existência, ele não está, com isso, a dizer que, numa predicação de segunda ordem, o conceito de primeira ordem ocupa no juízo, e para usar a nomenclatura da Teoria do Juízo aristotélica ou kantiana, o “lugar do sujeito”. Na realidade, do ponto de vista de Frege, nenhum conceito, representado por um termo geral, ocupa o lugar do sujeito em qualquer um dos chamados ‘juízos gerais’, universais ou particulares, afirmativos ou negativos, identificados pela teoria aristotélica do juízo. A natureza essencialmente

insaturada dos mesmos impede-os de poderem desempenhar um tal papel num qualquer conteúdo judicativo.³¹

A notação conceptual standard usada pela Lógica de Predicados moderna torna perspicua a substância da visão fregeana acerca da estrutura de tais conteúdos judicativos. Com efeito, no contexto desta notação, a predicação de segunda ordem é representada pelos quantificadores, universal ou existencial, os quais se colocam no exterior da expressão conceptual; esta encontra-se, por sua vez, delimitada por parênteses, ou outros quaisquer sinais de agrupamento; é esta expressão que, no seu todo, constitui o âmbito da quantificação; no interior da mesma, as letras predicativas permanecem prefixadas a variáveis individuais e são grafadas de um modo distinto delas; são as variáveis individuais, elas sim, que correm sobre um domínio de objectos. Deste modo, o estatuto essencialmente predicativo dos conceitos é preservado no simbolismo, mesmo quando eles ocorrem como “sujeitos” no contexto de uma quantificação ou predicação de segunda ordem. O simbolismo standard tem assim a grande virtude de não exercer qualquer violência sobre a ordem ontológica subjacente identificada por Frege, o que, com frequência, é difícil de conseguir na linguagem natural.

O segundo aspecto que gostaria ainda de mencionar é o seguinte. O grande projecto que norteou a vida teórico-filosófica de Frege foi, de acordo com o que mencionei no início deste ensaio, um projecto definido no âmbito da Filosofia da Matemática, a saber, a defesa do Logicismo, isto é, a defesa da tese de que a Matemática seria redutível à Lógica. Uma das grandes dificuldades inerentes ao desenvolvimento de um tal projecto consistia em conseguir apresentar uma definição de número consistente com ele. Como é sabido, um dos feitos de Frege foi o de ter apresentado uma tal definição. Ora, a intuição principal da qual ele partiu para conseguir chegar à mesma foi a de que o caminho a ela conducente teria que assentar numa análise semântica das asserções de atribuição numérica. E o que essa análise lhe mostrou foi que tais asserções seriam asserções *acerca de conceitos*, concebidos do modo como ele os concebe, e não asserções acerca de objectos. Isto é, Frege conclui dessa análise que aquilo que encontramos nas asserções de atribuição numérica é a atribuição de propriedades a conceitos, propriedades essas que mostram ter

³¹ cf. Frege 1892b (Trad. Port.: p. 115 e p. 119).

grandes afinidades com a universalidade e a existência, e não a atribuição de propriedades a objectos ou grupos de objectos.³²

Mas atenção: o que acaba de ser dito não significa que, para Frege, números seriam propriedades de conceitos ou conceitos de ordem superior; como vimos acima, no âmbito da ontologia fregeana, números são objectos. Mas são-no na precisa medida em que, para Frege, extensões de conceitos são, também elas, objectos. Na realidade, os números de Frege são *extensões de conceitos de ordem superior*.³³ Ora, uma tal concepção nunca poderia ter sido posta de pé sem o trabalho prévio de elucidação do conceito aqui descrito.

Afirmei na introdução que a visão funcional do conceito se encontra, para o bem e para o mal, subjacente aos outros feitos lógico-filosóficos de Frege. No início da segunda parte deste ensaio salientei que a tese, que decorre dela, de acordo com a qual todas as proposições declarativas têm, não apenas um sentido, mas também uma denotação, e que esta é um dos dois valores de verdade, o Verdadeiro ou o Falso, constitui um dos fundamentos da produtividade da abordagem fregeana à Lógica. Ironicamente, porém, e como Bertrand Russell o mostrou em 1902, ela está, também, na origem do problema que veio assombrá-la. Vejamos, em traços muito gerais, que problema é este.

Suponhamos que nos é dado a considerar um conceito simples, de primeira ordem, como, por exemplo, o conceito Homem. Sob este conceito caem todos aqueles indivíduos, e só esses, que são Homens, isto é, todos aqueles indivíduos denotados por termos singulares que, ao saturarem a expressão funcional ‘x é homem’, fazem com que a expressão assim saturada, i.e., a proposição ‘Fulano é homem’, refira o valor de verdade Verdadeiro. Tais indivíduos constituem, por seu lado, os elementos que compõem a extensão do conceito Homem, ou, se se preferir, o curso de valores da função ‘x é homem’. Como vimos já, é nesta correspondência entre objectos e valores de verdade que consiste a natureza de um qualquer conceito. Mas vimos também que, em virtude do tamanho da sua extensão, um conceito pode cair sob um outro conceito, de ordem superior. Considerámos já alguns destes últimos conceitos, a saber, a Universalidade e a Existência. Mas há outros. Considere-se, por exemplo, o seguinte. Iremos chamar-lhe ‘Vastidão’. Diremos que um conceito

³² cf. Frege 1884, § 48 (Trad. Port.: p. 76).

³³ cf. Frege 1884, § 68 (Trad. Port.: p. 87).

A é vasto se, e somente se, houver na sua extensão um excesso de elementos relativamente àqueles que tornariam possível o estabelecimento de uma correspondência biunívoca com, por exemplo, os elementos que compõem a extensão do conceito B, tal que B seja o conceito *Árvore-viva-no-Tiergarten-de-Berlim-no-dia-16-de-Junho-de-1902*, dada uma qualquer relação R (de justaposição, por exemplo), definida entre A e B. Tendo esta definição de 'Vastidão' em mente, parece pacífico poder afirmar-se que o conceito Homem será um conceito vasto. Sendo este o caso, a extensão do conceito Homem deverá ser um dos elementos que pertencem à extensão do conceito Vastidão, juntamente com muitíssimas outras extensões de muitíssimos outros conceitos igualmente vastos.

Ora bem, de acordo com a definição dada acima de Vastidão, não é difícil de ver que o conceito Vastidão é, ele próprio, vasto. Isto é, que a extensão do conceito Vastidão satisfaz, ela própria, o critério que determina o que é um conceito ser vasto. Nestas circunstâncias, o conceito Vastidão deve cair sob si, isto é, a sua extensão, tal como a extensão do conceito Homem, e inúmeras outras, deve ser um dos elementos que pertencem à extensão do próprio conceito Vastidão. Isto significa, por outras palavras, que terão que existir conceitos de ordem superior (como a Vastidão) cuja extensão é um dos elementos da sua própria extensão; assim como, obviamente, existirão conceitos cuja extensão *não* é um dos elementos da sua própria extensão (por exemplo, a extensão do conceito Homem (i.e., a classe dos homens) não é, ela própria, um homem).

Dado o que ficou dito, segue-se que ser um conceito cuja extensão não é um dos elementos da sua própria extensão e ser um conceito cuja extensão é um dos elementos da sua própria extensão são dois modos perfeitamente legítimos de classificar e distinguir conceitos em virtude da composição da sua extensão. Ora, poder ser legitimamente predicado de um conceito é precisamente o que define ser um conceito de ordem superior. Neste sentido, *Ser-um-conceito-cuja-extensão-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão* e *Ser-um-conceito-cuja-extensão-não-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão* terão também que ser conceitos de ordem superior. Sendo este o caso, também a estes conceitos terá que corresponder, tal como a quaisquer outros, uma extensão, uma vez que a extensão de um conceito é a classe

daqueles objectos que, ao saturá-lo, são, por meio dele, feitos corresponder com o valor de verdade Verdadeiro. Se nenhum destes objectos existir, então essa classe será a classe vazia. De uma maneira ou de outra, a saturação de cada um destes conceitos deverá originar uma proposição, a qual denotará um dos dois valores de verdade, o Verdadeiro ou o Falso.

Chegados aqui, porém, nada deverá impedir-nos de poder perguntar: “E a extensão do conceito Conceito-cuja-extensão-não-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão é, ela também, um dos elementos que pertencem à sua própria extensão?” Repare-se que fazer esta pergunta é o mesmo que perguntar: “Qual é o valor de verdade da proposição: ‘O conceito Conceito-cuja-extensão-não-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão é um dos conceitos-cuja-extensão-não-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão’?” Trata-se, em ambos os casos, de perguntas legítimas. Porém, a tentativa de responder-lhes coloca-nos perante uma dificuldade. Esta reside em que, se a extensão do conceito Conceito-cuja-extensão-não-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão não pertencer a si própria, então preenche as condições para pertencer a si própria e, por isso, deve pertencer a si própria; por outro lado, se a extensão do conceito Conceito-cuja-extensão-não-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão pertencer a si própria, então não preenche as condições para pertencer a si própria e, por isso, não deve pertencer a si própria. Ou, dito de outro modo, a proposição ‘O conceito Conceito-cuja-extensão-não-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão é um dos conceitos-cuja-extensão-não-é-um-dos-elementos-da-sua-própria-extensão’ é verdadeira, se for falsa, e é falsa, se for verdadeira. Nestas circunstâncias, que valor de verdade deverá vir para esta proposição? Ambos? Esbarrámos numa contradição.

Pode remediar-se esta situação de um de dois modos: ou deixando cair o princípio de que todo o conceito determina necessariamente um curso de valores e, por conseguinte, uma extensão; ou introduzindo uma hierarquia entre os conceitos de ordem superior que seja tal que nenhum conceito de ordem superior possa cair sob um conceito situado no mesmo escalão da hierarquia que ele próprio e só possa cair sob um conceito situado no escalão imediatamente acima do seu na hierarquia. Mas o primeiro remédio contradiz o carácter geral da noção fregeana de que um conceito seria *essencialmente* uma função, e, em particular, uma função de objectos para valores de verdade. Com

efeito, um conceito ao qual não correspondesse qualquer extensão, nem sequer a classe vazia, nunca poderia ser uma tal função; por conseguinte, tão-pouco poderia determinar univocamente a denotação de uma proposição em que esse conceito ocorresse saturado. Assim, admitir que existiriam conceitos aos quais não corresponderia uma extensão seria admitir que existiriam conceitos que não seriam funções; mas, para Frege, seguir essa opção seria entrar em contradição consigo próprio. E o segundo remédio, permitindo embora, à primeira vista, manter a definição funcional de conceito de Frege, obrigaria a que inúmeros objectos fossem “administrativamente” excluídos, por assim dizer, da extensão de vários conceitos, por cujo intermédio seriam feitos intuitivamente corresponder com o valor de verdade Verdadeiro; mas isto não só limitaria inadmissivelmente essa mesma definição funcional, como obrigaria a excluir arbitrariamente do domínio do sentido várias proposições com uma denotação unívoca. Ou seja, seguir esta opção implicaria também que Frege entrasse em contradição consigo próprio. Não admira, por isso, que ele se tenha absteído de escolher qualquer um destes caminhos.

Outros o fizeram. Independentemente dos méritos e deméritos intrínsecos de cada uma das soluções acima delineadas, a salvaguarda da consistência implicou, em ambas, o abandono do solo fregeano. Neste sentido, talvez possamos dizer da visão fregeana do conceito, e do papel que ela desempenhou na constituição da Lógica moderna, o que Wittgenstein disse das proposições do seu próprio *Tractatus Logico-Philosophicus*: ela foi a escada que só se pôde deitar fora depois de se ter trepado por ela acima até ao topo³⁴.

REFERÊNCIAS

BOOLE, G. 1847. **The Mathematical Analysis of Logic**. Cambridge: Macmillan, Barclay & Macmillan.

FREGE, G. 1879. **Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens**, Halle a. S.: Louis Nebert.

FREGE, G. 1880. “Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift”. In Frege, G. 1983. **Nachgelassene Schriften und wissenschaftlicher Briefwechsel**.

³⁴ Wittgenstein 1922, 6.54.

Herausgegeben von Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Friedrich Kaulbach.
Erster Band: **Nachgelassene Schriften**. Hamburg: Felix Meiner, 9-52.

FREGE, G. 1884. **Die Grundlagen der Arithmetik – Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl**. Breslau: Wilhelm Köbner. (Trad. Port. por António Zilhão: Frege, G. 1992. **Os Fundamentos da Aritmética - Uma investigação lógico-matemática acerca do conceito de número**. Lisboa: Imprensa Nacional - Casa da Moeda).

FREGE, G. 1891. **Funktion und Begriff**. Jena: Hermann Pohle. (Trad. Port. por António Zilhão : “Função e Conceito”. In Frege, G. 2019. **Cinco Ensaiois Lógico-Filosóficos**. Lisboa: Guimarães, 13-53.)

FREGE, G. 1892a. “Über Sinn und Bedeutung” in **Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik**, 100, 25-50. (Trad. Port. por António Zilhão : “Sobre Sentido e Denotação”. In Frege, G. 2019. **Cinco Ensaiois Lógico-Filosóficos**. Lisboa: Guimarães, 55-100.)

FREGE, G. 1892b. “Über Begriff und Gegenstand” in **Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie** 16, 192-205. (Trad. Port. por António Zilhão : “Sobre Conceito e Objecto”. In Frege, G. 2019. **Cinco Ensaiois Lógico-Filosóficos**. Lisboa: Guimarães, 101-128.)

FREGE, G. 1893-1903. **Grundgesetze der Arithmetik – Begriffsschriftlich abgeleitet**. Jena: Hermann Pohle (Band I – 1893; Band II – 1903).

FREGE, G. 1894. “Rezension von: E. Husserl Philosophie der Arithmetik I”, in **Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik**, 103, 313-32. Reimpresso em: Frege, G. 1990, **Kleine Schriften** (Zweite Auflage). Herausgegeben und mit Nachbemerkungen zur Neuauflage versehen von Ignacio Angelelli. Hildesheim: Georg Olms Verlag, 179-92.

FREGE, G. 1904. “Was ist eine Funktion?” in Meyer, S. (ed.) **Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstage, 20. Februar 1904**. Leipzig: Ambrosius Barth, 656–666. (Trad. Port. por António Zilhão : “O que é uma Função?”. In Frege, G. 2019. **Cinco Ensaiois Lógico-Filosóficos**. Lisboa: Guimarães, 171-188.)

FREGE, G. 1918. “Der Gedanke. Eine logische Untersuchung” in **Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus**, I (1918–1919), 58–77. Reimpresso em: Frege, G. 1990, **Kleine Schriften** (Zweite Auflage). Herausgegeben und mit Nachbemerkungen zur Neuauflage versehen von Ignacio Angelelli. Hildesheim: Georg Olms Verlag, 342-362.

HUSSERL, E. 1887. **Über den Begriff der Zahl - Psychologische Analysen**. Halle a. d. S.: Heyneman.

HUSSERL, E. 1891. **Philosophie der Arithmetik – Psychologische und Logische Untersuchungen**. Halle a. d. S.: Pfeffer.

HUSSERL, E. 1900. **Logische Untersuchungen – Band 1: Prolegomena zur reinen Logik**. Halle a. d. S.: Niemeyer.

KANT, I. 1800. **Logik – Ein Handbuch zu Vorlesungen**. Königsberg: Friedrich Nicolovius (edição do texto por G.B. Jäsche). (Edição crítica da **Deutsche Akademie der Wissenschaften: Kants Gesammelte Schriften**, Band IX).

RUSSELL, B. 1902. “Letter to Frege”. In van Heijenoort, J. (ed.) **From Frege to Gödel: A source book in mathematical logic, 1879-1931**. Cambridge (MA): Harvard University Press, 1967, 126-127.

WITTGENSTEIN, L. 1922. **Tractatus Logico-Philosophicus**. London: Kegan Paul.